

7. СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА

7.1. Метод замены плоскостей проекций

7.2. Метод вращения вокруг оси, перпендикулярной к плоскости проекций

7.1. Метод замены плоскостей проекций

При решении задач на определение истинной величины отрезка прямой линии, плоской фигуры, или наклона их к плоскостям проекций, а также на определение расстояний между точкой и прямой или плоской фигурой было замечено, что если эти прямые или плоские фигуры «удобно» расположены относительно плоскостей проекций, т.е. занимают частное положение, то задачи имеют простые решения. Сравним решение двух примеров. Пусть требуется определить истинную величину отрезков АВ и CD (рис. 7.1). В первом случае отрезок АВ занимает общее положение (рис. 7.1 а), во втором отрезок CD занимает частное положение (рис. 7.1 б).

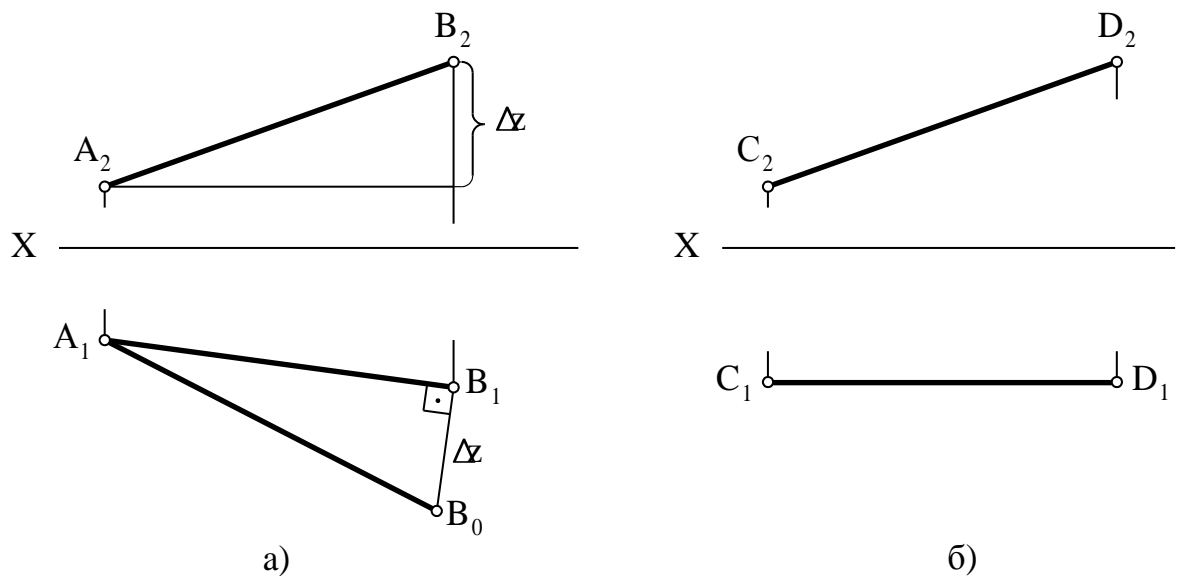


Рис. 7.1

Истинная величина отрезка АВ (A_1B_0) определена при помощи прямоугольного треугольника. Что же касается отрезка CD, то истинная величина его равняется C_2D_2 , т.к. отрезок расположен параллельно плоскости проекций Π_2 , т.е. решение задачи вытекает из самого чертежа.

Если заданные геометрические элементы расположены наклонно ко всем плоскостям проекций, то применяя метод замены плоскостей проек-

ций, т.е. дополняя основную систему плоскостей проекций Π_1/Π_2 одной или несколькими новыми плоскостями проекций, переходим к такому положению, что геометрические элементы в новой системе плоскостей проекций, например, Π_1/Π_4 , занимают частное положение.

Метод замены плоскостей проекций заключается в том, что одна из основных плоскостей проекций Π_1 или Π_2 заменяется новой плоскостью проекций Π_4 , перпендикулярной к незаменяемой плоскости проекций. Например, если заменяется плоскость проекций Π_2 , то новая плоскость проекций Π_4 должна быть расположена перпендикулярно Π_1 и параллельно, например, проецируемому отрезку. При данном методе положение в пространстве отрезков прямых или плоских фигур не изменяется.

Рассмотрим построение проекции точки A в новой системе плоскостей проекций Π_1/Π_4 . Для этого основную систему плоскостей проекций Π_1/Π_2 , дополняем новой плоскостью проекций Π_4 , расположенной перпендикулярно к Π_1 в произвольном месте (рис. 7.2 а). Линия пересечения этих плоскостей образует новую ось проекций X_{14} .

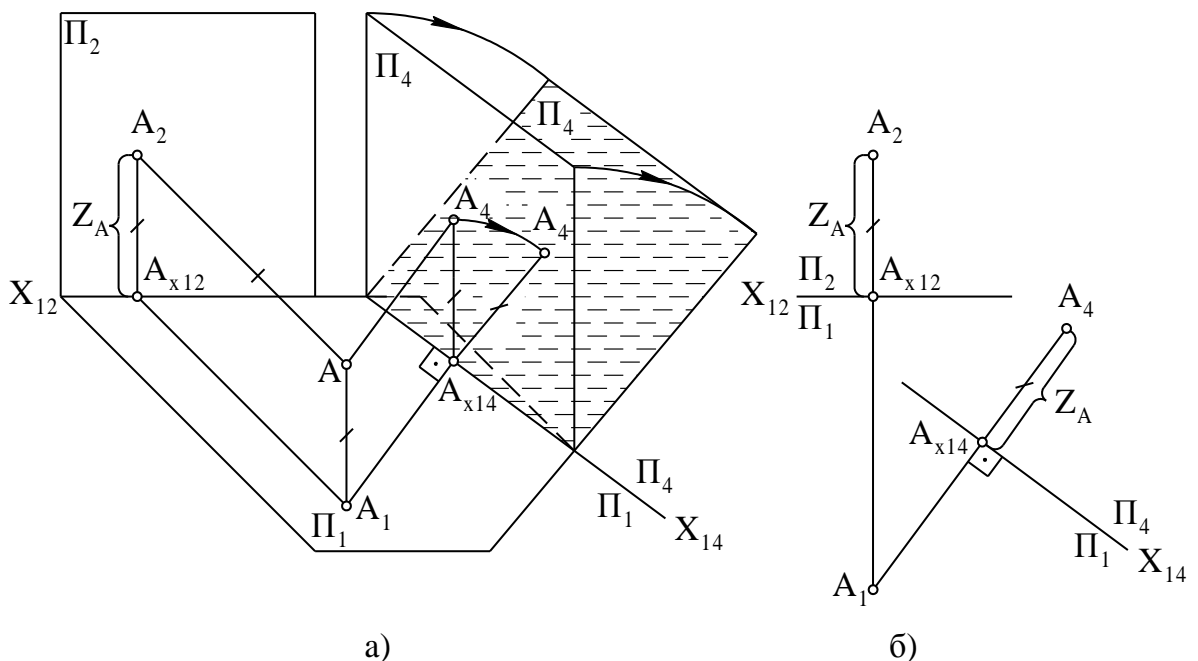


Рис. 7.2

Положение точки A_4 в новой системе плоскостей проекций Π_1/Π_4 определяем также как и в системе Π_1/Π_2 , т.е. из точки A проводим перпендикуляр до пересечения с плоскостью проекций Π_4 . Затем плоскость Π_4

совмещаем с плоскостью проекций Π_1 , как совмещали плоскость проекций Π_1 с Π_2 при нахождении проекций точек, расположенных в первой четверти. Проекции A_1 и A_4 точки будут лежать на одном перпендикуляре к оси X_{14} .

Чтобы построить чертеж точки A_4 в новой системе плоскостей проекций (рис. 7.2 б) проводим из точки A_1 перпендикуляр к новой оси проекций, а затем на продолжении этого перпендикуляра от оси X_{14} откладываем расстояние равное $A_2A_{X_{12}}$, взятое с фронтальной плоскости проекций Π_2 .

При необходимости замены плоскости проекций Π_1 новую плоскость проекций Π_4 располагаем перпендикулярно Π_2 . Остальное решение аналогично предыдущему.

Определим натуральную величину отрезка AB и угол наклона его к горизонтальной плоскости проекций методом замены плоскостей проекций (рис. 7.3).

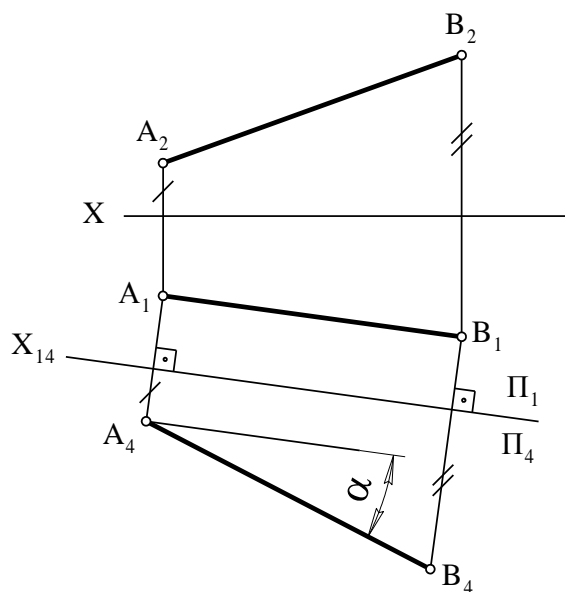


Рис. 7.3

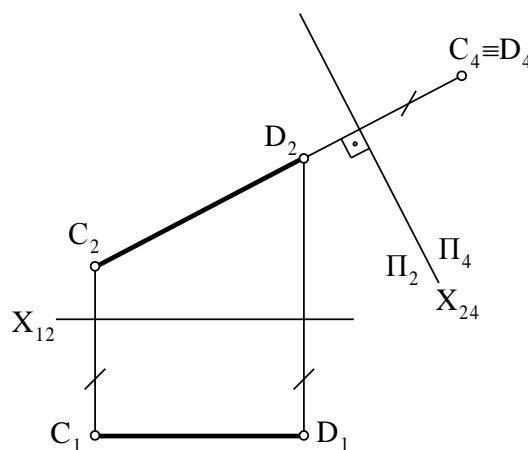


Рис. 7.4

Учитывая, что одновременно нужно определить величину отрезка AB и угол наклона его к Π_1 , то необходимо чтобы новая дополнительная плоскость проекций Π_4 была расположена параллельно отрезку AB и перпендикулярно к плоскости проекций Π_1 . Таким образом, на горизонтальной плоскости проекций Π_1 , проводим новую ось проекций X_{14} параллельно A_1B_1 на произвольном расстоянии от A_1B_1 . Отрезок AB спроецируется на новую плоскость проекций Π_4 в натуральную величину. Построение проекции A_4B_4 видно из чертежа. Из точек A_1 и B_1 проведены перпендику-

ляры к оси проекции X_{14} и от этой оси на продолжении перпендикуляров отложены величины расстояний, взятые с фронтальной плоскости проекций (показано засечками).

Угол α заключенный между найденной проекцией A_4B_4 и осью проекций X_{14} равняется углу наклона отрезка к горизонтальной плоскости проекций.

Для того, чтобы определить угол наклона отрезка AB к фронтальной плоскости проекций необходимо новую плоскость проекций расположить параллельно отрезку и перпендикулярно к фронтальной плоскости проекций, т.е. новая ось на эюре должна пройти параллелью A_2B_2 . Дальнейшее решение аналогично предыдущему.

На рис. 7.4 приведен пример преобразования отрезка CD в проецирующее положение в новой системе плоскостей проекций Π_2/Π_4 . Так как отрезок CD занимает частное положение, т.е. расположен параллельно плоскости проекций Π_2 , то расположив дополнительную плоскость проекций Π_4 (ось X_{24}) перпендикулярно плоскости проекций Π_2 и отрезку CD , последний спроецируется в точку, т.е. C_4 совпадает с D_4 ($C_4 \equiv D_4$). Это видно из чертежа, т.к. горизонтальные проекции точек C_1 и D_1 отстоят на одинаковом расстоянии от оси X .

Чтобы преобразовать плоскость общего положения Φ , заданную следами (рис. 7.5), в проецирующее положение, необходимо дополнительную плоскость Π_4 расположить перпендикулярно данной плоскости и перпендикулярно к одной из плоскостей проекций Π_1 или Π_2 . Для сравнения на рис. 7.6 показаны горизонтально-проецирующая плоскость (рис. 7.6 а) и фронтально-проецирующая P (рис. 7.6 б), у которых один из следов перпендикулярен к оси X , а это значит что он перпендикулярен и к одной из плоскостей проекций.

Для решения задачи необходимо плоскость Π_4 расположить перпендикулярно горизонтальному следу Φ_1 , который является линией пересечения плоскости Φ и плоскости проекций Π_1 . Это значит, что ось X_{14} должна быть проведена перпендикулярно к следу Φ_1 . Следовательно плоскость Π_4 одновременно займет положение перпендикулярное к Π_1 , что является необходимым условием при замене плоскостей проекций. Чтобы построить след Φ_4 в новой системе плоскостей проекций Π_1/Π_4 возьмем на следе Φ_2 фронтальную проекцию точки 1_2 , и найдем точку 1_4 , принадлежащую фронтальному следу в новой системе плоскостей проекций. Проведя прямую линию через точку 1_4 и точку пересечения следа Φ_1 с осью проекций X_{14} , получим фронтальный след Φ_4 в новой системе плоскостей проекций.

Плоскость же заданная следами Φ_1 и Φ_4 является фронтально-проецирующей в новой системе плоскостей проекций.

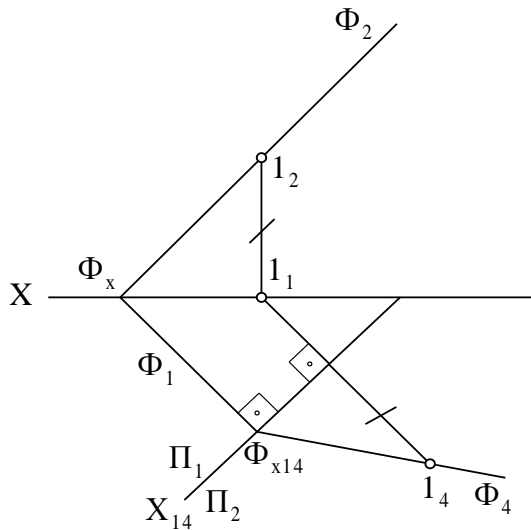


Рис. 7.5

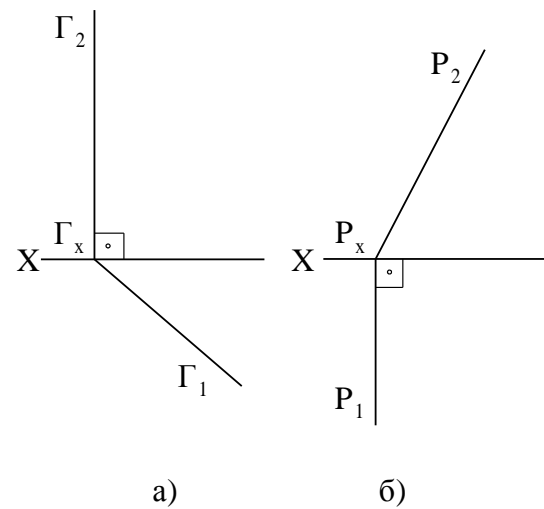


Рис. 7.6

Задача решается аналогично при замене горизонтальной плоскости проекций.

Рассмотрим задачу, для решения которой замена одной плоскости проекций дополнительной плоскостью проекций является недостаточной. Пусть требуется преобразовать систему плоскостей проекций так, чтобы отрезок АВ, занимающий в основной системе плоскостей проекций Π_1/Π_2 , общее положение, в новой системе был бы перпендикулярен к одной из плоскостей проекций, т.е. спроецировался бы в точку.

Новую плоскость проекций сразу выбрать, чтобы она была перпендикулярна к отрезку АВ к одной из плоскостей проекций, невозможно, т.к. отрезок занимает общее положение. Поэтому необходимо вначале применить промежуточную плоскость проекций Π_4 , которую нужно расположить параллельно отрезку АВ и перпендикулярно Π_1 (рис. 7.7).

Для этого проводим новую ось проекций параллельно отрезку АВ, т.е. $X_{14} \parallel A_1B_1$ и строим новую фронтальную проекцию отрезка A_4B_4 . Вторую дополнительную плоскость проекций Π_5 в системе Π_4/Π_5 располагаем перпендикулярно промежуточной плоскости проекций Π_4 и отрезку АВ, т.е. ось проекций X_{45} проводим перпендикулярно проекции отрезка A_4B_4 . Точки A_5 и B_5 совпадают, т.к. отрезок A_1B_1 расположен на одинаковом расстоянии от точки X_{14} .

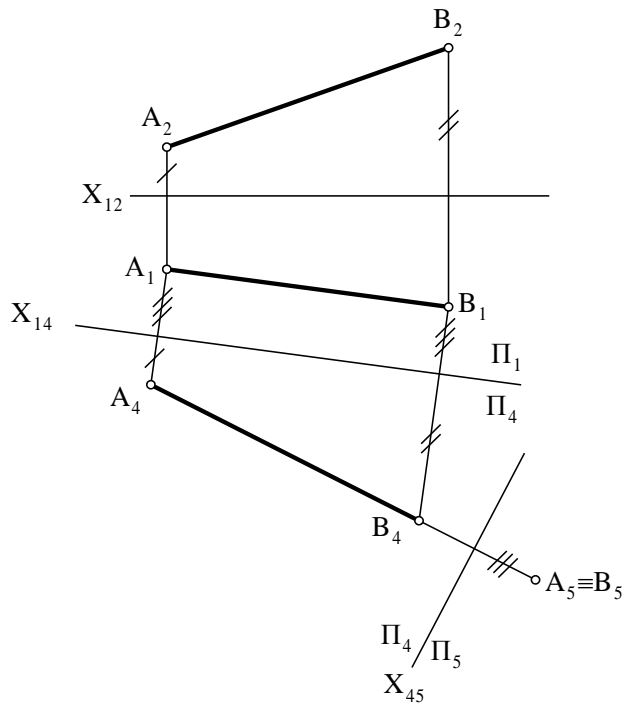


Рис. 7.7

На рис. 7.8 приведен пример определения истинной величины треугольника ABC путем применения двух дополнительных плоскостей проекций.

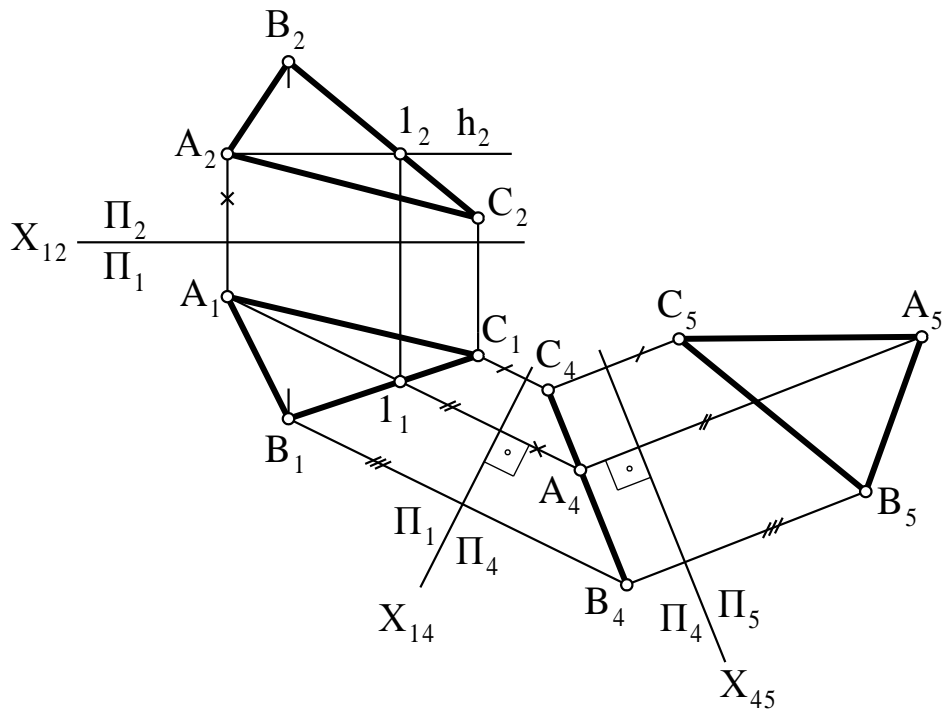


Рис. 7.8

Заменяем систему плоскостей проекций Π_1/Π_2 новой системой плоскостей проекций Π_1/Π_4 , располагая плоскость проекций Π_4 перпендикулярно к треугольнику ABC и плоскости проекций Π_1 . Это значит, что новая ось проекций должна быть расположена перпендикулярно к горизонтальной проекции горизонтали h_1 . Плоскость треугольника в данном случае спроецируется на Π_4 в прямую линию ($C_4A_4B_4$).

Чтобы получить истинную величину треугольника ABC нужно плоскость Π_5 расположить параллельно плоскости треугольника ABC и перпендикулярно Π_4 . Это значит, что ось проекций X_{45} должна быть расположена параллельно проекции треугольника $C_4A_4B_4$. Полученная проекция $A_5B_5C_5$ соответствует истинной величине треугольника ABC .

7.2. Метод вращения вокруг оси, перпендикулярной к плоскости проекций

Сущность метода вращения вокруг оси, перпендикулярной к плоскости проекций состоит в том, что сохраняя основную систему плоскостей проекций Π_1/Π_2 неизменной, проецируемыми отрезкам прямых, плоским фигурам, придаем путем вращения вокруг некоторой оси частное положение по отношению к плоскостям проекций. В том случае, если отрезок прямой повернуть до положения параллельного плоскости проекций, то на эту плоскость проекций он спроецируется в натуральную величину.

В качестве осей вращения применяют прямые, перпендикулярные к плоскостям проекций, располагающиеся вне этих плоскостей или принадлежащие им (рис. 7.9).

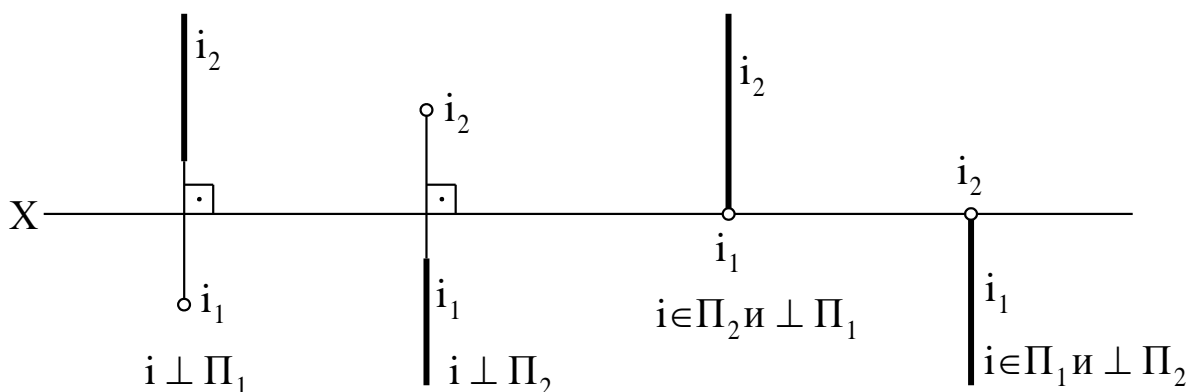


Рис. 7.9

Рассмотрим пример на вращение точки A вокруг оси, перпендикулярной к горизонтальной плоскости проекций. Пусть требуется точку A повернуть на некоторый угол φ , вращая по ходу часовой стрелки (рис. 7.10).

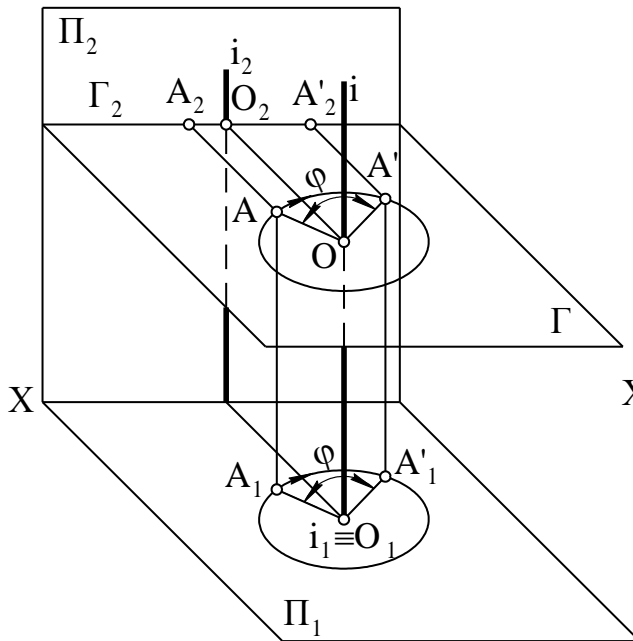


Рис. 7.10

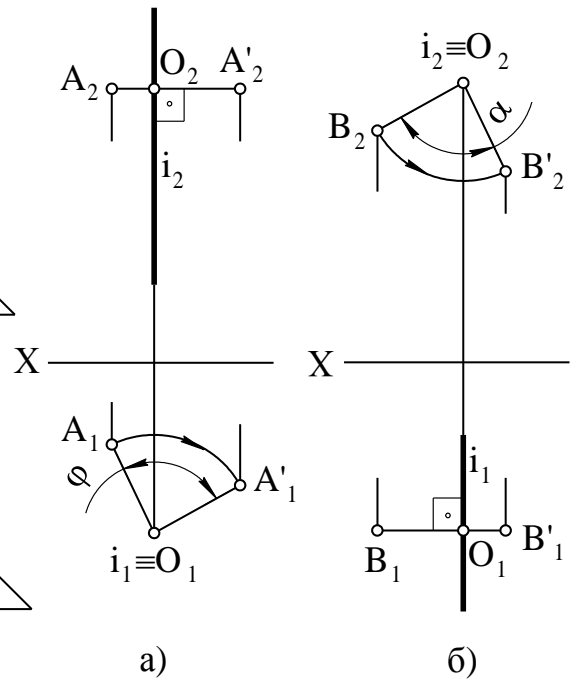


Рис. 7.11

Ось вращения i проецируется на горизонтальную плоскость проекций Π_1 точкой (i_1), а на Π_2 – прямой линией (i_2) перпендикулярной к оси X . При вращении точки A вокруг оси i она будет перемещаться в плоскости Γ по окружности с радиусом OA и центром вращения O . Плоскость Γ , построенная дополнительно, располагается перпендикулярно к оси i и называется плоскостью перемещения точки. Следовательно, горизонтальная проекция радиуса вращения O_1A_1 равняется истинной величине радиуса вращения OA , т.к. плоскости Γ и Π_1 параллельны между собой. При вращении точки A по ходу часовой стрелки на угол φ она переместится в плоскости Γ по дуге окружности радиуса OA в точку A' . Горизонтальная проекция точки A также будет перемещаться по окружности радиуса $O_1A_1=OA$ и займет положение A'_1 . Фронтальная проекция A_2 будет перемещаться по прямой параллельной оси X (след Γ_2) и займет положение A'_2 .

На рис. 7.11 а показан пример вращения точки А на угол φ вокруг оси i перпендикулярной к Π_1 , а на рис. 7.11 б – вращение точки В вокруг оси i перпендикулярной к Π_2 .

В первом случае горизонтальная проекция A_1 точки А перемещается по дуге радиуса O_1A_1 до положения A'_1 , а фронтальная A_2 – по прямой линии параллельной оси X (A'_2). Во втором случае – наоборот, фронтальная проекция точки (точка B_2) перемещается по дуге радиуса O_2B_2 до положения B'_2 , а горизонтальная – по прямой параллельной оси X до B'_1 .

Рассмотрим примеры определения истинных величин геометрических образов методом вращения вокруг оси перпендикулярной плоскости проекций.

Пусть требуется определить истинную величину отрезка АВ (рис. 7.12).

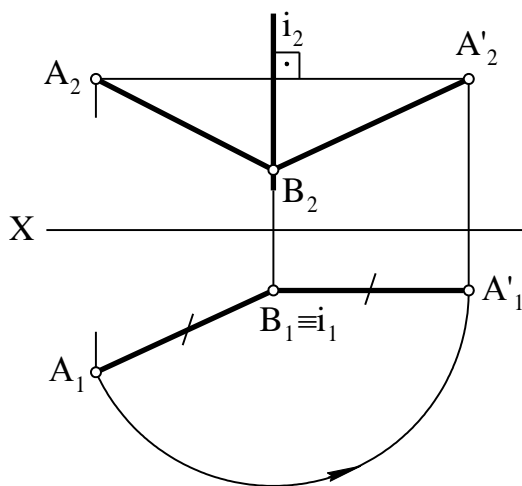


Рис. 7.12

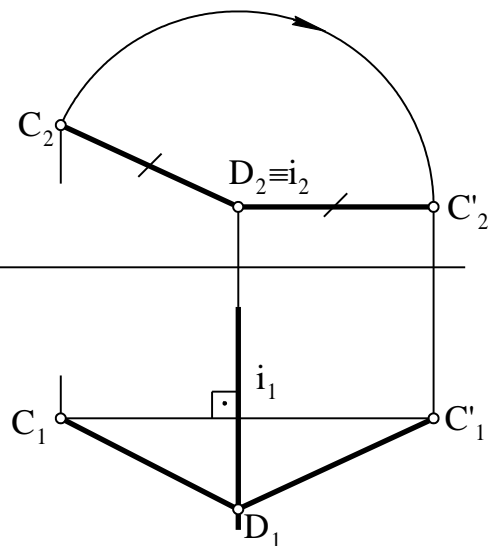


Рис. 7.13

Целесообразно ось вращения проводить через одну из точек, принадлежащих отрезку, тогда получается более простое решение. В данной задаче ось i проходит через точку В перпендикулярно к горизонтальной плоскости проекций, следовательно, горизонтальная ее проекция совпадает с B_1 ($i_1 \equiv B_1$). Перемещая горизонтальную проекцию точки A_1 по дуге радиуса $R=A_1B_1$ с центром вращения в точке $B_1 \equiv i_1$ располагаем ее на таком расстоянии от оси X , как расположена точка B_1 , т.е. горизонтальная проекция отрезка A_1B_1 займет положение параллельное оси X ($B_1A'_1$), поэтому фронтальная проекция $B_2A'_2$ будет равняться истинной величине от-

резка АВ. Как видно из чертежа фронтальная проекция A_2 точки А перемещается параллельно оси Х до пересечения с линией связи, проходящей от точки A'_1 .

Определение истинной величины отрезка CD вращением вокруг оси перпендикулярной к фронтальной плоскости проекций показано на рис. 7.13, где $C'_1D'_1$ является истинной величиной отрезка CD.

Как видно из рис. 7.14 и рис. 7.15 при вращении отрезка прямой вокруг оси, перпендикулярной к Π_1 или к Π_2 , ее проекция на эту плоскость проекций остается неизменной. Зная это положение, представляется возможность, решать аналогичные задачи без применения осей вращения, так называемым плоскопараллельным перемещением, при котором все точки прямой, фигуры перемещаются в плоскостях, параллельных между собой.

На рис. 7.14 определена истинная величина отрезка АВ плоскопараллельным перемещением. Мысленно вращаем этот отрезок вокруг мнимой оси, перпендикулярной Π_1 до положения параллельного Π_2 и располагаем горизонтальную проекцию A_1B_1 в произвольном месте параллельно оси Х, получаем отрезок $A'_1B'_1$. Фронтальные проекции точек А и В в данном случае перемещаются параллельно оси Х.

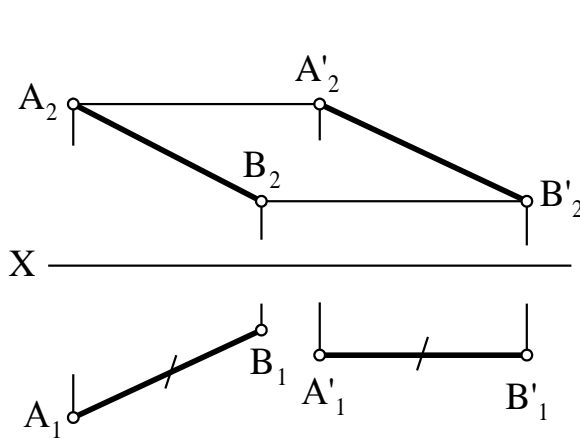


Рис. 7.14

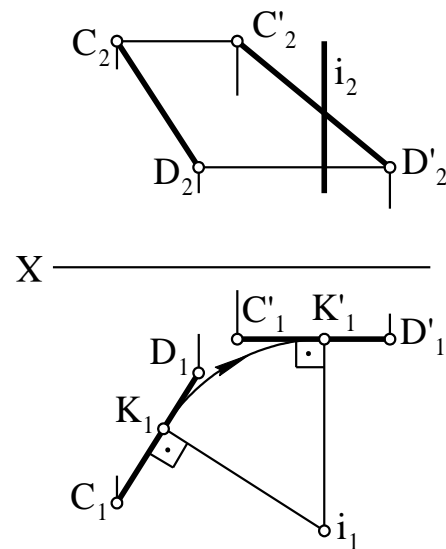


Рис. 7.15

На рис. 7.15 дан пример нахождения истинной величины отрезка CD, когда ось вращения i проходит перпендикулярно плоскости проекций Π_1 , но не через отрезок CD. Из точки i_1 опускаем перпендикуляр i_1K_1 к горизонтальной проекции отрезка C_1D_1 и вращаем этот перпендикуляр с проекцией отрезка C_1D_1 до положения пока i_1K_1 не расположится перпенди-

кулярно к оси X , тогда отрезок $C'_1D'_1$ займет положение параллельное оси X , т.е. спроецируется на Π_2 в истинную величину $C'_2D'_2$.

При решении отдельных задач для достижения поставленной цели недостаточно применения одной оси вращения, тогда применяется несколько осей вращения. Так при определении истинной величины треугольника ABC (рис. 7.16), занимающего общее положение относительно плоскостей проекций, необходимо его вначале повернуть до проецирующего положения, а затем – до плоскости уровня.

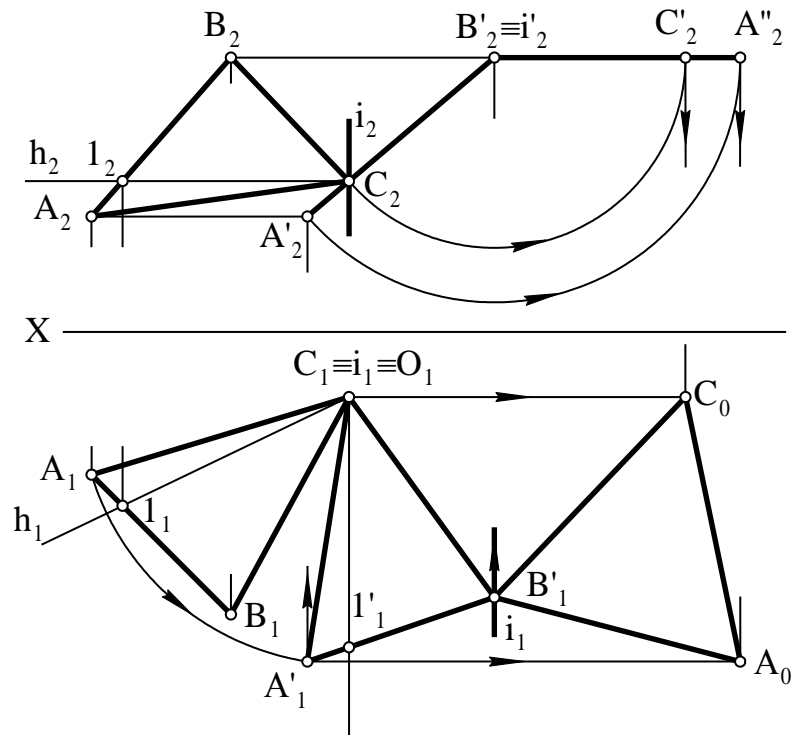


Рис. 7.16

Ось вращения i проводим перпендикулярно к горизонтальной плоскости проекций, а в треугольнике ABC проводим горизонталь h . Вращаем эту горизонталь до проецирующего положения относительно плоскости проекций Π_2 . Горизонталь спроецируется в точку, а весь треугольник - в отрезок $A'_2C_2B'_2$.

Вторую ось вращения i' (i'_1, i'_2), проходящую через точку B (B'_1, B'_2), располагаем перпендикулярно к плоскости проекций Π_2 и вращаем треугольник ABC ($A'_2C_2B'_2$) до положения параллельного плоскости проекций Π_1 ($B'_2C'_2A''_2 \parallel X$). В этом случае горизонтальная проекция $A_0B'_1C_0$ треугольника спроецируется в натуральную величину, т.е. $A_0B'_1C_0 = ABC$.