

Учреждение образования
«Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»

УТВЕРЖДАЮ

Ректор учреждения образования
«Полоцкий государственный
университет имени
Евфросинии Полоцкой»


Ю.Я. Романовский
« 15 » _____ 2025 г.
Регистрационный № УД-391/25 уч.

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Учебная программа учреждения образования
по учебной дисциплине для специальности
6-05-0533-12 «Кибербезопасность»

2025 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта по специальности высшего образования ОСВО 6-05-0533-12-2023 и учебного плана специальности 6-05-0533-12 «Кибербезопасность». Регистрационный №14-23/уч. ФКНЭ от 04.04.2023 г. для дневной формы получения высшего образования

СОСТАВИТЕЛЬ:

СКОРОМНИК ОКСАНА ВАЛЕРЬЕВНА, доцент кафедры математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой», кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой» (протокол № 11 от «21» 11 2025г.)

Научно-методическим советом учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой» (протокол № 3 от «15» 12 2025г.)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина «Функциональный анализ и интегральные уравнения» является продолжением учебных дисциплин «Математический анализ» и «Дифференциальные уравнения». Обобщая основные идеи данных курсов на случай бесконечномерных пространств, она знакомит студентов с основными понятиями банаховых и гильбертовых пространств и методами исследования операторных уравнений в этих пространствах.

Учебная дисциплина «Функциональный анализ и интегральные уравнения» отражает важное направление развития современной математики, поскольку в ней рассматриваются не отдельные объекты типа функций или уравнений, а обширные классы пространств со структурой векторного пространства и операторов в этих пространствах. Этот подход позволяет с единой точки зрения рассмотреть вопросы решения задач, например, вычислительной математики, сформировать у будущих специалистов абстрактное мышление и получить необходимую базу знаний для их дальнейшего применения в различных областях знаний.

При изложении учебной дисциплины важно показать, как используются основные положения функционального анализа при решении прикладных задач, возникающих в различных областях естествознания, в частности, при исследовании математических моделей, описываемых интегральными уравнениями.

Цель учебной дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения» – создание базы для освоения основных понятий и методов современной математики, используемых при изучении последующих учебных дисциплин.

Образовательная цель: формирование составной части банка знаний, получаемых будущими специалистами в процессе учебы и необходимых им в дальнейшем для успешной работы.

Развивающая цель: формирование у студентов основ математического мышления, необходимого для исследования разрешимости прикладных задач.

Задачи учебной дисциплины:

1. Показать, как используются основные положения функционального анализа при решении прикладных задач, возникающих в различных областях естествознания, в частности, описываемыми интегральными уравнениями.

2. Сформировать понятия нормированного, банахова, гильбертова пространства и линейных отображений этих пространств.

В результате изучения дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения» студент должен обладать следующей **специализированной компетенцией:**

Использовать методы функционального анализа и применять их для решения прикладных задач в различных областях науки, техники, экономики.

В результате изучения дисциплины студент должен

знать:

- основные понятия суммируемости функций по Лебегу;

- основные понятия и методы теории банаховых и гильбертовых пространств;

- основные понятия теории линейных ограниченных операторов;
- теорию разрешимости операторных уравнений 1-го и 2-го рода;

уметь:

- использовать теоретические и практические навыки для исследования на разрешимость операторных уравнений, в частности, интегральных уравнений Фредгольма и Вольтера;

- использовать основные результаты функционального анализа в практической деятельности;

владеть:

- основными методами исследования множеств в банаховых и гильбертовых пространствах;

- основными методами вычисления интеграла Лебега;

- методами доказательств и аналитического исследования на разрешимость операторных уравнений первого и второго рода;

- навыками самообразования и способами использования аппарата функционального анализа для проведения математических и междисциплинарных исследований.

Связи с другими учебными дисциплинами.

Учебная дисциплина «Функциональный анализ и интегральные уравнения» является продолжением учебных дисциплин «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Теория линейных дифференциальных систем». Методы, излагаемые в рамках дисциплины, непосредственно используются при изучении учебных дисциплин «Методы и стандарты оценки защищенности компьютерных систем», «Программно-аппаратные и технические средства защиты информации», «Технологии и безопасность интернета вещей».

Форма получения высшего образования – дневная.

Всего на изучение учебной дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения» отведено 108 часов, в том числе 68 аудиторных часов, из них: лекции – 34 часа, практические занятия – 18 часов, лабораторные занятия – 16 часов, самостоятельная работа – 40 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы. Дисциплина изучается в 6 семестре.

Форма промежуточной аттестации по учебной дисциплине – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Введение. Предмет и основные методы дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения». Исторические сведения о возникновении и развитии этого раздела математики, его место среди других математических наук.

Раздел 1. Нормированные векторные пространства

Тема 1.1. Метрические пространства, нормированные векторные пространства, открытые, замкнутые, выпуклые и ограниченные множества в них. Предельные точки и точки прикосновения множества. Замыкание множества.

Тема 1.2. Сходящиеся последовательности и их свойства. Сходимость в пространствах непрерывных функций и пространстве бесконечных числовых последовательностей.

Тема 1.3. Аппроксимация, построение элемента наилучшей аппроксимации в нормированных конечномерных пространствах.

Тема 1.4. Банаховы пространства и ряды в них. Пополнение нормированных векторных пространств. Пространство суммируемых по Лебегу функций и его полнота.

Тема 1.5. Принцип сжимающих отображений в банаховых пространствах. Применение принципа сжимающих отображений в линейной алгебре, к решению интегральных уравнений Фредгольма и Вольтера второго рода, к дифференциальным уравнениям.

Раздел 2. Гильбертовы пространства и аппроксимация

Тема 2.1. Пространства со скалярным произведением. Гильбертовы пространства. Пространство квадратично суммируемых по Лебегу функций как гильбертово пространство.

Тема 2.2. Элемент наилучшей аппроксимации в гильбертовом пространстве и его связь с проекцией. Ортогональное разложение гильбертова пространства.

Тема 2.3. Ортогональные системы и ряды Фурье. Полные ортонормированные системы. Аппроксимация рядами Фурье и ее применение. Изоморфизм гильбертовых пространств.

Раздел 3. Линейные ограниченные операторы

Тема 3.1. Линейный ограниченный оператор и его норма. Пространство линейных ограниченных операторов и сходимость в нем. Принцип равномерной ограниченности.

Тема 3.2. Обратные операторы, левый и правый обратные операторы, и разрешимость операторного уравнения. Непрерывная обратимость оператора и корректная разрешимость.

Тема 3.3. Линейные операторные уравнения первого и второго рода и их решение. Метод резольвент для решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтера.

Раздел 4. Сопряженное пространство и сопряженные операторы

Тема 4.1. Линейные ограниченные функционалы и их норма. Общий вид линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.

Тема 4.2. Сопряженное пространство. Продолжение линейного ограниченного функционала в сепарабельном пространстве.

Тема 4.3. Сопряженные и самосопряженные операторы в гильбертовых пространствах и их применение.

Тема 4.4. Собственные векторы и собственные значения самосопряженного оператора в гильбертовом пространстве.

Раздел 5. Компактные множества и компактные операторы

Тема 5.1. Компактные и предкомпактные множества в банаховых пространствах. Критерий предкомпактности Хаусдорфа.

Тема 5.2. Теорема Арцела-Асколи предкомпактности в пространстве непрерывных функций. Критерий конечномерности банахова пространства.

Тема 5.3. Непрерывные отображения на компактах.

Тема 5.4. Компактные операторы и их структура. Компактные самосопряженные операторы в гильбертовых пространствах и их собственные векторы.

Тема 5.5. Разрешимость интегральных уравнений Вольтера и Фредгольма с ядром Гильберта-Шмидта.

**Учебно-методическая карта учебной дисциплины
«Функциональный анализ и интегральные уравнения»**

Дневная форма получения высшего образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Литература	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Управляемая самостоятельная работа		
6 семестр		34	18		16			
Раздел I. Нормативные векторные пространства		6	8					
Тема 1.1.	Метрические пространства, нормированные векторные пространства, открытые и замкнутые множества в них. Предельные точки и точки прикосновения множества. Замыкание множества.	2	2			[1, 2, 3, 6, 8, 10, 11]	Устный опрос, Проверка заданий	
Тема 1.2.	Сходящиеся последовательности и их свойства. Сходимость в пространствах непрерывных функций и пространстве бесконечных числовых последовательностей.	2	2			[1, 2, 3, 6, 8, 10, 11]	Устный опрос Индивидуальное домашнее задание	
Тема 1.3. Тема 1.4	Аппроксимация, построение элемента наилучшей аппроксимации в нормированных конечномерных пространствах. Банаховы пространства и ряды в них. Дополнение нормированных векторных пространств. Пространство суммируемых по Лебегу функций и его полнота.	2	2			[1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 11]	Отчет по индивидуальному заданию	
Тема 1.5.	Принцип сжимающих отображений в банаховых пространствах. Применение принципа сжимающих отображений в линейной алгебре, к решению интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра второго рода, к дифференциальным уравнениям.		2			[1, 3, 4, 5, 7]	Коллоквиум*	
Раздел II. Гильбертовы пространства и аппроксимация		6	2	4				
Тема 2.1.	Пространства со скалярным произведением. Гильбертовы пространства. Пространство квадратично суммируемых по Лебегу функций как гильбертово пространство.	2	2			[1, 2, 4, 5, 6]	Устный опрос, Проверка заданий	
Тема 2.2.	Элемент наилучшей аппроксимации в гильбертовом пространстве и его связь с проекцией. Ортогональное разложение гильбертова пространства	2		2		[2, 4, 5, 6]	Устный опрос, Проверка заданий	
Тема 2.3.	Ортогональные системы и ряды Фурье. Полные ортонормированные системы. Аппроксимация рядами Фурье и ее применение. Изоморфизм гильбертовых пространств	2		2		[2, 4, 5, 6]	Коллоквиум*	

Раздел III. Линейные ограниченные операторы										
Тема 3.1.	Линейный ограниченный оператор и его норма. Пространство линейных ограниченных операторов и сходимость в нем. Принцип равномерной ограниченности.	4	4	2						Устный опрос, Проверка заданий
Тема 3.2.	Обратные операторы, левый и правый обратные операторы и разрешимость операторного уравнения. Непрерывная обратимость оператора и корректная разрешимость.	2		2						Устный опрос, Индивидуальное задание
Тема 3.3.	Линейные операторные уравнения первого и второго рода и их решение. Метод резольвент для решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтера.			2						Отчет по индивидуальному заданию
Раздел IV. Сопряженное пространство и сопряженные операторы				8	4					
Тема 4.1.	Линейные ограниченные функционалы и их норма. Общий вид линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.	2	2							Устный опрос, Индивидуальное домашнее задание
Тема 4.2.	Сопряженное пространство. Продолжение линейного ограниченного функционала в сепарабельном пространстве.	2	2							Устный опрос, Проверка заданий
Тема 4.3.	Сопряженные и самосопряженные операторы в гильбертовых пространствах и их применение. Операторы ортогонального проектирования.	2								Отчет по индивидуальному заданию
Тема 4.4.	Собственные векторы и собственные значения самосопряженного оператора в гильбертовом пространстве.	2								Мини контрольная работа*
Раздел V. Компактные множества и компактные операторы.				10						
Тема 5.1.	Компактные и предкомпактные множества в банаховых пространства. Критерий предкомпактности Хаусдорфа. Теорема Арцела-Асколи предкомпактности в пространстве непрерывных функций. Критерий конечности пространства	2								Индивидуальное домашнее задание
Тема 5.2.	Теорема Арцела-Асколи предкомпактности в пространстве непрерывных функций. Критерий конечности пространства	2								Устный опрос, Проверка заданий
Тема 5.3.	Непрерывные отображения на компактах.	2								Проверка заданий
Тема 5.4.	Компактные операторы и их структура. Компактные самосопряженные операторы в гильбертовых пространствах и их собственные векторы.	2								Отчет по индивидуальному заданию
Тема 5.5.	Разрешимость интегральных уравнений Вольтера и Фредгольма с ядром Гильберта-Шмидта.	2								Контрольная работа*

*- мероприятия текущего контроля

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Кириллов, К. А. Функциональный анализ [Электронный ресурс] : учебное пособие / К. А. Кириллов, С. В. Кириллова, А. А. Кытманов ; Сибирский федеральный университет. – Красноярск : Сибирский федеральный университет (СФУ), 2022. – 86 с. – Режим доступа: по подписке: URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=705346> (дата обращения: 11.11.2023).

2. Кутузов, А. С. Введение в функциональный анализ [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. С. Кутузов. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2020. – 482 с. – Режим доступа: по подписке: URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=571413> (дата обращения: 11.11.2023).

3. Бакушинский, А. Б. Функциональный анализ [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. Б. Бакушинский, А. Б. Плаченков, Ю. И. Худак. — Москва : РТУ МИРЭА, 2022 — Часть 2 — 2022. — 228 с. // Лань : электронно-библиотечная система. — Режим доступа: по подписке: URL: <https://e.lanbook.com/book/256709> (дата обращения: 11.11.2023).

4. Берёзкина, Н.С. Дифференциальные и интегральные уравнения. Тесты : учебное пособие : в двух частях. Часть 1 / Н. С. Берёзкина, А. А. Гринь, В. С. Немец. - Минск : РИВШ, 2021. - 307 с. - Допущено Министерством образования Республики Беларусь в качестве учебного пособия для студентов учреждений высшего образования по математическим и физическим специальностям.

5. Берёзкина, Н.С. Дифференциальные и интегральные уравнения. Тесты : учебное пособие : в двух частях. Часть 2 / Н. С. Берёзкина, А. А. Гринь, В. С. Немец. - Минск : РИВШ, 2021. - 322 с. - Допущено Министерством образования Республики Беларусь в качестве учебного пособия для студентов учреждений высшего образования по математическим и физическим специальностям.

Дополнительная:

6. Березанский, Ю.М. Функциональный анализ : Учеб. пособие / Ю. М. Березанский, Г. Ф. Ус, З. Г. Шефтель. - Киев : Выща школа, 1990. - 600с.

7. Золотарев, М. Л. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве [Электронный ресурс] : учебное пособие / М. Л. Золотарев, И. А. Федоров; Министерство образования и науки Российской Федерации; Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Кемеровский государственный университет». - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2014. - 116 с. // Университетская библиотека онлайн. — Режим доступа: по подписке.

Влад Тужкова Е. В.

– URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=278960>

8. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс] / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. - 7-е изд. - Москва : Физматлит, 2012. - 573 с. // Университетская библиотека онлайн.- Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563>

9. Лебедев, В. И. Функциональный анализ и вычислительная математика [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. И. Лебедев ; В.И. Лебедев. - 4-е изд., перераб. и доп. - Москва : Физматлит, 2005. - 294 с.

10. Треногин, В. А. Функциональный анализ [Электронный ресурс] : учебник / В. А. Треногин - 3-е изд., испр. - Москва : Физматлит, 2002. - 488 с. -// Университетская библиотека онлайн. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82613> (

11. Треногин, В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Физматлит, 2005. - 240 с. // Университетская библиотека онлайн. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82612>

12. Усс А.Т. Лабораторный практикум по функциональному анализу и интегральным уравнениям. Мера и интеграл : Учеб. пособие / А. Т. Усс. - Брест : БрГУ, 2003. - 220с.

13. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс] : учебник / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. – 7-е изд. – Москва : Физматлит, 2012. – 573 с. – (Классический университетский учебник). – Режим доступа: по подписке:

URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563> (дата обращения: 11.11.2023).

14. Треногин, В.А. Функциональный анализ : Учеб.пос.для вузов / В. А. Треногин. - М. : Наука, 1980. - 495с. : ил.

15. Эдвардс, Р. Функциональный анализ : Теория и приложения / Р. Эдвардс ; Пер.с англ.Бермана Г.Х. и Раскиной И.Б. Под ред.Лина В.Я. - М. : Мир, 1969. - 1072с.

ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Цель самостоятельной работы студентов – содействие усвоению в полном объеме содержания учебной дисциплины и формирование самостоятельности как личностной черты и важного профессионального качества, сущность которых состоит в умении систематизации, планирования и контроля собственной деятельности. Задача самостоятельной работы студентов – усвоение определенных стандартом знаний, умений и навыков по учебной дисциплине, закрепление и систематизация полученных знаний, их применение при выполнении практических заданий и творческих работ, а также выявление пробелов в системе знаний по учебной дисциплине.

При изучении дисциплины используются следующие формы самостоятельной работы:

- самостоятельное выполнение индивидуальных домашних заданий с консультациями преподавателя.
- работа студента с учебной, справочной, аналитической и другой литературой и материалами;
- подготовка студента к сдаче промежуточной аттестации.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения» используются современные информационные ресурсы, размещенные на образовательном портале: комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно- программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, методические указания к практическим занятиям, материалы текущего контроля и промежуточной аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к экзамену, задания, тесты, вопросы для самоконтроля, список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

Методы планирования и организации самостоятельной работы студентов

- анализ учебной программы по учебной дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения» с целью выделения тематических блоков для самостоятельной работы студентов;
- проработка баланса времени, необходимого для самостоятельной работы студентов с выделенными тематическими блоками;
- структурирование тематических заданий, ориентированных на формирование и развитие компетенций студентов в контексте самостоятельной работы.

Содержание самостоятельной работы студентов Дневная форма получения высшего образования

Вид самостоятельной работы	Тематическое содержание и используемые источники	Количество часов 6 семестр
Углубленное изучение теоретического материала, подготовка к практическим и лабораторным занятиям	Тема 1.2. Сходящиеся последовательности и их свойства. Сходимость в пространствах непрерывных функций и пространстве бесконечных числовых последовательностей. Основная литература: [1, 2, 3]. Дополнительная литература: [6, 8, 10, 11].	2
	Тема 1.3. Аппроксимация, построение элемента наилучшей аппроксимации в нормированных конечномерных пространствах. Основная литература: [1, 2, 3]. Дополнительная литература: [6, 8, 9, 11].	2
	Тема 1.5. Принцип сжимающих отображений в банаховых пространствах. Применение принципа сжимающих отображений в линейной алгебре, к решению интегральных уравнений Фредгольма и Вольтера второго рода, к дифференциальным уравнениям. Основная литература: [1, 2, 4, 5]. Дополнительная литература: [6, 8, 9, 11].	2
	Тема 2.2. Элемент наилучшей аппроксимации в гильбертовом пространстве и его связь с проекцией. Ортогональное разложение гильбертова пространства Основная литература: [1, 2, 4, 5]. Дополнительная литература: [6, 8, 9, 11].	2
	Тема 2.3. Ортогональные системы и ряды Фурье. Полные ортонормированные системы. Аппроксимация рядами Фурье и ее применение. Изоморфизм гильбертовых пространств Основная литература: [1, 3, 4, 5, 7]. Дополнительная литература: [6, 8, 9, 11, 12].	2
	Тема 3.2. Обратные операторы, левый и правый обратные операторы и разрешимость операторного уравнения. Непрерывная обратимость оператора и корректная разрешимость. Основная литература: [1, 3, 4, 5]. Дополнительная литература: [6, 8, 9, 11].	2
	Тема 3.3. Линейные операторные уравнения первого и второго рода и их решение. Метод резольвент для решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтера. Основная литература: [1, 3, 4, 5]. Дополнительная литература: [6, 8, 9, 11].	2
	Тема 4.1. Линейные ограниченные функционалы и их норма. Общий вид линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве. Основная литература: [1, 2, 3]. Дополнительная литература: [6, 8, 9, 11].	2
	Тема 4.3. Сопряженные и самосопряженные операторы в гильбертовых пространствах и их применение. Операторы ортогонального проектирования. Основная литература: [1, 2, 3]. Дополнительная литература: [6, 8, 9, 11].	2
	Тема 5.1. Компактные и предкомпактные множества в банаховых пространствах. Критерий предкомпактности Хаусдорфа. Основная литература: [1, 2, 3]. Дополнительная литература: [6, 8, 9, 11].	2
	Тема 5.2. Теорема Арцела-Асколи предкомпактности в пространстве непрерывных функций. Критерий конечномерности пространства. Основная литература: [1, 2, 3]. Дополнительная литература: [6, 8, 9, 11].	2
	Тема 5.3. Непрерывные отображения на компактах. Основная литература: [1, 2, 3]. Дополнительная литература: [6, 8, 9, 11].	2
	Тема 5.4. Компактные операторы и их структура. Компактные самосопряженные операторы в гильбертовых пространствах и их собственные векторы. Основная литература: [1, 2, 3]. Дополнительная литература: [6, 8, 9, 11].	2
	Тема 5.5. Разрешимость интегральных уравнений Вольтера и Фредгольма с ядром Гильберта-Шмидта.	2

	Основная литература: [1, 2, 3]. Дополнительная литература: [6, 8, 9, 11].	
Подготовка к экзамену		12
ИТОГО:		40

ХАРАКТЕРИСТИКА ИННОВАЦИОННЫХ ПОДХОДОВ К ПРЕПОДАВАНИЮ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

При организации образовательного процесса используется *практико-ориентированный подход*, который предполагает:

- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использование процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКЗАМЕНА

1. Метрические пространства. Способы задания расстояния. Прикладные задачи и способы задания метрики.
2. Векторные пространства. Примеры. Базис и размерность.
3. Нормированные векторные пространства. Примеры. Свойства нормы. Эквивалентные нормы. Теорема об эквивалентных нормах в конечномерных пространствах.
4. Неравенства Гельдера, Юнга, Минковского. Пространство $C[a, b]$, ℓ_p .
5. Открытые, замкнутые, ограниченные и выпуклые множества в нормированных векторных пространствах и их свойства. Примеры.
6. Внутренние, внешние, граничные и предельные точки. Примеры. Теорема о замкнутом множестве. Всюду плотные и нигде не плотные множества.
7. Предел последовательности в нормированном пространстве. Свойства предела. Теорема о точке прикосновения.
8. Аппроксимация в нормированных пространствах. Теоремы о существовании и единственности элемента наилучшей аппроксимации.
9. Банаховы пространства. Примеры. Принцип вложенных шаров.
10. Ряды в банаховых пространствах. Критерий полноты пространства.
11. Пополнение нормированных векторных пространств.
12. Пространство квадратично суммируемых по Лебегу функций $L_2[a, b]$.
13. Отображения в нормированных пространствах. Теорема о непрерывном отображении, непрерывность композиции отображений.
14. Сжимающие отображения. Теоремы о неподвижной точке сжимающего отображения. Локальный принцип сжимающих отображений.
15. Применение принципа сжимающих отображений в линейной алгебре.
16. Применение принципа сжимающих отображений к интегральным уравнениям второго рода.
17. Предгильбертовы пространства. Свойства скалярного произведения. Примеры.
18. Гильбертовы пространства. Примеры. Теорема об элементе наилучшей аппроксимации.
19. Проекция в гильбертовом пространстве. Теорема о проекции.
20. Ортогональное дополнение. Ортогональное разложение гильбертова пространства в прямую сумму. Теорема о всюду плотном множестве.
21. Ортогональные системы и ряды Фурье в гильбертовых пространствах. Теорема о разложении в ряд Фурье. Экстремальное свойство отрезка ряда Фурье. Аппроксимация рядами Фурье.
22. Полные ортонормированные системы в гильбертовом пространстве и их существование. Примеры полных ортонормированных систем в конкретных пространствах. Изоморфизм гильбертовых пространств.
23. Линейные ограниченные операторы. Ограниченность и непрерывность. Примеры линейных ограниченных операторов. Ограниченность интегрального оператора в пространствах $C[a, b]$, $L_p[a, b]$, $p \geq 1$.
24. Пространство линейных ограниченных операторов и его полнота.

Равномерная сходимостъ. Примеры.

25. Сильная сходимостъ в пространстве $B(X, Y)$. Принцип равномерной ограниченности.

26. Теорема Банаха-Штейнгауза и ее применение.

27. Обратные операторы. Непрерывная обратимостъ оператора и ее критерий. Левый и правый обратные операторы, и разрешимостъ уравнения $Ax=y$. Теорема Банаха об обратном операторе.

28. Непрерывная обратимостъ оператора $I-A$. Применение теории обратных операторов к интегральным уравнениям второго рода. Метод резольвент.

29. Сопряженное пространство. Теорема Рисса об общем виде линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.

30. Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного ограниченного функционала. Следствия из теоремы Хана-Банаха.

31. Сопряженный оператор и его норма. Свойства операции сопряжения.

32. Применение сопряженного оператора. Теорема о замыкании множества значений линейного ограниченного оператора.

33. Самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве, их свойства.

34. Норма самосопряженного оператора в гильбертовом пространстве.

35. Собственные векторы и собственные значения самосопряженного оператора в гильбертовом пространстве.

36. Операторы ортогонального проектирования и их свойства.

37. Компактные множества в банаховых пространствах. Критерий компактности Хаусдорфа.

38. Предкомпактные множества в банаховых пространствах. Теорема Арцела-Асколи.

39. Лемма о почти перпендикуляре. Критерий конечномерности нормированного пространства.

40. Пространство компактных операторов. Примеры.

41. Разрешимостъ уравнений второго рода с компактным оператором.

КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ

Средства диагностики результатов учебной деятельности:

- устный опрос;
- проверка выполненных заданий;
- отчёт по индивидуальному заданию;
- коллоквиум;
- контрольная работа.

Диагностика качества усвоения знаний проводится в форме текущего контроля и промежуточной аттестации.

Мероприятия текущего контроля проводятся в течение семестра и включают в себя следующие формы контроля: выполнение индивидуальных заданий, контрольные работы и коллоквиум.

Основным средством диагностики усвоения знаний является проверка индивидуальных заданий, выполняемых на практических занятиях. Выполнение заданий является обязательным для всех студентов.

Для диагностики могут использоваться собеседование по теме занятия, оценка выполнения индивидуального практического задания, оценка результатов коллоквиума.

Отметка за практическое занятие включает:

- ответ (полнота ответа) – 30 %
- выполнение индивидуального практического задания – 70 %

Коллоквиумы используются для обобщения и систематизации учебного материала. В коллоквиум включаются теоретический вопрос и решение практической задачи. При оценивании коллоквиума внимание обращается на:

- содержание и последовательность изложения теоретического вопроса – 30%;
- соответствие и полноту раскрытия вопроса – 30 % ;
- грамотный научный подход к решению практической задачи – 40%.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад в текущий контроль знаний:

- ответы на практических занятиях – 40%;
- результаты коллоквиума – 20 %.
- результаты контрольной работы – 40 %.

Для обучающего, пропустившего мероприятие текущего контроля по уважительной причине, кафедрой устанавливаются дополнительные сроки.

Обучающемуся, пропустившему мероприятие текущего контроля без уважительной причины, выставляется 1 (один) балл за данное мероприятие.

Результат текущего контроля может быть повышен:

- за участие обучающего в научно-практических мероприятиях, учебно-исследовательской, научно-исследовательской работе студентов (конференциях, семинарах, олимпиадах, конкурсах, научных кружках и т.п.) по профилю учебной дисциплины (модуля) и может быть повышен до 10 баллов при достижении значимых результатов в этой работе;

- обучающийся в целях повышения отметки по любому мероприятию текущего контроля может воспользоваться правом на дополнительные образовательные услуги (платные консультации, платные дополнительные занятия). Количество и сроки пересдач с целью повышения отметки определяет кафедра.

Форма промежуточной аттестации - экзамен.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе результата текущего контроля и экзаменационной отметки с учетом их весовых коэффициентов. Весовой коэффициент текущего контроля =0.5.

$$ИЭ = 0.5Т + 0.5О,$$

где ИЭ – итоговая экзаменационная отметка

Т – результат текущего контроля за семестр

О – отметка за ответ по билету на экзамене

Положительной является отметка не ниже 4 баллов.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ С ДРУГИМИ УЧЕБНЫМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшую учебную программу
Методы и стандарты оценки защищенности компьютерных систем	Математики и компьютерной безопасности	Предложения нет <i>И. Бураченко</i>	
Программно-аппаратные и технические средства защиты информации	Математики и компьютерной безопасности	Предложения нет <i>И. Бураченко</i>	
Технологии и безопасность интернета вещей	Математики и компьютерной безопасности	Предложения нет <i>И. Бураченко</i>	

Заведующий кафедрой математики
и компьютерной безопасности,
к.т.н., доцент

И. Бураченко

И.Б. Бураченко