Пастухов Ю.Ф.[1], Пастухов Д.Ф.[1], Чернов С.В.[2] ,Калинцев С.В.[1],
Пастухов А.Ю.[3] ,Волосова А.К.[4] , Волосов К.А.[4] , Волосова Н.К[5]
[1] Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой, Полоцк, Беларусь
[2]«Конструкторское бюро «Дисплей», Витебск, Беларусь
[3] Витебский государственный университет имени П.М. Машерова, Витебск, Беларусь
[4]МИИТ, Москва, Россия
[5]МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ДАННЫХ ДЛЯ ОБРАТНОЙ ФУНКЦИИ ПЛОТНОСТИ БЕТА- РАСПРЕДЕЛЕНИЯ С ПАРАМЕТРАМИ A=1 B=3

Аннотация. В приведенной статье проведен поиск численного решения нахождения наилучшего приближения для обратной функции плотности бета распределения с параметрами a=1 b=3 на множестве кусочно-постоянных отображений на заранее предварительно заданном отрезке.

Ключевые слова: стохастические методы анализа, статистические методы в анализе больших данных, теория математического моделирования, краевые задачи математической физики, дискретные задачи и математическая логика, геологоразведка, поиск полезных ископаемых, теория вероятностей и математическая статистика, оптимальное управление и вариационное исчисление.

Pastukhov Yu.F.[1], Pastukhov D.F.[1], Chernov S.V.[2] ,Kalintsev S.V.[1],
Pastukhov A.Yu.[3] , Volosova A.K.[4] , Volosov K.A.[4] , Volosova N.K.[5]
[1] Euphrosyne Polotsk Polotsk State University, Polotsk, Belarus
[2]"Design Bureau "Display", Vitebsk, Belarus
[3] Vitebsk State University named after P.M. Masherov, Vitebsk, Belarus
[4] MIIT, Moscow, Russia
[5] Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

DATA RECOVERY FOR THE INVERSE DENSITY FUNCTION OF THE BETA DISTRIBUTION WITH PARAMETERS A=1 B=3

Abstract. In the above note, a numerical solution method has been developed and applied to find the best approximation for the inverse density function of the beta distribution with parameters a=1 b=3 on a set of piecewise constant maps on a predetermined interval.

Keywords: statistical methods in big data analysis, mathematical modeling theory, boundary value problems of mathematical physics, discrete problems and mathematical logic, geological exploration, mineral prospecting, probability theory and mathematical statistics, optimal control and calculus of variations., volcanology, oceanography, geophysics.

Введение. В данном исследовании применен ранее разработанный авторами подход нахождения наилучшего приближения обратной функции плотности бета распределения кусочно-постоянными функциями на отрезке. Предложенный подход может являться основой для использования в процедурах сжатия и восстановления данных для методов дистанционного зондирования Земли, поиска полезных ископаемых – драгоценных металлов и залежей нефти и газа.

Изложенный подход сделает сверхточной передачу сверхизбыточных потоков графических данных с орбитальных космических аппаратов, управляемых дронов, и других авиационных систем.

В основе рассмотренного подхода точной передачи данных в результате выполнения композиции преобразований сжатия и восстановления графических данных был использован факт − если среднеквадратичное отклонение ступенчатого (кусочно-постоянного) приближения стремится к нулю, то и отличие передаваемого графического оригинала от результата композиции преобразований сжатие-восстановление также стремится к нулю. В работе была получена нелинейная аналитическая система уравнений,

отражающая необходимые условия экстремума для решения поставленной задачи.

Использование рассмотренного метода возможно для использования в процедурах сжатия и восстановления данных для методов дистанционного зондирования Земли поиска полезных ископаемых, например, залежей нефти и газа(полезных ископаемых) или драгоценных металлов в трудно доступных районах Сибири, Дальнего Востока или крайнего Севера. Представляется полезным и интересным использование описанного подхода на морских просторах - в морях, океанах, например Северного морского пути, при поиске морских залежей нефти ,газа и драгоценных металлов.

Представляется интересным и важным использование данного подхода для спасения людей, потерпевших крушение в результате природных(или техногенных) катастроф, например, членов команды или пассажиров, потерпевших крушение и оставшихся без связи(например, в соленой морской воде или оказавшихся в джунглях в результате аварийной посадки самолета), когда невозможно определить точные координаты , используя систему Glonass или gps, и известно лишь приблизительное место их нахождения, а отсчет времени на спасение людей измеряется минутами и секундами. Ведь в результате морских течений и сильного ветра их могло быстро отнести на значительное расстояние от судна, даже если его точные координаты в момент крушения были известны достаточно точно. Использование низколетящих дронов в этой ситуации из-за мощных ветровых потоков малоприменимо, если применимо вообще. По этой же причине использование авиации возможно только на больших высотах. Таким образом, в качестве возможных вариантов решения остается высотная авиация и орбитальная группировка спутников. Очевидно, что для решения поставленной задачи требуется специальное оптическое оборудование со сверхвысоким разрешением. Ведь данные передаются в режиме реального времени и сверхизбыточны, особенно учитывая, что как было описано выше, поиск, чтобы не рисковать

безопасностью авиационной спасательной экспедиции, нужно будет проводить с большой высоты – это только сильно усложняет задачу- ведь съемка с больших высот в режиме реального времени искажает и игнорирует малоразмерные детали и малоразмерные объекты –попавших в бедствие моряков и пассажиров. И в этой ситуации, для решения описанной выше использование приведенного выше методв не только предпочтительно, но совершенно необходимо.

И в решении этих описанных задач очень нужных и важных для экономического развития, народного хозяйства, и ресурсно-сырьевой безопасности, обороноспособности задачи ,конечно, потребуется активное массовое применение современной технологично-оснащенной авиации и высокотехнологичной орбитальной космической группировки спутников.

Квантование функции плотности бета распределения в метрике квадратичного отклонения.

Определение. Пусть $m \in N$. Функция $f_m : [a,b] \to R(a < b)$ называется m-кусочно-постоянной на [a,b] , если $\exists\, x_1 < x_2 < ... < x_{m-1}$ такие что:

$x_0 = a < x_1 < x_2 < ... < x_{m-1} < b = x_m$,

$f_m(x) = y_i = const\ \forall x \in (x_{i-1}, x_i),\ f_m(x_i) = y_i,\ f_m(x_{i+1}) = y_{i+1}\ y_i \neq y_{i+1},\ \forall i = \overline{1, m-1}$.

Итоговая я функция, описывающая результат отклонения $G(x_1,..., x_{m-1}, y_1, ..., y_m) = \sum_{k=1}^{m} \int_{x_{k-1}}^{x_k} (f(x) - y_k)^2 dx$ задается в метрике квадратичного отклонения квадратом разности ступенчатой функции $h_m : [a,b] \to R$ от функции плотности $f : [a,b] \to \Re$. Для стационарных точек, подозрительных на экстремум $G(x_1,..., x_{m-1}, y_1, ..., y_m)$ справедлива необходимое условие –следующая система уравнений:

$$\frac{\partial G(x_1,..., x_{m-1}, y_1, ..., y_m)}{\partial x_i} \equiv G'_{x_i} = 0, i = \overline{1, m-1},\ G'_{y_i} = 0,\ i = \overline{1, m},$$

Или:

$$\begin{cases} f(B_i) = \dfrac{1}{2}(C_i + C_{i+1}),\ i = \overline{1, n-1} \\ \int\limits_{B_{j-1}}^{B_j} f(x)dx = C_j(B_j - B_{j-1}),\ j = \overline{1, n} \end{cases} \quad (2)$$

Таким образом, система (2) является 2n-1 уравнениями и 2n-1 неизвестными $B_1, B_2, ...B_{n-1}, C_1, C_2, ...C_n$.

На рисунке 1 представлен пример квантования обратной функции плотности бета распределения **:**

$$y = f(x) = \frac{1}{B(a,b)} x^{a-1}(1-x)^{b-1} = при\ a = 1, b = 3, (B(1,3) = \frac{\Gamma(1)\Gamma(3)}{\Gamma(1+3)} = \frac{1g2}{6} = \frac{1}{3}) = 3(1-x)^2 \Rightarrow x = 1 - \sqrt{\frac{y}{3}} \quad (3)$$

Исходя из этого, были получены следующие численные для n=20(m=10 ступеней):

```
Начало работы программы:
Время :   год:2024  мес:2   дней:8   час:11  мин:47  сек:7  .
Прогресс: 100.0000 %  Осталось: сут: 0       час: 0    мин: 0    секунд: 0  .
Время :   год:2024  мес:2   дней:8   час:11  мин:47  сек:22 .
Оценка приближения к решению =   2.255677125827193E-003
Вывод уровней восстановления :
X(           1 )=  3.786695306667442E-002
X(           2 )=  7.347822900752166E-002
X(           3 )=  0.110022472193635
X(           4 )=  0.146566715379748
X(           5 )=  0.184181392710666
X(           6 )=  0.221796070041584
X(           7 )=  0.260662458683715
X(           8 )=  0.299528847325846
X(           9 )=  0.339886373417649
X(          10 )=  0.380243899509451
X(          11 )=  0.422436150715965
X(          12 )=  0.464628401922479
X(          13 )=  0.509163978502118
X(          14 )=  0.553699555081756
X(          15 )=  0.601415002791200
X(          16 )=  0.649130450500643
X(          17 )=  0.701637804003257
X(          18 )=  0.754145157505871
X(          19 )=  0.815609110854142
X(          20 )=  0.877073064202414
Расстояние-корень интеграла квадрата раности f_1(x) и 0-лем =
 0.707106781852579
Ошибка(квадрат расстояния)-интеграл квадрата раности f(x) и ступенчатой функции
 =   1.864565725771904E-003
Расстояние  =   4.318061747789052E-002
```

Рисунок 1 Работа программы

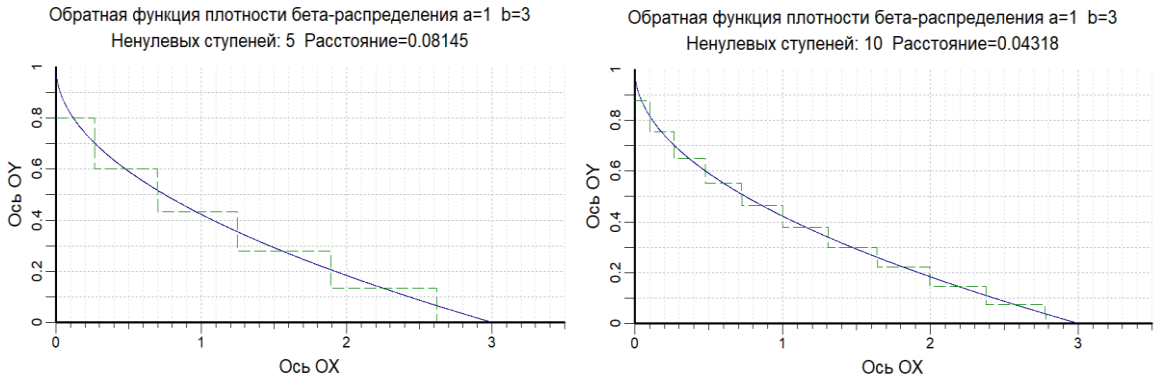


Рисунок 2 Результат квантования: а)для m=5; 10

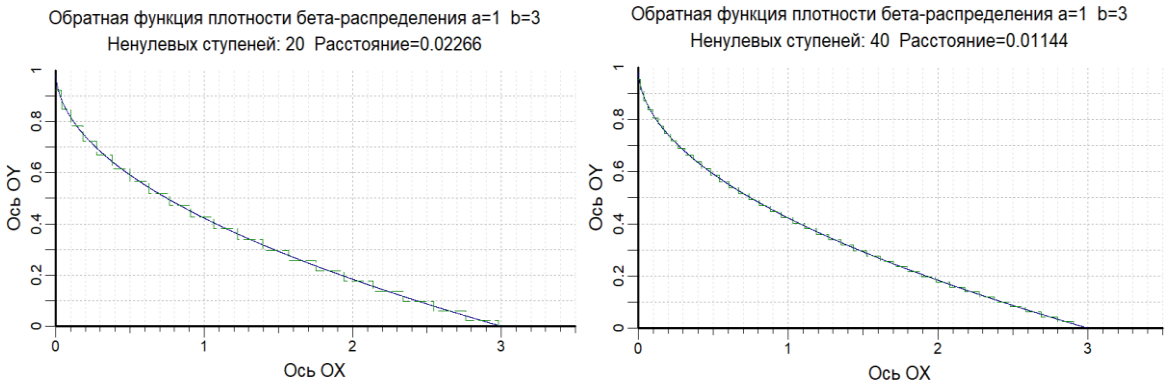


Рисунок 3 Результат квантования: для m=20:40

Список используемых источников

1. Обобщение метода Петрова-Галеркина для решения системы интегральных уравнений Фредгольма второго рода / Волосова Н.К., Волосов К.А., Волосова А.К., Карлов М.И., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2023. № 1 (60). С. 5-14.

2. Применение формул прогонки для шифрования текстовых данных / Волосова Н.К., Волосов К.А., Волосова А.К., Карлов М.И., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2023. № 3 (62). С. 5-12.

3. N-кратное расщепление явной разностной схемы для уравнения вихря в вязкой несжимаемой жидкости / Волосова Н.К., Волосов К.А., Волосова А.К., Карлов М.И., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2023. № 4 (63). С. 12-21.