

Учреждение образования
«Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»

УТВЕРЖДАЮ

Ректор учреждения образования
«Полоцкий государственный университет
имени Евфросинии Полоцкой»

_____ Ю.Я.Романовский

« 27 » _____ 2025 г.

Регистрационный № УД- 462/25/уч.

**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

Учебная программа учреждения образования
по учебной дисциплине для специальности
6-05-1036-02 «Экономическая безопасность»
с профилизацией «Экономическая безопасность предприятия»

2025 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта по специальности высшего образования ОСВО 6-05-1036-02-2023 и учебного плана по специальности 6-05-1036-02 «Экономическая безопасность» с профилизацией «Экономическая безопасность предприятия». Регистрационный № 19-24/уч.ФЭФ от 26.04.2024

СОСТАВИТЕЛЬ:

Светлана Юрьевна Башун, старший преподаватель кафедры математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Караулова Татьяна Борисовна, заведующий кафедрой математики учреждения образования «Витебский государственный университет им. П.М.Машерова», кандидат физ.-мат. наук, доцент;

Вабищевич Сергей Ананьевич, доцент кафедры физики учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой», кандидат физ.-мат. наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой» (протокол № 6 от 27 мая 2025 г.);

Научно-методическим советом учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой» (протокол № 7 от 27.06.2025 г.)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа по учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» для специальности 6-05-1036-02 «Экономическая безопасность» с профилизацией «Экономическая безопасность предприятия» составлена в соответствии с учебным планом и включена в модуль «Вероятность и статистика».

Подготовка современного специалиста требует уверенного владения возможностями, предоставляемыми основными методами формализованного описания и анализа случайных явлений, обработки и анализа результатов физических и численных экспериментов, что невозможно без изучения основных положений теории вероятностей и математической статистики.

Изучение данной учебной дисциплины способствует созданию условий для формирования интеллектуально развитой личности студента, которой присущи стремление к профессиональному совершенствованию, активному участию в экономической и социально-культурной жизни страны, гражданская ответственность и патриотизм.

Учебная дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» знакомит студентов с основными методами построения и анализа математических моделей случайных явлений.

Целью учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» является освоение основ теории вероятностей, необходимых для решения прикладных задач; изложение основных сведений о построении и анализе математических моделей, учитывающих случайные факторы; развитие логического и алгоритмического мышления; а также приобретение навыков самостоятельного изучения литературы по данной учебной дисциплине и ее приложениям.

Достижение поставленных целей предполагает решение следующих **задач**:

- освоение фундаментальных понятий теории вероятностей и математической статистики;
- овладение основными методами постановки и решения задач математической статистики;
- приобретение знаний, необходимых для составления и анализа математических моделей несложных задач прикладного характера, связанных со случайными явлениями;
- освоение навыков вычисления вероятностей простых и сложных событий, а также применения методов оценки неизвестных параметров на основе экспериментальных данных;
- изучение принципов аппроксимации статистических связей между величинами или факторами;
- овладение методами проверки гипотез и правилам принятия решений.

В результате изучения учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» формируется базовая профессиональная компетенция:

– применять математический инструментарий, вероятностные и статистические методы, экономико-математические модели для решения профессиональных задач.

В рамках образовательного процесса по данной учебной дисциплине студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развить свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

В результате изучения учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» студент должен

знать:

- основные положения, формулы и теоремы теории вероятностей для случайных событий;
- определения и свойства случайных величин и их функций распределений;
- определения и свойства математического ожидания, дисперсии;
- определения и свойства условного математического ожидания;
- определение и свойства характеристической функции;
- основные предельные теоремы;
- понятия, используемые в статистическом оценивании параметров;
- методы построения точечных и интервальных статистических оценок;
- методы статистической проверки гипотез;
- методы оценивания коэффициентов полиномиальной регрессии;
- основные понятия теории случайных процессов и их основные характеристики;
- спектральные и корреляционные представления случайных процессов;

уметь:

- вычислять вероятности сложных событий;
- находить функции распределения случайных величин и плотности вероятностей случайных величин;
- определять характеристические функции;
- находить числовые характеристики случайных величин;
- исследовать сходимость последовательностей случайных величин;
- применять предельные теоремы;
- строить точечные и интервальные статистические оценки неизвестных параметров, исследовать их свойства;
- осуществлять статистическую проверку гипотез;
- строить уравнения регрессии;
- определять спектральные плотности и корреляционные функции случайных процессов;
- определять числовые характеристики случайных процессов;
- строить математические модели для типичных случайных явлений;

владеть:

- методами нахождения вероятностных характеристик распределений, методами нахождения предельных распределений последовательностей случайных величин;
- методами статистического оценивания параметров;
- методами построения математических моделей случайных процессов;
- современными программными средствами статистической обработки данных.

Основой для изучения учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» являются «Информатика» (в объеме уровня общего среднего образования), «Высшая математика», «Информационные технологии».

В свою очередь, теоретические знания и практические навыки, полученные в результате изучения учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика», могут применяться при чтении учебных дисциплин «Экономическая информатика», «Статистика», «Системный анализ и оценка факторов экономической безопасности», «Исследование операций и теория игр», «Эконометрика и прогнозирование» и при курсовом и дипломном проектировании.

Учебная программа определяет основное содержание разделов и тем учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика», которые подлежат изучению. Последовательность их изложения и распределение в семестре разработаны на кафедре математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой» исходя из задач своевременного математического обеспечения общенаучных, экономических и специальных дисциплин, сохранения логической последовательности и завершенности самих математических разделов.

Форма получения образования – дневная.

В соответствии с учебным планом по специальности 6-05-1036-02 «Экономическая безопасность» с профилизацией «Экономическая безопасность предприятия» на изучение учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» отводится:

всего учебных часов – 216 (6 з.е.), из них количество аудиторных часов – 102, в том числе лекции – 50 часов, практические занятия – 52 часа.

Самостоятельная работа студента – 114 часов.

Учебная дисциплина изучается в 3 семестре.

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел I. Теория вероятностей

Тема 1.1. Основные понятия теории вероятностей

Введение. Основные понятия теории вероятностей. Случайные события: их классификация, операции над событиями. Основные комбинаторные формулы. Аксиомы теории вероятностей. Классическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности. Зависимые и независимые случайные события. Теоремы сложения вероятностей. Теоремы умножения вероятностей.

Тема 1.2. Формулы полной вероятности и Байеса. Теоремы в схеме испытаний Бернулли

Формула полной вероятности. Формула Байеса. Теорема о повторении опытов. Теорема Пуассона. Теоремы Муавра-Лапласа.

Тема 1.3. Случайные величины

Определение и классификация одномерных случайных величин. Функция распределения случайной величины. Ряд распределения вероятностей. Плотность распределения случайной величины. Многомерные случайные величины. Функциональные преобразования случайных величин. Формула преобразования плотностей.

Тема 1.4. Числовые характеристики скалярных случайных величин

Математическое ожидание случайных величин, дисперсия, среднее квадратическое отклонение и их свойства. Начальные и центральные моменты. Мода, медиана, квантиль.

Тема 1.5. Основные законы распределения случайных величин

Биномиальный, пуассоновский, геометрический, гипергеометрический законы распределения дискретных случайных величин. Экспоненциальный, равномерный, нормальный законы распределения.

Тема 1.6. Функции одного случайного аргумента

Закон распределения монотонных и немонотонных функций случайного аргумента. Числовые характеристики функций случайного аргумента. Характеристическая функция.

Тема 1.7. Двумерные случайные величины, их числовые характеристики

Двумерные случайные величины. Функция распределения, матрица вероятностей и плотность распределения двумерных случайных величин. Условные законы распределения. Зависимые и независимые случайные величины. Начальные и центральные моменты. Корреляционный момент, коэффициент корреляции и их свойства. Условные числовые характеристики, регрессия.

Тема 1.8. Многомерные случайные величины. Числовые характеристики функции многих переменных

Нормальный закон распределения на плоскости. Закон распределения функции двух случайных величин. Многомерные случайные величины. Закон распре-

деления и числовые характеристики. Теоремы о математическом ожидании и дисперсии суммы и о произведении случайных величин.

Тема 1.9. Предельные теоремы

Закон больших чисел. Критерий и достаточные условия выполнимости закона больших чисел. Усиленный закон больших чисел. Неравенство Гаека-Реньи. Неравенство и теоремы Чебышева. Теорема Бернулли. Теоремы Колмогорова об условиях выполнимости закона больших чисел. Центральная предельная теорема и ее следствия.

Раздел II. Математическая статистика

Тема 2.1. Основные понятия математической статистики

Генеральная и выборочная совокупности. Выборки и выборочные характеристики. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения. Интервальный статистический ряд. Гистограмма. Основные понятия теории точечного оценивания. Неравенства информации Крамера-Рао. Эффективные оценки. Достаточные статистики.

Тема 2.2. Точечные и интервальные оценки

Точечные оценки числовых характеристик случайных величин. Метод моментов и метод максимального правдоподобия оценки параметров распределения. Метод наименьших квадратов. Свойства оценок метода наименьших квадратов в линейном случае. Байесовский метод. Доверительные интервалы для вероятности, математического ожидания и дисперсии. Методы построения интервальных оценок.

Тема 2.3. Проверка статистических гипотез

Основные понятия теории статистической проверки гипотез. Лемма Неймана-Пирсона. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения. Дисперсионный анализ. Последовательный анализ Вальда. Критерии согласия.

Тема 2.4. Статистический анализ двумерных случайных величин. Регрессионный анализ

Точечные и интервальные оценки числовых характеристик двумерных случайных величин. Статистические критерии двумерных случайных величин. Проверка гипотезы об отсутствии корреляционной зависимости. Оценка регрессионных характеристик. Метод наименьших квадратов.

Раздел III. Случайные процессы

Тема 3.1. Основные понятия теории случайных процессов

Способы задания случайных процессов. Эквивалентные, тождественные и сепарабельные случайные процессы. Классификация случайных процессов. Непрерывность траекторий случайного процесса.

Тема 3.2. Процессы с независимыми приращениями

Вид характеристической функции процесса с независимыми приращениями. Винеровский процесс и его свойства. Пуассоновский процесс и его свойства.

Тема 3.3. Цепи Маркова

Основные понятия теории цепей Маркова. Уравнение Колмогорова-Чепмена для переходных вероятностей. Дифференциальные уравнения Колмогорова для цепей Маркова с непрерывным временем. Стационарные вероятности для цепей Маркова. Ветвящиеся процессы с непрерывным временем. Дифференциальное уравнение для производящей функции числа частиц. Эффекты вырождений и взрыва.

Тема 3.4. Статистические выводы о случайных процессах

Параметрический и непараметрический анализ временных рядов. Статистический анализ цепей Маркова.

Тема 3.5. Процессы с конечными моментами второго порядка

Ковариационная функция случайного процесса и ее свойства. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость в среднем квадратичном. Определение и основные свойства стохастических интегралов Ито. Стохастические дифференциальные уравнения, метод последовательных приближений. Методы решения стохастических дифференциальных уравнений.

Тема 3.6. Стационарные в широком смысле случайные процессы

Спектральное представление случайного процесса и его ковариационной функции. Спектральное представление вещественного случайного процесса. Линейные преобразования случайных процессов. Фильтрация случайных процессов. Прогнозирование случайных процессов. Интерполяция случайных процессов. Понятие об устойчивом случайном процессе.

**Учебно-методическая карта учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»
Дневная форма получения высшего образования**

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	управляемая самостоятельная работа студента		
Раздел I. Теория вероятностей								
Тема 1.1.	Основные понятия теории вероятностей							
	Введение. Основные понятия теории вероятностей. Случайные события: их классификация, операции над событиями. Основные комбинаторные формулы.	2	2				[1 – 3, 5 – 9, 11, 12, 14 – 20]	
	Аксиомы теории вероятностей. Классическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности.	2	2				[1 – 3, 5 – 9, 11, 12, 14 – 20]	
	Теоремы сложения вероятностей. Зависимые и независимые случайные события. Теоремы умножения вероятностей.	2	2				[1 – 3, 5 – 9, 11, 12, 14 – 20]	УО
Тема 1.2.	Формулы полной вероятности и Байеса. Теоремы в схеме испытаний Бернулли							
	Формула полной вероятности. Формула Байеса.	2	2				[1 – 3, 5 – 9, 11, 12, 14 – 20]	
	Теорема о повторении опытов. Теорема Пуассона. Теоремы Муавра-Лапласа.		2				[1 – 3, 5 – 9, 11, 12, 14 – 20]	КР № 1*
Тема 1.3.	Случайные величины							
	Определение и классификация одномерных случайных величин. Функция распределения случайной величины. Ряд распределения вероятностей. Плотность распределения случайной величины. Многомерные случайные величины. Функциональные преобразования случайных величин. Формула	2	2				[1 – 3, 5 – 9, 11, 12, 14 – 20]	УО

	преобразования плотностей.							
Тема 1.4.	Числовые характеристики скалярных случайных величин							
	Математическое ожидание случайных величин, дисперсия, среднее квадратическое отклонение и их свойства. Начальные и центральные моменты. Мо-да, медиана, квантиль.	2	2				[1 – 3, 5 – 9, 11, 12, 14 – 20]	УО
Тема 1.5.	Основные законы распределения случайных величин							
	Биномиальный, пуассоновский, геометрический, гипергеометрический законы распределения дискретных случайных величин.	2	2				[1 – 3, 5 – 9, 11, 12, 14 – 20]	
	Экспоненциальный, равномерный, нормальный законы распределения.	2	2				[1 – 3, 5 – 9, 11, 12, 14 – 20]	КР № 2*
Тема 1.6.	Функция одного случайного аргумента							
	Закон распределения монотонных и немонотонных функций случайного аргумента. Числовые характеристики функций случайного аргумента. Характеристическая функция.	2	2				[1 – 3, 5 – 9, 11, 12, 14 – 20]	УО
Тема 1.7.	Двумерные случайные величины, их числовые характеристики							
	Двумерные случайные величины. Функция распределения, матрица вероятностей и плотность распределения двумерных случайных величин. Условные законы распределения. Зависимые и независимые случайные величины.	2	2				[1 – 3, 5 – 9, 11, 12, 14 – 20]	
	Начальные и центральные моменты. Корреляционный момент, коэффициент корреляции и их свойства. Условные числовые характеристики, регрессия.	2	2				[1 – 3, 5 – 9, 11, 12, 14 – 20]	УО
Тема 1.8.	Многомерные случайные величины. Числовые характеристики функции многих переменных							
	Нормальный закон распределения на плоскости. Закон распределения функции двух случайных величин. Многомерные случайные величины. Закон распределения и числовые характеристики. Теоремы о математическом ожидании и дисперсии суммы и о произведении случайных величин.	2	2				[1 – 3, 5 – 9, 11, 12, 14 – 20]	УО
Тема 1.9.	Предельные теоремы							
	Закон больших чисел. Критерий и достаточные ус-	2	2				[1 – 3, 5 – 9, 11, 12, 14 – 20]	УО

	ловия выполнимости закона больших чисел. Усиленный закон больших чисел. Неравенство Гаека-Реньи. Неравенство и теоремы Чебышева.						12, 14 – 20]	
	Теорема Бернулли. Теоремы Колмогорова об условиях выполнимости закона больших чисел. Центральная предельная теорема и ее следствия.	2	2				[1 – 3, 5 – 9, 11, 12, 14 – 20]	
Раздел II. Математическая статистика								
Тема 2.1.	Основные понятия математической статистики							
	Генеральная и выборочная совокупности. Выборки и выборочные характеристики. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения. Интервальный статистический ряд. Гистограмма. Основные понятия теории точечного оценивания. Неравенства информации Крамера-Рао. Эффективные оценки. Достаточные статистики.	2	2				[1 – 6, 9, 11 – 13, 15 – 19]	УО
Тема 2.2.	Точечные и интервальные оценки							
	Точечные оценки числовых характеристик случайных величин. Метод моментов и метод максимального правдоподобия оценки параметров распределения. Метод наименьших квадратов. Свойства оценок метода наименьших квадратов в линейном случае. Байесовский метод. Доверительные интервалы для вероятности, математического ожидания и дисперсии. Методы построения интервальных оценок.	2	2				[1 – 6, 9, 11 – 13, 15 – 19]	АРАР №1
Тема 2.3.	Проверка статистических гипотез							
	Основные понятия теории статистической проверки гипотез. Лемма Неймана-Пирсона. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения. Дисперсионный анализ. Последовательный анализ Вальда. Критерии согласия.	2	2				[1 – 6, 9, 11 – 13, 15 – 19]	УО
Тема 2.4.	Статистический анализ двумерных случайных величин. Регрессионный анализ							
	Точечные и интервальные оценки числовых характеристик двумерных случайных величин. Статистические критерии двумерных случайных величин. Проверка гипотезы об отсутствии корреляци-	2	2				[1 – 6, 9, 11 – 13, 15 – 19]	АРАР №2

	онной зависимости. Оценка регрессионных характеристик. Метод наименьших квадратов.							
Раздел III. Случайные процессы								
Тема 3.1.	Основные понятия теории случайных процессов.							
	Способы задания случайных процессов. Эквивалентные, тождественные и сепарабельные случайные процессы. Классификация случайных процессов. Непрерывность траекторий случайного процесса.	2	2				[5, 9 – 11]	УО
Тема 3.2.	Процессы с независимыми приращениями.							
	Вид характеристической функции процесса с независимыми приращениями. Винеровский процесс и его свойства. Пуассоновский процесс и его свойства.	2	2				[5, 9 – 11]	УО
Тема 3.3.	Цепи Маркова							
	Основные понятия теории цепей Маркова. Уравнение Колмогорова-Чепмена для переходных вероятностей. Дифференциальные уравнения Колмогорова для цепей Маркова с непрерывным временем. Стационарные вероятности для цепей Маркова. Ветвящиеся процессы с непрерывным временем. Дифференциальное уравнение для производящей функции числа частиц. Эффекты вырождений и взрыва.	2	2				[5, 9 – 11]	УО
Тема 3.4.	Статистические выводы о случайных процессах							
	Параметрический и непараметрический анализ временных рядов. Статистический анализ цепей Маркова.	2	2				[5, 9 – 11]	УО
Тема 3.5.	Процессы с конечными моментами второго порядка							
	Ковариационная функция случайного процесса и ее свойства. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость в среднем квадратичном. Определение и основные свойства стохастических интегралов Ито.	2	2				[5, 9 – 11]	УО
	Стохастические дифференциальные уравнения, ме-	2	2					

	тод последовательных приближений. Методы решения стохастических дифференциальных уравнений.							
Тема 3.6.	Стационарные в широком смысле случайные процессы							
	Спектральное представление случайного процесса и его ковариационной функции. Спектральное представление вещественного случайного процесса. Линейные преобразования случайных процессов. Фильтрация случайных процессов. Прогнозирование случайных процессов. Интерполяция случайных процессов. Понятие об устойчивом случайном процессе.	2	2				[5, 9 – 11]	УО
ИТОГО:		50	52					

* – Мероприятия текущего контроля,
УО – устный опрос,
КР – контрольная работа,
АРАР – аудиторная расчетно-аналитическая работа.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Балдин, К.В. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев – Москва: Дашков и К°, 2023. – 434 с.
2. Дерр, В.Я. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебное пособие для вузов / В.Я. Дерр. – Санкт-Петербург: Лань, 2021. – 596 с. // Электронно-библиотечная система «Лань». – Режим доступа: по подписке: URL: <https://e.lanbook.com/book/159475>.
3. Буре, В.М. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебник / В.М. Буре, Е.М. Парилина. – Санкт-Петербург: Лань, 2021. – 416 с.// Электронно-библиотечная система «Лань». – Режим доступа: по подписке: URL: <https://e.lanbook.com/book/168536>.
4. Свешников, А.А. Прикладные методы теории вероятностей [Электронный ресурс]: учебник / А.А. Свешников. – Санкт-Петербург: Лань, 2021. – 480 с.// Электронно-библиотечная система «Лань». – Режим доступа: по подписке: URL: <https://e.lanbook.com/book/168385>.
5. Буре, В.М. Теория вероятностей и вероятностные модели [Электронный ресурс]: учебник / В.М. Буре, Е.М. Парилина, А.А. Седаков. – Санкт-Петербург: Лань, 2020. – 296 с.// Электронно-библиотечная система «Лань». – Режим доступа: по подписке: URL: <https://e.lanbook.com/book/108328>.
6. Теория вероятностей. Руководство по решению задач: учебное пособие / И.В.Белько [и др.]; И.В.Белько, Е.А.Криштапович, И.М.Морозова, О.Н.Кемеш. – Минск: РИВШ, 2024. – 179 с.
7. Зубков, А.М. Сборник задач по теории вероятностей [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.М. Зубков, Б.А. Севастьянов, В.П. Чистяков. – 3-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2021. – 320 с. // Электронно-библиотечная система «Лань». – Режим доступа: по подписке: URL: <https://e.lanbook.com/book/167743>.
8. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: в пяти частях: учебное пособие / А.П. Рябушко, Т.А. Жур. – Минск: Высш. шк., 2016–2018. – Часть 5: Операционное исчисление. Элементы теории устойчивости. Теория вероятностей. математическая статистика. – 2018. 334 с.

Дополнительная:

9. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам / Д.Т. Письменный. – 5-е издание; 6-е издание. – Москва: Айрис-пресс, 2010. – 287 с.
10. Булинский, А.В. Теория случайных процессов / А.В. Булинский, А.Н. Ширяев; Московский гос. ун-т им. М.В. Ломоносова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 402 с.

Владим Зубков Е. В.

11. Розанов, Ю.А. Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика: учеб. для вузов / Ю.А. Розанов. – М.: Наука, 1985. – 320с.
12. Харин, Ю.С. Теория вероятностей, математическая и прикладная статистика: учебник / Ю.С. Харин, Н.М. Зуев, Е.Е. Жук. – Минск: БГУ, 2011. – 463 с.
13. Харин, Ю.С. Математическая и прикладная статистика: учебное пособие / Ю.С. Харин, Е.Е. Жук. – Минск: БГУ, 2005. – 279 с
14. Гусак, А.А. Теория вероятностей. Примеры и задачи: учебное пособие / А.А. Гусак, Е.А. Бричикова. – 8-е издание. – Минск: ТетраСистемс, 2013. – 286 с.
15. Высшая математика: учебно-методический комплекс для студентов экономических специальностей: в 3 частях. Часть 3: Теория вероятностей. Математическая статистика / сост. А.В. Капусто. – Новополоцк: ПГУ, 2011. – 224 с.
16. Высшая математика: теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методический комплекс для студентов экономических и технических специальностей / Министерство образования Республики Беларусь, Полоцкий государственный университет; составители: Э.М. Пальчик, О.А. Дробинина, Г.Ф. Коршунова; под общей редакцией Э.М. Пальчика. – Новополоцк: ПГУ, 2007. – 235 с.
17. Завьялов, О.Г. Теория вероятностей и математическая статистика с применением Excel и Maxima [Электронный ресурс]: учебное пособие / О.Г. Завьялов, Ю.В. Подповетная; О.Г. Завьялов, Ю.В. Подповетная; Финансовый университет при Правительстве РФ. – Москва: Прометей, 2018. – 290 с.: схем., табл. – Режим доступа: по подписке: URL:<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=494942>.
18. Алибеков, И.Ю. Теория вероятностей и математическая статистика в среде MATLAB [Электронный ресурс]: учебное пособие / И.Ю. Алибеков. – Санкт-Петербург: Лань, 2019. – 184 с. // Электронно-библиотечная система «Лань». – Режим доступа: по подписке: URL: <https://e.lanbook.com/book/121484>.
19. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах: учеб. пособие / В.А. Ватутин [и др.]. – 2-е изд., испр. – М.: Дрофа, 2003. – 325 с.
20. Лазакович, Н.В. Теория вероятностей: учебник / Н.В. Лазакович, С.П. Сташуленок, О.Л. Яблонский; Белорусский государственный университет. – 3-е издание, с изменениями. – Минск: БГУ, 2013. – 335 с.

ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЬЮТЕРНЫХ ПРОГРАММ

MicrosoftOfficeExcelver. 2003 и выше, MATHCAD 2000 PROFESSIONAL и выше, MAPLE 12 и выше, MATLAB 5 и выше.

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКЗАМЕНА

1. Случайные события: их классификация, операции над событиями.
2. Основные комбинаторные формулы.
3. Классическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности.
4. Теоремы сложения вероятностей. Теоремы умножения вероятностей.
5. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
6. Теорема о повторении опытов. Теорема Пуассона. Теоремы Муавра-Лапласа.
7. Математическое ожидание случайных величин, дисперсия, среднее квадратическое отклонение и их свойства.
8. Начальные и центральные моменты. Мода, медиана, квантиль.
9. Функция распределения, матрица вероятностей и плотность распределения двумерных случайных величин.
10. Условные законы распределения. Зависимые и независимые случайные величины.
11. Корреляционный момент, коэффициент корреляции и их свойства. Условные числовые характеристики, регрессия.
12. Нормальный закон распределения на плоскости.
13. Закон больших чисел. Критерий и достаточные условия выполнимости закона больших чисел.
14. Усиленный закон больших чисел. Неравенство Гаека-Реньи.
15. Неравенство и теоремы Чебышева. Теорема Бернулли.
16. Теоремы Колмогорова об условиях выполнимости закона больших чисел.
17. Центральная предельная теорема и ее следствия.
18. Выборки и выборочные характеристики.
19. Основные понятия теории точечного оценивания. Неравенства информации Крамера-Рао.
20. Эффективные оценки. Достаточные статистики.
21. Метод моментов.
22. Метод максимального правдоподобия.
23. Метод наименьших квадратов. Свойства оценок метода наименьших квадратов в линейном случае.
24. Байесовский метод.
25. Доверительный интервал. Методы построения интервальных оценок.
26. Основные понятия теории статистической проверки гипотез. Лемма Неймана-Пирсона.

27. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения.
28. Дисперсионный анализ.
29. Последовательный анализ Вальда.
30. Критерии согласия.
31. Эквивалентные, тождественные и сепарабельные случайные процессы.
32. Непрерывность траекторий случайного процесса.
33. Вид характеристической функции процесса с независимыми приращениями.
34. Винеровский процесс и его свойства.
35. Пуассоновский процесс и его свойства.
36. Основные понятия теории цепей Маркова.
37. Уравнение Колмогорова-Чепмена для переходных вероятностей.
38. Дифференциальные уравнения Колмогорова для цепей Маркова с непрерывным временем.
39. Стационарные вероятности для цепей Маркова.
40. Ветвящиеся процессы с непрерывным временем.
41. Дифференциальное уравнение для производящей функции числа частиц.
42. Эффекты вырождений и взрыва.
43. Параметрический анализ временных рядов.
44. Непараметрический анализ временных рядов.
45. Статистический анализ цепей Маркова.
46. Ковариационная функция случайного процесса и ее свойства.
47. Определение и основные свойства стохастических интегралов Ито.
48. Стохастические дифференциальные уравнения.
49. Методы решения стохастических дифференциальных уравнений.
50. Спектральное представление случайного процесса и его ковариационной функции.
51. Спектральное представление вещественного случайного процесса.
52. Линейные преобразования случайных процессов.
53. Фильтрация случайных процессов.
54. Прогнозирование случайных процессов.
55. Интерполяция случайных процессов.
56. Понятие об устойчивом случайном процессе.

ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» используются современные информационные технологии. Для этого в сетевом доступе размещен комплекс учебных и учебно-методических материалов: учебно-программные материалы, ссылки на учебные издания для теоретического изучения учебной дисциплины, указания к практическим занятиям, материалы текущего контроля и промежуточной аттестации, вопросы для подготовки к экзамену, вопросы для самоконтроля, список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.

Цель самостоятельной работы студентов – усвоение в полном объеме содержания учебной дисциплины и формирование самостоятельности как личностной черты и важного профессионального качества, сущность которых состоит в умении систематизировать, планировать и контролировать собственную деятельность.

Задача самостоятельной работы студентов – усвоение определенных стандартов знаний, умений и навыков по учебной дисциплине, закрепление и систематизация полученных знаний, их применение при выполнении практических работ, а также выявление пробелов в системе знаний по учебной дисциплине.

При изучении учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» используются следующие **формы самостоятельной работы**:

- самостоятельная работа студента в виде подготовки к выполнению аудиторной расчетно-аналитической работы;
- работа студента с учебной, справочной, аналитической и другой литературой и материалами;
- подготовка студента к сдаче промежуточной аттестации.

**Содержание самостоятельной работы студентов
Дневная форма получения высшего образования**

Вид самостоятельной работы	Тематическое содержание и используемые источники	Количество часов
Углубленное изучение отдельных тем учебной дисциплины.	Тема 1.1. Основные понятия теории вероятностей. Основная литература: [1–3, 5–8]. Дополнительная литература: [9, 11, 12, 14–20].	6
	Тема 1.2. Формулы полной вероятности и Байеса. Теоремы в схеме испытаний Бернулли. Основная литература: [1–3, 5–8]. Дополнительная литература: [9, 11, 12, 14–20].	4
	Тема 1.3. Случайные величины. Основная литература: [1–3, 5–8]. Дополнительная литература: [9, 11, 12, 14–20].	4
	Тема 1.4. Числовые характеристики скалярных случайных величин. Основная литература: [1–3, 5–8]. Дополнительная литература: [9, 11, 12, 14–20].	4
	Тема 1.5. Основные законы распределения случайных величин. Основная литература: [1–3, 5–8]. Дополнительная литература: [9, 11, 12, 14–20].	4
	Тема 1.6. Функция одного случайного аргумента. Основная литература: [1–3, 5–8]. Дополнительная литература: [9, 11, 12, 14–20].	4
	Тема 1.7. Двумерные случайные величины, их числовые характеристики. Основная литература: [1–3, 5–8]. Дополнительная литература: [9, 11, 12, 14–20].	4
	Тема 1.8. Многомерные случайные величины. Числовые характеристики функции многих переменных. Основная литература: [1–3, 5–8]. Дополнительная литература: [9, 11, 12, 14–20].	6
	Тема 1.9. Предельные теоремы. Основная литература: [1–3, 5–8]. Дополнительная литература: [9, 11, 12, 14–20].	4
	Тема 2.1. Основные понятия математической статистики. Основная литература: [1–6]. Дополнительная литература: [9, 11–13, 15–19].	4
	Тема 2.2. Точечные и интервальные оценки. Основная литература: [1–6]. Дополнительная литература: [9, 11–13, 15–19].	4
	Тема 2.3. Проверка статистических гипотез. Основная литература: [1–6]. Дополнительная литература: [9, 11–13, 15–19].	6
	Тема 2.4. Статистический анализ двумерных случайных величин. Регрессионный анализ. Основная литература: [1–6]. Дополнительная литература: [9, 11–13, 15–19].	6

	Тема 3.1. Основные понятия теории случайных процессов. Основная литература: [5]. Дополнительная литература: [9–11].	4
	Тема 3.2. Процессы с независимыми приращениями. Основная литература: [5]. Дополнительная литература: [9–11].	6
	Тема 3.3. Цепи Маркова. Основная литература: [5]. Дополнительная литература: [9–11].	4
	Тема 3.4. Статистические выводы о случайных процессах. Основная литература: [5]. Дополнительная литература: [9–11].	4
	Тема 3.5. Процессы с конечными моментами второго порядка. Основная литература: [5]. Дополнительная литература: [9–11].	4
	Тема 3.6. Стационарные в широком смысле случайные процессы. Основная литература: [5]. Дополнительная литература: [9–11].	6
Подготовка к контрольной работе № 1.	Тема 1.1. Основные понятия теории вероятностей. Тема 1.2. Формулы полной вероятности и Байеса. Теоремы в схеме испытаний Бернулли. Основная литература: [1–3, 5–8]. Дополнительная литература: [9, 11, 12, 14–20].	6
Подготовка к контрольной работе № 2.	Тема 1.3. Случайные величины. Тема 1.4. Числовые характеристики скалярных случайных величин. Тема 1.5. Основные законы распределения случайных величин. Основная литература: [1–3, 5–8]. Дополнительная литература: [9, 11, 12, 14–20].	6
Подготовка к экзамену.		14
Итого:		114

КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ

Диагностика качества усвоения знаний студентами проводится в форме текущего контроля и промежуточной аттестации.

Средства диагностики результатов учебной деятельности:

- устный опрос;
- контрольная работа;
- аудиторная расчетно-аналитическая работа.

Текущий контроль по учебной дисциплине осуществляется путем проведения контрольной работы.

Оценка учебных достижений студентов производится по десятибалльной шкале.

ТЕМАТИКА КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

№ п/п	Вид работы	Тема работы
1	КР № 1	Тема 1.1. Основные понятия теории вероятностей. Тема 1.2. Формулы полной вероятности и Байеса. Теоремы в схеме испытаний Бернулли.
2	КР № 2	Тема 1.3. Случайные величины. Тема 1.4. Числовые характеристики скалярных случайных величин. Тема 1.5. Основные законы распределения случайных величин.

ТК – результат текущего контроля за семестр оценивается отметкой в баллах по десятибалльной шкале и выводится исходя из отметок, выставленных в ходе проведения мероприятий текущего контроля в течение семестра по следующей формуле:

$$ТК = (КР \text{ № } 1 + КР \text{ № } 2) / 2.$$

Форма промежуточной аттестации – экзамен. Форма проведения экзамена – письменная. Билет включает три вопроса.

Итоговая экзаменационная отметка по учебной дисциплине за семестр (ИЭ) учитывает отметку по результатам текущего контроля и экзаменационную отметку:

$$ИЭ = ВК \cdot ТК + (1 - ВК) \cdot ЭО.$$

ВК – весовой коэффициент для текущего контроля и экзаменационной отметки в итоговую отметку по учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» равен 0,5.

ЭО – отметка, полученная студентом на экзамене за письменный ответ по билету.

Положительной является отметка не ниже четырех баллов.

ХАРАКТЕРИСТИКА (ОПИСАНИЕ) ИННОВАЦИОННЫХ ПОДХОДОВ К ПРЕПОДАВАНИЮ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Кроме традиционных методов обучения используются активные формы и методы обучения, такие как: мультимедиа-средства, элементы творческого характера на лекционных занятиях и при выполнении расчетно-аналитической работы, лекции-визуализации, метод анализа конкретных ситуаций, а также рейтинговая система оценки знаний.

Основные рекомендуемые методы (технологии) обучения, отвечающие целям и задачам учебной дисциплины:

- элементы проблемного обучения (проблемное изложение, вариативное изложение, частично-поисковый метод), реализуемые на лекционных занятиях;
- учебно-исследовательская деятельность, творческий подход, реализуемые на практических занятиях и в рамках самостоятельной работы студентов.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ С ДРУГИМИ УЧЕБНЫМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу
Статистика	Кафедра экономики	<i>Замечаний и предложений нет</i>	
Экономическая информатика	Кафедра учета, финансов, логистики и менеджмента	<i>Замечаний и предложений нет</i>	
Системный анализ и оценка факторов экономической безопасности	Кафедра учета, финансов, логистики и менеджмента	<i>Замечаний и предложений нет</i>	
Исследование операций и теория игр	Кафедра математики и компьютерной безопасности	<i>Замечаний и предложений нет</i>	
Эконометрика и прогнозирование	Кафедра математики и компьютерной безопасности	<i>Замечаний и предложений нет</i>	

Заведующий кафедрой экономики,
кандидат экономических наук, доцент



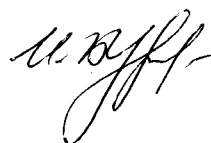
И.В.Зенькова

Заведующий кафедрой
учета, финансов, логистики
и менеджмента,
кандидат экономических наук, доцент



Е.Б.Малей

Заведующий кафедрой математики
и компьютерной безопасности,
кандидат технических наук, доцент



И.Б.Бураченко

РЕЦЕНЗИЯ

на учебную программу учреждения образования
по учебной дисциплине
«Теория вероятностей и математическая статистика»

для специальности
6-05-1036-02 «Экономическая безопасность»
с профилизацией «Экономическая безопасность предприятия»,
составленную старшим преподавателем Башун Светланой Юрьевной

Представленная учебная программа учреждения образования по учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» составлена на основе учебного плана по специальности 6-05-1036-02 «Экономическая безопасность» с профилизацией «Экономическая безопасность предприятия».

В данной учебной программе основными являются следующие разделы: «Пояснительная записка», «Содержание учебного материала», «Учебно-методическая карта учебной дисциплины», «Информационно-методическая часть».

В разделе «Пояснительная записка» приведены цели учебной дисциплины и задачи для достижения поставленных целей. Также приводится компетенция, которой студенты должны овладеть в процессе обучения.

В разделе «Содержание учебного материала» приведено основное содержание тем и разделов по учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика», которые подлежат изучению.

В «Информационно-методической части» приведен список основной и дополнительной литературы, перечень компьютерных программ, используемых при изучении учебной дисциплины, тематика контрольных работ и перечень вопросов для проведения экзамена. Также в данном разделе приведено содержание самостоятельной работы студентов для дневной формы получения высшего образования.

Рецензируемая учебная программа рассчитана на объем всего 216 часов. Для аудиторной работы выделено 102 часа, из которых 50 часов отведено на лекции и 52 часа на практические занятия.

Рецензируемая учебная программа составлена на основе образовательного стандарта по специальности высшего образования ОСВО 6-05-1036-02-2023 и учебного плана по специальности 6-05-1036-02 «Экономическая безопасность» с профилизацией «Экономическая безопасность предприятия» и рекомендуется к утверждению в качестве учебной программы учреждения образования по учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» для приведенной выше специальности.

Доцент кафедры физики
учреждения образования
«Полоцкий государственный университет
имени Евфросинии Полоцкой»,
кандидат физ.-мат. наук, доцент



С.А.Вабищевич

РЕЦЕНЗИЯ

на учебную программу учреждения образования по учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

для специальности
6-05-1036-02 «Экономическая безопасность»
с профилизацией «Экономическая безопасность предприятия»,
составленную старшим преподавателем Башун Светланой Юрьевной

Рецензируемая учебная программа предназначена для студентов 2 курса финансово-экономического факультета Полоцкого государственного университета имени Евфросинии Полоцкой, обучающихся по специальности 6-05-1036-02 «Экономическая безопасность» с профилизацией «Экономическая безопасность предприятия».

В учебной программе выделены следующие основные разделы: «Пояснительная записка», «Содержание учебного материала», «Учебно-методическая карта учебной дисциплины», «Информационно-методическая часть».

В первом разделе «Пояснительная записка» указана цель учебной дисциплины. Здесь также приводится компетенция, которой студенты должны овладеть в процессе изучения учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика». Приведены основные понятия, которые студенты должны знать, уметь и которыми должны владеть.

В разделе «Содержание учебного материала» расписано основное содержание разделов и тем по учебной дисциплине. Выбор приведенных разделов обусловлен дальнейшим применением указанного материала при изучении специальных дисциплин, поэтому он способствует развитию межпредметных связей.

В разделе «Информационно-методическая часть» приводится список основной и дополнительной литературы, перечень компьютерных программ, используемых при изучении учебной дисциплины, перечень практических занятий, тематика контрольных работ и перечень вопросов для проведения экзамена. Также в данном разделе расписано содержание самостоятельной работы студентов.

Рецензируемая учебная программа по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» для студентов специальности 6-05-1036-02 «Экономическая безопасность» с профилизацией «Экономическая безопасность предприятия» рассчитана на общее количество 216 учебных часов. Из них для аудиторной работы отведено 102 часа, из которых 50 часов лекций и 52 часа практические занятия.

Учебная программа составлена на основе принципа профессиональной направленности, что обосновывает включение в учебную программу реальных задач с экономическим содержанием. Поэтому данная учебная дисциплина играет не только развивающую роль, но и учит решать многие прикладные задачи.

Рецензируемая учебная программа составлена на основе образовательного стандарта по специальности высшего образования ОСВО 6-05-1036-02-2023 и учебного плана по специальности 6-05-1036-02 «Экономическая безопасность» с профилизацией «Экономическая безопасность предприятия» и может быть рекомендована в качестве учебной программы учреждения образования по учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» для приведенной выше специальности.

Заведующий кафедрой математики
учреждения образования
«Витебский государственный
университет им. П.М.Машерова»,
кандидат физ.-мат. наук.

Т.Б.Караулова



Подпись удостоверяю
Начальник отдела кадров
Е.П. Соловьёва