УДК [517.51:519.6]+004.94

Определение наименьшего отклонения для обратного распределения Стьюдента

Пастухов Д. Ф.[1], Пастухов Ю. Ф.[1], Чернов С. В.[2], Пастухов А. Ю.[3], Волосова А. К.[4], Волосов К. А.[4], Волосова Н. К. [5]

1 - Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой, г. Полоцк, Беларусь

2 - «Конструкторское бюро «Дисплей», г. Витебск, Беларусь

3 - Витебский государственный университет имени П.М. Машерова, г. Витебск, Беларусь

4 - Российский университет транспорта (МИИТ), г. Москва, Россия

5 – Московский государственный университет имени Н. Э. Баумана, г. Москва, Россия

Аннотация. Предложен метод численного решения нахождения наилучшего приближения для обратной функции плотности распределения Стьюдента в пространстве ступенчатых функций на заданном интервале.

Ключевые слова: автоматика, численные методы, интегральные уравнения, разностные уравнения, наилучшее приближение функции в метрике квадратичного отклонения, численная аппроксимация интегралов с двенадцатым порядком погрешности, цифровая обработка сигналов, оптимальность, экстремум, целевая функция, частные производные, математическое моделирование, обратная функция, краевые задачи.

1. Введение

Новым в данной работе является алгоритм нахождения наилучшего приближения обратной функции плотности распределения Стьюдента в пространстве ступенчатых функций на заданном интервале.

2. Квантование функции плотности распределения Стьюдента в метрике квадратичного отклонения

Определение. Пусть $n \in \mathrm{N}$. Функция $f_n : [a;b] \to \Re\,(a<b)$ называется n кусочно-постоянной (или n-ступенькой) на $[a,b]$, если $\exists\, x_1 < x_2 < \ldots < x_{n-1}$ такие что:

$$x_0 = a < x_1 < x_2 < \ldots < x_{n-1} < b = x_n ,$$

$$f_n(x) = c_i = const \quad \forall x \in (x_{i-1}, x_i) ,$$

$$f_n(x_i) = c_i \quad или \quad f_n(x_i) = c_{i+1} \;,\; c_i \neq c_{i+1} \;,\; \forall\, i = \overline{1, n-1} .$$

Множество n-ступенчатых функций $f_n : [a;b] \to \Re\ (a<b)$ обозначим как $S_n[a,b]$.

Пусть $f : [a,b] \to \Re$, $f \in C^2[a,b]$, $f'(x) < 0\ \forall x \in [a,b]$. $n \in \mathrm{N}$. Для минимизации ошибки квантования требуется в пространстве n-ступенчатых функций найти наилучшее приближение $h_n : [a;b] \to \Re$ функции $f : [a,b] \to \Re$ в метрике квадратичного отклонения, такое что $dist = \| f - h_n \|_{C^2[a,b]} = \min\limits_{f_n \in S_n[a,b]} \| f - f_n \|_{C^2[a,b]}$. С учетом этого, расстояние оценивается как:

$$dist = \| f - h_n \|_{C^2[a,b]} = \sqrt{\int_a^b (f(x) - h_n(x))^2 dx} = \min_{f_n \in S_n[a,b]} \sqrt{\int_a^b (f(x) - f_n(x))^2 dx} = \min_{f_n \in S_n[a,b]} \| f - f_n \|_{C^2[a,b]}$$

Пусть $h_n(x) = c_k$ при $x \in (B_{k-1}, B_k)$ $k = \overline{1,n}$, функция

$G(B_1,...,B_{n-1},C_1,...,C_n) = \sum_{k=1}^{n} \int_{B_{k-1}}^{B_k} (f(x) - c_k)^2 dx$ описывает квадрат отклонения (ошибки) функции $h_n : [a;b] \to \Re$ от функции $f : [a,b] \to \Re$. Необходимое условие экстремума функции $G(x_1,..., x_{m-1}, y_1, ..., y_m)$ описывается системой уравнений:

$$\frac{\partial G(x_1,...,x_{m-1},y_1,...,y_m)}{\partial x_i} \equiv G'_{x_i} = 0, i = \overline{1,m-1},\ G'_{y_i} = 0,\ i = \overline{1,m},$$

Отсюда следует следует:

$$\begin{cases} f(B_i) = \frac{1}{2}(C_i + C_{i+1}),\ i = \overline{1,n-1} \\ \int_{B_{j-1}}^{B_j} f(x)dx = C_j(B_j - B_{j-1}),\ j = \overline{1,n} \end{cases} \quad (2)$$

Система (2) имеет 2n-1 уравнений и 2n-1 неизвестных $B_1, B_2, ...B_{n-1}, C_1, C_2, ...C_n$.Для n+1 ненулевой ступеньки система (2) имеет вид :

$$\begin{cases} f(B_i) = \frac{1}{2}(C_i + C_{i+1}),\ i = \overline{1,n} \\ \int_{B_{j-1}}^{B_j} f(x)dx = C_j(B_j - B_{j-1}),\ j = \overline{1,n+1} \end{cases} \quad (3)$$

И содержит 2n+1 уравнений и 2n+1 неизвестных.

В работе при вычислении интегралов был использован алгоритм для составной интегральной квадратурной формулы с 12 порядком погрешности, когда исходный отрезок интегрирования делится на число частей кратное десяти (11 узлов равномерной сетки на каждой части). C_i, x_i, r - соответственно веса, узлы и невязка квадратурной формулы.

$$\int_a^b f(z)dz = \sum_{i=0}^{n} C_i f(x_i) + r(f) \quad (4)$$

Получена следующая составная формула:

$$\int_a^b f(z)dz = 5h\sum_{i=0}^{n} C_i f(x_i), h = \frac{(b-a)}{n}, \sum_{i=0}^{10} C_i = 2, x_i = a + ih, n = 10k \quad (5)$$

в которой весовые коэффициенты C_i определяются алгоритмом (6):

$$
\begin{cases}
\text{если} \quad j = 0 \quad \text{или} \quad j = n : C_j = \dfrac{16067}{299376}; \\
\text{если} \quad j \equiv 1 \bmod 10 \quad \text{или} \quad j \equiv 9 \bmod 10 : C_j = \dfrac{26575}{74844}; \\
\text{если} \quad j \equiv 2 \bmod 10 \quad \text{или} \quad j \equiv 8 \bmod 10 : C_j = -\dfrac{16175}{99792}; \\
\text{если} \quad j \equiv 3 \bmod 10 \quad \text{или} \quad j \equiv 7 \bmod 10 : C_j = \dfrac{5675}{6237}; \\
\text{если} \quad j \equiv 4 \bmod 10 \quad \text{или} \quad j \equiv 6 \bmod 10 : C_j = -\dfrac{4825}{5544}; \\
\text{если} \quad j \equiv 5 \bmod 10 \ : C_j = \dfrac{17807}{12474}; \\
\text{если} \quad j \equiv 0 \bmod 10 \ , j > 0, j < n : C_j = \dfrac{16067}{149688};
\end{cases}
\tag{6}
$$

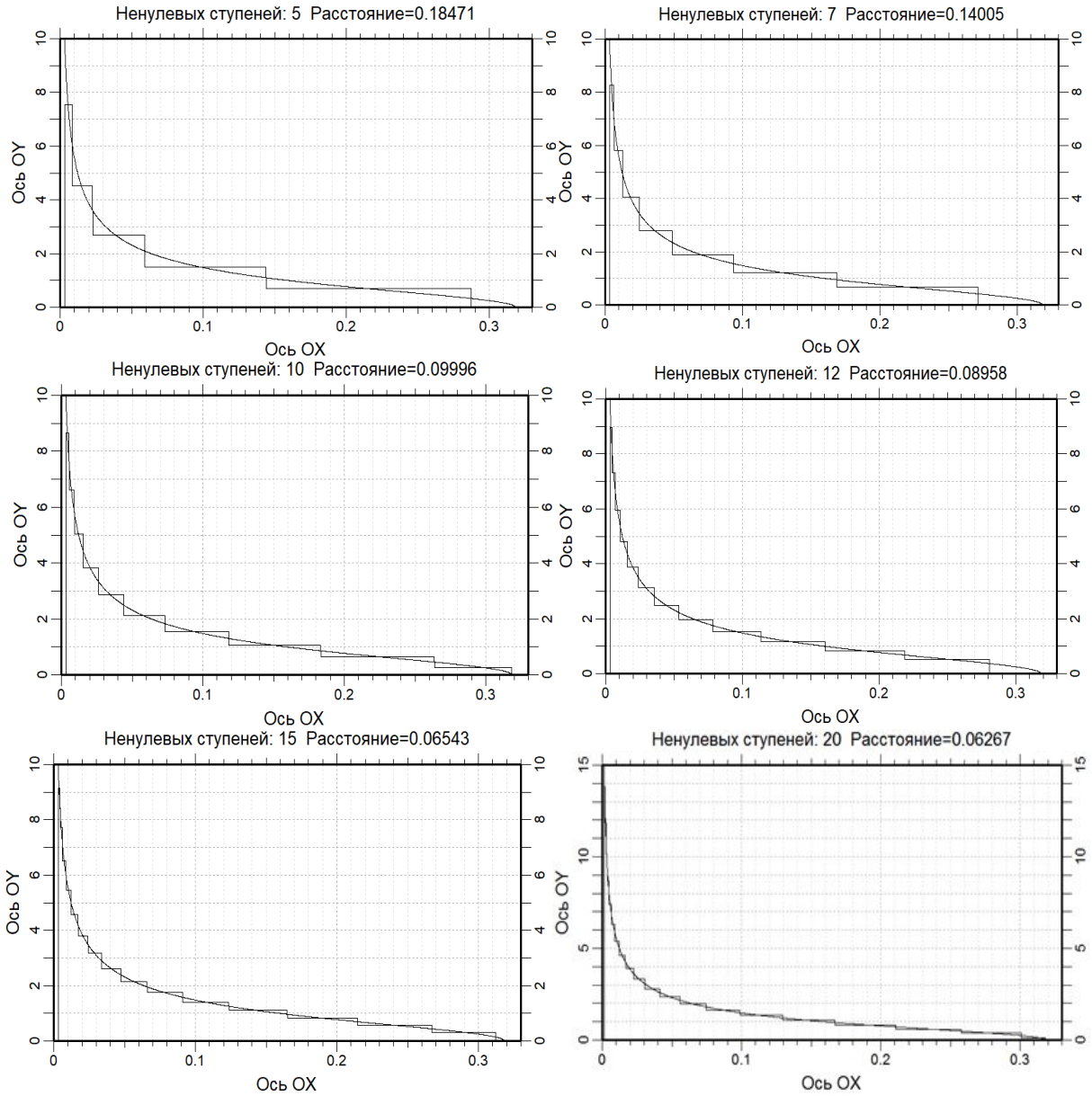
Для исследования рассмотренного алгоритма разработана программа, которая позволяет получать пороговые уровни и ошибку приближения для различного числа n с учетом интегральных квадратурных формул (5, 6).

На рисунке 1 представлен пример квантования обратной функции плотности распределения Стьюдента (с одной степенью свободы)

$$
y = f(x) = \frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\sqrt{n\pi}\,\Gamma(\frac{n}{2})}\left(1+\frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}} = (\text{при } n=1) = \frac{1}{\sqrt{1\cdot\pi}\sqrt{\pi}}\left(1+\frac{x^2}{1}\right)^{-\frac{1+1}{2}} = \frac{1}{\pi(1+x^2)} \Rightarrow f^{-1}(y) = \sqrt{\frac{1}{\pi y}-1}\,, 0 < y \le \frac{1}{\pi} \tag{7}
$$

на основе предложенного подхода в метрике квадратичного отклонения для числа ступеней а)m=5 и б)m=7; в)m=10 и г)m=12; д)m=15 и е)m=20 .(на одну сторону). Полученные значения для n=20(m=10 ступеней):

```
Начало работы программы:
Время :   год:2023  мес:5   дней:5   час:13  мин:51  сек:58 .
Прогресс: 100.0000 %  Осталось: сут: 0       час: 0    мин: 0    секунд: 0  .
Время :   год:2023  мес:5   дней:5   час:13  мин:51  сек:59 .
Оценка приближения к решению =   0.258386430830216
Вывод уровней восстановления :
X(           1 )=  1.201370022937439E-007
X(           2 )=  0.258386671104221
X(           3 )=  0.455900222806370
X(           4 )=  0.653413774508518
X(           5 )=  0.857899615189518
X(           6 )=   1.06238545587052
X(           7 )=   1.30100549675466
X(           8 )=   1.53962553763881
X(           9 )=   1.83278068075191
X(          10 )=   2.12593582386502
X(          11 )=   2.49595234247767
X(          12 )=   2.86596886109032
X(          13 )=   3.33976515455884
X(          14 )=   3.81356144802736
X(          15 )=   4.42382919717567
X(          16 )=   5.03409694632399
X(          17 )=   5.82649953967330
X(          18 )=   6.61890213302261
X(          19 )=   7.64275897211749
X(          20 )=   8.66661581121236
Расстояние-корень интеграла квадрата раности f_1(x) и 0-лем =
  1.07418815078549
Ошибка(квадрат расстояния)-интеграл квадрата раности f(x) и ступенчатой функции
 =   9.991736054802781E-003
Расстояние  =   9.995867173388601E-002
```



а) для m=5; б) для m=7; в) для m=10; г) для m=12; д) для m=15; е) для m=20;

Рисунок 1 - Результат квантования.

Библиографический список:

1. Волосова Н.К. Этап конструирования математической модели аневризмы. течения в каверне и противоречия в задаче в "закрытой“ кювете. В сборнике: Некоторые актуальные проблемы современной математикии математического образования. Материалы 74-й научной Конференции «ГЕРЦЕНОВСКИЕ ЧТЕНИЯ 2021». Российская Академия Образования; Академия информатизации образования; Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена, Кафедра математического анализа, Кафедра компьютерной инженерии и программотехники. Санкт-Петербург, 2021. С. 208-213.

2. Пастухов Ю.Ф. “Необходимые условия в обратной вариационной задаче ”, Фундаментальная и прикладная математика,7:1(2001), 285-288

3. Сборник статей по гидродинамике / Н.К. Волосова, К.А. Волосов, А.К. Волосова [и др.]. – 1-ое изд.. – Москва : Учреждение образования “Полоцкий государственный университет”, 2022. – 219 с. – EDN UAADIO.
4. Численные методы. лекции. численный практикум. Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф., Волосова Н.К., Волосов К.А., Волосова А.К. Новополоцк. Москва, 2021. (3-е издание, дополненное).
5. О двух численных алгоритмах для решения конечномерной задачи лагранжа на экстремум с ограничениями типа равенств. Волосова Н.К., Волосов К.А., Волосова А.К., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. Учебное пособие для практических занятий по предметам Методы оптимизации и Математическое программирование / Москва, 2022. (1-е издание).

УДК 553.982 (470.13+470.53)

Перспективы нефтегазоносности южных районов Тимано-Печорской провинции

Петрова А. Ю.

Всероссийский научно-исследовательский геологический нефтяной институт, г. Москва, Россия

Аннотация. Работа посвящена изучению геологического строения и перспектив нефтегазоносности южных районов Тимано-Печорской НГП на основе комплексной интерпретации геолого-геофизических данных и седиментологического анализа. Установлено развитие коллекторов и флюидоупоров на различных стратиграфических уровнях нижнего палеозоя. Значительные перспективы изучаемой территории связаны с неантиклинальными типами ловушек - зоны регионального выклинивания и срезания перспективных отложений.

Ключевые слова: неантиклинальные ловушки, зона регионального выклинивания, перспективы нефтегазоносности.

По состоянию на 01.01.2024 г. южные районы Тимано-Печорской НГП характеризуются крайне неравномерной степенью изученности как сейсморазведкой, так и бурением. Значительные объемы геофизических исследований выполнены в 80-90-е годы прошлого столетия и по своему технико-методическому уровню не могут быть признаны кондиционными для решения всего комплекса геологических задач. Ресурсный потенциал территории существенно недооценен, о чем свидетельствует открытие уникального по запасам свободного газа Вуктыльского месторождения (Рисунок 1).

Разрез осадочного чехла изучаемого района освещен до верхнеордовикских отложений и представлен преимущественно карбонатными породами, перекрытыми терригенной молассой пермско-триасового возраста.

Промышленная нефтегазоносность установлена во фронтальных частях надвиговых зон на Рассохинской, Пачгинской, Анельской и Вуктыльской площадях.

Анализ карт мощностей основных НГК и региональных структурных карт позволяет отметить несовпадение структурных планов по различным горизонтам осадочного чехла, что объясняется резким изменением мощностей поддомаников отложений.

Ордовикско-силурийские отложения характеризуются условиями осадконакопления от прибрежно-морских до мелководно-шельфовых, представлены карбонатными породами с подчиненными прослоями терригенно-карбонатных и терригенных разностей [1].

Толщи верхнеордовикского и силурийского возрастов представлены известняками серыми неравномерно доломитизированными и доломитами с обильной алевритовой примесью и прослоями домеритов и мергелей с детритом брахиопод, криноидей, трилобитов, остракод, гастропод и пелиципод. Коллекторами являются седиментационно-диагенетические и эпигенетические доломиты нижнего силура.

По геофизическим данным наблюдается уменьшение толщин силурийских отложений, что свидетельствует о существовании палеоподнятий, к которым срезаются различные горизонты нижнего девона. По результатам проведенного седиментологического анализа такие