8. СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА

8.1. Вращение вокруг оси, параллельной плоскости проекций
8.2. Вращение вокруг следа плоскости
8.3. Решение метрических задач методами преобразования чертежа

8.1. Вращение вокруг оси, параллельной плоскости проекций

При определении формы и размеров плоских фигур применение метода вращения вокруг оси, расположенной параллельно одной из плоскостей проекций (горизонталь, фронталь), значительно упрощает решение задач по сравнению с другими методами.

Пусть требуется точку A повернуть вокруг некоторой оси h (рис. 8.1), расположенной параллельно плоскости проекций Π_1, до положения, пока она не окажется на одном уровне с осью h относительно Π_1, т.е. пока их расстояния до плоскости проекций Π_1 не окажутся одинаковыми.

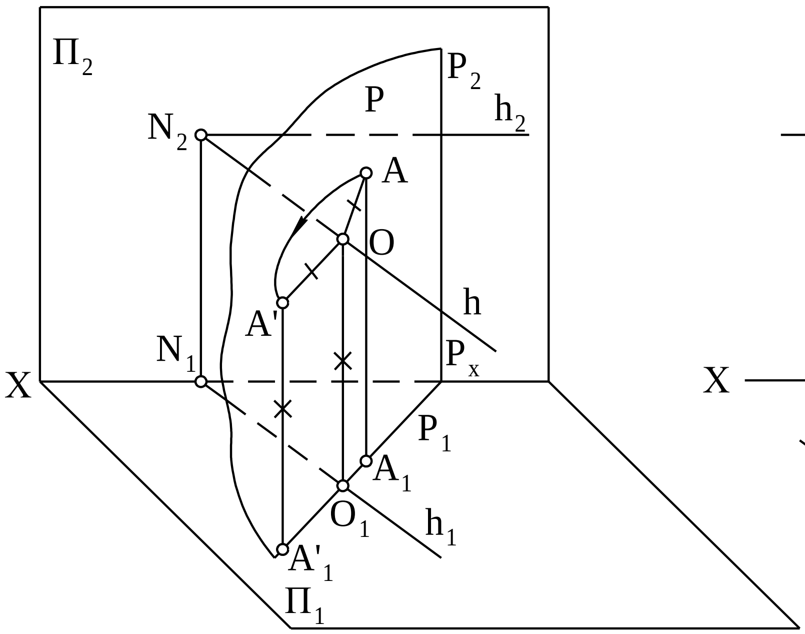


Рис. 8.1

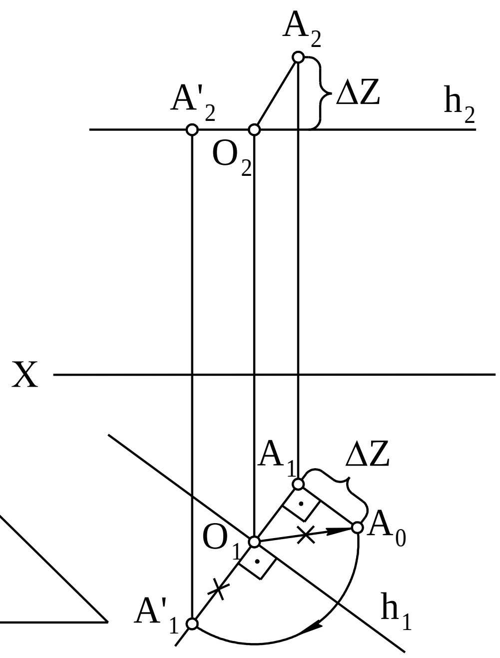


Рис. 8.2

При вращении точки A вокруг оси h она будет перемещаться по окружности в плоскости P, где O – центр вращения (точка пересечения оси с плоскостью P), OA – радиус вращения. Плоскость P перпендикулярна к оси вращения h, следовательно она перпендикулярна и к горизонтальной проекции h_1 оси вращения h, т.е. плоскость Р является горизонтально-проецирующей. Поэтому горизонтальная проекция точки А при вращении также будет перемещаться по горизонтальному следу P_1 плоскости Р. Чтобы была выполнена поставленная задача, необходимо вращать радиус ОА до тех пор, пока он не займет положение параллельное горизонтальной плоскости проекций $П_1$ (ОА'). В этом случае точка А окажется на одинаковом уровне с осью h относительно плоскости проекций $П_1$. Тогда горизонтальная проекция радиуса вращения $O_1A'_1$ будет соответствовать натуральной величине радиуса вращения ОА ($O_1A'_1$=ОА).

При определении нового положения точки А на чертеже (рис. 8.2) необходимо выполнить следующее: выбрать положение оси вращения h (h_1 и h_2), затем из горизонтальной проекции точки A_1 провести перпендикуляр к горизонтальной проекции оси вращения h_1, далее определить центр вращения О (O_1, O_2) и радиус вращения ОА (O_1A_1; O_2A_2). В заключение необходимо определить натуральную величину радиуса вращения O_1A_0 и отложить его величину от h_1 на продолжении перпендикуляра O_1A_1, т.е. на горизонтальной проекции траектории перемещения точки А. Получим горизонтальную проекцию A'_1 точки А, которая расположена на одном уровне с горизонталью, поэтому фронтальная проекция A'_2 будет проецироваться на h_2.

Рассмотрим пример построения натуральной величины треугольника АВС вращением вокруг горизонтали (рис. 8.3).

Сторона треугольника АС расположена параллельно горизонтальной плоскости проекций, поэтому проводим через нее горизонталь h (h_1, h_2) которая и будет являться осью вращения. Так как точки А и С треугольника находятся на оси вращения, то при вращении они своего положения не меняют. Точка В будет перемещаться в плоскости, перпендикулярной к горизонтали, поэтому из горизонтальной проекции точки B_1 проводим прямую перпендикулярную к h_1. На пересечении этой прямой с h_1 находится горизонтальная проекция центра вращения O_1 точки О. Фронтальная проекция O_2 определена по линии связи и расположена она на h_2. Радиусом вращения является отрезок ОВ (O_1B_1 и O_2B_2). Определив натуральную величину радиуса вращения O_1B_0, откладываем его на продолжении отрезка B_1O_1, т.е. на горизонтальной проекции траектории перемещения точки В получим точку B'_1. В таком положении радиус вращения ОВ будет расположен параллельно $П_1$ поэтому $O_1B'_1$ будет равняться ОВ. Соединив точку B'_1 с точками A_1 и C_1, получим горизонтальную проекцию треугольника

$A_1B'_1C_1$, которая соответствует натуральной величине треугольника ABC, т.к. он в данном случае оказался параллельным $П_1$. Фронтальная проекция треугольника проецируется на фронтальную проекцию горизонтали h_2 ($A_2B'_2C_2$).

При необходимости поворота плоской фигуры параллельно фронтальной плоскости проекций, нужно в качестве оси вращения выбрать фронталь, остальные построения аналогичны, как и при вращении вокруг горизонтали.

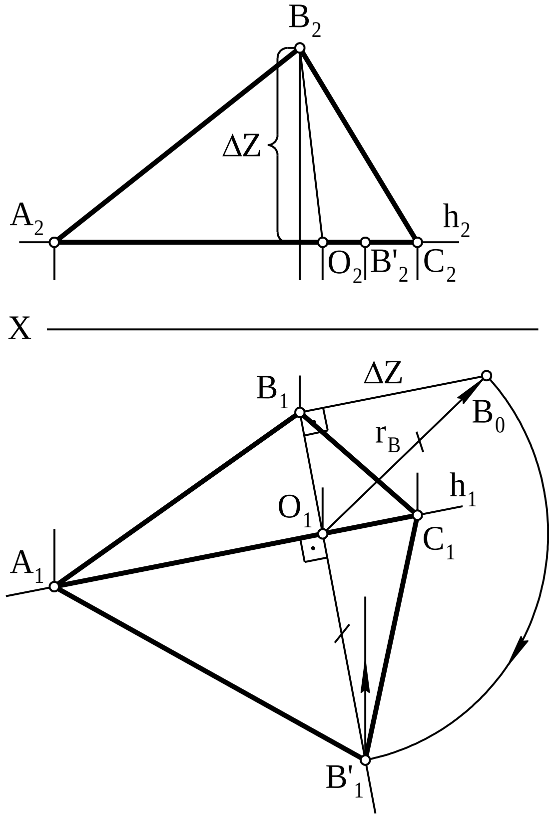


Рис. 8.3

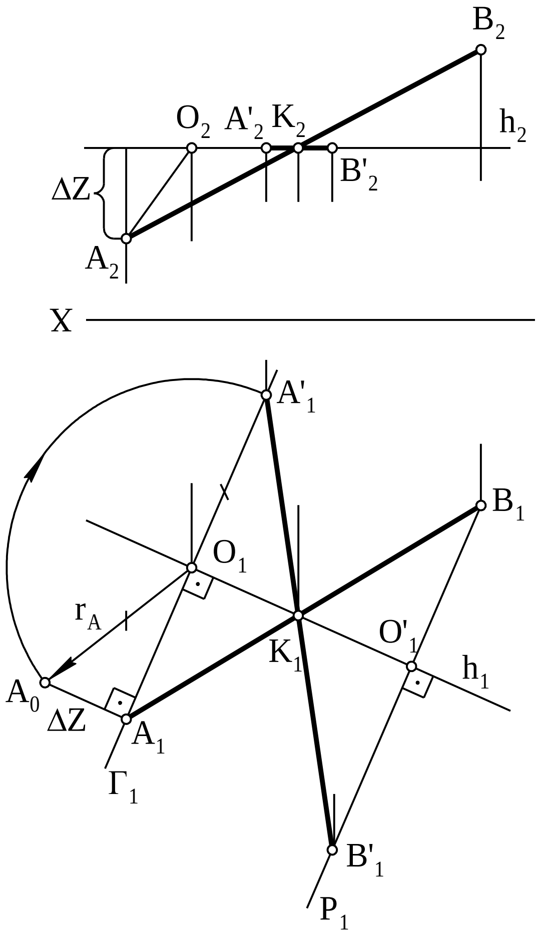


Рис. 8.4

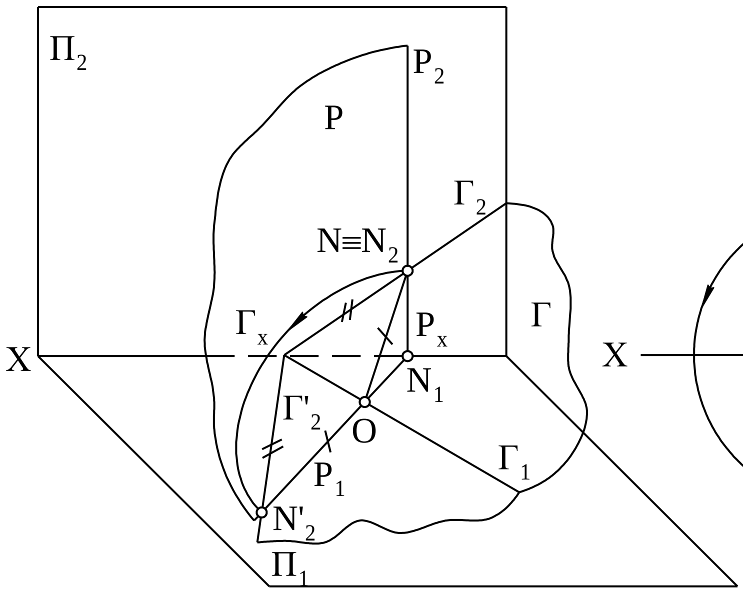
На рис. 8.4 показан поворот отрезка прямой AB вокруг горизонтали h, пересекающей данный отрезок в точке K. Точки A и B при вращении перемещаются в горизонтально-проецирующих плоскостях Г и P (следы $Г_1$ и P_1), поэтому из горизонтальных проекций точек A_1 и B_1 проводим прямые перпендикулярные к горизонтальной проекции горизонтали. На пересечении этих прямых с h_1 получим горизонтальные проекции O_1 и O'_1 центров вращения. Проекциями радиусов вращения являются отрезки O_1A_1 и O'_1B_1. Так как точка K расположена на пересечении отрезка AB и горизонтали h, то при вращении отрезка она остается на месте. Достаточно определить натуральную величину одного радиуса вращения O_1A_0 и отложить его величину на следе $Г_1$ от O_1. Получим точку A'_1, которую соединяем прямой с проекцией точки К (K_1), и продолжаем ее до пересечения со следом P_1, проходящим перпендикулярно от точки B_1 к h_1.

Полученная проекция отрезка $A'_1B'_1$ является натуральной величиной отрезка АВ. Фронтальная его проекция ($A'_2B'_2$) спроецируется на фронтальную проекцию горизонтали h_2.

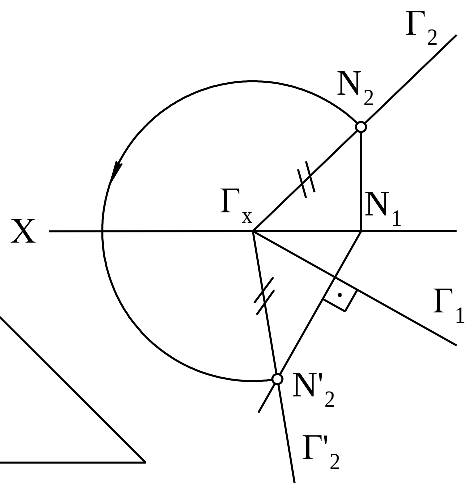
8.2. Вращение вокруг следа плоскости

Вращение плоскости вокруг следа этой плоскости находит применение в тех случаях, когда необходимо, например, определить истинную величину отрезка прямой, плоской фигуры и др., расположенных в данной плоскости. Чтобы добиться этой цели необходимо плоскость вращать вокруг ее следа до совмещения с одной из плоскостей проекций $П_1$ или $П_2$.Этот способ еще называется способом совмещения, так как здесь плоскость пространства совмещается (накладывается) с какой либо плоскостью проекций.

Пусть требуется плоскость Г совместить с плоскостью проекций $П_1$, вращая ее вокруг горизонтального следа $Г_1$ (рис. 8.5 а).



а)



б)

Рис. 8.5

Учитывая, что горизонтальный след $Г_1$ плоскости Г является осью вращения, то при вращении он, а вместе с ним и точка схода следов P_x своего положения не меняют, т.е. остаются на месте. Чтобы найти совмещенное положение фронтального следа $Г_2$, достаточно найти хотя бы еще одну точку в совмещенном положении, принадлежащую следу $Г_2$. Второй точкой будет являться, точка схода следов $Г_x$ плоскости Г, так как она принадлежит одновременно фронтальному и горизонтальному следам этой плоскости.

Для решения задачи возьмем на фронтальном следе $Г_2$ в произвольном месте точку N (N_2). При вращении она будет перемещаться по окружности в плоскости P, перпендикулярной к горизонтальному следу $Г_1$ плоскости Г, т.е. к оси вращения. Центром вращения является точка O, а радиусом вращения - ON (ON_2). Проведя дугу радиусом ON до пересечения с P_1 получим точку N (N'_2) в совмещенном положении. Соединив точку N'_2 с точкой схода следов $Г_x$ прямой линией, получим совмещенное положение фронтального следа $Г'_2$, а следовательно и всей плоскости Г с плоскостью проекций $П_1$. Следует отметить, что при вращении плоскости Г вокруг горизонтального следа отрезок $Г_xN$ не изменяет своей величины, поэтому совмещенное положение точки N с плоскостью $П_1$ можно найти, если из точки схода следов $Г_x$ сделать засечку радиусом $Г_xN$ на следе P_1 (траектория перемещения точки N).

Такое решение приведено на рис. 8.5 б, где из точки схода следов $Г_x$ проведена дуга радиусом $Г_xN_2$ до пересечения с прямой, перпендикулярной к $Г_1$, проходящей от точки N_1.

На рис. 8.6 приведено решение задачи на совмещение плоскости Г и точки A, принадлежащей этой плоскости с плоскостью проекций $П_2$.

Первоначально проводим в плоскости Г через точку A фронталь f (f_1, f_2). Затем находим совмещенное положение плоскости Г с плоскостью $П_2$ и совмещенное положение фронтали f_1, на которой отмечаем совмещенную точку A'_1.

Построение истинной величины треугольника ABC, расположенного в плоскости общего положения P, приведено на рис. 8.7. В данном случае плоскость P, с находящимся в ней треугольником ABC, совмещена с горизонтальной плоскостью проекций $П_1$. Для этого применены горизонтали, проходящие через вершины треугольника. При их совмещении с горизонтальной плоскостью проекций они пройдут параллельно горизонтальному следу P_1. Точки же A, B и C треугольника ABC будут перемещаться перпендикулярно горизонтальному следу P. На пересечении этих линий с горизонталями и будут находится вершины совмещенного треугольника A_0 B_0C_0, который равняется истинной величине треугольника ABC.

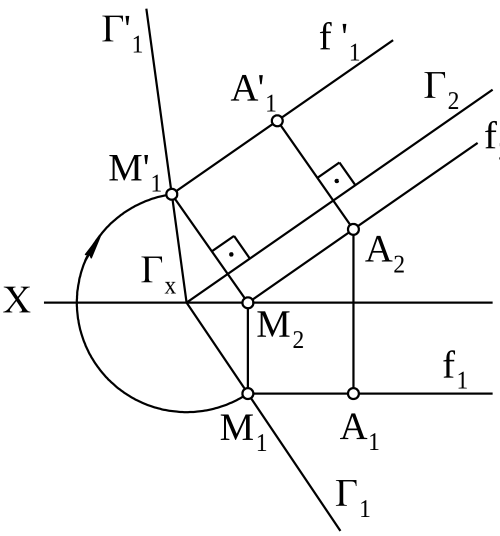


Рис. 8.6

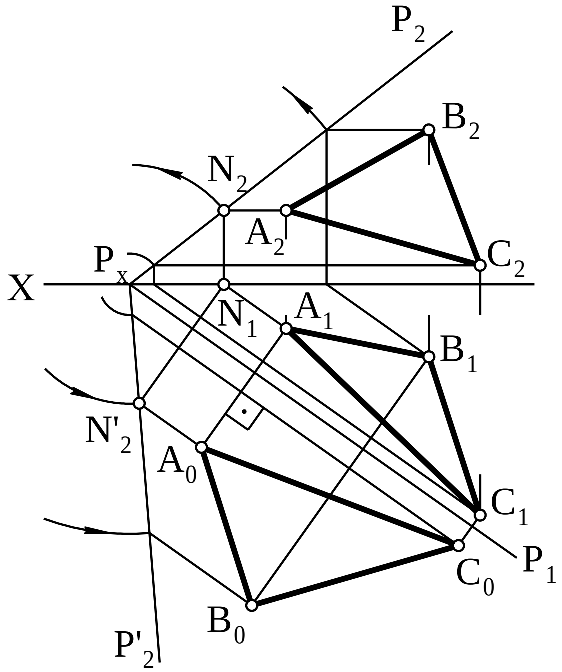
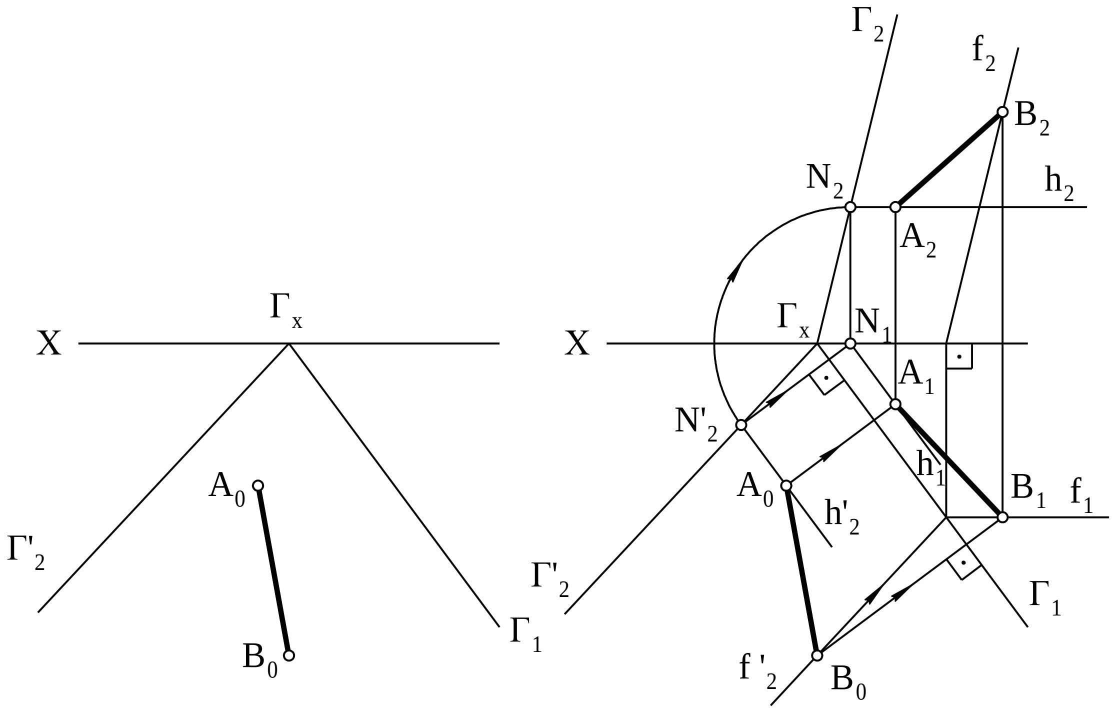


Рис. 8.7

В том случае, если имеется совмещенное положение плоскости Г ($Г'_2$) с плоскостью проекций $П_1$ и совмещенное положение отрезка АВ (A_0B_0) (рис. 8.8а), а необходимо построить (восстановить) фронтальный след плоскости $Г_2$ и проекции отрезка АВ, т.е. выполнить действие обратное совмещению, то необходимо первоначально определить положение недостающего следа плоскости в системе плоскостей проекций $П_1/П_2$, затем найти проекции отрезка.

Чтобы определить положение следа $Г_2$ на его совмещенном положении $Г'_2$ в произвольном месте возьмем точку N'_2 и найдем ее фронтальную проекцию N_2 (рис. 8.8б) . Для чего из точки N'_2 проводим перпендикуляр к горизонтальному следу $Г_1$ до пересечения с осью Х (N_1). Из точки N_1 восстанавливаем перпендикуляр к оси Х до пересечения с дугой радиуса $Г'_xN'_2$, получим точку N_2. Через точку схода следов $Г_x$ и N_2 проводим фронтальный след плоскости $Г_2$. Затем, через точку A_0 проводим совмещенное положение горизонтали и находим ее проекции, на которые заносим проекции A_1 и A_2 точки А.



а) б)

Рис. 8.8

Для определения проекций точки B воспользуемся фронталью f (f_1, f_2). В совмещенном положении проводим ее через точку B_0 параллельно совмещенному фронтальному следу $Г'_2$. Затем находим проекции фронтали f_1 и f_2, что видно из чертежа и по линиям связи определяем проекции B_1 и B_2 точки B. Соединив A_1 с A_2 и B_1 с B_2 получим необходимые проекции отрезка AB.

8.3. Решение метрических задач методом преобразования чертежа

1. *Определить расстояние между двумя параллельными отрезками прямых AB и CD методом замены плоскостей проекций* (рис. 8.9).

Для решения данной задачи необходимо выполнить двойную замену плоскостей проекций. При первой замене новую плоскость проекций (ось X_{14}) располагаем параллельно данным отрезкам и перпендикулярно плоскости проекций $П_1$. В новой системе плоскостей проекций $П_1/П_4$ отрезки прямых преобразуются в отрезки уровня и на $П_4$ проецируются в натуральную величину. Вторую плоскость проекций располагаем перпендикулярно одновременно к $П_4$ и к отрезкам AB и CD, которые проецируются на нее в точки $C_5 \equiv D_5$ и $A_5 \equiv B_5$. $A_5 \equiv C_5$ и $B_5 \equiv D_5$ будет искомым расстоянием между данными отрезками прямых линий.

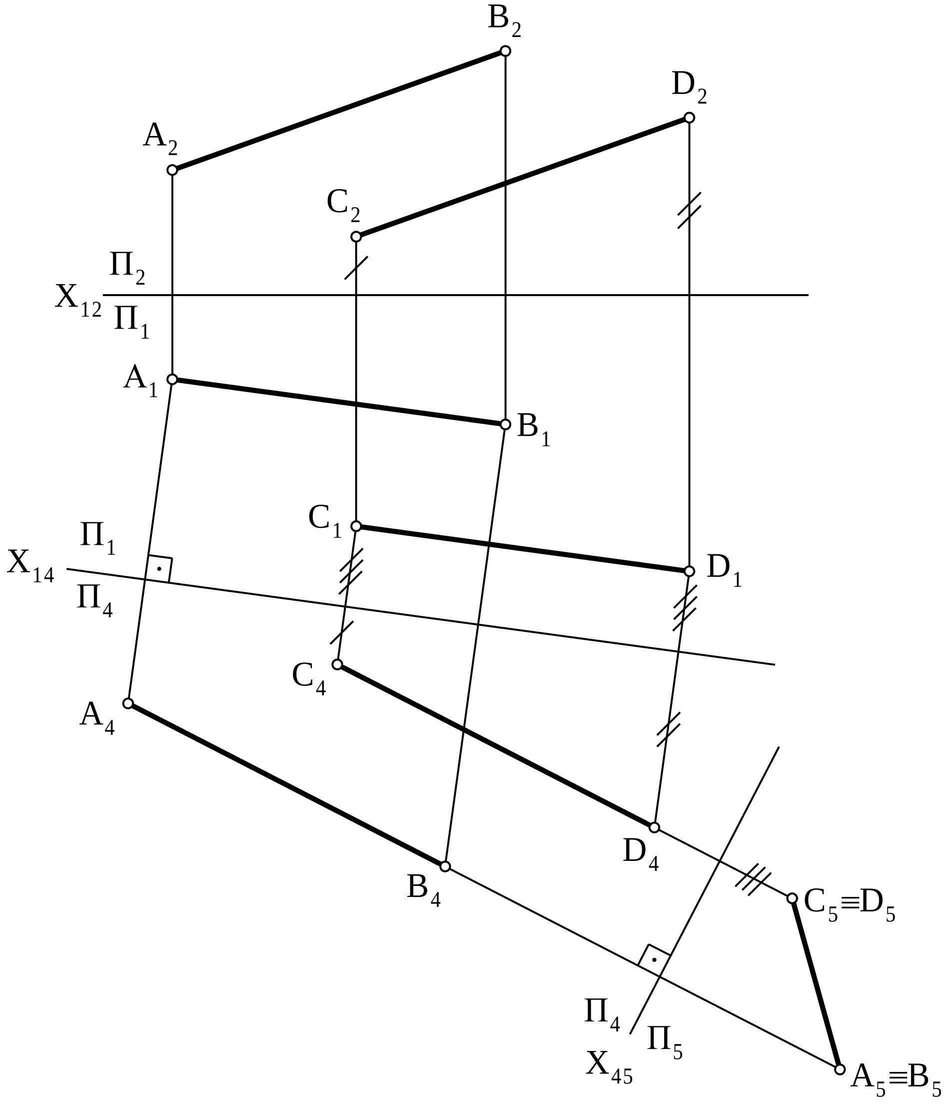


Рис. 8.9

2. *Определить расстояние от точки А до прямой CD методом плоскопараллельного перемещения* (рис. 8.10)

Объединив точку А в одну плоскость с отрезком CD (на рис. не показано), располагаем эту систему плоскопараллельным перемещением, как вращением вокруг оси перпендикулярной $П_1$, так чтобы отрезок занял положение параллельное плоскости проекций $П_2$. При этом не изменяя величину отрезка и их конфигурацию. Фронтальную проекцию C_2D_2 и A_2 получим при помощи линий связи и линий перемещения, которые проходят параллельно оси X.

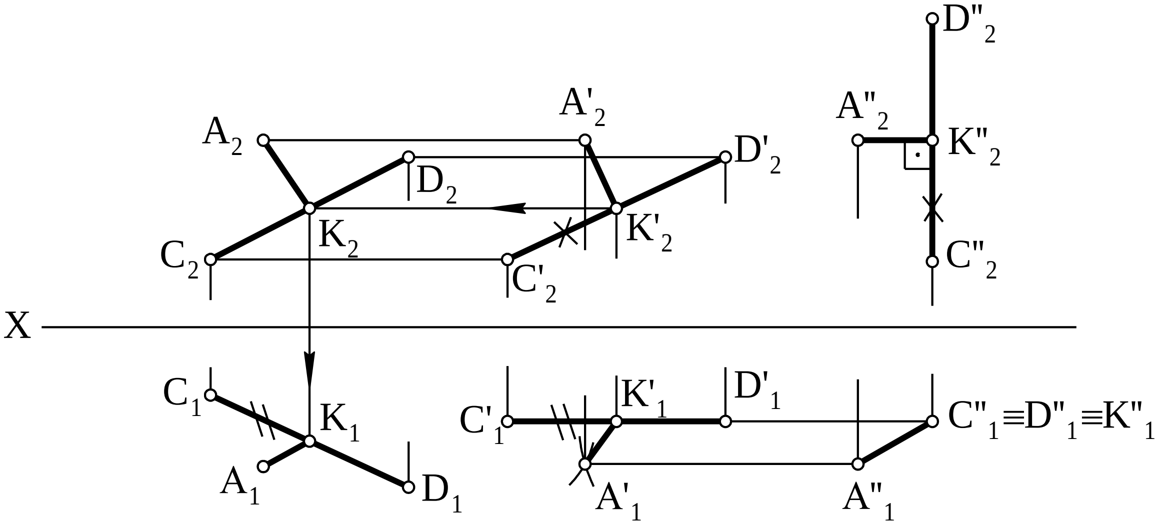


Рис. 8.10

Второе вращение (плоскопараллельное перемещение) выполняем параллельно Π_2 и отрезок CD располагаем параллельно Π_2 и перпендикулярно Π_1.

В данном случае отрезок CD спроецируется в точку $C''_1 \equiv D''_1$, а точка A - в точку A''_1. Расстояние между проекциями A''_1 и K''_1 и есть расстояние от точки A до отрезка CD. Фронтальная проекция точки K''_2 определена при помощи прямой, проходящей от A''_2 параллельно оси X. Так как $A''_1K''_1$ является истинным расстоянием от точки A до отрезка CD, то фронтальная проекция $A''_2K''_2$ должна быть параллельна оси X. На рис. 8.10 также показаны все проекции расстояния AK.

3. *Определить угол наклона прямой b (b_1, b_2) к плоскостью общего положения Г, заданной следами ($Г_1$, $Г_2$)* (рис. 8.11).

С целью упрощения решения задачи при определении угла наклона прямой b (b_1, b_2) к плоскости Г воспользуемся нахождением дополнительного угла между этой прямой и перпендикуляром, проведенным из произвольной точки A, расположенной на прямой b, к плоскости Π_0 (рис. 8.12). Как видно из рис. 8.12 угол φ_2 можно определить из прямоугольного треугольника AA_0K_0. Он равняется $\varphi_2=90°-\varphi_1$, где φ_1 дополнительный угол между прямой b и перпендикуляром c, проведенным к плоскости Π_0.

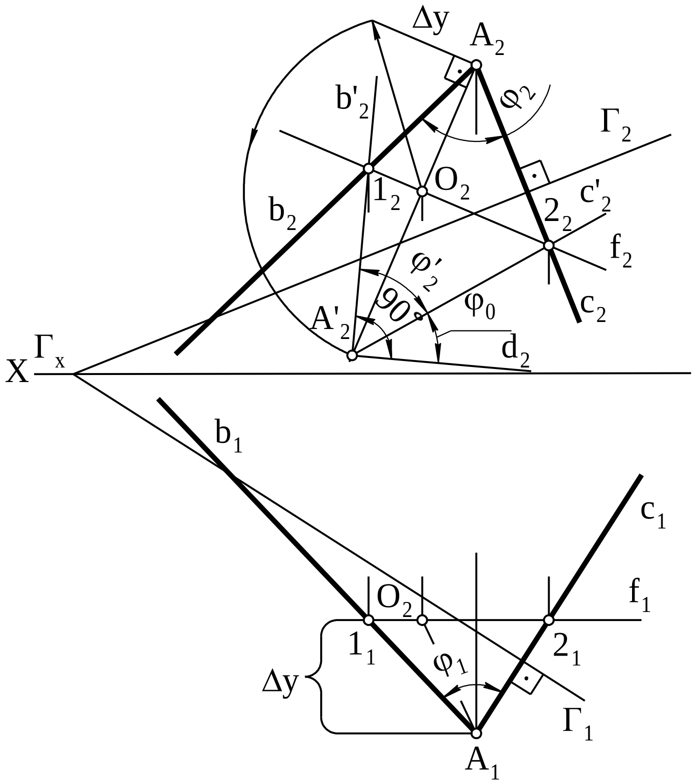


Рис. 8.11

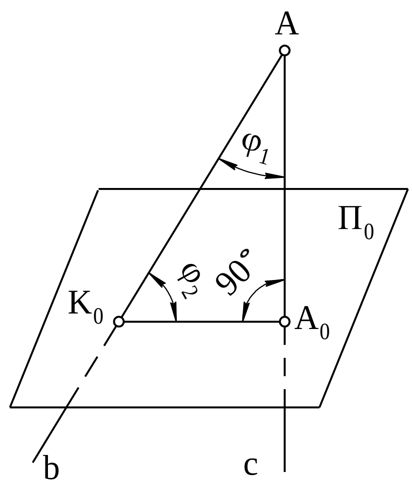


Рис. 8.12

Для определения угла наклона прямой b к плоскости Г (рис. 8.11) проводим из точки A (A_1, A_2) перпендикуляр к плоскости $Г_2$, т.е. $c_1 \perp Г_1$ и $c_2 \perp Г_2$, получаем проекции угла, который дополняет до 90° искомый угол между прямой b и плоскостью Г.

Проведя фронталь f (f_1, f_2) в произвольном месте, но чтобы пересекала прямые b и c, и вращая дополнительный угол φ (φ_1, φ_2) при вершине A до положения параллельного плоскости проекций Π_2, определим его истинную величину $1_2A'_22_2$. Затем дополняя его до 90°, получим угол φ_0, который равняется $\varphi_0= 90°- \varphi'_2$. Этот дополнительный угол и есть угол наклона прямой b к плоскости Г.