

УДК 624.012.45

### ОБСЛЕДОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

*д-р техн. наук, проф. Д.Н. ЛАЗОВСКИЙ, канд. техн. наук, доц. Д.О. ГЛУХОВ, Т.М. ГЛУХОВА  
(Полоцкий государственный университет)*

*Рассматриваются статистические методы расчета железобетонных элементов, их применение при обследовании строительных конструкций. Показаны вероятностные модели, основанные на применении статистического моделирования по результатам обследования. Представлен разработанный в Полоцком государственном университете программный комплекс R-БЕТА, реализующий расчет методом статистического моделирования с учетом особенностей статистической модели железобетонных элементов. Программный комплекс позволяет распараллелить план численного вероятностного эксперимента, разделив его по агентам в компьютерной сети и объединяя результаты работы каждого агента в общий объем результатов.*

При установлении технического состояния эксплуатируемых строительных конструкций, если не выполняются условия, при которых нет необходимости в детальном обследовании, проводится детальное обследование, в обязательном порядке подкрепляемое результатами поверочных расчетов.

Полувероятностные модели, основанные на использовании характеристических (нормативных) значений свойств материалов, эффектов от воздействий и откалиброванных значений частных коэффициентов безопасности, применяются в поверочных расчетах, при невозможности получения более точных и достоверных данных о конструкции.

При наличии достаточного количества исходных данных об изменчивости параметров конструкции в целом и отдельных ее элементов применяются вероятностные модели, основанные на применении статистического моделирования по результатам обследования.

В поверочных расчетах при обследовании, а также при назначении контрольных нагрузок в процессе контроля качества железобетонных элементов в серийном производстве применение статистических методов расчета становится нормой, что и отражено в нормативных документах Республики Беларусь [1 – 4].

#### **Положения строительных норм, касающиеся применения статистических моделей**

**СНБ 5.03.01-02:** в пункте 5.2.9 сказано: «Расчет бетонных и железобетонных конструкций допускается производить при заданном уровне надежности на основе полного вероятностного расчета при наличии достаточных данных об изменчивости основных факторов, входящих в расчетные зависимости» [1];

**ГОСТ 8829-94:** в приложении «В» об оценке пригодности изделий по прочности на основе комплексного учета прочностных характеристик бетона и арматуры подчеркивается, что «В общем случае среднее значение несущей способности рекомендуется определять методом статистического моделирования» [4] и устанавливается порядок проведения следующего расчета:

а) устанавливается распределение прочностных характеристик бетона и арматуры, при этом принимается, что распределение этих характеристик является нормальным;

б) определяется расчетная совокупность сочетаний случайных значений прочностных характеристик бетона и арматуры;

в) для каждого расчетного сочетания прочностных характеристик бетона и арматуры на основе имеющихся в нормативных документах расчетных зависимостей определяется соответствующая расчетная несущая способность изделия;

г) для определенной описанным способом совокупности расчетных значений несущей способности изделия вычисляется среднее значение несущей способности изделия.

При выполнении обследования согласно действующим на территории Республики Беларусь и Российской Федерации нормативным документам измеряемые величины принято рассматривать как имеющие нормальный закон распределения [1, 2, 4, 5]. Так, в пункте 3 приложения «В» определяется, что: «Средние значения характеристик бетона и арматуры на стадии проектирования определяются по нормативным сопротивлениям бетона и арматуры (с обеспеченностью 0,95) и средним значениям коэффициентов вариации прочности бетона и арматуры, исходя из нормального закона распределения прочностных характеристик материалов» [4].

При выполнении обследования согласно действующим на территории Беларуси и России нормативным документам измеряемые величины принято рассматривать как имеющие нормальный закон распределения [5, 14, 15].

В европейских нормах также допускается рассматривать распределение измеряемых величин как нормальное, но при этом берутся к рассмотрению только 10 % меньших значений измерений прочностных характеристик (Tail data) [13].

При определении параметров по результатам обследования выполняется обработка данных выборки. Каждое значение выборки рассматривается как независимая случайная величина, имеющая соответствующий закон распределения с одинаковыми параметрами.

Порядок проведения статистической обработки при построении вероятностной модели конструктивного элемента:

- 1) получение данных измерений;
- 2) проверка соответствия полученных данных определенным законам распределения;
- 3) идентификация параметров распределения генеральной совокупности по полученным выборочным данным с заданной обеспеченностью. Идентификация выполняется в соответствии с выбранным законом распределения;
- 4) определение по идентифицированным распределениям нормативных характеристик (5 % или 95 % квантили).

Статистическими методами оценки при обследовании определяются следующие параметры железобетонного элемента:

1) **нормативное сопротивление арматуры**  $f_{yk}(f_{0,2k} = f_{pk})$  – наименьшее контролируемое значение физического или условного предела текучести, равного значению напряжений, соответствующих остаточному относительному удлинению, равному 0,2 % с обеспеченностью не менее 0,95;

2) **нормативное сопротивление бетона осевому растяжению**  $f_{ctk}(f_{ctk,0,05})$  – 5 % квантиль статистического распределения прочности бетона на осевое растяжение. Согласно пункту 6.1.2.10, нормативное сопротивление бетона осевому растяжению  $f_{ctk,0,95}$  (95 % квантиль прочности на растяжение, см. табл. 6.1) следует применять в расчетах бетонных, железобетонных и предварительно напряженных конструкций только в том случае, если повышенная прочность на растяжение приводит к неблагоприятному эффекту (например, при расчете на действие вынужденных усилий и т.д.);

3) **среднее сопротивление бетона осевому растяжению**  $f_{ctm}$  – математическое ожидание прочности бетона на осевое растяжение;

4) **нормативное сопротивление бетона осевому сжатию**  $f_{ck}$  – сопротивление осевому сжатию призм или цилиндров, назначенное с учетом статистической изменчивости при обеспеченности 0,95;

5) **среднее сопротивление бетона осевому сжатию**  $f_{cm}$  – математическое ожидание прочности бетона на осевое сжатие;

6) **геометрические параметры сечения конструктивного элемента** – положение арматуры, защитный слой [8].

**Программный комплекс R-БЕТА.** В Полоцком государственном университете разработан программный комплекс (ПК) R-БЕТА, реализующий расчет методом статистического моделирования с учетом указанных выше особенностей статистической модели железобетонных элементов (рис. 1).

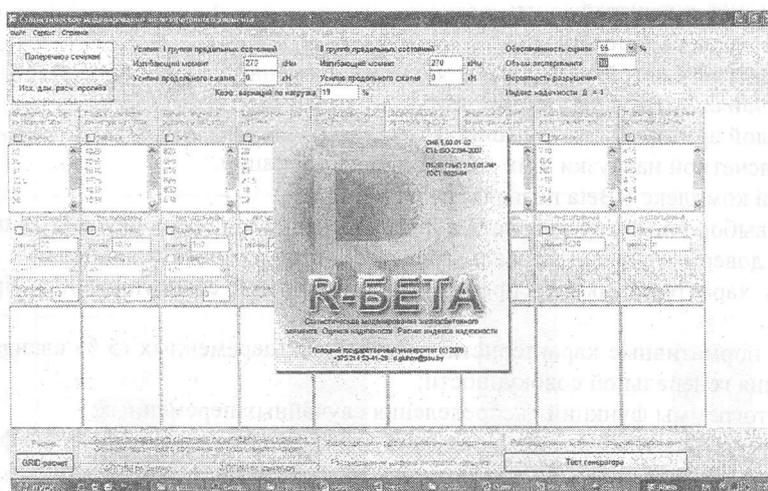


Рис. 1. Главное окно программы R-БЕТА

На каждом шаге статистического моделирования выполняется оценка прочности, трещиностойкости, расчет ширины раскрытия трещины и прогиба по нелинейной деформационной модели в соответствии с нормами СНБ 5.03.01-02. Расчет выполняется с использованием диаграмм деформирования материалов, построенных по средним значениям соответствующих характеристик.

Программный комплекс включает в себя программу БЕТА 4.2+, выполняющую расчет по нелинейной деформационной модели. Расчеты ПК R-БЕТА выполняет в соответствии с нормами СНБ 5.03.01-02 согласно требованиям, предъявляемым к нелинейным расчетам железобетонных конструкций, выполняемым методом статистического моделирования.

**Параллельная реализация генератора псевдослучайной последовательности.** С целью обеспечения вероятностного расчета в ПК R-БЕТА применен алгоритм генератора псевдослучайной последовательности (ГПСП) Джорджа Марсаглия, полностью удовлетворяющей требованиям теста качества ГПСП DIEHARD [6], а также аппроксимации распределений Стьюдента и  $\chi^2$  с погрешностью не более  $\epsilon_{\text{max}}$  для объемов выборки до 1000 образцов [7].

Рассматривая реализацию алгоритма ГПСП Джорджа Марсаглия с периодом  $2^{96}$ , отметим, что, разрабатывая механизм распараллеливания, необходимо для каждой параллельной реализации данного алгоритма обеспечить случайный набор стартовых параметров. Достаточно параметр  $w$  определить по текущему времени запуска потока. Проверка данной реализации, обеспечивающей независимость параллельных реализаций случайных величин, также соответствует требованиям теста контроля качества ГПСП DIEHARD.

Приводим его C++ код:

```
// процедура генерации равномерно распределенной случайной величины
// в интервале от 0 до 1 со случайным начальным значением
double rnd() {
    static unsigned long x = 123456789,
        y = 362436069,
        z = 521288629,
        w = GetTickCount();
    unsigned long t;
    t = (x^(x<<11)); x = y; y = z; z = w;

    unsigned long r = (w^(w>>19))^(t^(t>>8));

    double max = 4294967296; // максимальное беззнаковое длинное (32bit) целое число
    double s = (double)r / max; // нормализация в интервал [0, 1)
    w = r;
    return s;
}
```

**Функциональные возможности ПК R-БЕТА.** Исходными данными для расчета являются параметры сечения, нормального к продольной оси железобетонного элемента (материалы, геометрию), определенные по результатам обследования:

- прочность бетона;
- прочность арматуры растянутой зоны;
- прочность арматуры сжатой зоны;
- диаметр арматуры растянутой зоны;
- диаметр арматуры сжатой зоны;
- защитный слой арматуры растянутой зоны;
- защитный слой арматуры сжатой зоны;
- усилия от расчетной нагрузки и их коэффициента вариации.

Программный комплекс RBeta позволяет:

- определять выборочные характеристики распределений заданных случайных переменных;
- определять доверительные интервалы среднего и стандартного отклонения и с заданной обеспеченностью оценить характеристики распределений генеральной совокупности выбранных случайных переменных;
- определять нормативные характеристики случайных переменных (5 % квантили) по характеристикам распределения генеральной совокупности;
- строить гистограммы функций распределения случайных переменных;
- выполнять вероятностный расчет и получать характеристики распределения функции предельного состояния и других характеристик конструктивного железобетонного элемента;
- определять с заданной обеспеченностью характеристики распределения генеральной совокупности функции предельного состояния, момента трещинообразования, ширины раскрытия трещины, прогиба;
- построить гистограмму распределения функции предельного состояния;
- рассчитать вероятность разрушения конструктивного железобетонного элемента при заданном распределении эффекта от внешнего воздействия;
- рассчитать индекс надежности конструктивного железобетонного элемента.

**Примеры расчета**

Расчет балки на действие изгибающего момента по модели, применяемой при проектировании (рис. 2).  
 Расчета той же балки по вероятностной модели (рис. 3).

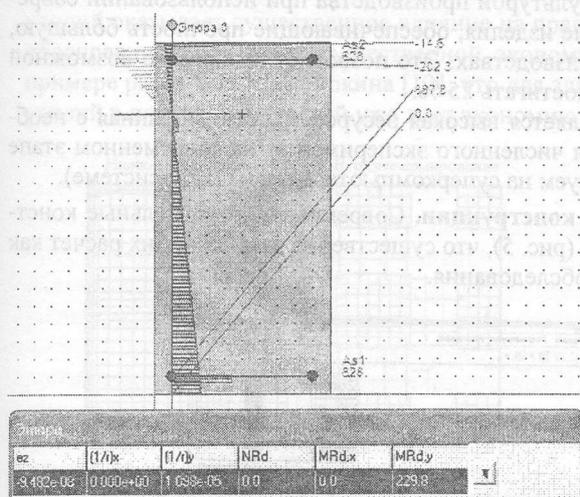


Рис. 2. Результат расчета балки при проектировании

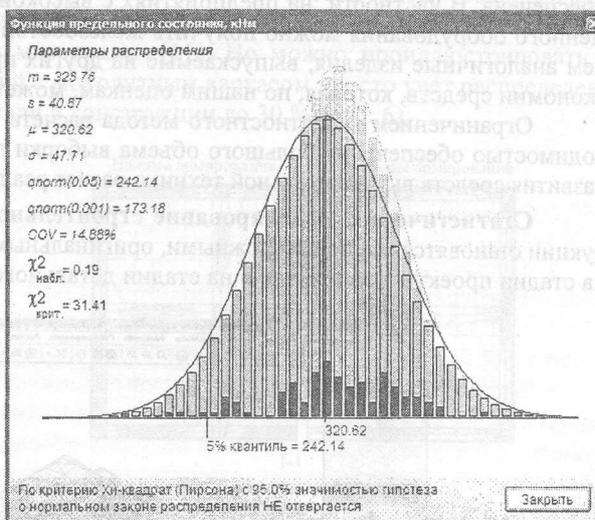


Рис. 3. Результат статистического моделирования балки из рассматриваемого примера с большим (10 %) разбросом прочностных характеристик материалов

**Пример сравнения методов оценки прочности изгибаемой балки:**

1. Нелинейная модель сечения для линейно-упругого расчета конструкции (применяется при проектировании по СНБ 5.03.01-02).
2. Модель сечения для нелинейного расчета конструкции (от средних значений прочностных характеристик материалов).
3. Вероятностная модель при 3 % коэффициенте вариаций прочностных характеристик материалов (на гистограмме (см. рис. 3) приводится значение 5 % квантиля результирующего распределения функции предельного состояния).
4. Вероятностная модель при 10 % коэффициенте вариаций прочностных характеристик материалов.

По гистограмме (см. рис. 3) видно, что при малом разбросе значений прочностных характеристик материалов мы получаем запас прочности по сравнению с проектной оценкой на 18,7 % и по сравнению с оценкой по средним значениям прочностных характеристик материалов на 13,3 % больше.

При большом разбросе значений прочностных характеристик материалов данный запас практически отсутствует (рис. 4).

Сравнение результата по оценке ширины раскрытия трещины показало приближение к проектным оценкам (при 200 кН·м по проектным данным ширина раскрытия трещины должна составлять 0,4 мм, по вероятностному расчету среднее значение – 0,43 мм, 5 % квантиль – 0,42 мм).

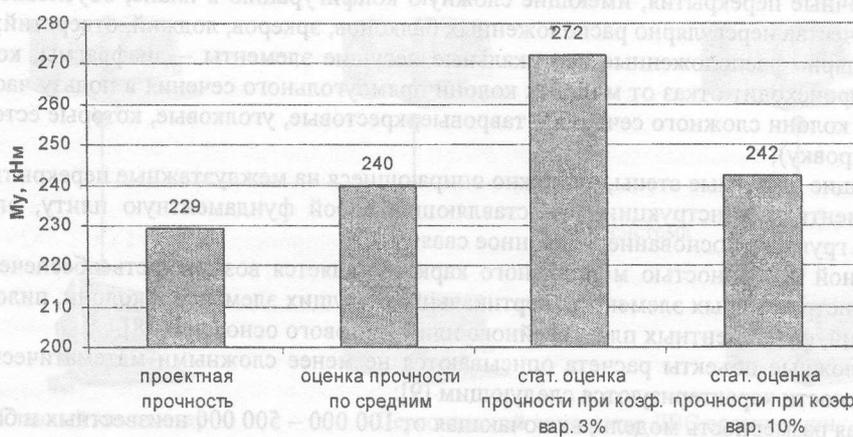


Рис. 4. Сравнение методов оценки прочности

Вероятностный метод расчета используется для более точной оценки прочности элемента при наличии достаточного количества статистических данных по результатам обследования. Высокая точность позволяет использовать данный метод тогда, когда другие методы оценки показывают, что прочность не обеспечена. В частности, на предприятиях с высокой культурой производства при использовании современного оборудования можно получить железобетонные изделия, обеспечивающие прочность большую, чем аналогичные изделия, выпускаемые на других производствах. Это позволяет говорить о возможной экономии средств, которая, по нашим оценкам, может достигать 25 %.

Ограничением вероятностного метода расчета является высокая ресурсоемкость, связанная с необходимостью обеспечения большого объема выборки для численного эксперимента (на современном этапе развития средств вычислительной техники расчет реализуем на суперкомпьютерах или GRID-системе).

**Статистическое моделирование строительной конструкции.** Современные строительные конструкции становятся все более сложными, оригинальными (рис. 5), что существенно затрудняет их расчет как на стадии проектирования, так и на стадии детального обследования.

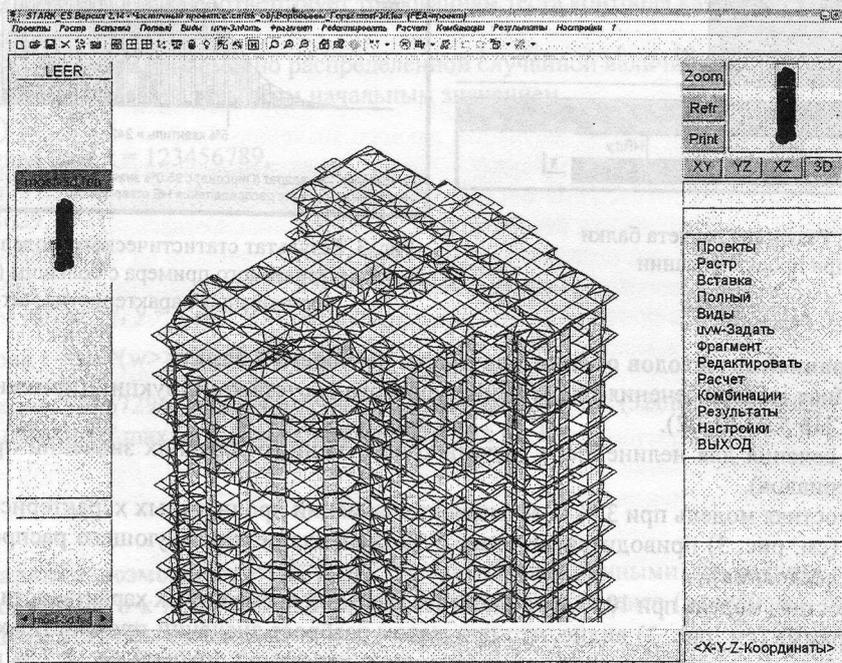


Рис. 5. Пример проекта высотного здания в StarkES  
(г. Москва, жилой комплекс Воробьевы горы), число этажей: всего – 52, в том числе подземных – 5;  
88 377 элементов; 71 169 узлов; 427 014 неизвестных

В частности, как пример, класс конструкций высотных зданий с монолитным каркасом имеет следующие отличительные особенности:

- безбалочные перекрытия, имеющие сложную конфигурацию в плане, обусловленную наличием большого количества нерегулярно расположенных балконов, эркеров, лоджий, отверстий;
- нерегулярно расположенные вертикальные несущие элементы – диафрагмы, колонны, пилоны (как правило, происходит отказ от мощных колонн прямоугольного сечения в пользу часто расположенных пилонов и колонн сложного сечения – тавровые, крестовые, уголкового, которые естественно вписываются в планировку);
- ненесущие наружные стены, поэтажно опирающиеся на междуэтажные перекрытия;
- фундаментные конструкции, представляющие собой фундаментную плиту, опирающуюся на свайное или на грунтовое основание, усиленное сваями.

Но главной особенностью монолитного каркаса является возможность обеспечения совместной работы всех конструктивных элементов: вертикальных несущих элементов (колонн, пилонов, диафрагм), плит перекрытий, фундаментных плит, свайного или грунтового основания [8].

Такие сложные объекты расчета описываются не менее сложными математическими моделями, которые, в частности характеризуются следующим [9]:

- большая размерность модели, включающая от 100 000 – 500 000 неизвестных и более;
- плохая обусловленность задачи, необходимость применения методов преобусловливания;
- необходимость обеспечения возможности стратификации модели;
- необходимо обеспечение возможности распараллеливания процесса вычисления;

- необходимость учета физической нелинейности и соответствующего перераспределения усилий и деформаций в монолитном железобетонном каркасе высотных зданий (эффект от перераспределения усилий может достигать 30 %) [10].

Остановимся на последней особенности более подробно. Естественно, что учет перераспределения усилий оказывает существенное влияние на правильный подбор армирования в конструкции и позволяет обоснованно достигнуть существенной экономии материалов [11]. Но можно проиллюстрировать на примере работ В.Н. Симбиркина [12], что для зданий с монолитным каркасом просто учет распределения усилий в плитах перекрытий уже дает экономию стали в конструкции до 30 % (рис. 6).

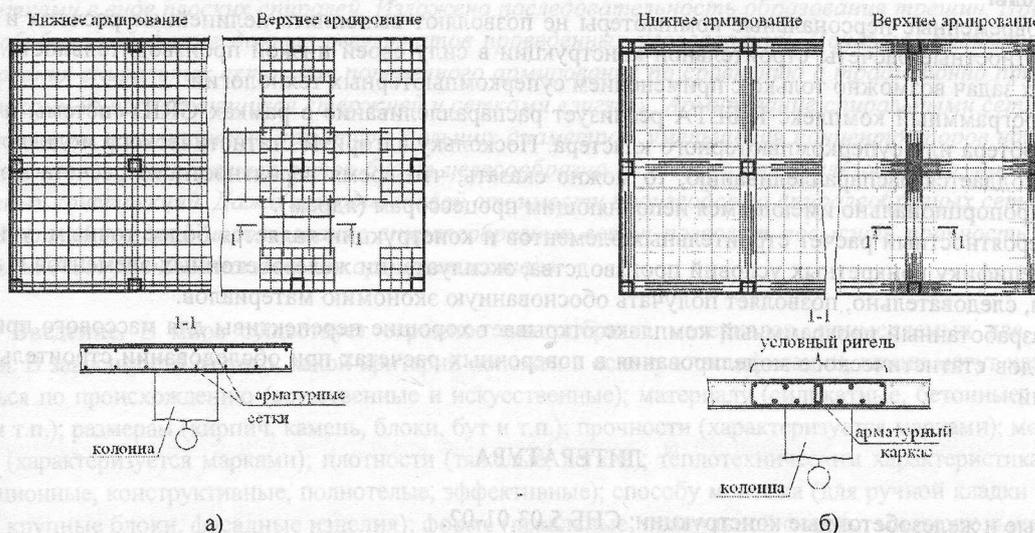


Рис. 6. Традиционная схема армирования плоских монолитных плит перекрытия (а); концентрированное «ригельное» армирование плоских плит пространственными каркасами (б)

Возможность учета эффекта перераспределения усилий реализована в большинстве программных комплексов конечно-элементного расчета строительных конструкций (ЛИРА, StarkES, MicroFE, СКАД) упрощенными методами. Однако актуальность данной темы требует решения вопроса интеграции нелинейной деформационной модели отдельного сечения с конечно-элементной моделью с целью определения изгибной и продольной жесткости сечений под нагрузкой. Последняя задача оказывается чрезвычайно численно сложной и ресурсоемкой. В частности, она решена для систем малой размерности по методу последовательных нагружений в программном комплексе RADUGA-БЕТА. Однако ряд ограничений последнего, в частности, размерность задачи, моделирование только стержневых элементов и др. не позволяют применять данный комплекс для расчета ответственных и сложных зданий. Тем не менее только учет изменчивости жесткости элемента под нагрузкой позволяет сформулировать задачу статистического расчета конструкции в целом. При этом именно жесткость элемента выступает интегральной характеристикой для моделирования изменчивости параметров железобетонного элемента.

**Распараллеливание процесса статистического моделирования на GRID системе (рис. 7).**

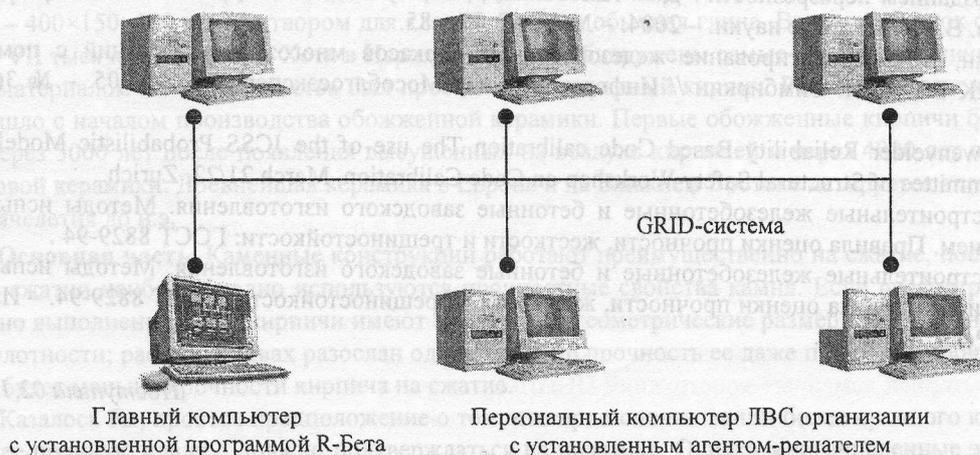


Рис. 7. Схема GRID-системы, реализуемой в проектной организации строительного профиля, имеющей локальную вычислительную сеть

В программном комплексе R-БЕТА реализован параллельный алгоритм статистического моделирования; R-БЕТА позволяет распараллелить план численного вероятностного эксперимента, разделив его по агентам в компьютерной сети и объединяя результаты работы каждого агента в общий объем результатов. Причем каждый агент может принимать несколько задач на выполнение в зависимости от того, сколько процессоров (ядер) доступно для загрузки на агента.

Для реализации межпроцессного взаимодействия использована надстройка гарантированной доставки ресурсов над потоковым сетевым протоколом TCP.

#### Выводы

1. Современные персональные компьютеры не позволяют выполнять нелинейные расчеты и тем более вероятностные расчеты строительной конструкции в силу своей низкой производительности. Решение таких задач возможно только с применением суперкомпьютерных технологий.

2. Программный комплекс R-БЕТА реализует распараллеливание в рамках GRID-системы и/или суперкомпьютера или суперкомпьютерного кластера. Поскольку алгоритм статистического моделирования легко поддается распараллеливанию, то можно сказать, что время вероятностного расчета можно сократить пропорционально имеющимся исполняющим процессорам (ядрам).

3. Вероятностный расчет строительных элементов и конструкции является более точным, учитывающим специфику конкретных условий производства, эксплуатации железобетонных элементов и конструкций, и, следовательно, позволяет получать обоснованную экономию материалов.

4. Разработанный программный комплекс открывает хорошие перспективы для массового применения методов статистического моделирования в поверочных расчетах при обследовании строительных конструкций.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бетонные и железобетонные конструкции: СНБ 5.03.01-02.
2. Здания и сооружения. Основные требования к техническому состоянию и обслуживанию строительных конструкций и инженерных систем, оценке их пригодности к эксплуатации: СНБ 1.04.01-04.
3. Общие принципы обеспечения надежности строительных конструкций: СТБ ИСО 2394.
4. Изделия строительные железобетонные и бетонные заводского изготовления. Методы испытаний нагружением. Правила оценки прочности, жесткости и трещиностойкости: ГОСТ 8829-94.
5. Пособие П 1-98 к СНиП 2.03.01-84\*: Усиление железобетонных конструкций.
6. Marsaglia George Xorshift RNGs // Journal Statistical Software. – 2003. – 8, Issue 14.
7. Marsaglia G. DIEHARD Statistical Tests [Electronic resource] – Mode of access: <http://stat.fsu.edu/~geo/diehard.html>
8. Расчет и проектирование конструкций высотных зданий из монолитного железобетона / А.С. Городецкий [и др.]. – Киев: Факт, 2004. – 106 с.
9. Фиалко, С.Ю. Применение современных вычислительных технологий к расчету многоэтажных зданий SCAD / С.Ю. Фиалко // Вестн. Одесской гос. акад. стр-ва и архит. – 2003. – № 9. – С. 189 – 193.
10. Карпенко, С. О современных методах расчета высотных зданий из монолитного железобетона / С. Карпенко // Высотные здания. – 2007. – № 3.
11. Лазовский, Д.Н. Прочность, жесткость и трещиностойкость железобетонных плит перекрытий, усиленных созданием неразрезности / Д.Н. Лазовский, Д.О. Глухов, А.П. Жукьян // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. В. Прикладные науки. – 2004. – № 1. – С. 77 – 85.
12. Симбиркин, В.Н. Проектирование железобетонных каркасов многоэтажных зданий с помощью ПК STARK ES / В.Н. Симбиркин // Информац. вестн. Мособлгосэкспертизы. – 2005. – № 3(10). – С. 42 – 48.
13. Ton Vrouwenvelder Reliability Based Code calibration The use of the JCSS Probabilistic Model Code / Joint Committee of Structural Safety Workshop on Code Calibration, March 21/22, Zurich.
14. Изделия строительные железобетонные и бетонные заводского изготовления. Методы испытаний нагружением. Правила оценки прочности, жесткости и трещиностойкости: ГОСТ 8829-94 .
15. Изделия строительные железобетонные и бетонные заводского изготовления. Методы испытаний нагружением. Правила оценки прочности, жесткости и трещиностойкости: ГОСТ 8829-94. – Изменения № 1 Респ. Беларусь.

Поступила 02.12.2008