УДК 624.014:539.3

НАДЕЖНОСТЬ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ С ПОВРЕЖДЕНИЯМИ

канд. техн. наук, доц. В.Э. ЗАВИСТОВСКИЙ, канд. техн. наук О.В. КОРОБОВ
(Полоцкий государственный университет)

Рассматривается надежность элементов конструкций с повреждениями. Надежность оценивается или прогнозируется на основе результатов исследований поведения ряда параметров системы, совокупность которых определяет ее техническое состояние. Выбор совокупности основных технических параметров в некоторой степени произволен, поэтому выбирают независимые параметры с независимыми по каждому из них условиями работоспособности, что позволяет определять надежность отдельно по каждому из параметров. Надежность определяется методами расчета, оценивания или прогнозирования. Вследствие большого разнообразия видов и модификаций элементов конструкций и существенного различия режимов их работы в разных системах результаты расчета надежности механических или технологических систем носят лишь ориентировочный характер и ими, как правило, пользуются на стадии проектирования. Уточнение значений показателей надежности и доводка системы проводятся на этапах освоения конструкции и технологии изготовления, а также на этапах производства и эксплуатации.

Принципы определения надежности. Надежность определяется методами расчета, оценивания или прогнозирования. Показатели надежности могут быть определены на основе результатов испытаний отдельных элементов или системы в целом как по данным об отказах, так и на основе информации о поведении некоторых параметров. Уточнение значений показателей надежности проводится на этапах освоения конструкции и технологии изготовления, а также на этапах производства и эксплуатации. В зависимости от вида и характера использованной при этом информации [1 – 5] существуют три основных принципа определения надежности:

- *структурный принцип*. Определение показателей надежности системы на основе полученных в результате испытаний показателей надежности ее элементов проводится в соответствии со структурной схемой конструкции; при этом учитываются основные особенности взаимодействия элементов: способ их соединения (последовательное, параллельное или комбинированное), характер и сущность их отказов (зависимые или независимые, полные или частичные). Он применим при расчете надежности на стадии проектирования, но нецелесообразен при оценке и прогнозировании надежности на основе пробных испытаний;

- *эксплуатационный принцип*. Надежность. Руководствуясь этим принципом, оценивается на основе данных о наработках до и (или) между отказами и информации о характере и месте отказа. Полная вероятность безотказной работы при независимых отказах вычисляется как произведение частных вероятностей безотказной работы. Основной недостаток – сравнительно ограниченная информативность таких данных; сколько-нибудь существенную достоверность оценок показателей надежности получают, как правило, при длительных наблюдениях большого количества экземпляров. Наглядность и четкость таких испытаний существенно повышаются при вероятностной трактовке физических процессов, приводящих к возникновению отказов, путем построения соответствующих моделей отказов;

- *параметрический принцип*. Техническое состояние механической системы характеризуется совокупностью основных технических параметров. Основные технические параметры – те из технических параметров системы (геометрические размеры, перемещения, скорости, силы, параметры энергетических потоков и т.д.), изменения которых приводят к потере работоспособности. Отказ в этом случае наступает, если не соблюдаются накладываемые на значения параметров требования – условия работоспособности системы по каждому основному техническому параметру.

Поскольку выбор совокупности основных технических параметров в некоторой степени произволен, выбирают независимые параметры с независимыми по каждому из них условиями работоспособности. Это позволяет определять надежность отдельно по каждому из параметров. На основе частных показателей надежности по отдельным параметрам можно определить показатели надежности системы в целом. Условия работоспособности по каждому из основных технических параметров задаются в соответствии с характером поведения параметра, его ролью в обеспечении качества функционирования системы и с учетом установившихся традиций отрасли.

Надежность элементов конструкций с повреждениями. Анализ видов повреждений элементов конструкции показал, что одна из основных причин выхода их из строя – наличие дефектов металла, сварки, усталостных трещин и т.п.

Пусть a_t – размер дефекта в момент времени t; a_c – критический размер дефекта.

Полагая, что a_t и a_c – фиксированные случайные величины, вероятность безотказной работы элемента с повреждениями можно представить в виде вероятности [6]:

$$R(t)=1-F(t)=P\{a_t\le a_c\}=\int_0^{\infty}\int_{a_c}^{\infty} f_t(a_t,\theta_t)da_t\, f_c(a_c,\theta_c)da_c=\int_0^{\infty}[1-F_t(a_c,\theta_t)]\, f_c(a_c,\theta_c)da_c, \quad (1)$$

где $f_c(a,\theta_c)$, $f_t(a,\theta_t)$ – плотности распределения соответственно критических и текущих размеров дефектов; θ_c,θ_t – векторы параметров распределений, зависящие от времени t. При известных значениях $F(t)$ и ее производной по t функцию риска можно вычислить из выражения:

$$h(t)=F'(t)/(1-F(t)). \quad (2)$$

Одной из причин отказа несущих металлоконструкций является эффект усталости. Скорость распространения макроскопической усталостной трещины определяется различными микроскопическими механизмами, структурами материала в вершине трещины и имеет вероятностную природу. Уровень нагружения в вершине трещины длиной a при напряжениях σ связывают с величиной коэффициента интенсивности напряжений (КИН):

$$K_1=\sigma\sqrt{\pi a}\, f_{1k}(a/W), \quad (3)$$

где $f_{1k}(a/W)$ – поправочная функция на геометрию образца [7].

Наличие дефектов обусловлено как технологией изготовления конструкции, так и её эксплуатацией. Непровары, поры, несплавления и другие дефекты рассматривают как трещины, их делят на одиночные и групповые дефекты.

Проведенный статистический анализ показал, что в качестве аппроксимирующей функции плотности распределения размера начального дефекта можно использовать двухпараметрический закон Вейбулла. Наряду с этим привлекают внимание и ряд других зависимостей [8] – выражения для плотности применяемых ниже законов распределения (нормального, двухпараметрического распределения Вейбулла – Гнеденко, равномерного):

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x}}\exp\left(-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x}\right),$$
$$-U_P\le\frac{x-m_x}{\sigma_x}\le U_P; \quad (4)$$

$$f(x)=\frac{\beta}{\theta}\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta-1}\exp\left(-\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta}\right),$$
$$0\le\frac{x}{\theta}\le U_P; \quad (5)$$

$$f(x)=1/(2x_p),$$
$$m_x-x_p\le x\le m_x+x_p, \quad (6)$$

где m_x, σ_x, θ, β, x_p – параметры соответствующих распределений. Вне указанных интервалов значение $f(x)$ принято равным нулю, вследствие чего выполняется нормирование функций.

Размер критических дефектов находят через характеристики статической трещиностойкости. Распределение усталостной трещины происходит до тех пор, пока величина КИН не превысит своего предельного значения K_{fc}, которое часто заменяют на предельное значение КИН при статическом нагружении K_{1c}, определяемое по ГОСТ 25.506-85, т.е. используют условие статической трещиностойкости. Переход от значений K_{fc} к K_{1c} (K_c для заданной толщины) можно осуществлять при известных сведениях об этих характеристиках, так как в ряде случаев параметр циклической трещиностойкости может быть ниже и иметь меньший разброс [9].

Если в одних методах расчета показателей надежности непосредственно применяют значение K_c, то в других оперируют размером критического дефекта, вычисленного через K_c. Если величина K_c детерминирована, то значение a_c можно найти, численно решив уравнение (3). При известной эмпирической функции распределения для K_c возможно восстановление эмпирической функции для критического дефекта с помощью следующих выражений:

$$P\{a_1 \le a_c \le a_2\} = \mathrm{P}\{K_1(a_1) \le K_c \le K_1(a_2)\}. \tag{7}$$

В случае циклического нагружения закон роста трещины связывает скорость изменения длины трещины по числу циклов нагружения со значением КИН [6]. Наиболее распространенное – уравнение Пэриса [10] для среднего участка диаграммы циклического разрушения:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^n, \tag{8}$$

где C, n – константы.

При отнулевом цикле нагружения значение максимального КИН и его размаха совпадают, в других случаях в уравнение (7) может быть включена поправочная функция [11].

В [7] описаны подходы к расчету в условиях нерегулярного нагружения. Рассматривается задача определения показателей надежности через функцию распределения размера дефекта $f(x)$, $(x = a/W = 0...1$ – относительная длина трещины) в момент времени t [6]. При этом принимается, что параметры уравнения распространения трещины (7), плотность распределения исходного и критического дефекта известны.

В [12] основное внимание уделено получению интегральной функции распределения ресурса $F(t)$ по имеющимся экспериментальным данным. При расчете этого показателя можно воспользоваться непрерывными функциями распределения и известными законами для размера начального дефекта. В качестве параметра поврежденности можно рассматривать не только длину трещины, но и другие показатели уровня дефектности [7; 12]. Численные методы допускают применение различных законов роста дефектов.

Для одиночной трещины в момент времени t [6] вероятность того, что длина трещины будет меньше заданного значения, имеет вид:

$$P\{x_t \le b\} = \int_0^b f_0(x, \theta_0) P\{x_t \le b | x = x_0\} dx, \tag{9}$$

где $P\{x_t \le b | x = x_0\}$ – вероятность того, что трещина с начальной длиной $x = x_0$ за время t увеличит свою длину до значения x_t, не превышающего b.

Известно, что повреждаемость материалов на инкубационной стадии макроскопического разрушения характеризуется развитием системы микродефектов, проявляющимся в непрерывном их зарождении и увеличении размеров [13]. При этом предельное состояние – образование макротрещины – может быть достигнуто либо за счет объединения части дефектов, когда размеры наибольших трещин станут соизмеримы со средним расстоянием между трещинами в системе, либо путем развития доминирующей микротрещины до уровня макротрещины. В любом случае в качестве критерия предельного состояния можно использовать максимальный размер дефекта в системе микрометровых трещин и ставить задачу о прогнозировании ресурса изделий до возникновения трещины заданной длины.

Учитывая неоднородность структурных свойств материалов на участках, соизмеримых по размерам с микрометровыми трещинами, можно утверждать, что длины таких трещин будут случайными величинами. Для описания распределения длин рассмотрена модель дискретного роста трещины [14], полагая, что продолжительности интервалов между скачками Δt_1 – независимые случайные величины. Изменение длины трещины от времени можно аппроксимировать непрерывной экспоненциальной функцией:

$$l = A\exp(\alpha t), \tag{10}$$

где A и α – константы; t – время или число циклов нагружения.

В конечно-разностном виде кинетическое уравнение роста трещины, решением которого является функция (10), можно записать следующим образом:

$$\frac{\Delta l_i}{\Delta t_i} = \alpha l_{i-1,}. \tag{11}$$

Суммируя левую и правую части уравнения (11) с учетом того, что приращения Δl_i – величины малого порядка, получено:

$$t_k = \sum_{i=1}^{k} \Delta t_i = \frac{1}{\alpha} \sum_{i-1}^{k} \frac{\Delta l_i}{l_{i-1}} \approx \frac{1}{\alpha} \int_{l_1}^{l_k} \frac{dl}{l} = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{l_k}{l_1}, \qquad (12)$$

где t_k – время развития трещины от начального размера l_1 до текущего l_k; k – число интервалов Δt_i, входящих в t_k $(k \geq 1)$.

Переходя к распределению случайной величины l и принимая размер трещины l_1 в качестве детерминированной величины, получено, что при фиксированном t ($t > t_1$) распределение длин трещин описывается логарифмически нормальным законом:

$$f(l;t) = \frac{1}{l\sqrt{2\pi D(t)}} \exp\left\{ -\frac{\left[\ln l - M(t)\right]^2}{2D(t)} \right\}, \qquad (13)$$

где $D(t)$ и $M(t)$ – дисперсия и математическое ожидание логарифмов для трещин в момент времени t.

Коэффициент α, который, по всей видимости, должен зависеть от действующих напряжений, температуры, механических и физических свойств материала, геометрии изделия и трещины, не входит в выражение (13), что свидетельствует об инвариантности распределения длин трещин относительно вышеперечисленных факторов [14]. Постоянство дисперсии длин трещин не противоречит гипотезе об автомодельности разрушения [13].

Если при каком-то фиксированном t на поверхности материала имеется n трещин, функция распределения максимальных значений их длин определяется по известной формуле:

$$F_m(1) = \Phi^n(z), \qquad (14)$$

где $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2n}} \int_{-\infty}^{z} \exp\left(-\frac{x^2}{2} \right) dx$ – нормированная функция распределения Гаусса с параметром

$$z = \frac{\ln l - M}{\sqrt{D}}. \qquad (15)$$

Согласно теории экстремальных значений исходное логарифмически нормальное распределение относится к распределениям экспоненциального типа, для которого справедлива следующая асимптотика [15]:

$$\Phi^n(z) \to \exp\left\{ -\exp\left[-\alpha_n (z - u_n) \right] \right\}, \qquad (16)$$

где u_n – характеристическое наибольшее значение экстремальных значений параметра z; α_n – экстремальная функция интенсивности.

Параметры α_n и u_n зависят от объема выборки n и вида исходного распределения.

Продифференцировав функцию распределения (16) по z, можно определить плотность распределения максимальных значений параметра z:

$$f_m(z) = \alpha_n \exp\left\{ -\alpha_n (z - u_n) - \exp\left[-\alpha_n (z - u_n) \right] \right\}. \qquad (17)$$

Учитывая, что параметр z связан с длиной трещины соотношением (15), произведем преобразование случайных величин в выражении (17). В результате получим формулу для плотности распределения максимальных значений длин трещин [14]:

$$f_m(l) = \frac{\beta \alpha_n}{\sqrt{D}} l^{-\left(\frac{\alpha_n}{\sqrt{D}} + 1 \right)} \exp\left(-\beta l^{-\frac{\alpha_n}{\sqrt{D}}} \right), \qquad (18)$$

где

$$\beta = \exp\left[\alpha_n \left(\frac{M}{\sqrt{D}} + u_n \right) \right]. \qquad (19)$$

Зависимость количества трещин на площади поверхности образцов S от наработки найдем следующим образом:

$$n(t) = Sat^b. \tag{20}$$

Следовательно, параметры α_n и u_n, которые входят в формулу для плотности распределения (18), зависят от наработки. В этом случае пересечение процесса $f_m(l;\, t)$ с заданным уровнем l_* позволит определить распределение наработки до предельного состояния – ресурс, причем функцию такого распределения можно найти по аналогии с задачей о выбросах случайного процесса накопления повреждений [14; 16]:

$$F_m(\tau) = \int_{l_*}^{\infty} f_m(l;\tau)dl, \tag{21}$$

где τ – ресурс.

Подставив в формулу (21) выражение (18), после интегрирования получим:

$$F_m^s(\tau) = 1 - \exp\left[-\beta(\tau) l_*^{-\frac{\alpha_n(\tau)}{\sqrt{D}}}\right] \quad \text{при} \quad \tau \in [t_0, t_n], \tag{22}$$

где индекс s означает, что на численные значения функции распределения ресурса до появления трещины длиной l_* влияет величина площади поверхности поврежденного материала. Ограниченная область определения функции $F_m^s(\tau)$ обусловлена нарушением ее монотонности при $\tau < t_0$ и замкнутым интервалом n при аппроксимации параметров α_n, u_n, и ρ_c [14].

Если образование макроскопической трещины обусловлено слиянием микрометровых трещин, то наиболее вероятно объединение малых по размеру дефектов с трещиной максимальной длины. В этом случае условие объединения микрометровых трещин можно записать в виде

$$r \le l_*, \tag{23}$$

где r – среднее расстояние между центрами микрометровых трещин.

При равномерной плотности дефектов на поверхности воспользуемся оценкой

$$r \approx \frac{1}{\sqrt{\rho_c}}. \tag{24}$$

Выражение для функции распределения наработки до объединения микрометровых трещин имеет вид:

$$F_{m,r}^s(\tau) = 1 - \exp\left[-\beta(\tau)\rho_c(\tau)^{\frac{\alpha_n(\tau)}{2\sqrt{D}}}\right], \tag{25}$$

при $\tau \in [t_0', t_n]$,

где t_0' определяем из следующего выражения:

$$t_0' = \left(\frac{2}{a \cdot S}\right)^{\frac{1}{b}}. \tag{26}$$

Заключение. Эксплуатация целого ряда металлических конструкций недопустима при наличии в них макроскопических трещин. Ресурс таких конструкций будет лимитироваться временем развития малых трещин до образования одной или нескольких макротрещин длиной, достаточной для их надежной идентификации методами неразрушающего контроля. Очевидно, что разработка мероприятий по управлению надежностью на основе прогнозной информации является типичной задачей принятия решений в условиях неопределенности, зависящей от так называемых природных факторов, не известных или известных с недостаточной точностью в момент принятия решения и обусловленных их недостаточной изученностью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баронс, П.П. Надежность и качество механических систем / П.П. Баронс, А.В. Звиедрис, Н.К. Салениекс. – Рига: Авотс, 1982. – 85 с.
2. Бруевич, Н.Г. Количественные оценки надежности изделия / Н.Г. Бруевич // Основные вопросы теории и практики надежности. – М.: Сов. радио, 1971. – С. 5 – 25.

3. Волков, Л.И. Надежность летательных аппаратов / Л.И. Волков, А.М. Шишкевич. – М.: Высш. шк., 1975. – 293 с.
4. Герцбах, И.Б. Модели отказов / И.Б. Герцбах, Х.Б. Кардонский. – М.: Сов. радио, 1966. – 166 с.
5. Проников, А.С. Надежность машин / А.С. Проников. – М.: Машиностроение, 1978. – 490 с.
6. Шокин, Ю.И. Вероятностные модели технологической дефектности сварных соединений / Ю.И. Шокин, В.В. Москвичев, А.М. Лепихин; ВЦ СО АН СССР. – Красноярск: Препринт, 1988. – 20 с.
7. О природе разброса вязкости разрушения при статическом нагружении / В.Т. Трощенко [и др.] // Проблемы прочности. – 1990. – № 2. – С. 10 – 18.
8. Завистовский, В.Э. Обзор законов распределения случайных величин при расчетах надежности технических систем / В.Э. Завистовский // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия С. Фундаментальные науки. – 2004. – № 4. – С. 108 – 122.
9. Применение инженерных методов расчета показателей надежности элементов конструкций с повреждениями / Н.А. Махутов [и др.] // Проблемы прочности. – 1991. – № 5. – С. 3 – 8.
10. Анализ закономерностей распределения усталостных трещин / П. Ромвари [и др.] // Проблемы прочности. – 1980. – № 12. – С. 18 – 28.
11. Партон, В.З. Механика упругопластического разрушения / В.З. Партон, Е.М. Морозов. – М.: Наука, 1985. – 504 с.
12. Когаев, В.П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность / В.П. Когаев, Н.А. Махутов, А.П. Гусенков. – М.: Машиностроение, 1985. – 224 с.
13. Богданофф, Дж. Вероятностные модели накопления повреждений / Дж. Богданофф, Ф. Козин. – М.: Мир, 1989. – 344 с.
14. Автомодельность накопления повреждений / Л.Р. Ботвина [и др.] // Проблемы прочности. – 1985. – № 12. – С. 17 – 24.
15. Прогнозирование ресурса с учетом особенностей развития системы поверхностных микрометровых трещин / С.Р. Игнатович [и др.] // Проблемы прочности. – 1990. – № 3. – С. 17 – 22.
16. Болотин, В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций / В.В. Болотин. – М.: Машиностроение, 1984. – 312 с.

Поступила 01.06.2011

RELIABILITY OF DAMAGED CONSTRUCTIONAL ELEMENTS

U. ZAVISTOUSKI, A. KORABAU

Reliabitity is estimated or predicted on the basis of the research made on the performance of the system parametres which altogether determine the condition of the system. The choice of the major technical characteristics is to a great extent arbitrary, that is why independent parametres are only chosen for estimation, which allows to estimate reliability of each parametre separately. As there exists a wide range of types and modifications of constructional elements that perform differently in varying systems, the results of the reliability of mechanical or technologycal systems are approximal and are used at the projection phase. More accurate reliability ratesand the addjuxtment of the system are made at the stages of the construction elaboration and elevation.