МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В ИСТОЧНИКАХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ С ПЛАЗМЕННЫМ ЭМИТТЕРОМ (ЧАСТЬ 2)

Сковородко М.А[1]., Шидловская Д.В.[2],
[1]ст. преподаватель Полоцкого государственного университета имени Евфросинии Полоцкой, г. Новополоцк, Республика Беларусь;
[2]преподаватель ВГУ имени П.М. Машерова, г. Витебск, Республика Беларусь
Научный руководитель – Антонович Д.А., канд. техн. наук, доцент

Ключевые слова. Плазменный источник заряженных частиц, задачи электростатики.
Keywords. Plasma source of charged particles, problems of electrostatics.

Компьютерное математическое моделирование является одним из результативных методов исследования физических процессов и явлений. Главная задача моделирования – получение информации об объекте через изучение его модели. В некоторых случаях моделирование становится единственным способом изучения сложного процесса, над которым невозможно провести эксперимент.

Материал и методы. Методологическую базу данной статьи составляет литература научно-исследовательских трудов. В работе используется метод компьютерного эксперимента, с помощью которого рассматривается связь проектирования электродных систем плазменных установок с классическими основами расчетов электростатических полей.

Результаты и их обсуждение. В первой части работы был представлен один из способов моделирования электростатических полей, создаваемых системой точечных зарядов. В данной работе приведены примеры расчетов, которые могут служить основой при моделировании электростатических полей и распределения потенциалов, создаваемых электродами в плазменных источниках заряженных частиц.

Пример равномерно заряженного диска и диска с отверстием (2 тип задач), в приближенном варианте соответствует форме электродов, в конструкциях плазменных источников заряженных частиц. Для определения зависимости напряженности и потенциала поля от расстояния в точках, расположенных на оси диска радиусом R_0, заряженного равномерно с поверхностной плотностью σ (рисунок 1), необходимо [1]:

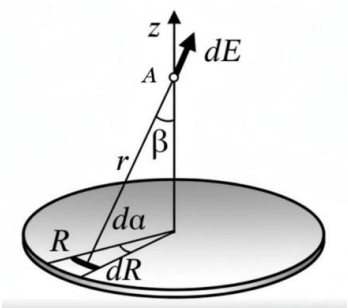


Рисунок 1 – Определение напряженности поля на оси заряженного диска

– выделить элементарный участок поверхности диска, находящийся на расстоянии *R* от центра, площадь которого

$$dS = Rd\alpha dR, \quad (1)$$

(α – полярный угол);
– по формуле

$$dq = \sigma dS = \sigma\, R\, dR\, d\alpha \quad (2)$$

определить элементарный заряд этого участка (он же считается точечным зарядом);

– подставить (1) и (2) в формулу для нахождения напряженности поля данного точечного заряда на оси диска с координатой z:

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma R dR d\alpha}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}, \quad (3)$$

где $r = \sqrt{R^2 + z^2}$ – расстояние от элементарного участка до точки на оси диска, в которой необходимо найти напряженность и потенциал.

– разложив $d\vec{E}$ на составляющие относительно оси Z, необходимо обнулить в силу симметрии перпендикулярные составляющие данной оси, и оставить составляющую по оси Z

$$dE_z = dE cos\beta, \text{ где } cos\beta = \frac{z}{r}; \quad (4)$$

– проинтегрировать полученные результаты

$$E_z = \frac{\sigma z_0}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{R_0}\int_0^{2\pi}\frac{RdRd\alpha}{(R^2+z^2)^{3/2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{R_0^2+z^2}}\right). \quad (5)$$

Таким образом, напряженность в точке, лежащей на оси равномерно заряженного диска, определяется по формуле (5).

Заметим, что при увеличении R_0 (или уменьшении расстояния z до 0), формула напряженности поля будет иметь вид такой же, как напряженность бесконечно заряженной пластины (т. е. напряженность поля не зависит от расстояния от плоскости).

Из найденных значений напряженности легко найти значения потенциала электростатического поля, используя формулу связи данных величин:

$$E(x) = -\frac{d\varphi}{dx}. \quad (6)$$

Выражение для определения потенциала поля в точке, лежащей на оси равномерно заряженного диска:

$$\varphi = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R_0^2 + z^2} - z\right). \quad (7)$$

Анализируя полученный результат, в центре диска при z=0 потенциал будет равен $\frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}$, а при росте z от заряженной поверхности, значение потенциала приближается к потенциалу точечного заряда, равного заряду диска и расположенного в центре диска

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma\pi R_0^2}{z} \quad (8)$$

При $z << R_0$ (вблизи плоскости диска) потенциал равен

$$\varphi = \frac{\sigma R_0}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{z}{R}\right) \quad (9)$$

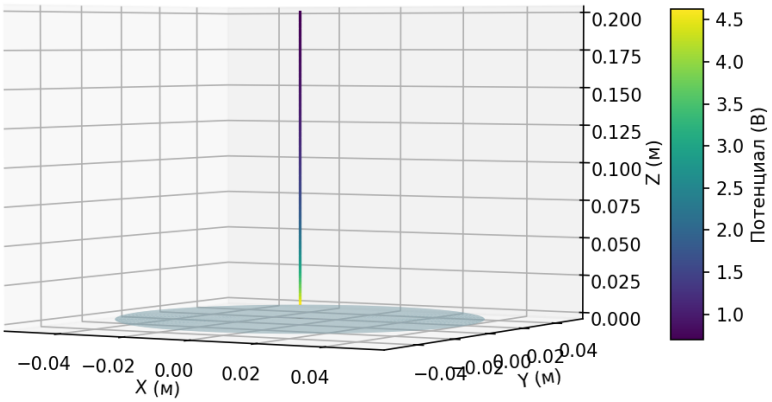


Рисунок 2 – Визуализация распределения потенциала

Визуализация распределения потенциала выполнена с помощью языка программирования Python [2] и представлена на рисунке 2. Для примера взят диск радиусом 5см с поверхностной плотностью заряда 2нКл/м² (рисунок 1).

В плазменных установках электроды могут быть как цилиндрической формы, так и иметь полости, которые могут быть использованы для создания локальных неоднородностей поля, что важно для удержания или ускорения заряженных частиц.

Далее рассмотрим пример распределения потенциала в полости объемно заряженного цилиндра, что также может выступать упрощенной моделью соответствующих электродов в плазменных источниках заряженных частиц.

Используя язык программирования Python, визуализируем картину распределения потенциала для цилиндрического тела с объемной плотностью заряда.

Согласно закона Гаусса напряженность электрического поля внутри объемно заряженного цилиндра на расстоянии r от оси цилиндра определяется по формуле [2]

$$E = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0} \tag{10}$$

Это поле линейно возрастает с расстоянием *r* от оси цилиндра.

После интегрирования и учета граничных условий получим выражение для нахождения потенциала внутри отверстия цилиндра:

$$E(r) = \frac{\rho(R^2 - r^2)}{2\varepsilon_0}. \tag{11}$$

Анализируя данное выражение, потенциал внутри отверстия уменьшается квадратично с увеличением расстояния *r* от оси цилиндра.

Наглядный пример моделирования распределения потенциала внутри отверстия цилиндра представлен на рисунке 3. Параметры задачи: радиус цилиндра 5см, высота цилиндра 1 см, радиус отверстия 3 см, объемная плотность заряда 2 нКл/м^3.

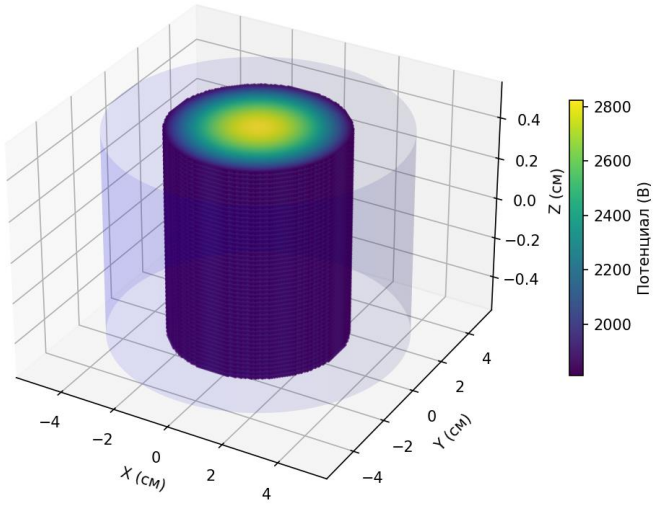


Рисунок 3 – Распределение потенциала внутри отверстия цилиндра

Т. о., расчет потенциала внутри объемно заряженного цилиндра тесно связан с моделированием электрических полей в плазменных установках, поскольку такие установки часто используют электроды сложной геометрии для управления плазмой.

Распределение потенциала внутри цилиндра (или его полости) определяет, как заряженные частицы (электроны и ионы) будут двигаться в плазме. В плазменных установках важно создавать градиенты потенциала, чтобы ускорять частицы или удерживать их в определенной области. Расчет потенциала внутри объемно заряженного цилиндра помогает понять, как распределение заряда влияет на электрическое поле и, следовательно, на движение частиц.

Заключение. Моделирование распределения потенциалов является важным инструментом для изучения процессов в плазменных установках, таких как источники заряженных частиц. Оно позволяет не только визуализировать электрические поля, но и предсказывать поведение плазмы в различных условиях. Использование математических моделей и численных методов помогает исследовать сложные взаимодействия между заряженными частицами, электрическими полями и границами системы.

1. Электричество и магнетизм. Методика решения задач : учеб. пособие / Д. Ф. Киселев [и др.]. – М. : Физический факультет МГУ, 2010. – 332 с.

2. Дробышев, А. А. Основы математического моделирования и оптимизации на языке Python : учеб.-метод. пособие / А. А. Дробышев, П. А. Головинский, Е. А. Михин. – Москва : Знание-М, 2023. – 107 с.