

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Полоцкий государственный университет»

А. М. ДЕГТЯРЕВ

ГЕОДЕЗИЯ

Учебно-методический комплекс
для студентов специальности 1-56 02 01 «Геодезия»
и слушателей ИПК УО «ПГУ» специальности 1-56 02 71
«Прикладная геодезия и геодезическое обеспечение кадастра»

В 2 частях

Часть 1

2-е издание, переработанное и дополненное

Новополоцк
ПГУ
2010

УДК 528(075.8)
ББК 26.1я73
Д26

Рекомендовано к изданию методической комиссией геодезического факультета
в качестве учебно-методического комплекса (протокол № 4 от 18.12.2009)

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

гл. инженер РУП «Белгеодезия»
Полоцкий геодезический центр В.В. ЖИЛЯЕВ;
д-р техн. наук, проф. каф. прикладной геодезии и фотограмметрии
УО «ПГУ» В.И. МИЦКЕВИЧ

Дегтярев, А. М.

Д26 Геодезия : учеб.-метод. комплекс. В 2 ч. Ч. 1 / А. М. Дегтярев. – 2-е изд.,
перераб. и доп. – Новополоцк : ПГУ, 2010. – 364 с.
ISBN 978-985-531-095-3 (Ч. 1).
ISBN 978-985-531-094-6.

Изложены теоретические и практические основы геодезии по темам измерения в геодезии и методы определения положения точек. Состоит из 7 модулей. Каждый модуль содержит теоретический и практический материал с контрольными вопросами для проверки степени усвоения знаний.

Впервые было издано в 2008 году.

Предназначен для студентов, магистрантов и преподавателей геодезических и не геодезических специальностей, а также для слушателей ФПК и ПК.

УДК 528(075.8)
ББК 26.1я73

ISBN 978-985-531-095-3

© А. М. Дегтярев, 2010, с изменениями
© УО «Полоцкий государственный университет», 2010

ВВЕДЕНИЕ

Учебно-методический комплекс по дисциплине «Геодезия» часть 1, создан для студентов 1 курса геодезических специальностей, но может быть использован и студентами других специальностей, изучающих геодезию. Основной задачей комплекса является заложение у студента первичных, изначальных геометрических основ геодезии как науки, изучение основных групп задач, реализующих главную цель геодезии и закрепление полученных теоретических знаний практическими навыками. Для реализации этих задач используется теоретический материал в виде лекций на основе мультимедийных презентаций в среде PowerPoint, лабораторные и расчетно-графические работы, а также индивидуальные исследовательские работы и рефераты.

Был выделен основной объект изучения в этой части дисциплины: участок земной поверхности, который с заданной точностью можно считать плоским и объекты на нем. Также выделен диапазон точностей для производства угловых, линейных и высотных измерений. Все задачи, решение которых требует учета кривизны Земли (Земля – сфера), т.е. решения геодезических задач на средних расстояниях и площадях, более высоких точностных характеристик измерений, автоматизации процесса измерений и обработки результатов измерений, отнесены ко второй части курса «Геодезия», которая изучается на втором курсе.

Комплекс состоит из 7 модулей. Модули содержат последовательный набор теоретических тем в соответствии с программой дисциплины, описание выполнения лабораторных работ и состав представляемого после выполнения работы отчета. В конце каждого модуля даются контрольные вопросы по проверке полученных теоретических знаний. Практические навыки проверяются после выполнения лабораторной работы по 15 контрольным вопросам. Примерный вариант вопросов и ответов приведен в конце некоторых модулей.

Первая часть учебно-методического комплекса, охватывающая первый и второй семестры первого курса студентов геодезического факультета содержит 7 модулей. Модули содержат 18 тем, 9 лабораторных работ и 2 расчетно-графические работы.

В первом модуле рассматриваются вопросы обоснования геодезии как науки, основные цели, задачи и методы их реализации. Рассмотрены также общие положения процедуры измерений, а также средства и методы угловых измерений.

Второй модуль содержит общие положения высотных, линейных и графических измерений, средства и методы этих измерений, а также элементы оценивания результатов измерений.

Третий модуль посвящен решению задач определения положения точек на плоскости с простейшей оценкой точности (задача позиционирования) основными методами: ориентирование, засечка, ход, сеть.

Четвертый модуль рассматривает элементы трансформации систем координат, основные положения, средства и методы определения высот точек ходами и сетями, а также элементы определения положения в трехмерном пространстве.

Пятый модуль рассматривает общие положения представления геодезической информации и определения формы и размеров объектов. Представлены основные методы отображения и определения формы и размеров линейных, площадных и объемных фигур.

Шестой модуль посвящен топографическим съемкам, их видам, методам производства и обработки.

Седьмой модуль включает в себя изучение топографических планов, их видов и состава, а также решение основных групп геодезических задач, реализуемых на основе топографических планов.

Девять лабораторных работ и две расчетно-графические работы предназначены для получения основных практических навыков по применению теории и методик, изложенных в теоретическом курсе.

Большое внимание в учебно-методическом комплексе уделено самостоятельной работе студента по изучению теоретического и практического материала. Непременным условием эффективного усвоения тем и понятия сути практических методов является предварительная подготовка студентов к лекционным и практическим занятиям.

Для получения высоких оценок за курс необходимо участие студента в исследовательской работе и большой процент самостоятельной работы.

Комплекс разработан на основании действующего в настоящее время образовательного стандарта РД РБ 02100.5.201-98 по специальности 1-56 02 01 «Геодезия» и рабочей программы по дисциплине «Геодезия», составленной на кафедре геодезии и кадастров УО «Полоцкий государственный университет».

МОДУЛЬ 1

Введение

Первый модуль учебно-методического комплекса содержит 5 теоретических тем, 1 лабораторную работу и 2 контрольные точки для проверки теоретических и практических знаний. Из теоретических тем выделены следующие:

1. Геометрический метод познания как основа геодезии.
2. Теоретические основы геодезии.
3. Основные положения метода измерений.
4. Средства угловых измерений.
5. Методы угловых измерений.

Первую тему студентам предлагается изучить самостоятельно.

Лабораторная работа носит название «Изучение средств и методов угловых измерений».

Цель модуля – дать начальные представления о геодезии как о науке, выделить основную цель и методы реализации этой цели и в этой канве рассмотреть средства и методы угловых измерений.

После изучения модуля студент должен знать:

- истоки геодезии как науки;
- теоретические основы геодезии, основную цель и методы ее реализации;
- основные положения метода измерений;
- средства угловых измерений и их поверки;
- основные методы угловых измерений.

После изучения модуля студент должен уметь:

- выяснять пригодность к измерениям угломерных средств;
- выполнять простые угловые измерения технической точности.

Контроль усвоения материала производится на основе двух контрольных точек: по теоретическому материалу и по лабораторной работе. По теоретической части модуля предварительно выдается шесть вопросов. Студент должен дать исчерпывающие ответы на два из них (по вариантам). По практической части, после того, как лабораторная работа сдана и принята преподавателем, студент письменно отвечает на 15 вопросов, получая оценку в процентах.

На модуль отводится 4 недели: 4 лекции и 4 пары лабораторных занятий (см. календарный план дисциплины).

1.1. Геометрический метод познания как основа геодезии

Основные вопросы: первичные геометрические представления людей о мире; развитие геометрических знаний основных древних цивилизаций; греческая цивилизация и выделение геодезии как науки; дальнейшее развитие геодезии.

Первичные геометрические представления людей о мире. Для того чтобы эффективно существовать и динамично развиваться, человек изначально должен был познавать окружающую среду и объекты в ней. Еще в глубокой древности были выделены некоторые самые необходимые стороны, требующие для выживания человека немедленного изучения. К ним можно отнести наряду с очевидными съедобный – несъедобный, такие свойства окружающего мира как холодный – горячий, твердый – мягкий, большой – маленький и некоторые подобные. С развитием орудий производства и добычи пищи, появились категории типа круглый как солнце, прямой как линия горизонта, ветвистый как дерево и другие. После начала миграций народов просто необходимо было появиться таким понятиям как, например, рука пальцев рук шагов в сторону самого высокого дерева, выше – ниже, длиннее – короче и тому подобным.

Несложно заметить, что все эти понятия хорошо делятся на группы, известные сейчас как химические, физические и геометрические методы познания, которые очевидно являлись самыми древними.

Не сильно ошибемся, если скажем, что изначально части человеческого тела были использованы как стандартные единицы измерений; мы все еще используем остатки этой практики в нашей системе измерений. Можно легко найти аналогии между частями первых измерительных инструментов и ноги, руки, других частей тела, из чего можно заключить, что человеческое тело, посредством которого человек сделал свои первые грубые оценки предметов, было взято как образец в построении измерительных инструментов, или их частей.

Среди первых интуитивных идей человека относительно практической геометрии, вероятнее всего были такие, как прямая линия, вертикальная линия и горизонтальная плоскость. В природе он видел, что они могут быть представлены многими способами. Из их комбинаций легко развивалась идея относительно прямых углов и элементарных понятий симметрии. От прямого угла просто перейти к квадрату, как фундаментальной единице площади и т.д.

Рассматривая геометрический метод познания мира, который нам ближе, уже тогда можно было выделить достаточно отчетливо три фундаментальных свойства объектов, представляющих первостепенный интерес: *размер, форма и местоположение*. Понятно, что эти семейства должны быть в каких-то отношениях друг с другом. Одним из первых видов отношений, на основе которого формы, размеры и положения части реального мира были перенесены из реальности на другой, искусственный носитель, можно считать доисторические наскальные карты. Древнейшая из них, представленная на рис. 1.1, датируется примерно IV – III тыс. до н.э., найдена в 1978 году на юге Иордании в подземном гроте. Здесь в качестве носителя выступил камень.

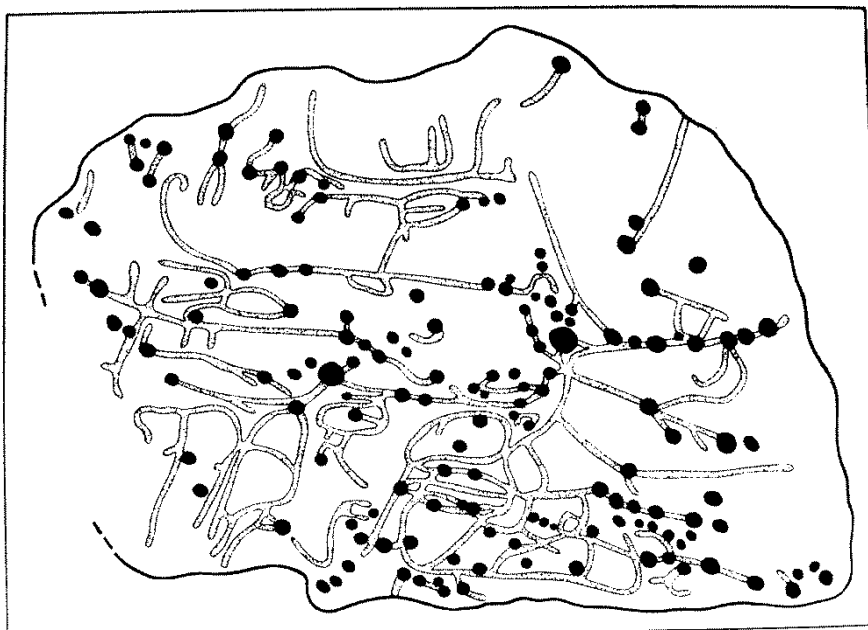


Рис. 1.1. Древнейшая каменная карта. примерно IV – III тыс. до н.э.
Масштаб примерно 1:16000

Дальнейшее развитие человека и общества привело к зарождению классового общества и появлению групп людей, которые постоянно занимались изучением мира и хранением полученных знаний. Не последнее место в этой копилке знаний занимали знания о геометрии предметов и среды, которые стали развиваться еще интенсивнее со следующими причинами:

- появлением религий и связанных с ними работ по возведению ритуальных сооружений;
- переходами на большие расстояния по земле и морю, что требовало каких-либо картографических схем и средств и методов навигации;
- развитием сельского хозяйства и, таким образом, необходимости постоянного учета, деления и перераспределения земли на участки.

С точки зрения религии наибольшее развитие геометрических методов, связанных со звездами добился древний Шумер (примерно IV тыс. до н.э.), что запечатлено в их знаменитых глиняных табличках. Им же мы обязаны делением окружности на 360 градусов, градуса на 60 минут, минуты на 60 секунд. Появились эти понятия исходя из следующих рассуждений. Если умозрительно представить на небе два рядом стоящих Солнца, то расстояние между их центрами было названо «шаг Солнца». В дни равноденствия от восхода до заката на небе умещалось 180 «шагов Солнца» – полуокружность, а целая окружность – 360 шагов, которые в последствии получили имя градус.

Большие и малые переселения народов, поиски Ойкумены (края Земли) требовали развития методов измерений объектов реального мира и переносов их на удобный носитель (глина, пергамент, папирус) для дальнейшего хранения.

Развитие геометрических знаний основных древних цивилизаций. Все древнейшие цивилизации, как известно, находились по берегам величайших рек своего времени: Тигр – Евфрат, Нил, Янцзы – Хуанхэ, Инд. Эти реки часто меняли русло, или бурно разливались, уничтожая, таким образом, границы земельных наделов, которые требовалось восстановить.

Инструменты, развитые древними народами зависели естественно от потребностей в них. Эти потребности могут быть разделены на четыре категории, которые достаточно перекликаются с перечисленными выше:

– развитие средств и методов измерений длин, площадей элементарных фигур для изъятия налогов, которые были во всех древнейших цивилизациях пропорциональны площадям земельных владений;

– огромное значение ирригационных работ, что естественно вело к развитию средств и методов определения разностей высот между точками.

Отвес был естественным результатом в потребности установить вертикальность стены. Наконец, для ориентации и возведения важных зданий и сооружений было необходимо некоторое средство построения одной линии под прямым углом к другой.

На стенах египетских могил были обнаружены несколько сцен, изображающих топографов в процессе измерения шнурами, которые, разделены на правильные интервалы. Самое древнее из дошедших до нас названий человека, занимающегося разделением земли, это древнеегипетский *харпедонапт* (рис. 1.2).

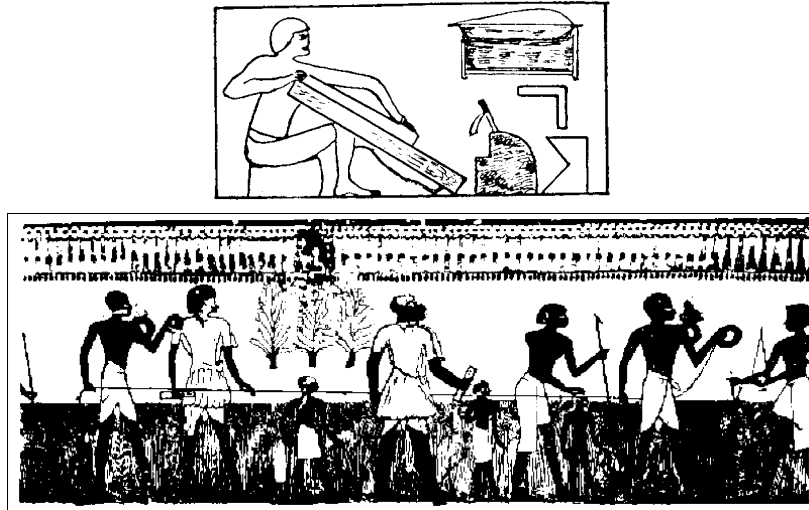


Рис. 1.2. Египетские Харпедонапты или Носители Веревки

Таким образом, геометрические методы изучения мира развивались по следующим направлениям:

- наблюдения звездного неба;
- геометрическое сопровождение возведения зданий и сооружений;
- земледеление;
- землеизмерения для целей описания и путешествий.

Очевидно, что знания древних (примерно до V века до н.э.) были не систематизированы и носили прикладной характер. Инструменты для измерений были также самые простые: просмоленные веревки, отвес, расщепленная палка для визирования. Позже появились землемерные кресты для отложения прямого угла, а для наблюдения звезд – разного рода астролябии (рис. 1.3). Хотя остатки шумерских «астролябий» насчитывают порядка IV – III тыс.

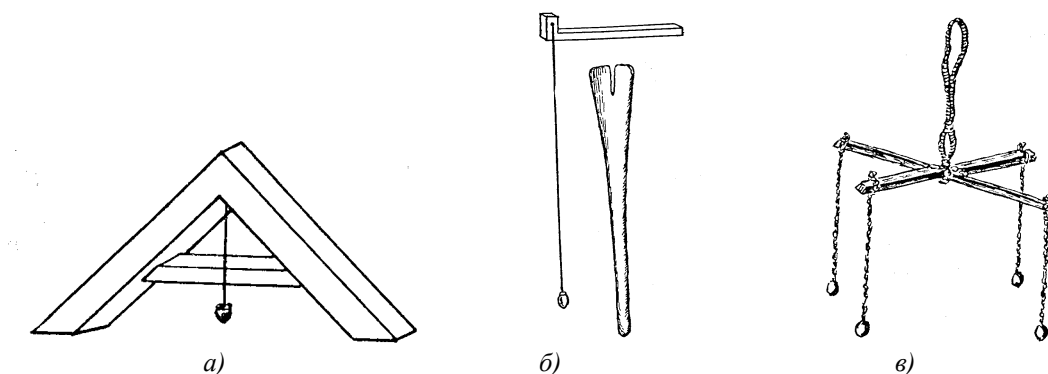


Рис. 1.3. а – египетский уровень (ватерпас), б – египетское визирное устройство (мерхет), в – египетский землемерный крест



Рис. 1.4. Средневековая астрольбия

Астрольбия представляла собой две перпендикулярные и вложенные друг в друга окружности разделенные делениями и имеющая приспособление для наведения на звезды. На рис. 1.4 представлена средневековая, упрощенная астрольбия.

Интересно отметить, что до средних веков в измерениях на земле использовались только прямые углы, а другие использовались неявно, в относительной мере (отношение катета к гипотенузе, или катета к катету) и только при наблюдении звезд использовалось деление на градусы.

Греческая цивилизация и выделение геодезии как науки. С появлением греческой цивилизации, которая училась астрономии у шумеров, а геометрии у египтян, подход к познанию был кардинально изменен. Были выделены в отдельные науки абстрактная наука о методах землемерия – *геометрия*, со своей структурой, понятиями, аксиомами и теоремами, наука о землеразделении – *геодезия*, которая занималась сугубо практическими вопросами по разделению и измерению земель и геометрическому сопровождению возводимых объектов, и *астрономия*, которая занималась наблюдением за небесными объектами. О вкладе Древней Греции в геометрический метод познания и, следовательно, в геодезию, говорит тот факт, что вплоть до эпохи Возрождения, работы ученого *Герона Александрийского* (I век н.э.) «*Метрика*» и «*О диоптре*» были основными учебниками всех геометров и геодезистов (геодестов). В работе «О диоптре» Героном практически были заложены основные принципы геодезических приборов, реализованные им в виде прибора под названием диоптра (рис. 1.5). Диоптра Герона опередила по соответствующим аналогам и идеям свое время почти на полторы – две тысячи лет, оказывая влияние своими техническими возможностями на геодезическое инструментостроение последующих веков. Сложность изготовления измерительных инструментов Герона, а отчасти и применения на практике привело к тому, что в последующем они не использовались. Сложным геодезическим устройствам, напоминающим героновские, предстояло появиться только в XVI в. (топографический инструмент Диггса, квадрант Тихо Браге). Прибор был универсален, так как позволял измерять углы, разность высот между точками и расстояния с достаточно приличной точностью, то есть решать все основные практические задачи, известные как «17 задач Герона» изложенных также в этой работе:

1. Измерить разность высот двух точек, невидимых одна из другой.

2. Провести прямую линию между двумя точками, невидимыми одна из другой.
3. Найти расстояние до места, где находишься, от другой, недоступной точки.
4. Измерить ширину реки, которую нельзя переплыть.
5. Измерить расстояние между двумя отдаленными точками.
6. Провести из одной точки перпендикуляр на прямую, к которой нельзя приблизиться.
7. Измерить высоту недоступной точки.
8. Измерить разность высот двух недоступных точек.
9. Измерить глубину ямы.
10. Сквозь гору провести прямую, соединяющую две точки, данные с различных сторон горы.
11. Выкопать в горе колодец, чтобы он оканчивался в данном подземном углублении.
12. Начертить контур реки.
13. Придать насыпи форму данного сферического сегмента.
14. Сообщить насыпи определенный наклон.
15. Измерить поле, не входя в него.
16. Разделить поле на данное число частей посредством прямых, выходящих из одной точки.
17. Разделить треугольник и трапецию в данном отношении.

Приведенные задачи являются реализацией ряда теорем «Начал» Евклида. Отметим, что задачи 3 и 7 – определение высоты пирамиды и расстояния до корабля – в свое время поставил впервые Фалес, за 600 лет до Герона. Задачи Герона являются образцом применения теории к практике в самом обобщенном, а потому и в самом эффективном виде.

И принципы и задачи Герона используются и актуальны до сегодняшнего времени.

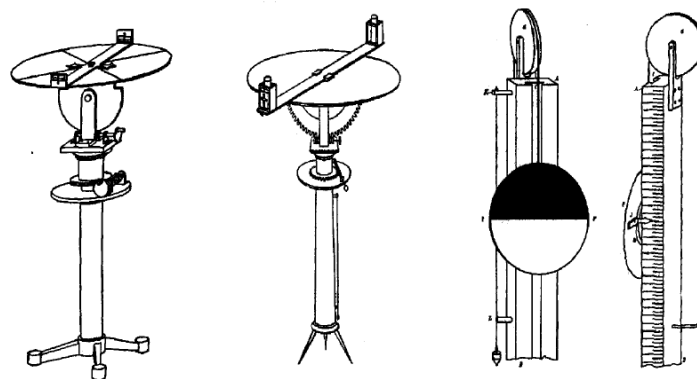


Рис. 1.5. Диоптра Герона с рейкой для определения разности высот

Дальнейшее развитие геодезии. В средние века центр развития цивилизации сместился в Азию и Индию. Из достижений этих стран можно отметить развитие тригонометрии и первых отсчетных устройств.

В эпоху *Ренессанса* центр прогресса опять вернулся в Европу, когда каждый уважающий себя ученый считал необходимым внести хоть какой вклад в науку, называемую *практической геометрией* (рис. 1.6 – 1.8). Это название геодезии сохранилось вплоть до начала XX века.

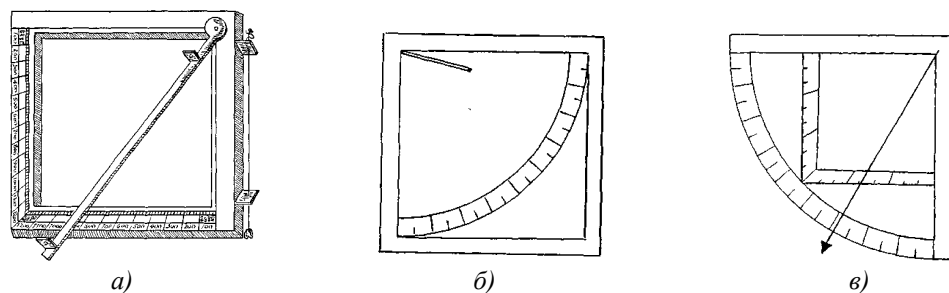


Рис. 1.6. а – геометрический квадрат Герберта; б – квадрант Птолемея; в – квадрант Леонардо Пизанского

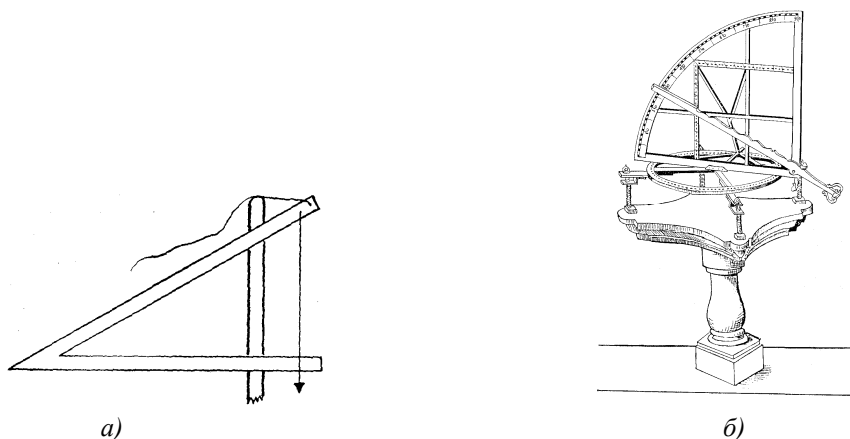


Рис. 1.7. а – комбинированный жезл Да Винчи; б – астрономический квадрант Тихо Браге

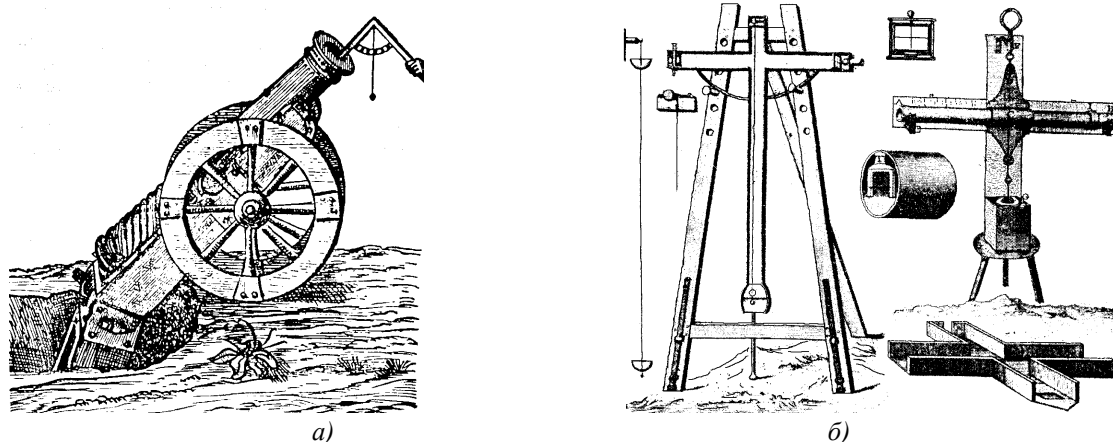


Рис. 1.8. а – артиллерийский квадрант Тартальи; б – балансирующие уровни Пикарда и Гюйгенса

Существенный толчок геодезия получила в XVII веке с изобретением и с триумфальным использованием в ней оптических зрительных труб, но принципы построения приборов остались героновские.

До XX века геодезия в основном модернизировала и усовершенствовала то, что было получено ранее. И только в XX, начале XXI века появились принципиально новые возможности в геодезии: использование для целей измерений оптико-электронного излучения, непрерывные представления в виде фотоснимков и сканированных объектов, спутниковые методы и связанные с ними автономные средства местоопределения, физические методы измерений.

1.2. Теоретические основы геодезии

Основные вопросы: цели и задачи геодезии; методы реализации цели геодезии; классификация геодезических наук; основные положения геодезии на плоскости; выделение плоского участка земной поверхности.

Цели и задачи геодезии. Анализируя развитие геометрического метода познания мира, можно сказать, что основой изучения этих методов является размер, форма, положение и разного рода геометрические отношения между ними. Поэтому геодезию как практическую сторону геометрических методов познания окружающего мира, можно в самом общем случае трактовать так:

Геодезия – наука об изучении и практическом использовании объектов с точки зрения их геометрических характеристик и геометрических отношений.

К самым общим задачам геодезии как науки следует отнести:

- 1) разработка структуры геодезии в целом;
- 2) разработка теории и практики определения геометрических характеристик;
- 3) разработка теории и практики определения геометрических отношений.

Таким образом, проблемы, для решения которых необходимо использование второй или третьей задачи, можно считать геодезическими.

Используя наиболее общий, *системный подход* для описания (исследования) объектов или процессов, необходимо выделить:

- *цель* исследования (зачем?);
- *объект* исследования (что?);

- *субъект* исследования (кто?);
- *средства* исследования (чем?);
- *методы* исследования (как?);
- *окружение* исследования (где?).

Этот подход и будет положен в основу описания и изучения основных разделов геодезии.

Сформулировав цель геодезии как науки, рассмотрим множество объектов, которые являются предметом ее изучения. К этим объектам отнесем:

- множество S_{Φ} *физических объектов*, то есть объектов, которые реально существуют в мире. Это может быть рельеф, объекты растительности, моря и океаны, дома, вокзалы и т.д.;
- множество S_T *теоретических объектов*, которые существуют в каком либо представлении на носителе (бумага, цифры и т.д.). К ним относят проекты, формулы, диаграммы, каталоги, карты и т.п.

Из физических структур S_{Φ} в свою очередь выделяют

- *естественные* (природные) S_E (рельеф, растительность, моря и др.);
- *искусственные* (воссозданные) S_{II} подмножества (здания, сооружения);

То есть имеем $S_{\Phi} = \{S_E, S_{II}\}$.

Теоретические структуры S_T в основном делят на следующие подмножества:

- *аналитические* S_A (отдельные числа, формулы, уравнения и т.д.);
- *графические* S_G (графики, чертежи, схемы и т. д.);
- *описательные* S_O , (текст);
- *цифровые* $S_{Ц}$ (структурированный набор чисел с атрибутами).

Таким образом, имеем $S_T = \{S_A, S_G, S_O, S_{Ц}\}$.

Определим множество *свойств элементов*, подлежащих изучению в геодезии как:

- *размер*;
- *форму*;
- *положение*.

Эти свойства образуют *геодезическую метрику (ГМ)*, а методы по изучению и использованию ее – *метрические методы (ММ)* геодезии.

В свою очередь по форме элементы делят на *точки, линии, поверхности и тела*.

По размеру элементы упорядочены по *длине, площади и объему*.

По положению элементы определяются *физической или теоретической системой относимости (референтной системой)*.

Другой стороной элементов, требующих изучения в геодезии являются связи между ними. Набор этих связей принято называть *геометриче-*

скими отношениями. Отношения могут быть между элементами или множествами и делятся на *отображения* и *преобразования*. Группу, изучающую и использующую введенные геометрические отношения, назовем *методами отношений МО* геодезии.

Реализация цели геодезии на основе методов отношений зависит от состава исходных множеств элементов, участвующих в отношении. Очевидно, что состав и размер этих множеств по сравнению с представленными выше, будут расти и изменяться по мере развития науки и техники.

Таким образом, основная цель геодезии достигается на основе совокупности метрических методов, то есть на основе группы методов, определяющих геодезическую метрику (размер, форму и положение объектов) и группы методов отношений (отображение или преобразование множеств), то есть, при изучении *свойства* объектов.

Не сложно заметить, что методы отношений обязательно используют как основу метрические методы, которые в свою очередь сами являются в большинстве своем элементарными геометрическими отношениями.

Методы реализации цели геодезии. Определив цель и объекты геодезии, переходим к *методам*. В качестве методов реализации цели и задач геодезии выделяют три группы:

– *измерения*, как группа способов получения первичной информации об объекте;

– *позиционирование* – группа способов, позволяющая на основе измерений получить положение объекта в пространстве и времени;

– *представления* – группа способов, визуализирующая предыдущие группы в наиболее удобном и информативном виде.

Очевидно, что измерения являются необходимым начальным этапом получения исходной информации об объекте. Кроме того, они непосредственно используются для получения размеров некоторых объектов и, таким образом, решают в некоторой степени задачу определения геодезической метрики. Так как измерение – *процесс*, его также можно описать и классифицировать на основе системного подхода.

Позиционирование, это процесс определения положения объекта в пространстве в какой-либо системе относимости. На основе позиционирования определяют форму, размеры и многие виды геометрических отношений и он, таким образом, является одним из главных методов в геодезии.

Методы представлений должны позволять представить полученную информацию в наиболее экономном, информативном и таким образом при-

годном для дальнейшего использования (проектирование, анализ и т.д.) виде. Традиционно для представления используют теоретические объекты:

- аналитические выражения;
- графику;
- таблицы;
- описание;
- цифровые объекты.

Например, при представлении реализации метрических методов в виде измерений, результаты могут быть числами, графиками или таблицей, а для методов отношений результаты можно представить в табличном, графическом или цифровом виде.

Наибольшее распространение в геодезии получил графический метод (и в последнее время связанный с ним цифровой). Графическое представление также имеет свои методы реализации:

- масштабирование;
- проецирование;
- сечение;
- условные знаки.

Это разделение следует из специфики объектов геодезии, которые например, для отображения на бумаге нужно уменьшить, спроецировать на бумагу и отобразить в виде каких-то простых, общеизвестных символов.

Процесс масштабирования производится при помощи масштабов, которые бывают численные и графические.

Из методов проецирования выделяют центральное и ортогональное, а сечение используют горизонтальной, вертикальной, редко произвольно направленной плоскостями.

Таким образом, для получения геодезической метрики в виде размера, положения и формы, на первом этапе используется группа методов измерений и группа методов позиционирования, а на втором – группа методов представления. Очевидно, что измерения прямо определяют метрику весьма в незначительных количествах. Например, измеренная длина – элемент метрики размер, направление – элемент метрики позиционирование и т.д. Всю основную нагрузку несет вторая группа, которая позволяет решать метрические задачи определения формы и размеров на основе решения задачи о положении объекта. Знание же размеров и формы не дает представления о положении, по крайней мере, в рамках геометрического подхода. Определение формы объекта обычно сводят к прямым измерениям, а если результат не удовлетворительный, то привлекают референтные теоретические или практические системы позиционирования.

Определение объектов на основе методов отношений преимущественно начинают с выбора метода отношений и элементов в него входящих. Далее, на основе измерений (метрические методы) определяют формы размеры и положение объектов, используя при необходимости позиционирование в каком либо виде. Заключительный этап – представление в требуемом виде.

В основе всех *средств* для решения задач геодезии – приборы и инструменты для геодезических измерений. Средства напрямую связаны с методами. На основе групп методов измерений и позиционирования выделяют:

- *геометрические* средства, такие как теодолит, мерная лента, нивелир, кипрегель и т.д.;
- *физические* средства, такие как светодальномер, барометр, гравиметр, гироскоп, аэрофотоаппарат и др.

При этом следует иметь в виду, что одну и ту же величину можно получить как геометрическими, так и физическими средствами. Например, длину линии можно измерить с помощью рулетки – геометрическим средством, или с помощью светодальномера – физическим средством.

Эти средства, относящиеся к *полевым* средствам, на основе своих свойств, позволяют определять геодезическую метрику и основанные на ней геометрические отношения.

Например, измерив на местности длину стены мерной лентой (метрические методы, определение размера) нанесем ее в масштабе на план (методы отношений, отображение физического объекта, стены, в теоретический (графический) – линию на бумажном носителе (плане)); сфотографировав участок местности с самолета (метрические методы, определение всей геодезической метрики), путем соответствующей обработки материалов, получаем фотоплан, или карту (методы отношений, отображение физического объекта (участок местности) в теоретический (план, карта) на каком либо носителе).

Группа методов представлений порождает так называемые *камеральные* (лабораторные) средства, такие как транспортир, измеритель, масштабная линейка и т.д.

Из *субъектов* в геодезии выделяют:

- человека, когда цели и задач геодезии реализуются вручную;
- автомат, когда реализация цели и задач геодезии производится автоматически;
- полуавтомат, когда реализация смешанная.

Окружение геодезии как науки делят:

- на теоретическое, то есть науки производящие геодезию и граничные с нею науки или их разделы, которые помогают ей решать поставленную цель;
- на физическое, то есть физическая среда, в которой реализуются задачи геодезии: воздух, вода, космос.

Теоретическое окружение, в первую очередь из математики: разного рода геометрии (элементарная в виде планиметрии и стереометрии, тригонометрия, аналитическая геометрия, дифференциальная геометрия), затем теория вероятностей и математическая статистика, математический анализ, теория матриц и численные методы. Из физики – это разделы механики и оптики, электроника. Из компьютерных наук – программирование, программные средства, информационные системы.

Классификация геодезических наук. Очевидно, что и науки можно классифицировать по средствам и методам, то есть по стороне, которой она полезна для геодезии.

Следует заметить, что достаточно давно геодезия как общая наука, была разделена на разделы по объектам приложения и средствам. Из физических естественных объектов (см. классификацию выше), выделяют: участок земли (Земля локально), Землю в целом (Земля глобально), моря и океаны, планеты. Из физических искусственных объектов – инженерные здания и сооружения. Из теоретических объектов используются практически все: аналитические, графические, описательные и цифровые. Таким образом, если в качестве объекта взята Земля локально и изучаются способы ее отображения, мы имеем раздел геодезии называемый *топографией* (старое название *низшая геодезия*). Если только моря и океаны, то имеем раздел под названием *морская геодезия*, а если Земля в целом, то имеем раздел, называемый *высшей геодезией* (иногда *теоретической геодезией*). Если в качестве объекта берутся другие планеты, то имеем планетарную геодезию (например, для Луны *селеноидная геодезия*). Когда в качестве объектов приложения берут инженерные здания и сооружения, имеем *прикладную (инженерную) геодезию*. Если объект – теоретические описательные, графические и аналитические множества, определяющие форму земной поверхности, то имеем раздел геодезии, называемый *картографией*.

При разделении на разделы по средствам, с помощью которых решаются задачи геодезии, имеем: используя разного рода фотосредства, получаем раздел, называемый *фотограмметрией*, а используя космические средства – *космическую геодезию*.

Существует ряд разделов геодезии, которые являются не основными, так как не получают ни в каком виде ни геодезическую метрику ни геометрические отношения. Например, раздел, где объектом являются средства измерений, называется *геодезическим инструментоведением*, а когда объект – полученные результаты измерений, имеем *теорию математической обработки геодезических измерений* и другие.

По большому счету все виды «геодезий» не что иное, как использование средств и методов общей геодезии для разного рода объектов. Некоторые из них правильно и называют как «Геодезическое обеспечение кадастров», «Геодезические методы в горном деле» и т.д.

Опираясь на все вышесказанное и цель геодезии, для полной конкретизации всех приложений и разделов геодезии необходимо использовать следующую последовательность:

1. Выбрать объект приложения геодезии (Земля, космос, сооружения и т.д.).

2. Описать методы, средства и окружающую среду для реализации метрических методов, то есть для определения размеров формы и положения. В качестве методов берутся группы измерений, позиционирования и представления, которые также рассматриваются с системной точки зрения: цель, объект, субъект, средства и т.д.

3. Описать методы, средства и окружающую среду для реализации методов отношений. За основу взять соответствующие метрические методы в нужных комбинациях.

Это самая общая последовательность, которой следует придерживаться при изложении любого раздела геодезии. Кроме того, состав объектов, субъектов, средств, методов и окружающей среды постоянно меняется и расширяется, что уже привело и приведет в дальнейшем к новым, интересным приложениям геодезии в различных отраслях науки и техники. Например, на сегодняшний день это крупное машиностроение, медицина, археология и другие.

О значимости геодезии как науки говорит и тот факт что на ее основе появился ряд новых наук, таких как *геоинформатика* (геоматика) – соединение геодезии и информатики; *геотроника* – соединение геодезии и электроники; *геоиконика* – соединение геодезии с наукой об изображениях иконикой.

Основные положения геодезии на плоскости. Изучение основ геодезии целесообразно начать приложением общего подхода к локальному участку земли, который является наиболее древним, простым, но включает в себя все необходимые исходные понятия.

Сформулируем цель изучаемого раздела в самом общем виде как изучение и использование объектов с точки зрения их геометрических характеристик и геометрических отношений. В качестве *объекта* приложений возьмем локальный участок Земли, который можно считать плоским. Такой раздел геодезии можно назвать *плоской геодезией (начальной геоде-*

зией, геодезией на плоскости, локальной геодезией). Основных задачи геодезии на плоскости:

- изучение методов и средств измерений технической точности;
- изучение методов позиционирования технической точности;
- изучение методов создания картографического материала крупных масштабов.

Техническая точность подразумевает следующие пределы:

- для угловых величин – порядка 15 – 30" для измерений и позиционирования и до 5 – 10' для картографирования;
- для линейных величин – 1 – 5 см для измерений и позиционирования и 10 – 15 см для картографирования.

Отметим, что линейную точность целесообразнее определять в относительной мере, которая для геодезии на плоскости будет в пределах от 1/300 до 1/3000.

Высотная составляющая определяется в отдельных измерениях 3 – 5 мм, для съемки – порядка 5 – 15 см.

В качестве *субъектов* приложения геодезии на плоскости могут выступать сам человек, полуавтомат и автомат.

Методы реализации геодезии на плоскости – стандартные метрические и отношений, на основе групп методов измерений, позиционирования и представления. При этом в метрических методах выделяют угловые, линейные, площадные и объемные размеры. При позиционировании используют *графическое, аналитическое* и *комбинированное* представление для однозначного местоопределения объекта или его части на *плоскости* или в *пространстве*. Группа методов представления подразумевает использование *масштабов, горизонтальных сечений* и *ортогонального проецирования* для отображения результатов в *условных знаках* на *бумажном* или *электронном* носителе.

В методах отношений используются отображения множества физических объектов земли в теоретические, которые мы назвали *съемкой*. В геодезии на плоскости съемки изучаются дисциплиной, называемой *топографией* (греч. *topos* – поверхность, *grafos* – рисую).

Все съемки делят на *плановые, высотные* и *комбинированные*, а работы по их производству на *полевые* и *камеральные*.

Определение плоского участка. Определим область, в которой участок земли можно считать плоским с наперед заданной точностью. Для этого следует рассмотреть горизонтальные, вертикальные и площадные погрешности, возникающие из-за принятия участка Земли плоским. Форма и размеры Земли как планеты изучается в разделе *высшей геодезии*. Для

целей геодезии на плоскости форму Земли можно принять за шар (сфероид) со средним радиусом 6371,03 км. Но следует иметь в виду, что Земля не является математически точным телом, а то, что она образует своей спокойной поверхностью морей и океанов с XIX века по предложению геттингенского физика *Листинга* принято называть *геоидом*.

Пусть точка O – центр шарообразной Земли, дуга ACB – центральное сечение поверхности через точку C . Длина дуги $CB = l$, а отрезок KN – величина касательной в точке C между отвесными линиями из точек A и B . Длину отрезка CN обозначим t (рис. 1.9). Точка C – середина дуги и касательной.

Определим разность между длиной дуги $CB = l$ и длиной касательной $CN = t$:

$$t - l = R \cdot \operatorname{tg}(\varphi) - R \cdot \varphi = R \cdot (\operatorname{tg}(\varphi) - \varphi).$$

Учитывая что

$$\varphi = (l/R),$$

и разложив функцию тангенс в ряд *Тейлора* до первого порядка малости в виде

$$\operatorname{tg}(\varphi) = \varphi + \frac{\varphi^3}{3} + \frac{2\varphi^5}{15} + \dots,$$

имеем:

$$x = t - l = R \cdot \left(\frac{\varphi^3}{3}\right) \approx \frac{l^3}{3R^2}. \quad (1.1)$$

Для разности в высотной составляющей $BN = y$ (см. рис. 1.9) имеем:

$$(y + R)^2 = R^2 + t^2 = y^2 + 2Ry = t^2.$$

Учитывая малость величины $y^2/2R$, окончательно получим:

$$y \approx t^2/2R. \quad (1.2)$$

Вычислим значения $x = t - l$ и y для разных длин (см. табл. 1.1).

Таблица 1.1

Длина \ Величина	0,1 км	0,5 км	1 км	10 км	20 км	50 км
x	0,0 см	0,0 см	0,0 см	0,8 см	6,6 см	102,7 см
y	0,1 см	2,0 см	7,8 см	785 см	–	–

Анализ таблицы говорит о том, что длины порядка 20 км с технической точностью можно считать горизонтальными, а вот высотная составляющая уже на расстоянии порядка 500 м будет недопустимо отличаться

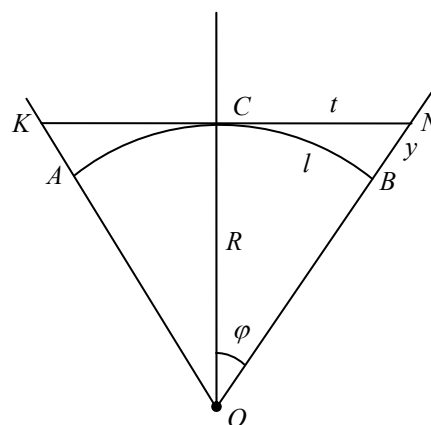


Рис. 1.9. Определение плоского участка Земли

от реальной. Таким образом, можно принять, что круг радиуса около 20 км на земной поверхности, можно считать плоским с точностью, достаточной для производства плановых топографических работ. А для высотных – радиус чуть более 100 м. Для съемок радиусы увеличиваются в 2 – 3 раза.

Часто полезно формулы (1.1) и (1.2) представить следующим образом:

$$l = \sqrt[3]{3R^2 \cdot x}, \quad (1.3)$$

и

$$t = \sqrt{2R \cdot y}, \quad (1.4)$$

или

$$\frac{1}{M} = \frac{x}{l} = \frac{1}{3 \cdot (R/l)^2}, \quad (1.5)$$

и

$$\frac{1}{M} = \frac{y}{t} = \frac{1}{2 \cdot (R/t)}. \quad (1.6)$$

Формулы (1.3) и (1.4) позволяют по заданным отклонениям x и y предвычислить длины, а (1.5) и (1.6) представляют относительное отклонение от плоскости в плане и по высоте на заданном расстоянии.

Например, задавшись значением высотного отклонения в 2 мм, по формуле (1.4) имеем расстояние $t = 160$ м, то есть не более чем на таком расстоянии плоскость по высоте будет отличаться от окружности на 2 мм. Задав в формуле (1.5) расстояние $l = 10$ км, имеем относительное значение отклонения $1/1200000$, то есть в круге радиусом 10 км мы имеем отклонение плоскости от шара на величину намного меньшую, чем наилучшая точность современных измерений.

1.3. Основные положения методов измерений

Основные вопросы: измерение как процесс получения информации; основные положения угловых измерений; принципы построения угломерных средств измерений; основные детали угломерных приборов; варианты деления лимба.

Измерение как процесс получения информации. Как было отмечено выше, осуществить основную цель геодезии можно как на основе *метрических методов*, так и на основе *методов отношений*, которые сами реализуются на основе групп *методов измерений, позиционирования и представления*.

В традиционном эмпирическом (опытном) методе познания выделяют:

- *наблюдения* как получение качественной информации об объекте;
- *измерения*, то есть получение количественной информации об объекте в виде числа, ряда чисел, формул, графиков и т.д.;
- *эксперимент* как моделирование условий для проверки какой-либо гипотезы о свойствах объектов.

Очевидно, что для целей геодезии наилучшим образом подходят измерения, которые являются источником (и часто единственным) первичной информации об объекте.

Так как измерения – процесс, их также можно описать и классифицировать на основе системного подхода, но с учетом специфики геодезии на плоскости.

Целью измерения является получение информации в количественном виде о какой-либо характеристике объекта с технической точностью.

В качестве *субъекта* измерений выступает:

- человек;
- автомат;
- комбинация человек – автомат (полуавтомат).

В качестве *объекта* могут выступать:

- реальные структуры (плоский участок земли и все объекты на нем);
- теоретические структуры (планы, карты, графики и т.д.).

По *средствам* измерения в геодезии делят:

- на *геометрические* (угловые, линейные, высотные);
- на *физические* (фотосъемка, гравиметрические, барометрические).

По *методам*:

- *непосредственные*, когда измерительный прибор непосредственно прикладывается к определяемой величине;
- *косвенные*, при которых определяемая величина получается как функция от измеренных.

И непосредственные и косвенные могут быть:

- *прямыми*, то есть когда получают число, характеризующее какое-либо свойство объекта;
- *обратными*, при которых, имея численное значение характеристики, ее реализуют в натуре.

Деление измерений в геодезии по количеству на необходимые и избыточные просто необходимо, так как наличие избыточных измерений позволяет провести контроль измерений и выполнить оценку точности.

По точности измерения делят на *равноточные*, то есть выполненные с одной точностью и *неравноточные*. При этом, для смешанных, например,

линейно-угловых измерений в качестве критерия равноточности используется *принцип равных влияний*: относительная мера точности угловых измерений равна относительной мере линейных измерений:

$$m_S / S = m_\beta / \rho.$$

Здесь m_S и m_β – погрешности определения расстояния S и угла β ;

ρ – число секунд в радиане $206265''$ (грубо $2 \cdot 10^5''$).

Среда измерений в топографии – воздух.

Рассмотрение методов измерений начнем с классических и наиболее распространенных: геометрических угловых и линейных. Совокупность этих величин иногда называют величинами *протяженности* и они исчерпывают все возможные варианты (рис. 1.10). Здесь величины протяженности для субъекта S относительно объектов O_1 и O_2 будут: для горизонтальной плоскости – расстояния D_1 и D_2 , длина хорды l , длина дуги d и стягивающий ее угол β ; для вертикальной – наклонные расстояния D_1 и D_2 и их проекции на горизонтальную плоскость S_1 и S_2 , углы наклона объектов относительно горизонтальной плоскости ν_1 и ν_2 или стягивающие их дуги d_1 и d_2 , длины перпендикуляров до горизонтальной плоскости l_1 и l_2 .

Другие виды измерений изучаются в соответствующих разделах геодезии.

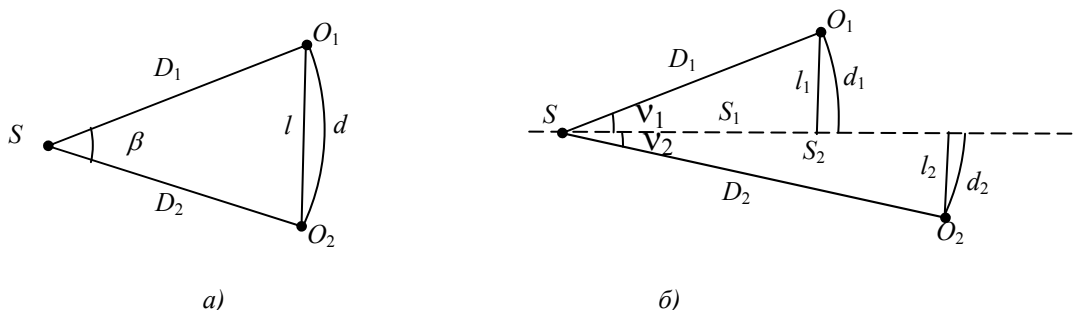


Рис. 1.10. Величины геометрической протяженности:
а – горизонтальная плоскость, б – вертикальная плоскость

Основные положения угловых измерений. Необходимость в угловых измерениях возникла, когда люди впервые захотели получить количественные характеристики положения небесных объектов для практических нужд. Очевидно, что непосредственно измерить расстояние до такого рода объектов не представлялось возможным. И вот тогда какой-то мудрец из шумерских жрецов предложил в качестве меры положения использовать длину дуги d (рис. 1.11), или один «шаг Солнца», которых в дни равноденствия от восхода до заката укладывалось на небосводе де 180. Система получила название *халдейской* или шестидесятиричной, когда целое делится

на 60 частей. Возможно и поздний символ градуса «°» является отражением его связи с Солнцем.

Кроме *градусной* угловой меры в топографии зачастую используется *градовая* система, когда окружность делится на 400 равных частей, а прямой угол на 100.

Как отмечалось выше, только в астрономических угловых измерениях древности использовалось деление окружности. В наземных угловых измерениях (вплоть до эпохи Ренессанса) использовалось деление окружности на 4 части, то есть только на *прямые углы*.

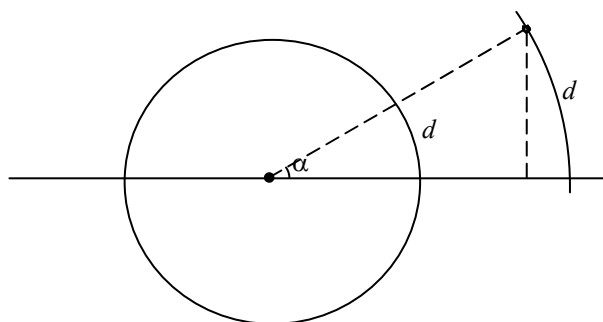


Рис. 1.11. Угловые размеры

Таким образом, еще в глубокой древности для практических нужд использовалась для определения характеристики положения объекта длина дуги между двумя радиусами, выраженная не в линейной, а в другой форме, и получившая в последствие название *угловой*.

Как при измерениях на земные, так и на небесные объекты, использовались углы в строго *горизонтальных* и строго *вертикальных* (естественных) плоскостях, чтобы избежать неоднозначности.

Таким образом, под горизонтальным углом β между двумя точками понималась угловая мера дуги, спроектированная на горизонтальную плоскость, или двухгранный угол, полученный в результате пересечения двух вертикальных и одной горизонтальной плоскости A (рис. 1.12).

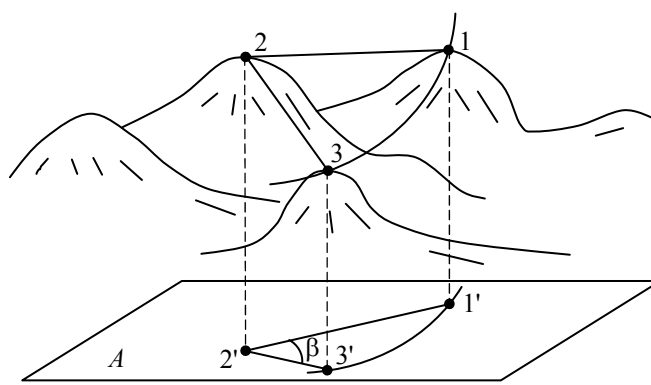


Рис. 1.12. Горизонтальный угол местности

Вертикальный угол – угловая мера дуги на вертикальной плоскости B (рис. 1.13), проходящей через точки 1 и 2 и которая отсчитывается относительно горизонтальной или вертикальной линии или плоскости. Вертикальный угол ν относительно горизонтальной плоскости называют *углом наклона* (наклонения), а z относительно вертикальной – *зенитным расстоянием*.

Очевидно, что получить непосредственно горизонтальный угол β или вертикальный угол ν невозможно, так как они задаются двумя направлениями, которые одновременно измерить нельзя. Значит, углы должны

быть получены, как комбинация этих направлений. Для горизонтального угла (рис. 1.14) при нанесении делений дуги по часовой стрелке, угол β – это разность двух угловых направлений: $\beta = O_B - O_A$. Здесь O_A и O_B – угловые значения направлений CA и CB от начала деления дуги окружности, которые называют *отсчетами*.

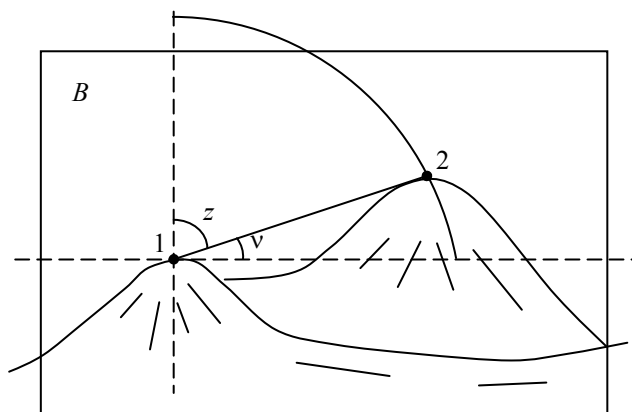


Рис. 1.13. Вертикальные углы местности

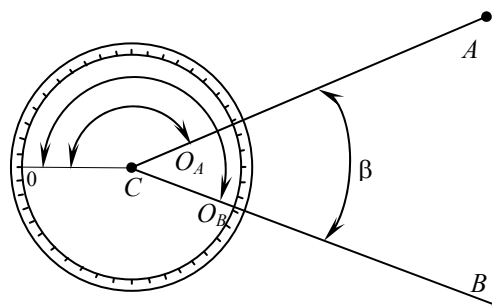


Рис. 1.14. Получение значения горизонтального угла

Таким образом получаем:

Правило 1. Чтобы по отсчетам получить величину горизонтального угла, к которому стоишь лицом, необходимо от углового значения правого направления (отсчета на правую точку) отнять значение левого направления (отсчет на левую точку). Если правое значение меньше, к нему обязательно нужно добавить значение полной окружности (если мера градусная – 360°). При изменении порядка в вычитании получим угол – дополнение до полной окружности. Принято называть угол, к которому стоишь лицом – *внутренним*, а его дополнение до полной окружности – *внешним*.

Для вертикальных углов в качестве одного из направлений принимается строго горизонтальная или строго вертикальная линии. Кроме того, деление вертикальной окружности, кроме единиц, имеет еще и неоднозначность в направлении и знаке. В общем случае, (рис. 1.15) угол наклона v есть угловое значение направления $C-1$ относительно принятой за исходную (на рис. 1.15 горизонтальную) линию, или *отсчет* на точку 1.

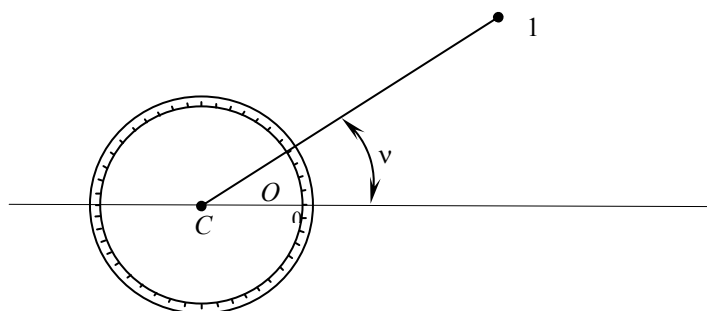


Рис. 1.15 Получение угла наклона

Принципы построения угломерных средств измерений. Очевидно, для измерения как горизонтальных так и вертикальных углов должны быть какие то общие принципы, по которым должно строится *средство измерений*. Первые принципы можно найти еще у шумеров. У них для получения угловой высоты небесного светила над горизонтом было необходимо иметь угломерные шкалы с делениями, устройство для наведения и устройство для приведения в горизонтальное (вертикальное) положение отсчетных кругов. Позднее *Герон Александрийский* в своей знаменитой работе «*О диоптре*» дополнил шумерские принципы необходимыми при измерениях на земле устройствами центрирования центра отсчетного устройства над вершиной измеряемого угла. Таким образом, для шумерско-греческие принципов угловых измерений характерно наличие:

1. Разделенной делениями окружности (отсчетной окружности) или *лимба*.
2. Визирного устройства или *алидады* с диоптрами.
3. Устройства для приведения лимба в горизонтальное положение (в последствии получившее название *уровня*).
4. *Центрировочного* устройства для совмещения центра деления лимба с вершиной измеряемого угла.

Для вертикальных угловых измерений используется вертикальный лимб (вертикальный круг), а для точных требуется устройство для совмещения начала деления лимба вертикального круга с горизонтальной линией.

Теперь, чтобы измерить горизонтальный угол, имея все перечисленные устройства надо: совместить центр делений лимба с вершиной измеряемого угла (центрировать), горизонтировать лимб, свизировать на первую точку, задающую сторону угла и получить отсчет по лимбу, свизировать на вторую точку и также получить отсчет, взять разность правый отсчет минус левый и получить значение искомого угла в единицах деления лимба.

Для вертикальных углов: привести вертикальный круг в вертикальное положение, совместить начало отсчета с горизонтальной линией (горизонтом), навести на определяемую точку и снять отсчет, рассчитать значение угла в зависимости от способа разбиения лимба вертикального круга.

Эти достаточно древние принципы полностью сохранились и в наших современных приборах и методиках, но детали реализованы на современном уровне развития науки и техники.

Основные детали угломерных приборов. Рассмотрим основные детали, формирующие угломерный прибор в исторической ретроспективе. Для приведения отсчетных кругов в горизонтальное (вертикальное) положение древние шумеры подвешивали прибор за кольцо в свободное со-

стояние, ибо уже знали, что при выведении прибора из равновесия он быстро примет исходное однозначное положение. При этом задавались одно-значно линии параллельные и перпендикулярные горизонту. Такой вид горизонтирования массово сохранился в приборах называемых *астролябией*, вплоть до конца средних веков.

Гораздо реже для целей горизонтирования использовался свободно висящий *отвес*. Но наибольшее распространение получил метод горизонтирования на основе свойства воды при любом наклоне занимать локально горизонтальное положение касательное к линии горизонта. Устройство такого рода получили название *уровней* (ватерпас). Первые уровни – просто открытый сосуд с водой или с поплавками на ней. Герон описывает уровень, действующий на основе закона сообщающихся сосудов. И только в XV веке был изготовлен пузырьковый уровень, который используется в практически первозданном виде до сих пор. Представляет он собой запечатанную капсулу, в которой находится воздушный пузырек (рис. 1.16).

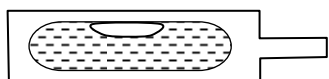


Рис. 1.16. Цилиндрический уровень

В отрегулированном уровне пузырек находится в середине, если вся ампула расположена в горизонтальной плоскости.

Известны также механические (балансирные) уровни, принцип действия которых также используется до сих пор, например, в компенсаторах приборов для определения разности высот точек (нивелиров).

В современных электронных геодезических приборах, наряду с жидкостными уровнями используются *электронные*. Принцип действия электронного уровня – выявление разности каких-либо электрических характеристик (сопротивление, напряжение и др.) на двух концах какой-либо базы, если она не занимает горизонтальное положение и таким образом, например, одним концом глубже, чем другим погружена в индукционную катушку. Эта разность преобразуется в какую-либо визуальную информацию на дисплее (например, цифры, штрихи). Изменяя горизонтальность прибора, добиваются удаления с экрана штрихов полностью (или когда указатель находится на цифре ноль), что и говорит о горизонтальном расположении нужных его частей.

Первое из известных *визирных* устройств дошли до нас из древнего Египта. Называлось оно *мерхет* и представляло собой отдельно расщепленную палку и отвес (веревка с грузиком). Как только появились отсчетные круги, появилась необходимость во вращении визирного устройства относительно центра деления лимба. Горизонтальная переключательная такого устройства получила название *алиадада*, на которой вертикально устанавливались какого-либо вида визирные устройства (прицел). Наибольшее

распространение получил вид визирок, названный Героном *диоптрами* (рис. 1.17). У них на алидаде 1, которая скользила по лимбу 5 круга, на краях располагались вертикальные скобки 2 с прорезями у глаза: меньшая 3, а противоположная – большая, имеющая для более точного наведения нить 4. Отсчет снимался по нити 6 на краю алидады.

С появлением в XVI веке *оптических труб* визирные приспособления приняли современный вид, где в качестве «прицела» используется закрепленная у окуляра трубы крестовая сетка нитей.

В качестве устройств для *центрирования* с древнейших времен и по сегодняшний день используется механический *отвес*.

Но, начиная с середины XX века, наряду с механическим отвесом используется оптический, представляющий собой лупу небольшого увеличения, призму, преломляющую луч на 90° и какой-либо визир в поле зрения, например, в виде двух концентрических окружностей. Устройство регулируется таким образом, что при совмещении визира с вершиной угла прибор должен находиться в вертикальном (горизонтальном) положении. Используется также принудительное центрирование, когда прибор просто жестко фиксируется в нужном месте. В последнее время начали использовать *электронные центриры*, но пока очень редко.

Последней, и, наверное, самой важной частью угломерного прибора является *лимб* – полный сектор окружности разделенный по краю в каких либо угловых единицах. До средних веков деление лимба производилось вручную, и только в 10 веке арабский астроном *Абу Райхан Беруни* (*Ал-Беруни*) создал прототип первой механической делительной машинки, которая весьма упростила процесс и повысила точность делений. Уже во времена *Ал-Беруни*, точность делений достигала $5'$.

Варианты деления лимба. Очевидно, что существовало 2 варианта деления лимба с большей точностью: уменьшение интервала деления (увеличение их числа), что напрямую связано с уровнем развития техники и увеличение радиуса лимба, как поступало большинство астрономов. Например, диаметр горизонтального круга прибора, описанного в «*Геодезии*» *Ал-Беруни*, составлял 7,5 метров. Понятно, что такого рода круги были стационарны и не могли использоваться в полевых условиях.

Наряду с задачей точного деления лимба остро стояла задача наиболее точного снятия отсчета по существующим делениям, а именно, как

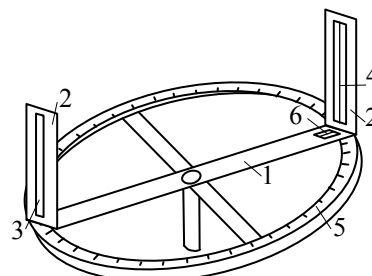


Рис. 1.17. Лимб с диоптрой

можно точнее получить значение между наименьшими делениями шкалы прибора. Эту задачу решают разного рода *отсчетные устройства*. Первые из них были в виде горизонтальных или вертикальных штырьков на алидаде или прорезей с волоском b на алидаде (см. рис. 1.17). Очевидно, что точность считываний зависела в основном от точности деления лимба. Но в средние века, сначала применительно к линейным измерениям, где была такая же проблема, а потом и у угловых, стали применять *трансверсальный метод* уточнения отсчета, основа которого – подобие фигур. Для линейных измерений (из существующих описаний) трансверсальный метод впервые использовал в XIII веке арабский ученый *Леви Бен-Герсон*. Сущность метода состоит в следующем. Какая либо целая единица измерения делится на требуемое число составляющих (например, дециметр на сантиметры) и откладывается по низу горизонтальной оси устройства (рис. 1.18) по линии 0 – 10. Это первое деление целого.

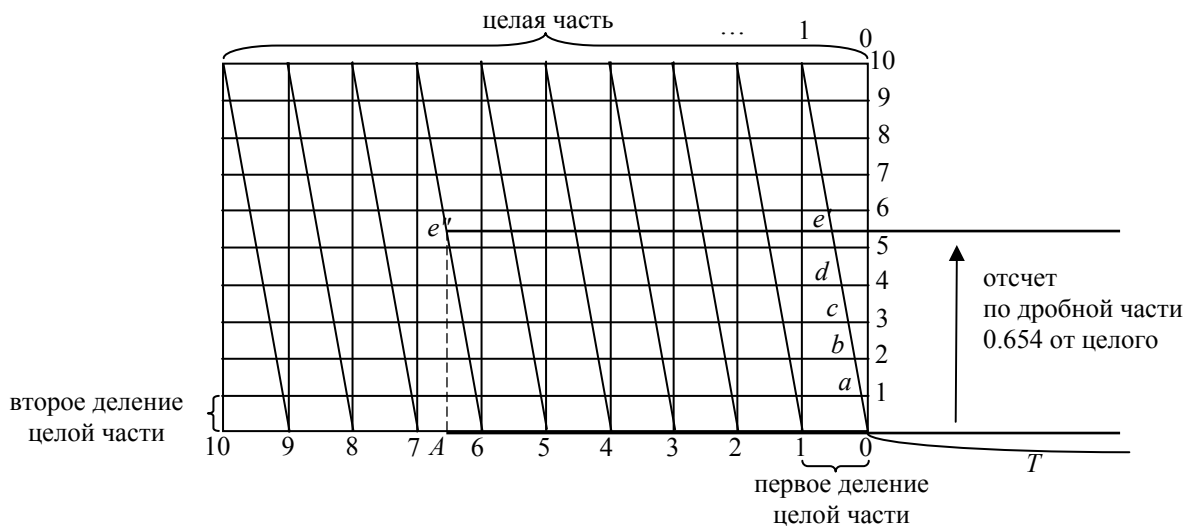


Рис. 1.18. Трансверсальная линейная шкала

Далее вертикально из каждого деления восстанавливаются перпендикуляры, которые также делятся параллельными горизонтальными линиями на нужное число равных интервалов (например, на рис. 1.18 на 10). Это второе деление целого. Одноименные деления иногда соединяют тонкой линией. Основная шкала, называемая *трансверсальной*, получается соединением верхних и нижних точек со сдвигом на одно деление: нижняя 0 с верхней 1, нижняя 1 с верхней 2 и т.д. Исходя из подобия треугольников $0_{\text{низ}}-1_{\text{верх}}-0_{\text{верх}}$ как основного и $0_{\text{низ}}-a-1$, $0_{\text{низ}}-b-2$ и так далее можно показать, что $a-1 = 1/n$, $b-2 = 2/n$ и так далее от величины интервала 0-1. Здесь n – количество интервалов второго деления целого. В нашем примере

$a-1 = 1/10$, $b-2 = 2/10$ и так далее от величины первого деления целого. Очевидно, что в конце нижний интервал 0-1 переходит в верхний равный 0-1.

Уточним значение измеряемой линейной величины на примере шкалы рис. 1.18. Пусть величина имеет от начала T основных делений, например, дециметров, а конечная точка укладывается где-то между нулем и десятью первых делений целого в точке A . Начнем переносить параллельно или шкалу или мерный прибор до тех пор, пока точка A не коснется ближайшей трансверсали в точке e'' . Теперь полная длина отрезка есть $T + (0-6)_Г + (6-e'')_Г$ в единицах первого и второго деления целого. Здесь индексы $Г$ ($В$) обозначают горизонтальные (вертикальные) отрезки шкалы. Для нашего примера 1 единица целого = 1 дм, число первичных делений $k = 10$, вторичных также 10. Тогда отрезок $(0-6)_Г = 0,6$ дм. Для определения величины отрезка $(6-e'')_Г$ замечаем, что он находится между 5 и 6 индексом второго деления целого. Так как первое деление целого дает интервал в $1/10$ от него, то второе – $1/100$, то есть между 5 и 6 мм. Для уточнения этой неоднозначности интервал $(5-e'')_В$ оценивается на глаз, исходя из того, что $(5-6)_В = 1$ мм. Таким образом имеем отрезок в T дм + $0,6$ дм + $0,05$ дм + $0,004$ дм ($0,4$ мм «на глаз») = $T,654$ дм.

Для уточнения отсчетов в угломерных приборах трансверсальный метод использовал в XVII веке датский астроном *Тихо Браге*. Браге искал лучшее устройство из существующих на то время: *трансверсальное* и *нониусное*. Принцип *нониуса* ввел в XVI веке португалец *Педро Нуньез* (латинское *Нониус*) и состоит он в следующем. Одну четверть круга (квадрант) по самому большому радиусу a_0 делили на 90 частей, следующую четверть дуги вовнутрь a_1 на 89, следующую a_2 на 88 и так до 45 все время на 1 меньше (рис. 1.19).

Пусть например, при наведении, визир OA остановился на четверти a_0 между делениями b_{01} и b_{02} , а на секторе a_{30} точно на делении b_{30} . *Нуньез* для уточнения отсчета предложил использовать пропорцию вида:

$$\frac{\cup a_{30} b_{30}}{|0a_{30}|} = \frac{\cup a_0 b_0}{|0a_0|},$$

откуда:

$$\cup a_0 b_0 = \frac{\cup a_{30} b_{30}}{|0a_{30}|} \cdot |0a_0|. \quad (1.7)$$

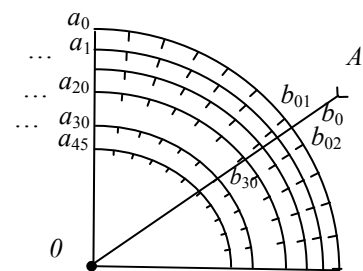


Рис. 1.19. Нониус Педро Нуньеза

Таким образом, в устройстве, получившем первоначальное название *нониус*, находили совпадающее с визиром деление (в нашем примере b_{30}) и номер (расстояние) для дуги, которой принадлежит эта точка (в нашем примере a_{30}). Расстояние $|0a_0|$ для прибора постоянно. Зная цену одного деления d_i на дуге a_i , получаем значение дуги a_0b_0 в долях градуса. Например, на дуге a_{30} (рис. 1.19) цена деления $d_{30} = 90^\circ/30 = 3^\circ$. С визиром совпало двенадцатое деление (то есть $12 \times 3 = 36^\circ = \cup a_{30}b_{30}$). Постоянное расстояние $|0a_0| = 50$ см, а расстояние до дуги a_{30} будет $|a_{30}0| = 28$ см. Тогда из (1.7) $\cup a_0b_0 = 36^\circ \cdot 50 \text{ см} / 28 \text{ см} = 64,2857^\circ (64^\circ 17')$.

Очевидно, что точность устройства зависит от точности нанесения делений, величины радиуса $|0a_0|$, а хуже всего требует вычислений. Это привело к созданию достаточно подробных таблиц, используемых в комплексе с устройством. Существовало много усовершенствований устройства *Нуньеза*, которые использовались преимущественно в квадрантах. Самое удачное и известное, это усовершенствование *Клавиуса*. Исходя из вышесказанного, в своих поисках *Тихо Браге* по всем параметрам отдал предпочтение *трансверсальной* шкале, которая проще, точнее и не требует вычислений, а только снятие отсчета (рис. 1.20). Точность такого устройства зависела от величины деления дуги AB и от величины деления расстояния между дугами CA .

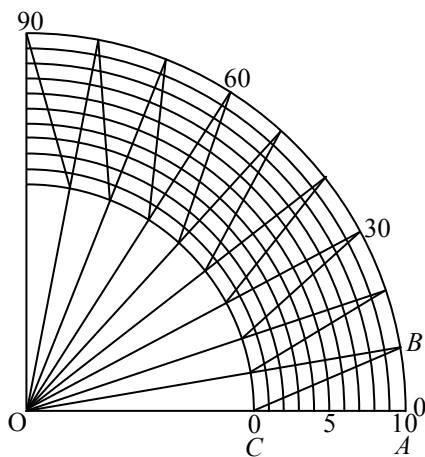


Рис. 1.20. Угловая трансверсальная шкала Тихо Браге

Например, если $AB = 10^\circ$, а $CA = 10$, то на глаз считывался отсчет в интервале 1° , а при $CA = 20$ делений – $30'$ и т.д. Но устройство было несколько громоздкое со своими известными недочетами.

И усовершенствование *нониуса Клавиусом* и *трансверсальное* устройство *Т. Браге* позволило в XVII в. *Пьеру Вернье* (1631 год) разработать свое устройство для уточнения отсчетов как для линейных, так и для угловых величин.

Устройство, получившее название *верньер*, в массовом порядке дожило до середины 20 века в угломерных приборах, а в некоторых линейных, например, штангенциркуль, используется до сих пор. Сущность устройства достаточно проста и использует способность глаза лучше различать совпадения штрихов (порядка 3-10"), чем брать интервалы на глаз. В

нем некоторое количество делений основной шкалы k делится на $k + 1$ деление. Если цена деления основной шкалы m , а дополнительной, или *верньера* t , то имеем:

$$k \cdot m = (k + 1) \cdot t,$$

откуда:

$$t = \frac{k}{k + 1} \cdot m = p \cdot m, \quad (1.8)$$

а разность:

$$m - t = \frac{m}{k + 1} = p. \quad (1.9)$$

Здесь величина p – наименьшая различимая *верньером* величина, называемая *точностью верньера*. Если совместить нулями основную и верньерную шкалы (рис. 1.21), то расстояние между 1 двух шкал будет p , $2 - 2p$, $3 - 3p$ и т.д.

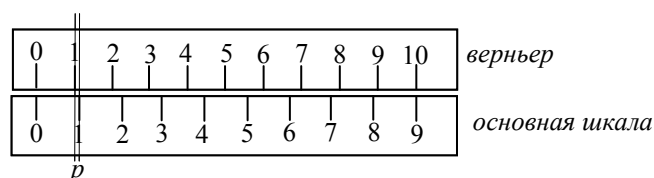


Рис. 1.21. Верньерная линейная шкала

Это и есть основное свойство *верньера*. Теперь, например, чтобы измерить основной шкалой расстояние MN (рис. 1.22) с уточнением отсчета по верньеру, так как конечная точка не попадает на целое деление, передвигают 0 шкалы верньера в конечную точку N измеряемого отрезка. Считают точность верньера. Если цена деления основной шкалы, например, 1 см, и ее девять делений k делилось на 10 частей, то цена деления $p = 1 \text{ см} / (9 + 1) = 1 / 10 \text{ см}$. Теперь ищем на верньере номер индекса, который точно совпал с основной шкалой, например, в нашем примере 7. Замечаем (исходя из рис. 1.21), что предыдущая пара не совпадает на $1p$, следующая на $2p$, а 0 и 6 на $7p$, то есть по номеру совпадающего штриха. Таким образом, уточняя отсчет, имеем отрезок $0-6 = 7 \cdot 0,1 = 0,7 \text{ см}$. Очевидно, что точность шкалы зависит от числа делений k . Например, если $k = 19$, то цена деления $p = 1 \cdot 10 \text{ мм} / 20 = 0,5 \text{ мм}$ и т.д. Этот же принцип работает и для углов. Например, 29 делений разделить на 30, при цене деления в $30'$ имеем точность верньера $1 \cdot 30' / 30 = 1'$, которая и использовалась до 50-х годов XX века, а в настоящее время используется только в *транспортирах* (угломерах) с *алидадой* и *верньером*.



Рис. 1.22. Принцип измерения по верньеру

Развитие оптических систем с изобретением зрительной трубы *Липерсгеем* в XVII веке привело в принципе к некоторому возвращению к первым методам: деление круга в нужных интервалах, а для уточнения (и вообще снятия отсчета) по *движущемуся индексу* использования *увеличительных оптических систем* (лупа, микроскоп). В таком виде отсчетное устройство получило название *штриховой микроскоп* (рис. 1.23). Здесь *отсчет* от нуля лимба будет $22^{\circ}38'$. Более точное и менее трудоемкое в

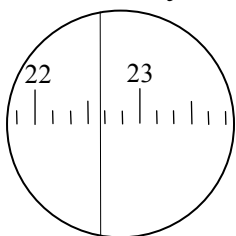


Рис. 1.23. Штриховой микроскоп

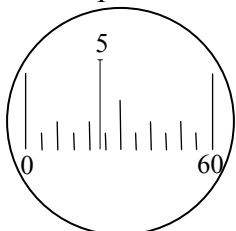


Рис. 1.24. Шкаловый микроскоп

производстве отсчетное устройство на основе микроскопов получило название *шкаловый микроскоп*. В нем лимб делят более крупно, например, на 1° , но в фокальной плоскости размещена *шкала*, разделяющая минимальное деление лимба на более мелкие части. Например, на рис. 1.24, лимб разбит на градусы, а шкала (0-60) разбита на $5'$ деления. Таким образом, отсчет от нуля лимба будет 5° (ее индекс на шкале) и $23'$.

Для снятия отсчетов в высокоточных угловых приборах используется *оптический микрометр*, который имеет две шкалы, одна для уточнения отсчета до 10 ($20'$), а другая, на основе *микрометра*, до десятых долей секунд.

Бурное развитие электроники во второй половине XX века привело к появлению в конце 60-х годов *электронных угломерных устройств* с соответствующими считывающими отсчетными устройствами. В основном их можно разделить на устройство считывающие отсчеты с помощью *кодовых дисков* и с помощью *импульсных систем*. При считывании с помощью кодовых дисков используется двоичная (бинарная) система представления с круговой системой концентрических круговых дорожек (каналов). Отсчет представляется обычно в несколько этапов: грубый отсчет, уточнение, уточнение уточненного и так далее по другим каналам диска, что в сумме дает конечный отсчет.

Принцип считывания с помощью *импульсных систем* заключается в приравнивании постоянному повороту *алидады* одного импульса. Тогда,

каждое изменение в положении алидады можно приравнять в зависимости от величины изменения, определенному количеству импульсов. Обычно используют световые импульсы, которые при прохождении по определенной сетке на стеклянном круге, преобразуются в электрические.

И при одном и при другом методе точное считывание может достигать десятых долей секунды.

1.4. Средства угловых измерений

Основные вопросы: основные виды средств угловых измерений; теодолиты; теодолит технической точности 2Т30; основные системы теодолита; отсчетное устройство теодолита; общие положения поверок теодолита; выполнение поверок теодолита; поверки установки теодолита; поверки визирования теодолита; поверки дополнительных устройств теодолита.

Основные виды средств угловых измерений. В общем плане средства угловых измерений в топографии можно разделить:

- по способу использования:
 - углоповерительные;
 - углоначертательные;
 - углоизмерительные.
- по области приложения:
 - топографические.
- по точности:
 - малой точности;
 - технической точности;

Углоповерительные средства в топографии используются достаточно редко и представляют собой шаблоны стандартных углов или угольников, для сравнения существующего угла с эталоном (рис. 1.25). Обычно это инструменты малой, технической точности.

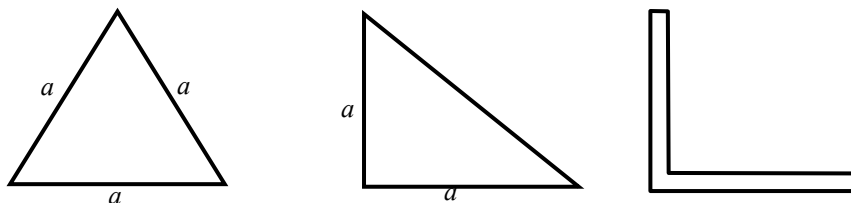


Рис. 1.25. Некоторые углоповерительные инструменты

Углоначертательные средства представляют собой визир (диоптры, зрительные оптические трубы и т.д.), скрепленную с ними линейку и сто-

лик (табула, планшет). Нанеся на планшете в какой-либо системе ряд опорных точек и отцентрировав планшет над одной из них (одноименной), можно визируя на любые другие точки прочертить на планшете направления, образующие углы с общей вершиной в точке стояния *A* (рис. 1.26).

Использовались и используются в геодезии при *съёмках* и при решении ряда других задач.

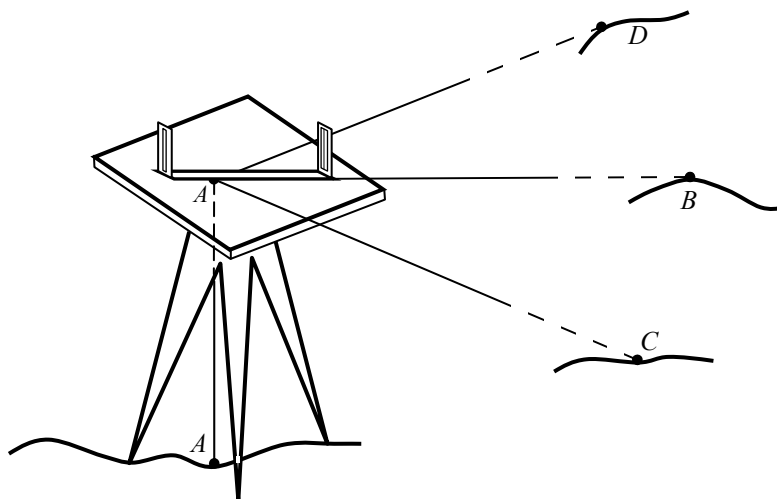


Рис. 1.26. Углоначертательный столик

Современные *углоизмерительные* средства произошли от *астролябии Гиппарха* (как самой известной в древности) и *диоптры Герона*. Средства делят на полевые и камеральные. К последним относят *транспортиры* и *угломеры с верньером*, которые позволяют получать точность измерений углов на картах от 15' до 1'. Эти средства относятся к инструментам *малой* точности. Топографические полевые угломерные средства малой точности (с точностью измерения более 30"), это *буссоли*, *гониометры*. Эти приборы часто еще имеют в качестве визирного устройства *диоптры*, но используются достаточно часто в геологии, лесном хозяйстве и других областях, не требующих большой точности измерения.

Теодолиты. Геодезические средства угловых измерений технической точности представлены приборами, получившими название *теодолитов*. Это название ввел в XVI веке англичанин *Диггс*. И хотя после его прибора достаточно долго широко использовались *квадранты* и *астролябии*, именно это название прижилось для современной категории средств угловых измерений. Теодолиты технической точности имеют точность измерения углов от 10 до 30"; точные теодолиты имеют точность от 2 до 5", а высокоточные – точность менее 2".

Очевидно, что в теодолите должны быть реализованы все описанные *принципы Герона*: отсчетное устройство, визир, центрировочное устройство, горизонтирующее устройство, которые реализованы в приборе в зависимости от степени развития техники. Общая схема современного теодолита может быть представлена следующим образом. *Подставка 1* имеет *подъемные винты 2* для изменения наклона прибора (горизонтирования). На ней соосно размещен *лимб 3* с нанесенными на нем делениями (рис. 1.27). Над *лимбом* также соосно расположена *алидада 4* с *колонками 5* горизонтального круга, на которой размещены *уровень 6* для горизонтирования прибора. В верхней части колонок алидады находится *алидада вертикального круга 7* и *лимб вертикального круга 8* с нанесенными делениями для измерения вертикальных углов. Соосно с лимбом и алидадой, но жестко скрепленной только с лимбом находится *визирное приспособление 9* (например, зрительная труба).

При измерениях прибором различают два положения: когда вертикальный круг на колонке находится с левой стороны – положение *круг лево (КЛ)*, когда справа – *круг право (КП)*.

Очевидно, чтобы прибор выполнял свои функции, все его части должны работать согласованно. Для этого вводят ряд осей прибора, которые можно разделить на *геометрические, механические и оптические*.

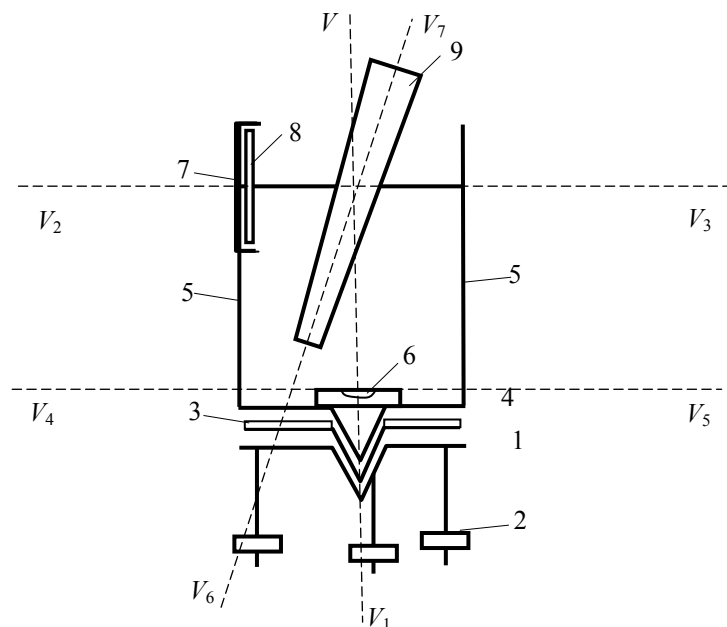


Рис. 1.27. Общая схема теодолита

Эти оси в совокупности образуют каркас прибора и позволяют привести его в функциональное (рабочее) состояние. К основной, которая является смешанной в системе осей, относят (см. рис. 1.27):

- ось вращения прибора $V-V_1$,
- ось вращения трубы V_2-V_3 ,
- ось цилиндрического уровня V_4-V_5 ,
- визирная ось трубы V_6-V_7 .

Визирная ось трубы, это оптическая ось, проходящая через фокусы оптической системы и центр сетки нитей.

Не сложно заметить, что все основные оси прямо связаны с *принципами Герона* построения угломерных инструментов.

Так как для подавляющего большинства работ в геодезии в качестве угломерных приборов используется теодолит, то нет большой необходимости рассматривать другие приборы.

Исходя из вышесказанного, в качестве основной классификации выделим деление теодолитов *по точности*. Согласно существующему стандарту теодолиты маркируются буквой Т или сокращением, начинающимся с этой буквы – Theo, Th и т.д. Следующая цифра всегда показывает *точность* в секундах однократного измерения угла. По существующим стандартам к теодолитам технической точности относят: Т30 и Т15, соответственно с точностью измерения угла в 30 и 15". К точным теодолитам относят Т5 и Т2 с погрешностями соответственно в 5 и 2", а к высокоточным – Т1 и Т05 с точностью в 1 и 0,5". Два последних класса в топографии не используются.

Еще во второй половине XX века теодолиты делили по *материалу* изготовления кругов: *металлические* (типа ТТ5) и *стеклянные*, из которых потом получились современные оптические теодолиты с оптической системой снятия отсчетов. Также выделяли *простые теодолиты* – лимб жестко скреплен с подставкой (основная изначальная модель) и *повторительные*, когда лимб и алидада могут вращаться как вместе так и по отдельности.

Если рассматривать строго, то *теодолит* – прибор только для измерения углов. Если же он имел *встроенные* приспособления, например, для измерения *расстояний*, *магнитных азимутов*, то такой прибор ранее называли *теодолит-тахеометр* (например, ТТ5) и маркировали аббревиатурой ТТ.

Следующие за точностью буквы в маркировке теодолита говорят о наличии каких-либо *дополнительных* устройств в приборе. Например, ТТП – *теодолит-тахеометр проектировочный*, имеет насадку для визирования на большие расстояния и накладной уровень на трубе для более точного горизонтирования визирной оси; Т5К – *точный теодолит с компенсатором* при вертикальном круге для сохранения места нуля при любом наклоне трубы; 3Т30П – *теодолит технической точности с прямым изображением*, так как все базовые модели с маркировкой Т имеют обратное (перевернутое) изображение в поле зрения трубы. И только в их последующих модификациях 2Т, 3Т, 4Т исправили этот недостаток.

Теодолит технической точности 2Т30. Более подробное изучение современных теодолитов целесообразно начать с базовой модели прибора *технической точности* Т30 в виде его модификации 2Т30. Прибор относится к классу *оптико-механических, повторительных, с внутренней фокусировкой* и *односторонним* снятием отсчетов. Имеет *круглое основание* 1

(рис. 1.28) с крепежными кольцами 2 и пластинкой 3, в которой крепится в пазы 4 треугольная подставка (треггер) 5 с тремя подъемными винтами 6 для изменения горизонтальности прибора. На треггере имеется зажимной винт 7 и наводящий винт 8 для лимба. Заметим, что зажимной и наводящий винт всегда существуют в паре. В отверстие 9 треггера вставляется основная часть прибора, состоящая из горизонтального круга 10, алидады с колонками 11, вертикального круга 12, подсветочного зеркала 13, зажимного 14 и наводящего 15 винта трубы, зажимного 16 и наводящего 17 винта алидады, цилиндрического уровня 18, фокусирующей кремальеры трубы 19, втулки вращения прибора 20, посадочного паза 21 для буссоли. Между колонками алидады крепится оптическая зрительная труба с объективом 22, окуляром 23, микроскопом отсчетного устройства 24, кремальерой фокусировки сетки нитей 25, кремальерой фокусировки отсчетного устройства 26, коллиматорным визиром 27. На общем виде прибора рис. 1.29, можно заметить цилиндрический уровень 28 при трубе и исправительные винты 29 цилиндрического уровня при алидаде.

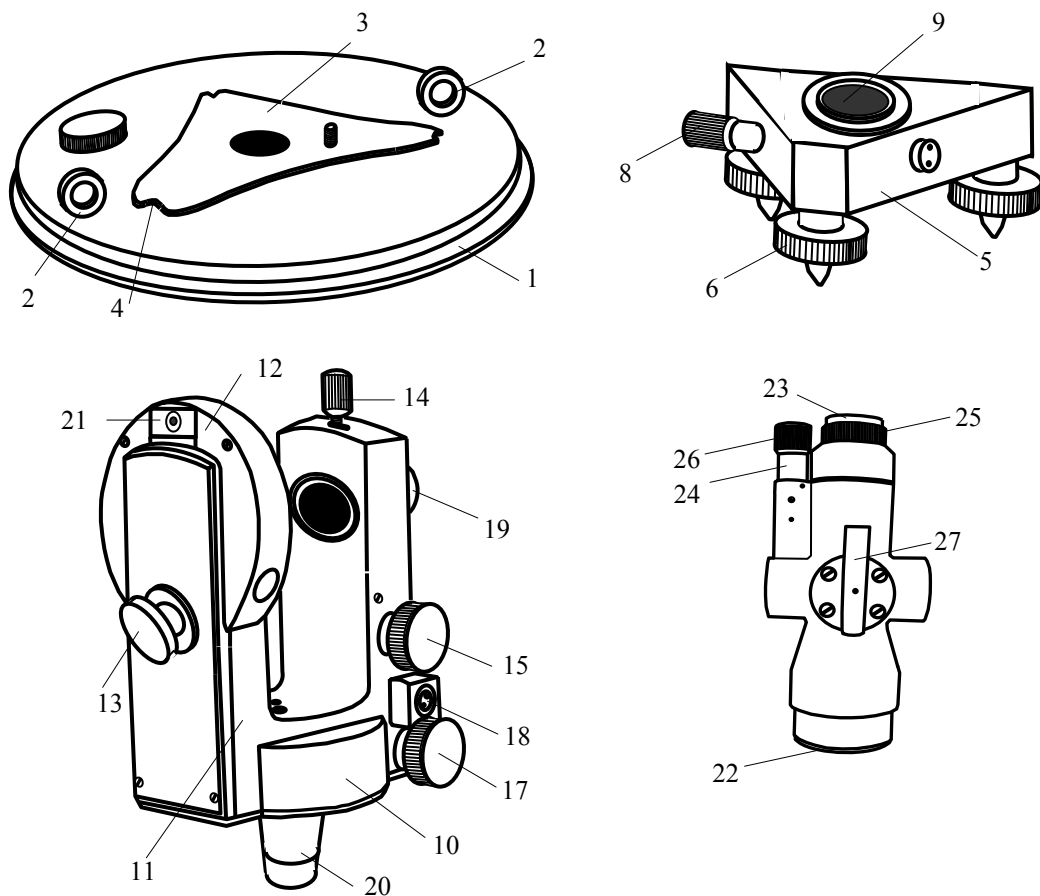


Рис. 1.28. Основные части теодолита 2Т30

В комплект прибора также входит *колпак* для его хранения и транспортировки, штатив со *становым винтом* для установки и *отвесом* для центрирования теодолита (рис. 1.30).

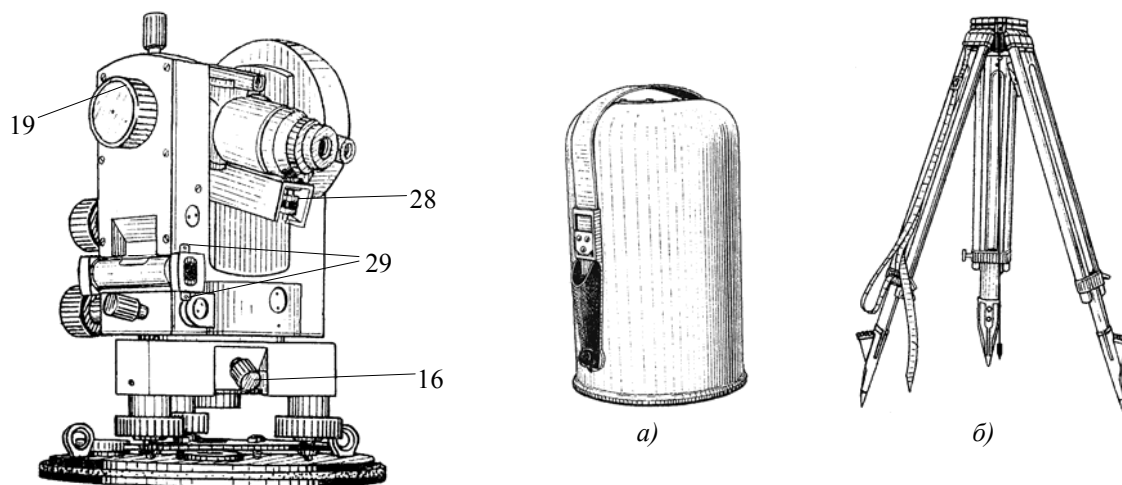


Рис. 1.29. Общий вид теодолита 2Т30

Рис. 1.30. а – футляр теодолита Т30, б – штатив

Перечислим некоторые основные характеристики теодолита 2Т30:

- средняя квадратическая погрешность измерения угла одним приемом:
 - а) горизонтального – 20";
 - б) вертикального – 30";
 - в) превышения (на 100 м) – 15 мм,
- пределы измерения вертикальных углов – + 60 ... – 55°,
- увеличение зрительной трубы – 20^x,
- поле зрения – 2°,
- пределы визирования – 1,2 м ... ∞,
- цена деления лимбов – 1°,
- цена делений шкал микроскопов – 5',
- цена деления уровня:
 - а) при алидаде – 45",
 - б) при трубе – 20",
- масса теодолита (без футляра) – 2.3 кг

Основные системы теодолита. В устройстве теодолита выделяют следующие системы, необходимые для его функционирования:

- механическая система;
- оптическая система.

К основным понятиям *механической системы* теодолита относят *соосность* и *автономность* вращения лимба и алидады горизонтального

круга, *соосность* вращения лимба и алидады вертикального круга, *связки* наводящий – зажимной винт лимба горизонтального круга, наводящий – зажимной винты алидады горизонтального круга, зажимной – наводящий винты вертикального круга.

К основным элементам *оптической системы* теодолита относят: *оптическую схему* отсчетного устройства, *оптическую схему* зрительной трубы.

Соосности и *автономности* вращения лимба и алидады добиваются путем совмещения центра деления лимба 1 с осью вращения $V-V_1$ лимба и алидады 2 (рис. 1.31, а) в подставке 3. То же самое и для вертикального круга (рис. 1.31, б): должна быть совмещена ось вращения лимба 1 в алидаде вертикального круга 2, которая по сравнению с алидадой горизонтального круга отдельно не вращается.

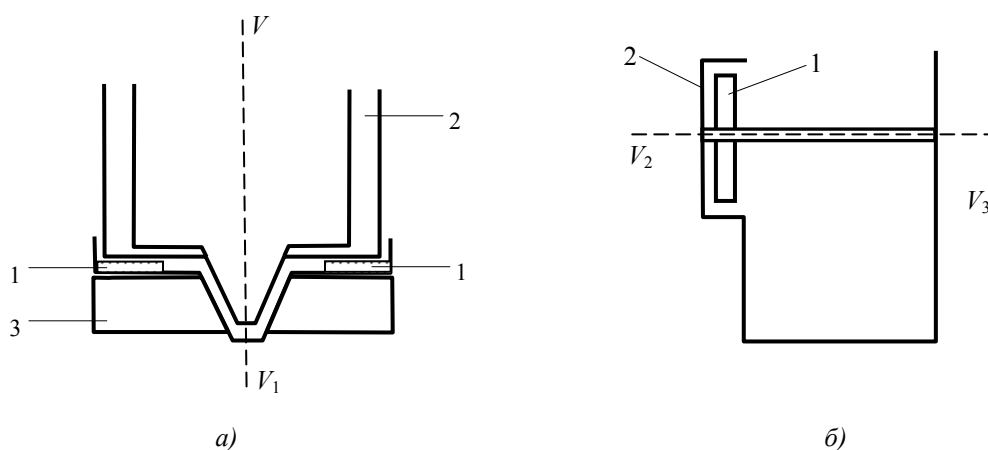


Рис. 1.31. Схема соосности лимба и алидады:
а – горизонтального круга; б – вертикального круга

Связка *зажимной-наводящий* винты лимба представляют собой (рис. 1.32, а) фиксирующий (зажимной) винт 1, который плотно прижимает к оси вращения лимба 2 *хомутик* 3, что не позволяет вращаться лимбу в подставке 4. *Коромысло* 5 хомутика вставлено между *патроном* 6 с *пружиной* 7 и обычным винтом с резьбой 8, которые образуют систему «*наводящий винт*». Очевидно, что вкручивая или выкручивая винт 8, мы, сжимая (разжимая) пружину в патроне 6, поворачиваем хомутик 5 посредством коромысла. Вместе с ними вращается жестко скрепленная зажимным винтом 1 ось лимба 2 в небольших пределах, ограниченных окошком 9.

Для системы *наводящий – зажимной* винты алидады (см. рис. 1.32, б) внизу в одной из колонок на оси вращения алидады 2 расположен *хомутик* 3 с зажимным 4 и наводящим винтом 5, как и для лимба 6 на оси 1.

Таким образом, эти две системы позволяют реализовать *повторительный теодолит*: вращать независимо или совместно лимб и алидаду и на этой основе проводить измерения на любом участке лимба. Например, зажав зажимной винт лимба 1 и отжав зажимной винт 4 (рис. 1.32, а, б) алидады мы свободно вращаем алидаду относительно неподвижного лимба – основное измерительное состояние. При отжатом винте лимба и зажатом винте алидады и лимб и алидада вращаются вокруг общей оси вместе – установочное состояние прибора. Очевидно, что наводящие винты как лимба так и алидады вращают лимб и алидаду в малых пределах только при вкрученных (зажатых) *зажимных винтах*, то есть при наличии сцепки с осью. При этом наводящий винт лимба корректируют установку нуля лимба, а алидады – наведение на предмет в процессе измерения.

Для связки *зажимной – наводящий* винты вертикального круга, вращение алидады не имеет смысла и схема имеет следующий вид (рис. 1.32, в). На колонке 1 алидады вертикального круга 2 жестко скреплен с осью вращения 3 трубы 4 лимб вертикального круга 5. На оси 3 находится такой же *хомутик* 6 с *коромыслом* 7, которое зажато обычным *патроном* с *пружинной* 8 и винтом с резьбой 9. Вверху хомутик прижимается к оси 3 зажимным винтом 10. Таким образом, при отжатом винте 10 труба 4 вместе с лимбом 5 могут свободно вращаться вокруг оси 3. Если винт 10 зажат (то есть прижат хомутиком к оси), то труба свободно вращаться не может, зато наводящим винтом 9 может через коромысло 7 наклоняться в пределах окошка 11 (зазор передвижения винта 10 до упора).

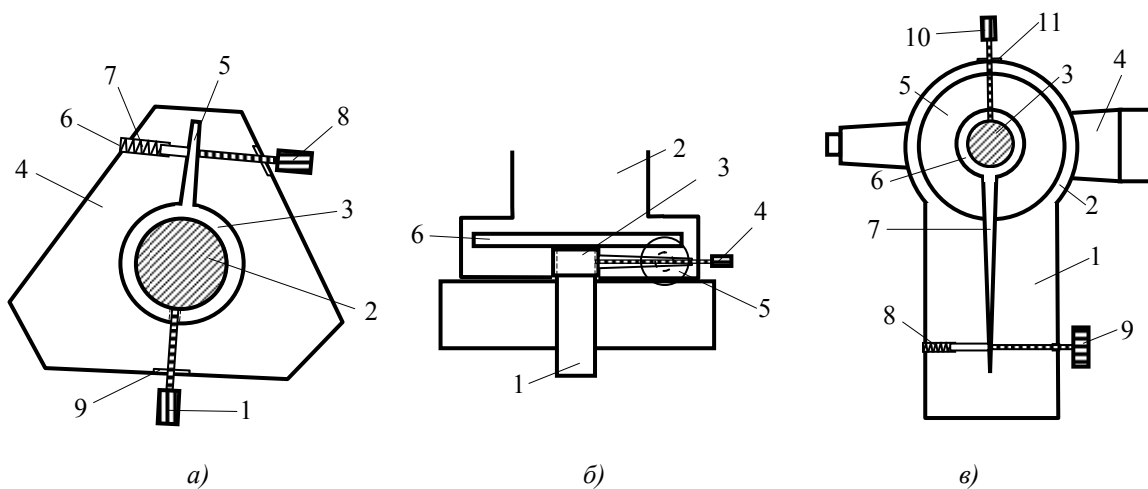


Рис. 1.32. Схемы связки зажимной – наводящий винт:
а – для лимба; б – для алидады; в – лимба вертикального круга

Оптическая система отсчетного устройства имеет следующую схему (рис. 1.33). Через зеркало подсветки 1 и иллюминатор 2 луч света проходит лимб вертикального круга 3. Призмой 4 и оптической системой, состоящей из линз 5 и 6, луч света направляется на лимб горизонтального круга 7. Через призму 8, линзу 9 и призму 10 свет с изображением участков лимбов вертикального и горизонтального кругов проецируется на шкалу 11 у основания оси вращения вертикального круга. Оптическая система, состоящая из линзы 12 и призмы 13, передает изображение шкалы и участков кругов в отсчетное устройство, состоящее из объектива 14 и окуляра 15.

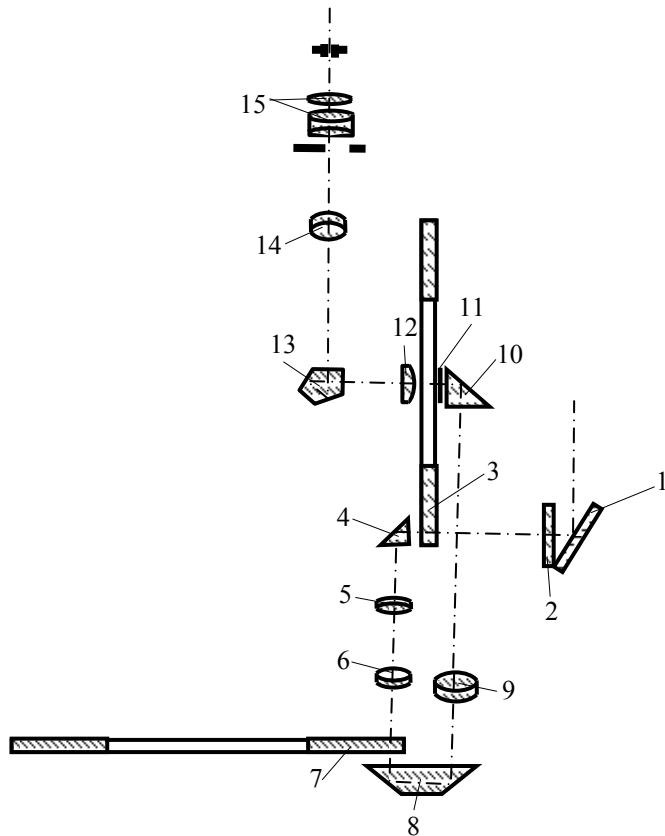


Рис. 1.33. Оптическая схема отсчетного устройства теодолита Т30

Оптическая схема зрительной трубы имеет следующий вид (рис. 1.34).

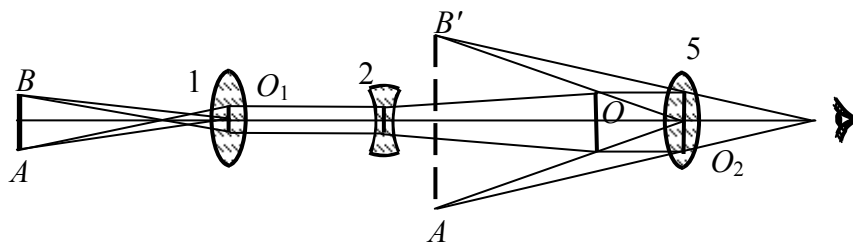


Рис. 1.34. Оптическая схема трубы теодолита

Здесь изображение предмета AB через объектив 1 и воспринимается окуляром 5 в виде обратного увеличенного изображения $A'B'$. Настройка изображения осуществляется фокусирующей линзой 2.

Сама зрительная труба теодолита 2Т30 представляет собой оптическую систему в металлическом корпусе с внутренней фокусировкой и имеет с одного края трубы объектив 1, с другого окуляр 5. Между ними находится двояковогнутая фокусирующая линза 2 скользящая с цилиндром 6 в трубке. Фокусировка трубы производится вращением кремальеры 3, которая перемещает линзу 2 вместе с цилиндром 6 внутри корпуса трубы (рис. 1.35).

В окулярной части трубы помещается *диафрагма* 7 в отверстие которой вставлена стеклянная пластинка с нанесенной на ней сеткой нитей (штрихами) 4, которая крепится винтами 1 (4 штуки) (рис. 1.36) к диафрагме 2, а диафрагма винтами 3 (4 штуки) к корпусу трубы.

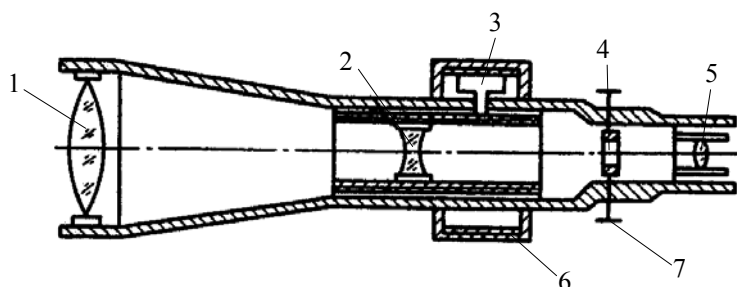


Рис. 1.35. Разрез зрительной трубы теодолита

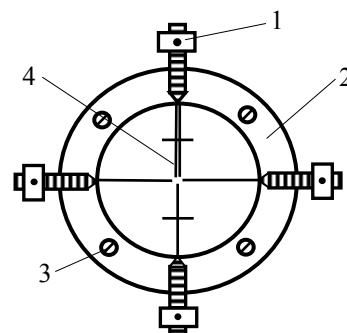


Рис. 1.36. Крепление сетки нитей

Сетки нитей имеют разный вид (рис. 1.37), но все предназначены для точного визирования на предмет.

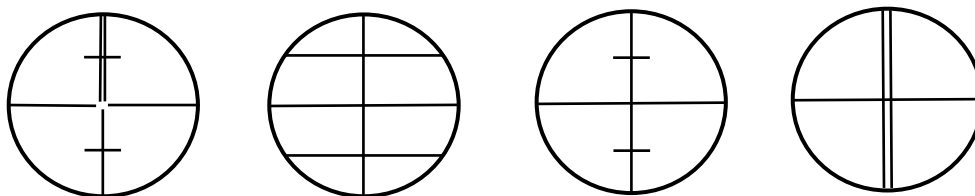


Рис. 1.37. Виды сеток нитей

Очевидно, что зрительная труба имеет 2 оси:

- *оптическая* – прямая, соединяющая оптические центры (проходящие через фокусы) объектива и окуляра;
- *визирная* – оптическая ось проходящая через центр сетки нитей.

Именно совмещение оптической оси с центром сетки нитей позволила использовать зрительные трубы в качестве визирного приспособления.

Отсчетное устройство теодолита. Само отсчетное устройство у теодолита Т30 зависит от его модификации. Базовая модель Т30 имеет *штриховые* отсчетные устройства, когда в одно окно выведены отсчеты по вертикальному и горизонтальному кругам. Лимбы горизонтальных и вертикальных кругов разбиты через $10'$ с подписанием каждого градуса. Индекс (штрих) фиксирован и передается оптической системой вместе с изображением участков лимбов в микроскоп отсчетного устройства прибора (рис. 1.33). Лимб вертикального круга разделен от окуляра по часовой стрелке от 0 до 360° . На рис. 1.38, а отсчет от нулей лимбов: по горизонтальному кругу (шкала Г) $37^\circ 38'$, по вертикальному – (шкала В) – $218^\circ 43'$.

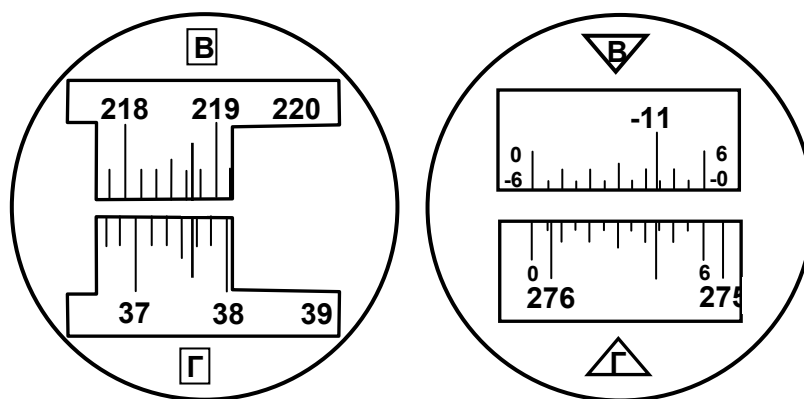


Рис. 1.38. Отсчетные устройства технических теодолитов:
 а – штриховой микроскоп; б – шкаловый микроскоп

Чтобы снять отсчет по отсчетному устройству необходимо определить его *наименьшую цену деления*. Для этого ищутся подписанные на шкале индексы, например, 218 и 219 по вертикальному кругу рис. 1.38, а и считается количество дополнительных индексов между ними. У теодолита Т30 1° разбит на 6 дополнительных делений, значит цена одного деления (наименьшая цена деления) $1^\circ/6 = 10'$. В пределах этого значения отсчет берется по штриху на глаз.

У модификаций базовой модели, марок 2Т30, 3Т30 и т.д. отсчетное устройство реализовано в виде *шкалового микроскопа*. Здесь лимб поделен на целые градусы, что проще, а в поле зрения трубы помещена шкала, делящая градус дополнительными делениями (см. рис. 1.38, б). Для горизонтального и вертикального кругов шкалы также совмещены в одном окне. Градус (между индексами 0 и 6) разделен на 12 дополнительных интервалов. Следовательно, *цена наименьшего деления* устройства составит $1^\circ/12 = 5'$. Некоторые особенности при делении вертикального круга. Было принято правило, что вертикальный угол выше горизонта должен быть положительным, а ниже – отрицательным. Исходя из этого, лимб вертикального круга был разбит на положительный (60°) и отрицательный (55°) сектора (рис. 1.39, в, г). У теодолита Т30 разбивка сплошная от 0 до 360° (рис. 1.39, а, б).

Так как отсчеты по ВК у прибора 2Т30 зеркальны относительно горизонтальной линии лимба, снятие отсчетов при отрицательных значениях углов производятся не слева направо (от 0 до 6) как для положительных, а в противоположенную сторону, справа налево (от – 0 до – 6). Например, отсчет по шкале (рис. 1.39, б) $276^\circ 06'$ по горизонтальному и $-11^\circ 16'$ по вертикальному кругу. При положительном значении градусов, находящихся на шкале отсчет по вертикальному кругу был бы $11^\circ 44'$.

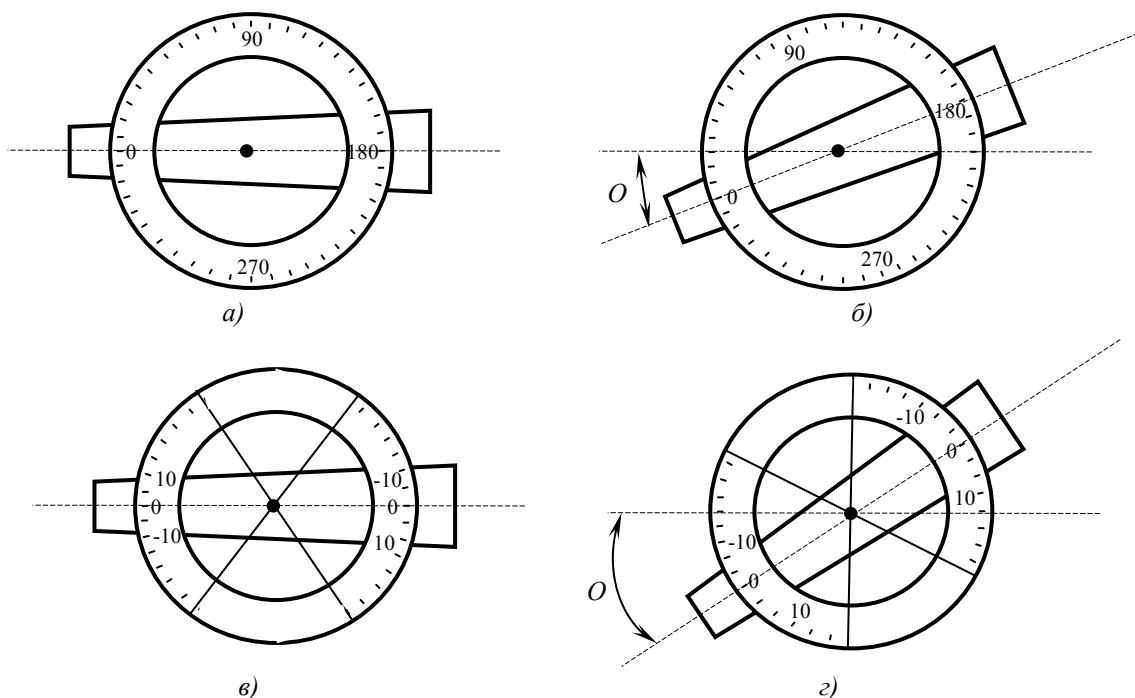


Рис. 1.39. Вертикальные круги теодолитов:
а, б – типа Т30 при КЛ; в, г – типа 2Т30 при КП

Для установки теодолита серии Т30 в горизонтальное положение используется *цилиндрический уровень* на колонке алидады. Чувствительность уровня $45''/2$ мм. Уровень представляет собой стеклянную капсулу, внутренняя верхняя поверхность которой отшлифована по дуге определенного радиуса. Капсула заполнена нагретым до 60° спиртом или эфиром и запаяна. После охлаждения сжатая жидкость образует пузырек уровня, заполненный парами. *Ампула 1* (рис. 1.40) уровня помещена в металлический корпус 2, прикрепленный к прибору 3. Одна из частей уровня закреплена *кулачком 4* к корпусу, а другая имеет *полочку 5*, фиксируемую исправительными винтами 6, которыми можно менять *горизонтальность* уровня относительно кулачка. На наружной стороне ампулы нанесены штрихи, а середина выделена более длинными. Прямая $A-A'$ касательная к внутренней поверхности уровня когда пузырек находится в середине (*нуль-пункт* уровня) называется *осью уровня*. Очевидно, что пузырек уровня всегда стремится занять наивысшее положение, поэтому когда концы пузырька расположены *симметрично* относительно *нуль-пункта*, ось уровня занимает горизонтальное положение, что и используют для приведения прибора в горизонтальное положение.

Для центрирования прибора над вершиной измеряемого угла в теодолитах технической точности используется обычно *отвес*, который крепится к *становому винту* в штативе прибора. Есть возможность использо-

вать в качестве оптического отвеса трубу прибора. Для этого она должны быть установлена строго вертикально и должна совпасть со сквозным отверстием в горизонтальном круге прибора. Для центрирования в таком положении используется *центр сетки нитей*.

Общие положения проверок теодолита. Для получения с помощью теодолита неискаженных результатов измерений, все его механические и оптические системы должны быть качественно собраны и соответствующим образом *ориентированы* в пространстве друг относительно друга.

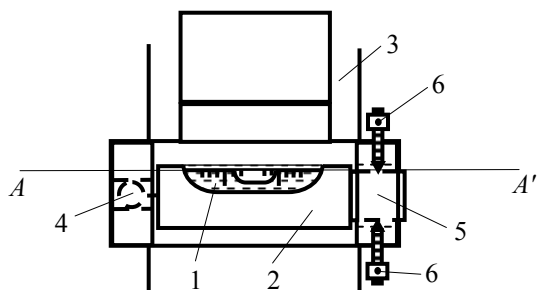


Рис. 1.40. Цилиндрический уровень теодолита 2Т30

Для учета и выявления этих факторов вводят понятие *инструментальные погрешности*, то есть отклонения в реальном инструменте или его частях от идеальной схемы. Такого рода погрешности делят на две группы:

- вызванные неточностью изготовления или сборки прибора, или его частей;
- как результат неправильного взаимного расположения отдельных частей и осей инструмента.

К первой группе относятся: погрешности нанесения штрихов лимба, недостаточное качество изготовления оптики, несовпадение центров лимба и алиады (*эксцентриситет*), отклонение точности отсчетных устройств от паспортных, плохая работа винтов и т.д. Такие погрешности выявляются в процессе *исследований* прибора и, как правило, не могут быть устранены без заводской помощи. Для технической точности многие исследования не имеют смысла.

Вторая группа инструментальных погрешностей, связанная с неправильным взаимным расположением оптических и механических систем прибора, выявляется специальными действиями, которые называют *проверками* прибора, а устраняются действиями, называемыми *юстировкой* (регулировкой).

Очевидно, что для теодолита в первую очередь должно проверяться основные принципы Герона: горизонтирование, визирование, центрирование, отсчетное устройство, что и будет говорить о согласованности действия систем прибора, и таким образом, о степени выполнения им своих функциональных обязанностей.

Самый простой и эффективный способ выявления несогласованности систем прибора, это связать с проверяемыми частями введенные ранее

геометрические оси (см. рис. 1.27) а затем эти оси связать геометрическими условиями, выполнение которых и будет говорить об исправном функционировании каждого из принципов построения теодолита как прибора для измерения углов.

Для горизонтирования прибора в теодолите используется цилиндрический уровень, который скреплен жестко с корпусом, а весь корпус может наклоняться подъемными винтами (автономно и незначительно уровень может наклоняться исправительными винтами с использованием шпильки). Очевидно, что прибор будет горизонтален, когда пузырек уровня находится в середине и таким образом его ось горизонтальна. Так как трудно выделить у теодолита горизонтальную ось, то берут вертикальную ось вращения прибора. Теперь условие для проверки уровня (то есть его способности горизонтировать прибор) будет звучать так:

Ось цилиндрического уровня на алидаде горизонтального круга должна быть перпендикулярна вертикальной оси вращения прибора.

Соблюдение этого условия позволяет нам использовать уровень для приведения прибора в горизонтальное положение, а соответствующая проверка названа *проверкой цилиндрического уровня*.

Для правильного визирования на предмет зрительной трубой, центр сетки нитей должен совпадать с оптической осью и таким образом образовывать визирную ось. Нити самой сетки нитей должны быть расположены в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Но только этих условий теодолитов со зрительной трубой недостаточно, так как сама зрительная труба свободно вращается вокруг своей оси вращения и совершенно очевидно, что это вращение должно быть в вертикальной плоскости. Таким образом, вводятся для проверки способности визирования, следующие оси: визирная – проходящая через центр сетки нитей и фокусы оптической системы зрительной трубы и горизонтальная ось вращения трубы, проходящая через колонки прибора (см. рис. 1.27). Здесь традиционно рассматривают два условия:

1. Вертикальная нить сетки нитей должна быть отвесна, или одна из нитей сетки должна быть вертикальна, а другая горизонтальна. Это геометрическое условие для *проверки сетки нитей*. Используют еще одно условие: вертикальная нить сетки нитей зрительной трубы должна быть перпендикулярна оси ее вращения.

2. Визирная ось зрительной трубы должна быть перпендикулярна оси вращения трубы. Это геометрическое условие носит проверка, названная *проверкой коллимационной погрешности*.

Так как при вращении трубы вокруг своей оси вращения она должна задавать вертикальную плоскость, возникает еще одно условие:

Ось вращения трубы должна быть перпендикулярна вертикальной оси вращения теодолита.

Это геометрическое условие для *поверки равновеликости подставок* (проекционной поверки).

Для корректного получения отсчета по лимбу вертикального круга желательно, чтобы нулевой штрих шкалы совпадал с горизонтальной плоскостью, проходящей через центр деления лимба вертикального круга. Если имеет место несовпадение, то есть отсчет по вертикальному кругу при горизонтальном положении трубы не равен нулю, которое называют место нуля (M_0), то требуют, чтобы оно было не большим и /или постоянным.

Таким образом, условия поверки места нуля можно сформулировать так: нулевой штрих лимба вертикального круга должен лежать в горизонтальной плоскости (или плоскости перпендикулярной оси вращения прибора). Но чаще его формулируют следующим образом: место нуля должно быть постоянным и желательно малым значением.

У теодолитов технической точности практически не используется в качестве центрировочного устройства труба как оптический центрир, а только обычный механический отвес. Для него целесообразно отследить степень совпадения вертикальной оси вращения прибора с осью отвеса. Поверку называют *поверка положения точки подвеса нитяного отвеса* с геометрическим условием: ось вращения прибора должна совпадать с осью отвеса.

Теодолит технической точности Т30 и его модификации имеют три дополнительных устройства: *цилиндрический уровень* при зрительной трубе, присоединяющуюся к вертикальному кругу ориентир-буссоль и встроенный в зрительную трубу нитяной дальномер. Очевидно, что при их использовании требуется проверять правильность их работы. Для уровня на трубе очевидно условие: ось цилиндрического уровня при трубе должна быть параллельна визирной оси зрительной трубы, так как этот уровень предназначен для задания трубой с технической точностью горизонтальной плоскости при вращении прибора вокруг горизонтальной оси при нахождении пузырька уровня в *нуль-пункте*. Поверку называют *поверкой уровня при зрительной трубе*.

Для поверки погрешности *ориентир-буссоли* (см. рис. 1.41), необходимо выяснить в какой мере направление магнитной стрелки буссоли не совпадает с направлением не северный магнитный полюс. По паспорту теодолита Т30, в комплект которого входит буссоль, погрешность ориентирования по буссоли порядка 30 – 40'.

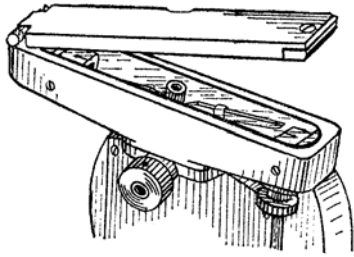


Рис. 1.41. Ориентир-буссоль теодолита Т30

Выполнение поверок теодолита. Рассмотрим подробно процедуры выполнения этих основных поверок. На основании *Сборника инструкций по производству поверок геодезических приборов*, их начинают с проверки технического состояния, которые включают:

1. *Внешний осмотр*: комплектность, отсутствие механических повреждений, чистота поля зрения оптических систем и угломерных кругов и т.д. Что возможно – необходимо исправить.

2. *Проверка взаимодействия узлов*: плавность вращения зрительной трубы, алидады, алидады с лимбом, всех винтов, в том числе закрепительных и фокусируемых.

Основные поверки по перечисленным выше геометрическим условиям состоят из проверки выполнения условия (поверки) и если возможно, исправления выявленных расхождений (юстировки). Обычно поверки содержат 4 пункта:

1. Название поверки.
2. Геометрическое условие поверки.
3. Краткая процедура выполнения поверки .
4. Выводы, где обязательно отражается, что позволяет делать прибор при выполнении условия поверки. При необходимости юстировки – ее описание с числами.

Поверки по геометрическим условиям делят на *поверки установки прибора, визирования и поверки дополнительных средств*.

Поверки установки теодолита. Поверки установки содержат *поверку цилиндрического уровня и поверку равновеликости подставок*. Поверки визирования содержат *поверки сетки нитей, коллимационной погрешности и места нуля*. Из дополнительных устройств, при необходимости использования, поверяют или исследуют *нитяной отвес, уровень при зрительной трубе, нитяной дальномер и ориентир-буссоль*.

Поверки установки.

1. *Название*: Поверка цилиндрического уровня при алидаде горизонтального круга.

2. *Геометрическое условие*: Ось цилиндрического уровня при алидаде горизонтального круга должна быть перпендикулярна к вертикальной оси вращения прибора. На рис. 1.42, *а* представлен общий вид: ось вращения прибора V не перпендикулярна оси уровня Π , которая к тому же и не горизонтальна. На рис. 1.42, *б* ось уровня Π приведена в горизонтальное

положение подъемными винтами. При повороте уровня на 180° ось уровня Π займет положение O . Не сложно доказать, что три отмеченных угла равны между собой, откуда следует традиционный способ 1 поверки цилиндрического уровня.

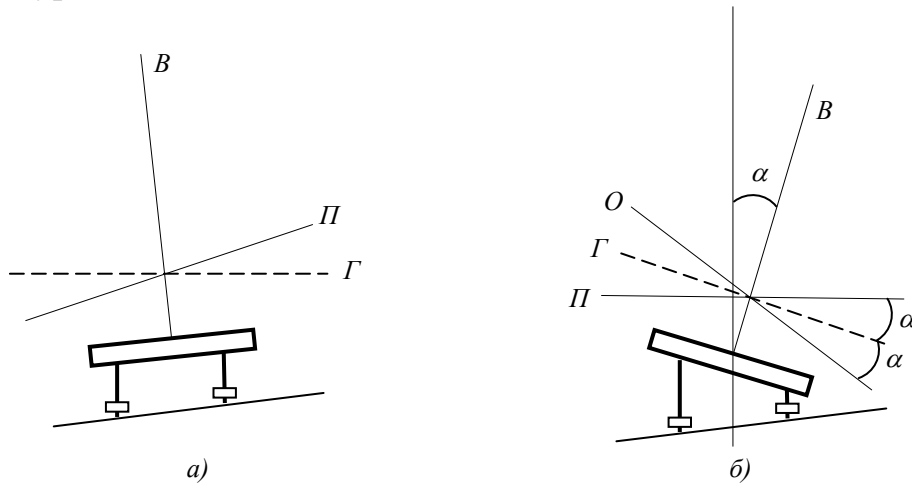


Рис. 1.42. Схема исправления цилиндрического уровня

3. *Порядок выполнения:* Существует несколько способов поверки, в зависимости от *состояния* и *вида* уровня.

Первый способ. Применяется при поверках *не сильно разъюстированных* уровней с делениями на ампуле. Устанавливаем уровень параллельно линии, соединяющей любую пару подъемных винтов подставки, например, положение *a* (рис. 1.43), и, вращая винты в противоположные стороны, выводим пузырек уровня в *нуль-пункт*.

Поворачиваем алидаду на 180° , положение *б*, и определяем величину отклонения пузырька от *нуль-пункта* в делениях ампулы *n*. Если величина отклонения не более 1 – 1,5 деления, то делается вывод о выполнении условия. При большем отклонении поверку желательно повторить хотя бы еще раз, чтобы убедиться, что уровень разъюстирован.

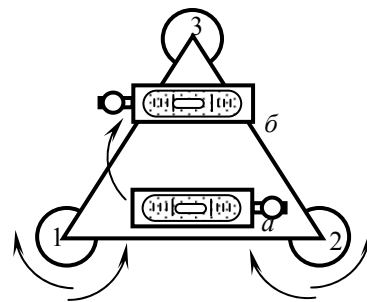


Рис. 1.43. Поверка цилиндрического уровня теодолита. Первый способ

4. Вывод о возможности или невозможности уровня задавать горизонтальную поверхность. Если уровень разъюстирован, исправляют положение пузырька при помощи *исправительного винта* уровня на половину величины отклонения, то есть на $0,5n$. Следует иметь в виду, что уровень в ампуле передвигается слева направо при вращении исправительных винтов по часовой стрелке. Окончательно в нуль-пункт пузырек приводят подь-

емными винтами подставки теодолита, что следует из рис. 1.26. Поверка повторяется еще раз.

Второй способ. Этот способ поверки целесообразно производить при юстировке контактных (не имеющих делений на ампуле) или сильно разъюстированных уровней, так как величину отклонения пузырька уровня от *нуль-пункта* в данном случае не определяют.

Устанавливают уровень параллельно одной из сторон подставки прибора, например 1-2 (рис. 1.44, положение *а*), и, действуя винтами 1 и 2, приводят пузырек в *нуль-пункт*. Повернув алидаду на 60° и расположив уровень по направлению винтов 2 и 3 (положение *б*), винтом 3 приводят пузырек уровня на середину. Вращая алидаду, устанавливают уровень параллельно винтам 1-3 (положение *в*). Если при этом положении уровня пузырек сместится с *нуль-пункта*, то его отклонение устраняют *исправительным винтом* уровня.

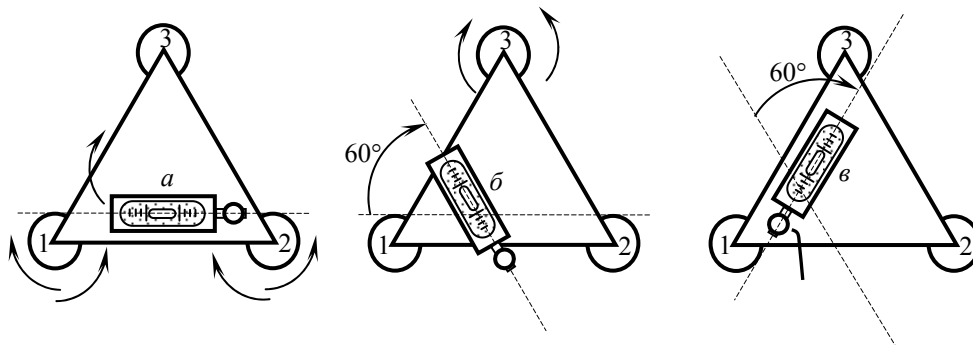


Рис. 1.44. Поверка цилиндрического уровня теодолита. Второй способ

Как видно из описания поверки, при юстировке пузырек приводят в *нуль-пункт* только *исправительным винтом* уровня, каждый раз перемещая его на полную дугу отклонения, что позволяет сократить время, затрачиваемое на выполнение поверки.

После окончания поверки уровня приводят ось вращения теодолита в вертикальное положение. Для этого алидаду поворачивают на 90° относительно исходного положения и третьим подъемным винтом приводят пузырек уровня в *нуль-пункт*.

1. *Название*: Поверка равновеликости подставок.
2. *Геометрическое условие*: Ось вращения зрительной трубы должна быть перпендикулярна к вертикальной оси теодолита.
3. *Порядок выполнения*:

Первый способ. Установив теодолит на расстоянии 2 – 3 м от стены, приводят его в горизонтальное положение. Под углом в $25 - 30^\circ$ выбирают точку на стене. Свизировав на точку при одном из кругов, опускают трубу прибора приблизительно до горизонтального уровня и отмечают на стенке точку в центре сетки нитей. Поменяв круг прибора и наведя на верхнюю

точку, снова наклоняем трубу вниз и определяем величину смещения центра сетки нитей относительно отмеченной точки по биссектору. Разность между значениями смещений не должна превышать 0,5 ширины биссектора.

Второй способ. Используется в случае, когда требуется определить численно угол наклона i оси вращения трубы. Выполняется в начале так же, как и в способе 1, но на расстоянии примерно в 30 м, проекции m_1 и m_2 точки M при разных кругах отмечаются на стене точками (рис. 1.45).

Очевидно, что при не совпадении точек, угол наклона i можно получить как:

$$i \approx \frac{|m_1 m_2| \cdot \rho}{2 \cdot |Mm|}. \quad (1.10)$$

Здесь $\rho = 206265''$ – число секунд в радиане;

m – середина отрезка $|m_1 m_2|$.

При замере расстояния $|m_1 m_2|$ можно проецировать центр сетки нитей на горизонтальную рейку или линейку, установленную у стены примерно на высоту горизонта инструмента и перпендикулярно к линии визирования.

Для технических теодолитов этот угол не следует допускать более $0,5'$. Зная угол i или отрезок $|mm_1|$ и расстояние S , легко получить искажение δ горизонтального угла за счет не выполнения поверки:

$$\delta = \frac{|mm_1|}{S} \cdot \rho = i \cdot \text{tg}(v). \quad (1.11)$$

Точное значение угла наклона i можно получить при условиях способа 2, но взяв отсчеты m_1 и m_2 при $KП$ и $KЛ$ по положению центра сетки нитей относительно делений неподвижной рейки. Тогда угол можно вычислить по формуле:

$$i = \frac{(m_2 - m_1) \cdot \text{ctg}(v)}{s}. \quad (1.12)$$

Здесь v – угол наклона точки M , расстояние s и отсчеты m_1 должны быть в одних единицах измерения.

Если нет инструментов для измерения линий, то в тех же условиях берут отсчеты $KЛ$ и $KП$ по горизонтальному кругу при двух положениях трубы. Угол наклона оси вращения трубы i вычисляют по формуле

$$i = \left[\frac{KЛ - (KП \pm 180^\circ)}{2} \right] \cdot \text{ctg}(v), \quad (1.13)$$

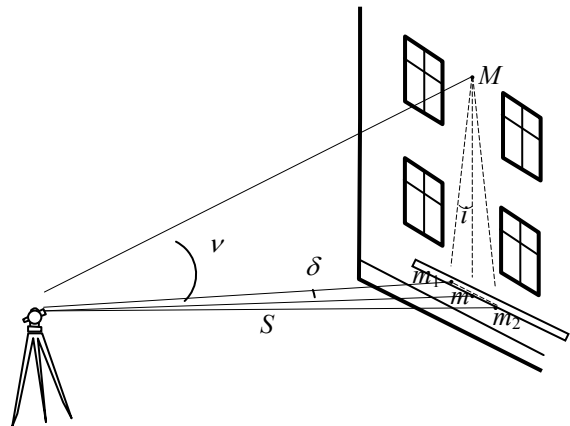


Рис. 1.45. Схема поверки равновеликости подставок

4. *Выводы:* Выполнение условия поверки позволяет производить прибором проецирование в горизонтальной и вертикальной плоскостях и без заметных искажений измерять горизонтальные углы, вершины которых располагаются на разных высотах.

Если величина угла наклона i оси вращения трубы превышает установленный допуск, исправление производят в мастерской путем вращения эксцентриковой втулки *лагеры* горизонтальной оси с помощью *исправительных винтов*.

Поверки визирования теодолита. Поверки визирования:

1. *Название:* Поверка сетки нитей.

2. *Геометрическое условие:* Вертикальная нить сетки нитей должна быть отвесна (или, вертикальная нить сетки нитей должна быть перпендикулярна к горизонтальной оси вращения теодолита).

3. *Выполнение:* Первый способ. Приведя вертикальную ось теодолита в отвесное положение, наводят зрительную трубу на нить свободно висящего отвеса (см. рис. 1.30). Если нить сетки совпадает с нитью отвеса, то условие выполнено.

Второй способ. Трубу наводят на четкую точку так, чтобы ее изображение находилось на горизонтальном штрихе сетки у левого (или правого) края поля зрения. Вращая алидаду, смешают изображение точки к другому краю.

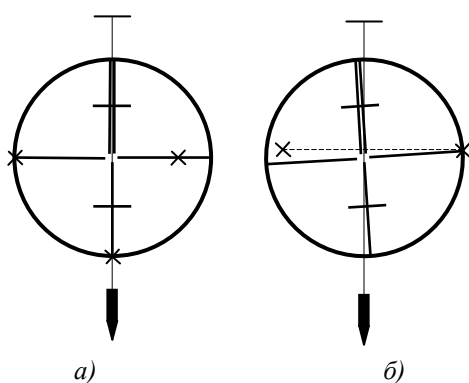


Рис. 1.46. Схема поверки сетки нитей:
а – условие выполняется,
б – условие не выполняется

Если горизонтальный штрих сойдет с изображением точки более чем на треть величины биссектора, то сетка установлена неверно и требуется исправление. Этот же способ может быть выполнен вращением трубы в вертикальной плоскости (рис. 1.46).

Вывод: Условие для сетки нитей прямо не вытекает из принципов измерения углов, но необходимо для удобства визирования, так как при его невыполнении визировать можно только центром сетки нитей.

Положение сетки нитей 4 исправляют поворотом диафрагмы 2 с сеткой (рис. 1.47) вокруг визирной оси трубы после ослабления винтов 3 до совпадения нитей отвеса и сетки. После исправления винты закрепляют.

1. *Название:* Поверка коллимационной погрешности.

2. *Геометрическое условие:* Визирная ось трубы должна быть перпендикулярна к горизонтальной оси вращения теодолита, то есть плоскости визирования должны быть отвесны. Очевидно, что отсчеты при разных кругах на одну точку должны отличаться ровно на 180° , а отклонение от 180° будет равно двойной коллимационной погрешности (рис. 1.48).

3. *Выполнение:* Первый способ. Используется для теодолитов с односторонним отсчетным устройством, типа Т30, Т15, Т5. Установив с помощью уровня ось вращения теодолита в отвесное положение, наводят центр сетки нитей на удаленную четкую цель, расположенную примерно на одной высоте с теодолитом, и берут отсчеты по горизонтальному кругу KL_1 и $KП_1$.

Затем, освободив лимб, поворачивают теодолит на 180° , приводят ось вращения теодолита в отвесное положение и наведя центр сетки нитей на ту же точку, получают отсчеты по горизонтальному кругу KL_2 и $KП_2$. Уточненное значение *коллимационной погрешности* C вычисляют по формуле:

$$C = \frac{(KL_1 - KП_1 \pm 180^\circ) + (KL_2 - KП_2 \pm 180^\circ)}{4}. \quad (1.14)$$

Часто пользуются укороченной формулой два раза:

$$C = \frac{(KL - KП \pm 180^\circ)}{2}. \quad (1.14a)$$

Абсолютная величина ошибки C не должна превышать допуска. Для приборов технической точности это удвоенная точность прибора. У теодолита 2Т30 это, очевидно, $1'$.

Формула (1.14) имеет недостаток, так как усредняет значения погрешностей C , которые могут сильно отличаться. Поэтому часто целесообразно получать два отдельных значения погрешностей и сравнивать их по величине.

Второй способ. Для поверки устанавливают теодолит посередине с точностью 2 – 3 метра ($S > 50$ м) между четко видимой точкой 1 и горизонтальной рейкой (линейкой), расположенной перпендикулярно к линии визирования и примерно на высоте горизонта прибора (рис. 1.49).

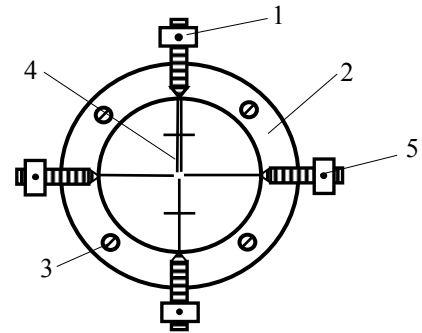


Рис. 1.47. Схема крепления сетки нитей

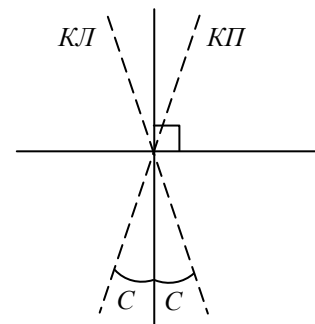


Рис. 1.48. Схема возникновения коллимационной погрешности

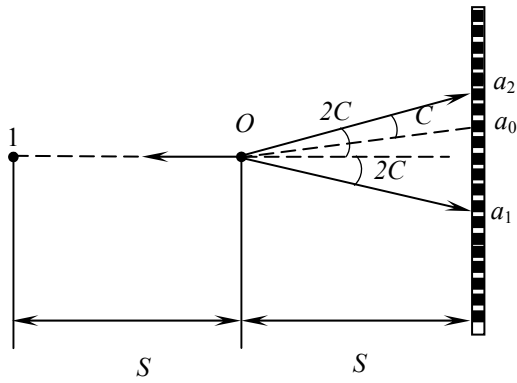


Рис. 1.49. Схема определения коллимационной погрешности

Приводят вертикальную ось вращения прибора с помощью уровня в отвесное положение и наводят трубу на четкую точку 1. Затем переводят трубу через зенит и, не изменяя фокусировки, берут отсчет по рейке a_1 (с точностью до 1 мм) по вертикальному штриху.

Освободив алидаду снова наводят визирную ось на точку 1, переводят трубу через зенит и берут второй отсчет a_2 по рейке.

Коллимационную ошибку (в угловых секундах) вычисляют по формуле:

$$C = \frac{(a_1 - a_2)}{2S} \cdot \rho'' . \quad (1.15)$$

Единицы измерения расстояния и отсчеты должны быть одинаковы.

Выводы: При выполнении условия центр сетки нитей совпадает с оптической осью, то есть возможно точное визирование и не будет искажений в отсчетах при измерении углов. Если величина C превышает установленный для прибора допуск, то вычисляют отсчет $KЛ_{испр.}$ по лимбу, свободный от коллимационной ошибки. Для этого на основе (1.14а) запишем:

$$0 = KЛ - КП \pm 180^\circ - 2C = (KЛ - C) - (КП + C) \pm 180^\circ ,$$

а в выражения в скобках, которые являются исправленными отсчетами для уничтожения коллимационной ошибки C , можно подставить ее укороченный вид из (1.14а):

$$KЛ_{испр.} = KЛ - C = \frac{2KЛ - (KЛ - КП \pm 180^\circ)}{2} = \frac{(KЛ + КП \pm 180^\circ)}{2} , \quad (1.16)$$

Таким образом, исправленный отсчет есть среднее из двух отсчетов при $KЛ$ и $КП$. Такой же результат получим и для правого исправленного отсчета:

$$КП_{испр.} = КП + C = (KЛ + КП \pm 180^\circ) / 2 . \quad (1.16a)$$

Затем наводящим винтом алидады устанавливают на лимбе горизонтального круга вычисленный отсчет. При этом центр сетки нитей зрительной трубы сместится с изображения точки, так как визирная ось повернется на угол C . Действуя боковыми исправительными винтами 5 сетки нитей (рис. 1.47), при слегка ослабленных вертикальных винтах 1, совмещают центр сетки нитей с изображением точки. По окончании юстировки повер-

ку повторяют, чтобы убедиться, что после исправления коллимационная ошибка не превышает установленного допуска.

При использовании рейки вычисляют отсчет a_0 , по рейке, свободный от коллимационной ошибки как:

$$a_0 = \frac{[a_1 + (a_2 - a_1)/2]}{2}. \quad (1.17)$$

Далее процедура исправления такая же, как и в предыдущем случае.

1. *Название*: Определение погрешности места нуля M_0 .

2. *Геометрическое условие*: Место нуля должно равняться нулю, или быть близкой к нему величиной. Очевидно, что место нуля – это отсчет по вертикальному кругу при горизонтальном положении визирной оси трубы и приведенном в нуль-пункт пузырьке уровня. Место нуля (M_0), как и погрешность C исправного теодолита есть величина постоянная. Поэтому практически вычисленные значения M_0 из нескольких определений у одного и того же теодолита не должны отличаться более чем на удвоенную точность отсчитывания по вертикальному кругу.

3. *Выполнение*: Первый способ. После приведения оси вращения прибора в отвесное положение при двух положениях трубы наводят визирную ось на одну и ту же четкую точку. Приводят в середину пузырек уровня на горизонтальном круге при помощи одного из подъемных винтов подставки и берут отсчеты по вертикальному кругу при $KЛ$ и $KП$. Значение M_0 вычисляют по формулам:

– для теодолита ТЗ0:

$$M_0 = (KП + KЛ \pm 180^\circ) / 2, \quad (1.18)$$

– для теодолита 2ТЗ0:

$$M_0 = \frac{KЛ + KП}{2}. \quad (1.18a)$$

Второй способ. Если при первом положении зрительной трубы теодолита рис. 1.50, установленной на отсчет 0° по вертикальному кругу, визирная ось будет наклонена к горизонту на угол $+M_0$, то при втором положении трубы – на угол $-M_0$. После приведения прибора в горизонтальное положение, наводят трубу на вертикальную рейку, расположенную на расстоянии 30 – 50 м. Подъемным винтом приводят уровень в *нуль-пункт*, наводящим винтом выставляют по вертикальному кругу 0° и снимают отсчет a_1 в мм по рейке. То же самое делают при другом круге получая отсчет a_2 (рис. 1.50). Из отсчетов находят средний a_0 , который и выставляют наводящим винтом по рейке. Значение места нуля M_0 считывают по шкале вертикального круга.

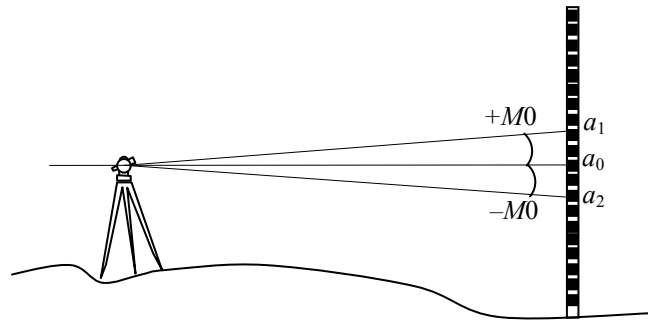


Рис. 1.50. Определение величины $M0$ по рейке

Выводы: Равенство нулю величины $M0$ говорит о совпадении центра сетки нитей по вертикали с оптической осью теодолита и таким образом позволяет правильно визировать и получать отсчеты для определения значений углов более качественно, особенно вертикальных. Особое внимание обращается на постоянство величины.

Если величина $M0$ превышает допуск, равный двойной точности прибора ($1'$ для теодолитов серии ТЗ0), то его можно привести к значению близкому к 0° следующим образом. Как и для коллимационной погрешности вычисляют отсчеты, свободные от влияния места нуля:

$$0 = KЛ + КП - 2M0 = (KЛ - M0) + (КП - M0),$$

где в скобках исправленные отсчеты, уничтожающие влияние места нуля. Подставив в значения исправленных отсчетов формулу для места нуля (1.18а), будем иметь

$$KЛ_{испр.} = KЛ - M0 = \frac{2KЛ - (KЛ + КП)}{2} = \frac{KЛ - КП}{2} = v. \quad (1.19)$$

Такой же результат получим и для исправленного отсчета для круга право. Таким образом, исправленный отсчет равен углу наклона v , который и выставляется наводящим винтом по шкале вертикального круга. При этом пузырек уровня на горизонтальном круге должен находиться в *нуль-пункте*. Очевидно, что центр сетки нитей сдвинется с точки по вертикали. Затем, действуя вертикальными исправительными винтами 1 (см. рис. 1.47) при сетке нитей со слегка расслабленными горизонтальными винтами 5, смещают сетку так, чтобы ее горизонтальная нить опять совпала с изображением точки визирования.

Проверки дополнительных устройств теодолита. К дополнительным устройствам теодолита относят: нитяной отвес, цилиндрический уровень при зрительной трубе, ориентир-буссоль и нитяной дальномер. Очевидно, что их проверки проводятся по мере необходимости использования этих устройств при производстве топографических работ.

1. *Название:* Поверка положения точки подвеса нитяного отвеса.
2. *Геометрическое условие:* нить нитяного отвеса должна совпадать с вертикальной осью вращения прибора.

3. *Выполнение:* Устанавливают ось вращения прибора в отвесное положение и при двух положениях трубы проецируют коллимационную плоскость на четыре колышка, забитых в землю примерно на расстоянии 2 – 3 м в обе стороны от прибора в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Между накрест расположенными кольями по меткам натягивают две тонкие нити. Подвесив нитяной отвес на крючок при подставке, проверяют положение острого конца отвеса относительно натянутых нитей.

Выводы: выполнение условия позволяет достаточно хорошо совместить вертикальную ось вращения прибора с вершиной измеряемого угла, что позволит получить более качественные результаты измерений.

Погрешность центрирования может достигнуть 1 – 2 мм, но для топографических целей достаточно 5 мм. Исходя из этого, можно просто разместить точку подвеса отвеса на глаз в середине станкового винта, выгибая соответствующим образом крепежную скобку и этого будет достаточно для измерений с технической точностью.

1. *Название:* Поверка оси цилиндрического уровня при зрительной трубе.

2. *Геометрическое условие:* ось цилиндрического уровня при зрительной трубе должна быть параллельна визирной оси прибора.

3. *Выполнение:* Установить линейку (нивелирную рейку) на твердом объекте на расстоянии S порядка 80 м от теодолита и измерьте высоту v_1 оси вращения зрительной трубы. Приведя наводящим винтом трубы пузырек в среднее положение снять отсчет по линейке A_1 . Поменяв местами прибор и линейку, проделывают то же самое еще раз: получают высоту оси v_2 , пузырек в середину – и отсчет по линейке A_2 . Теперь угол непараллельности i можно вычислить как:

$$i = \frac{(A_1 + A_2) - (v_1 + v_2)}{2S} \cdot \rho'' \quad (1.20)$$

Допустимое значение угла – не более 30".

Вывод: При выполнении условия уровень при трубе достаточно хорошо будет позволять ей задавать горизонтальную плоскость при вращении.

При невыполнении условия вычисляют исправленный отсчет, например,

$$A_2^{испр} = A_2 - \Delta = A_2 - \frac{(A_1 + A_2) - (v_1 + v_2)}{2}, \quad (1.21)$$

и наводящим винтом трубы выставляют его по линейке (рейке). Ушедший с середины пузырек уровня возвращают исправительными винтами уровня.

1. *Название:* Определение погрешностей ориентир-буссоли.

2. *Геометрическое условие:* Погрешности ориентир-буссоли должны соответствовать паспортным данным прибора: систематическая – 30', случайная – 10'.

3. *Выполнение:* При выполнении проследить, чтобы в радиусе 6 м от теодолита не было больших магнитных масс. Выбирают ориентир, магнитный азимут A которого хорошо известен, измеряют его теодолитом с буссолью двенадцатью приемами и ищут среднее значение A_{cp} . Тогда систематическая составляющая будет как разность известного значения и среднего $\Delta_{сист.} = A - A_{cp}$.

4. *Выводы:* при выполнении условия ориентир-буссолью можно пользоваться для приближенного ориентирования геодезических построений в пределах обеспечиваемой ее точностью.

Если систематическая погрешность, которая является определяющей, превышает заданные пределы, то установив визирную ось теодолита по направлению магнитного меридиана на основе известного магнитного азимута, совмещают концы стрелки с индексами буссоли разворотом ее корпуса крепежными винтами.

Для нитяного дальномера определяется его коэффициент, который рассматривается в разделе линейных измерений.

1.5. Методы измерений углов в геодезии

Основные вопросы: общие положения измерений углов; измерение углов способом приемов; измерение углов способом повторений; измерение вертикальных углов; измерение магнитного азимута; основные погрешности угловых измерений; использование теодолитов для проецировочных работ.

Общие положения измерений углов. Чтобы измерить углы теодолитом необходимо:

1. Совместить вертикальную ось вращения теодолита с вершиной измеряемого угла с использованием поверенного нитяного отвеса – выполнить *центрирование*.

2. Привести лимб прибора в горизонтальное положение, используя цилиндрический уровень, то есть выполнить его *горизонтирование* (нивелирование).

3. Получить отсчеты на точки образующие угол и по ним вычислить значение определяемого угла. Обязательно должен быть контроль измерений.

Эти пункты характерны как для измерения горизонтального, так и вертикального угла. Основное отличие в пункте 3, когда различные комбинации дают нам разные *методы измерений*.

При измерении горизонтальных углов в геодезии выделяют четыре способа:

1. Способ приемов.
2. Способ приемов со сбитием лимба.
3. Способ повторений.
4. Способ круговых приемов.

Наибольшее распространение получил способ приемов, несколько меньшее – способ повторений. Эти способы и будут рассмотрены подробно.

Очевидно, что первые два пункта для всех способов одинаковы, а отличие только в третьем.

Измерение углов способом приемов. *Способ приемов* используется, когда необходимо измерить отдельный горизонтальный угол. При этом выполняются первых два пункта, а последовательность *снятия отсчетов* следующая:

- визируют и снимают отсчет на правое направление угла (рис. 1.51) и снимают отсчет при круге лево (KL_1);
- визируют и снимают отсчет на левое направление угла (рис. 1.51) и снимают отсчет при круге лево (KL_3);
- переводят круг на правый, визируют и снимают отсчет на это же левое направление угла при круге право ($KП_3$);
- возвращаются к исходному направлению, визируют и снимают отсчет на правое направление угла при круге право ($KП_1$).

При такой схеме измерений углов общее значение угла складывается из двух значений, полученных по общему правилу, но при двух положениях вертикального круга (двух *полуприемов*):

$$\beta_1 = KL_1 - KL_3,$$

$$\beta_2 = KП_1 - KП_3.$$

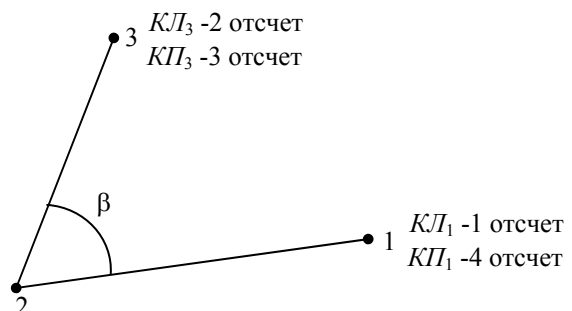


Рис. 1.51. Схема измерения горизонтального угла способом приемов

Таким образом, производится *двойной контроль измерений*: по отсчетам и по значению угла из полуприемов. Кроме того, измерения при разных кругах, то есть на диаметрально противоположных участках лимба позволяет исключить при определенных условиях влияние ряда инструментальных погрешностей, что будет рассмотрено ниже. Два полуприема образуют *полный прием*.

Следует отметить, что точки в геодезии маркируются колышками, с помеченной на торце вершиной угла (крестовой шуруп, чернильный крест и т.д.). Реже используются крестовые марки на конструкциях. Так как расстояние между прибором и точкой достаточно большое и много естественных помех, то часто используют шпильки для измерения длин (проволоки примерно 3×300 мм) для удобства визирования. При этом острие шпильки помещается в вершину угла и каким-либо образом закрепляется, или втыкается в землю спереди или сзади, строго по линии визирования (рис. 1.52, а).

При достаточно высоких естественных помехах используют вехи – деревянные или полые железные цилиндры толщиной примерно в 2 см, высотой 1,5 м. Вехи (рис. 1.52, б) размещают по отношению к вершине измеряемого угла, так же как и шпильки.

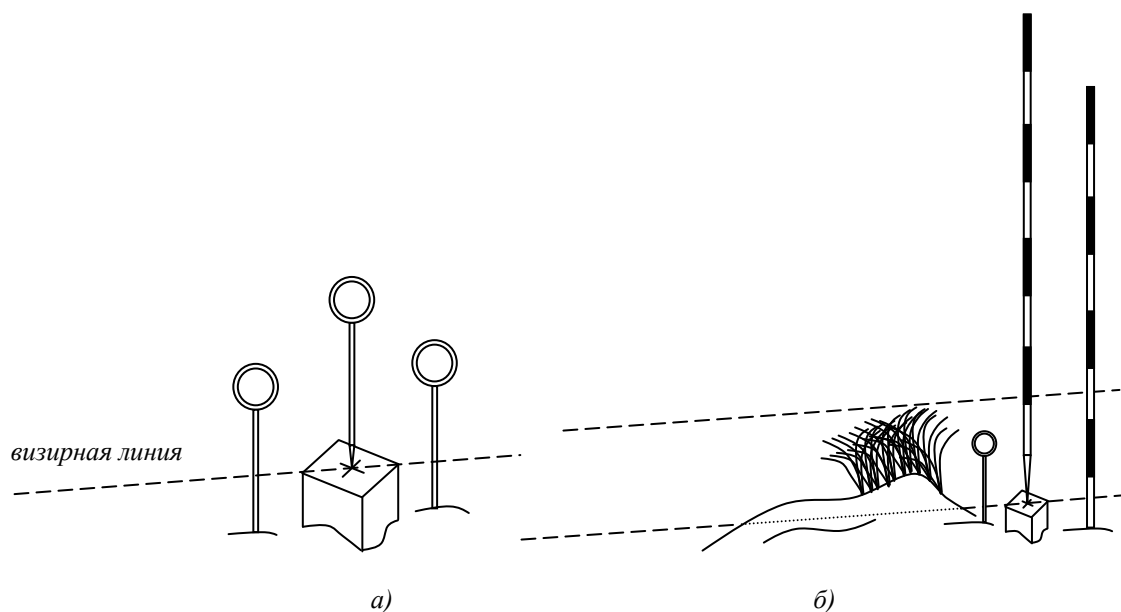


Рис. 1.52. Методы визирования: а – на шпильки, б – на вехи

Следует иметь в виду, что если возможно, то наведение сеткой нитей (рис. 1.53) производится как можно ближе к марке, во избежание *влияния наклона вехи*.

Результаты измерений записывают в стандартный журнал, в котором производят все измерения и контроли. Например, для рис. 1.51 (табл. 1.2):

Таблица 1.2

Станция	Наведение	Круг	Отсчет ° ' ,	Угол из п/п ° ' ,	Среднее ° ' ,
2	1	КЛ	76 51 (1)	54 18 (1-2)	54 18,5
		КП	256 52 (4)		
	3	КЛ	22 33 (2)	54 19 (4-3)	
		КП	202 33 (3)		

Здесь значения в скобках номера отсчетов по порядку, а в 5 колонке – порядок вычисления угла из полуприема:

$$\beta_1 = (1) - (2) = 76^\circ 51' - 22^\circ 33' = 54^\circ 18'$$

$$\beta_2 = (4) - (3) = 256^\circ 52' - 202^\circ 33' = 54^\circ 19'$$

Так как контроль по углам из полуприема выполнен, разница не более 1', то можно брать среднее: 54° 18.5'. Контроль по отсчетам также выполнен: разность между отсчетами (1) и (4) (то есть на одну точку при разных кругах) 180° и 1', а между (2) и (3) ровно 180°. Колебание разностей в 1' и дало расхождение в углах из полуприема также равное 1'.

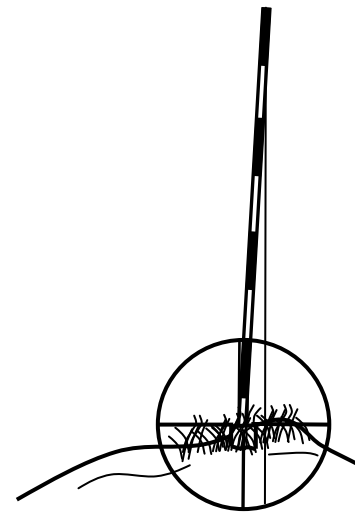


Рис. 1.53. Визирование на вежу

Заметим, что если бы разность между КЛ и КП на 1 точку была 15', а на 3 в 14', то значения расхождений углов в полуприемах также было равно 1' (15' – 14'). Таким образом, каким бы большим не было расхождение отсчетов на одну точку при КП и КЛ, если расхождение на другую точку отличается от него не более чем на 1', то значения углов из полуприемов будут в допуске. Самое опасное состояние, когда у расхождений разный знак. В этом случае они не компенсируются как в случае одного знака, а увеличиваются (складываются). Например, по рис. 1.51 имеем отсчеты:

° ' ,
76 51 (1)
256 54 (4)
22 33 (2)
202 29 (3).

При вычитании КЛ – КП по парам, из (1) и (4) имеем 180° и – 3', а по отсчетам (2) и (3) будет 180° и +4'. Значения углов из полуприемов 54° 18' и 54° 25', то есть 4'+3' = 7'. В этом случае (расхождение из полуприемов

недопустимо) прием аккуратно зачеркивается и переделывается *обязательно полностью заново*.

Способ приемов со сбитием лимба отличается от обычного способа приемов тем, что перед переводом круга отжимается лимб и алидада переводится на угол порядка 90° . Далее лимб зажимается, а отжимается алидада и доделывается обычным способом второй полуприем. Контроль здесь проводится по значениям углов из полуприемов и по отсчетам, которые в парах КЛ-КП будут теперь отличаться на 180° плюс неизвестный угол поворота. Дальнейшие рассуждения все как у способа приемов.

Измерение углов способом повторений. Если есть необходимость несколько повысить точность измерений теодолитом 2Т30, например, до $20''$, то можно использовать *способ повторений*, который выполняется следующим образом. Наводим сетку нитей на *левую* марку при одном из кругов и снимаем отсчет $A_{нач}$. Отжав алидаду, обычным способом наводим на правую марку, но отсчет *не снимаем*. Отжав *лимб* и действуя наводящим винтом *лимба* опять наводим на *левое* направление *не снимая* отсчета. Эти действия повторяют 2 раза, а в конце второго раза, при наведении на правое направление, снимают конечный отсчет, $A_{кон}$. Взяв разность между конечным и начальным отсчетом, и поделив ее на количество возвращений плюс один (для нашего случая на 3), получим значение угла из полуприема, которое округляется до $20''$. Второй полуприем выполняется также, но при другом круге. Если их отличие не более $40''$, то берут среднее и способ закончен. Очевидно, что при возвращении алидады на левое направление при отжатом лимбе, ноль лимба каждый раз смещается на величину измеряемого угла (рис. 1.54). Сделав два возвращения, между конечным и начальным отсчетами, мы будем иметь *утроенное* значение угла (два из возвращений плюс сам угол), который и вычисляется с повышенной точностью.

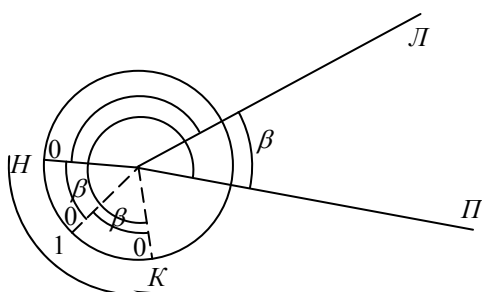


Рис. 1.54. Схема измерений углов способом повторений

Рассмотрим пример. Пусть исходный отсчет на левое направление (рис. 1.54) будет $L_{нач} = 19^\circ 17'$, а конечный отсчет на правое направление после 2 возвращений $P_{кон} = 182^\circ 13'$ при круге лево. Тогда значение угла из полуприема будет:

$$\beta_1 = \frac{182^\circ 13' - 19^\circ 17'}{3} = \frac{162^\circ 56'}{3} = 54^\circ 18' 40''.$$

При круге право $L_{нач.} = 199^\circ 17'$, а $P_{кон.} = 2^\circ 14'$, значение угла из полуприема:

$$\beta_2 = \frac{360^\circ + 2^\circ 14' - 199^\circ 17'}{3} = \frac{162^\circ 57'}{3} = 54^\circ 19' 00''.$$

Разность между углами $20''$, значит можно брать среднее.

Увеличить точность измерения угла теодолитом ТЗ0 можно путем увеличения числа приемов в способе приемов. При этом нет необходимости выполнять более 3 приемов.

Способ круговых приемов используется, если с одной вершины выходит более 2 направлений и требуется получить значения углов между некоторыми (или всеми) из них. В этом случае поступают следующим образом. Установив теодолит над точкой, визируют последовательно на все направления по ходу часовой стрелки и берут отсчеты. Последнее наведение делают на начальное направление, чтобы убедиться в неподвижности лимба. Величина несовпадения этих отсчетов называется незамыканием горизонта и на нее накладывается допуск. Допустимое незамыкание определенным образом распределяется по другим направлениям. Эти действия составляют первый полуприем. Во втором полуприеме меняют круг, переводя трубу через зенит, и последовательно визируют на все направления, но в обратном направлении – против хода часовой стрелки. В зависимости от требуемой точности выполняют разное число приемов.

Измерение вертикальных углов. Измерение вертикальных углов также начинают с двух основных пунктов: центрирование и горизонтирование, а далее используют отсчеты по вертикальному кругу. У теодолита ТЗ0 вертикальный круг разделен полностью от 0 до 360° против часовой стрелки. У теодолита 2ТЗ0 и других модификаций, как известно, вертикальный круг имеет секторную разбивку и таким образом, что угол выше горизонта имеет знак плюс, а ниже – минус. Вспоминаем, что вертикальный угол образуется направлением на предмет и строго горизонтальной, или строго вертикальной линией. В первом случае имеем угол наклона v , а во втором зенитное расстояние z .

При измерении вертикальных углов наводят центр сетки нитей при каком-либо круге на наблюдаемую точку после приведения подъемными винтами уровня при алидаде в нуль-пункт и снимаем отсчеты при разных кругах по шкале (В) вертикального круга. В идеальном случае, при горизонтальном положении визирного луча, имеем отсчет по вертикальному кругу точно 0 (рис. 1.55, а). В этом случае отсчет по вертикальному кругу, например $KЛ$, после наведения на измеряемую точку будет равен углу наклона v (рис. 1.55, б). Так же будет и при другом круге, после получения отсчета $KП$.

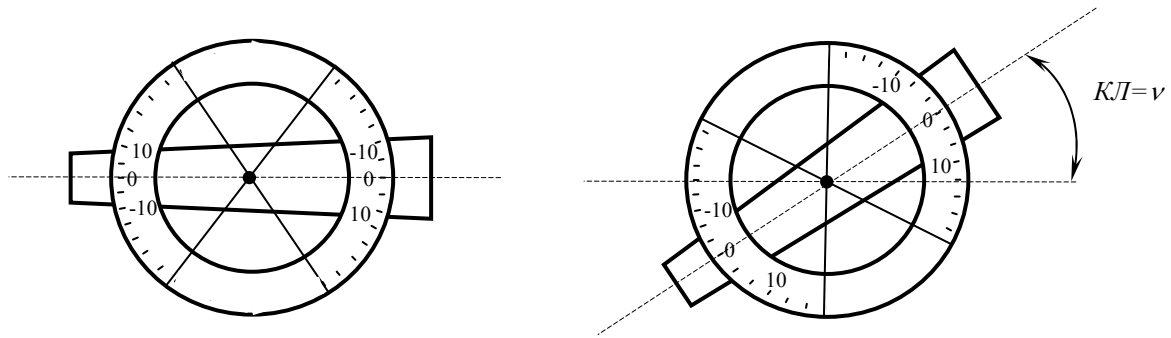


Рис. 1.55. Вертикальный круг при $M0 = 0$

Среднее из двух отсчетов, с учетом того, что для теодолита 2Т30 они имеют разные знаки, и будет значение угла наклона:

$$v = \frac{KЛ - КП}{2}. \quad (1.22)$$

Если отсчет по вертикальному кругу не совпадает с 0 при горизонтальном положении визирного луча, то есть имеется не нулевое значение места нуля $M0$, то возможны два варианта: значение $M0$ больше нуля (рис. 1.56, а, в) и меньше нуля (рис. 1.56, б, г). Из рис. 1.56, а не сложно заметить, что при $KЛ$ и $M0 > 0$, угол наклона v будет:

$$v = KЛ - M0. \quad (1.23)$$

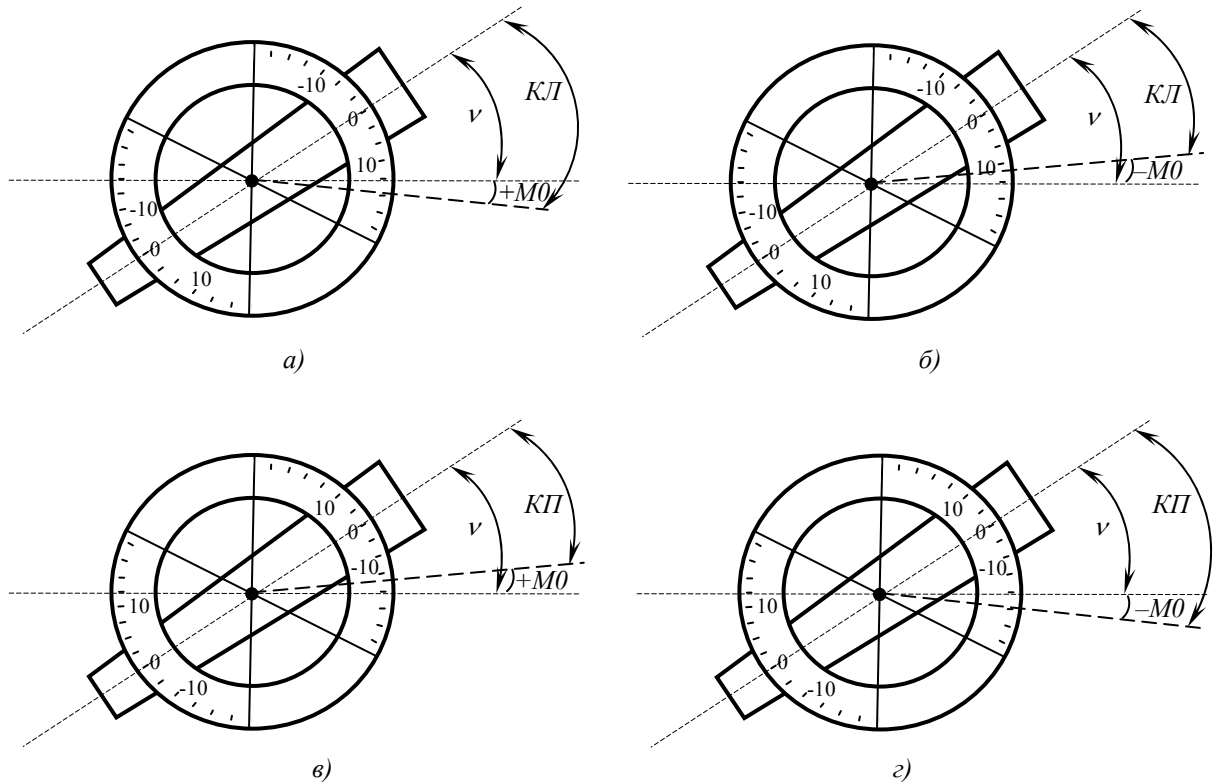


Рис. 1.56. Схемы получения вертикальных углов в теодолите 2Т30

Такой же результат получим и для случая $M0 < 0$ (см. рис. 1.56, б) в случае круга право (см. рис. 1.56, в, г), для угла наклона ν будем иметь:

$$\nu = -(KP - M0) = M0 - KP. \quad (1.24)$$

Таким образом, при известном значении места нуля $M0$, значение угла наклона ν можно определить по формулам (1.23) и (1.24). Если место нуля не известно, то выразив, например, из (1.24) $M0$ и подставив его вид в (1.23), снова получим формулу (1.22). Такой же результат можно получить, если записать вид среднего между (1.23) и (1.24).

Измерение магнитного азимута. Измерение *ориентир-буссолью* магнитного азимута производится для весьма приближенного ($0,5^\circ$ и более) ориентирования объекта при невозможности использовать другие средства. В настоящее время в топографии почти не используется. Связано это с точностными требованиями, на которые сильнейшим образом влияет неустойчивость определения азимута из-за значительных сезонных колебаний магнитного меридиана, чувствительности стрелки к даже не большим аномалиям и трудностям поверки буссоли. Но в некоторых науках о Земле, таких как геология, лесоустройство и других похожих, где часто не требуется высокая точность, буссоль используется до сих пор и весьма продуктивно.

Для измерения азимута на точку, ориентир буссоль после поверки и юстировки требуется сориентировать по направлению магнитного меридиана (направления на северный магнитный полюс, полуостров *Бусия* в Северной Америке). Для этого, отжав алидаду, вращают ее до тех пор, пока в отсчетном устройстве по горизонтальному кругу не появится отсчет 0 в пределах градуса. Точно $0^\circ 0'$ выставляют наводящим винтом алидады. Далее, закрепив алидаду и отжав лимб прибора и стопорный винт буссоли, вращают прибор вокруг вертикальной оси до тех пор, пока концы стрелки не совпадут с индексами на буссоли. Корректировка направления в малых пределах производится наводящим винтом лимба при закрепленном зажимном винте лимба, чтобы не нарушить ориентировку на северный магнитный полюс. Сориентировав буссоль, открепляют алидаду и наводят на точку, в направлении которой определяется магнитный азимут. Отсчет по горизонтальному кругу и будет искомой величиной.

Основные погрешности угловых измерений. Рассмотрим основные погрешности, влияющие на точность измерения углов. Очевидно, что эти погрешности напрямую связаны с этапами измерения угла и могут быть собраны в три неравнозначных группы:

– погрешности, связанные с процедурой центрирования прибора над вершиной измеряемого угла;

- влияние инструментальных погрешностей на процесс измерения угла;
- погрешности, связанные с процедурой визирования прибора на точки, определяющие угол.

Погрешность за центрирование измерения направления получим на основе рис. 1.57. Здесь, точная вершина угла V , а ось прибора сдвинута на величину e , в точку C , под углом θ к измеряемому направлению $V-M$, имеющему длину d . Очевидно, что величина искажения определяемого направления будет равна углу δ . Теоретически не сложно получить выражение для δ при любом значении угла θ , но практически проще и целесообразнее принять $\theta = 90^\circ$, то есть для максимального значения величины e и соответственно угла δ :

$$\operatorname{tg}(\delta) = e/d,$$

или

$$\delta = (e/d) \cdot \rho, \quad (1.25)$$

откуда линейная величина погрешности за центрирование:

$$e = (\delta/\rho) \cdot d = m_{ц}. \quad (1.26)$$

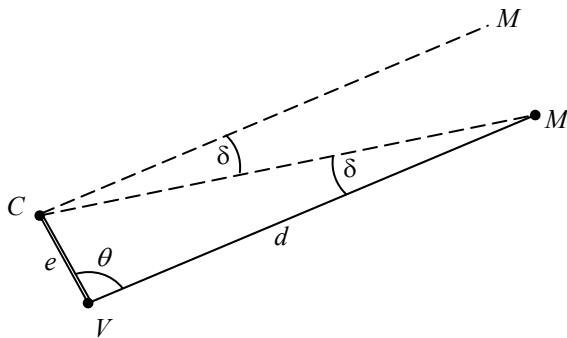


Рис. 1.57. Схема определения погрешности центрирования

Не сложно заметить, что наибольшее влияние угловая погрешность центрирования достигает при $m_y = 2m_{ц} = 2e$. Поставим условие, чтобы максимальное значение погрешности за центрирование не превышало половину точности измерения угла теодолитом 2Т30, то есть $15''$. Тогда из (1.26) и условия $2m_{ц}$ имеем:

$$m_{ц} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\delta''}{2} \cdot \frac{d}{\rho''}. \quad (1.27)$$

При расстоянии в 150 м и $\delta'' = 30''$ получим $m_{ц} = 0,5$ см. Не сложно заметить, что уменьшение расстояния приводит к увеличению угловой погрешности за центрировку и, например, при $d = 30$ м, погрешности $m_{ц} = 0,5$ см, угловая погрешность $\delta = 34''$, то есть уже больше погрешности измерения угла, что не допустимо. Таким образом, требуется регулировать значение минимальной стороны, или очень тщательно производить центрирование на коротких сторонах после соответствующих вычислений.

Из инструментальных погрешностей на измерение углов наибольшее влияние оказывает наклон оси вращения трубы, коллимационная погрешность и погрешность места нуля (только для вертикальных углов).

Рассмотрим влияние наклона оси вращения трубы. При горизонтальном положении визирной оси совершенно безразлично, занимает ли ось вращения трубы горизонтальное положение $A-B$, или наклонное под углом i , положение A_1-B_1 (рис. 1.58), относительно вертикальной плоскости V . Но, поднимая трубу, в первом случае центр сетки нитей на плоскости V опишет отвесную линию ND , а во втором – NM , с углом наклона i . Для визирной линии CM , имеющей угол наклона v , проекция точки M на горизонтальную плоскость даст точку m вместо точки N . Значит, угол x и есть ошибка в отсчете из-за влияния наклона оси вращения трубы.

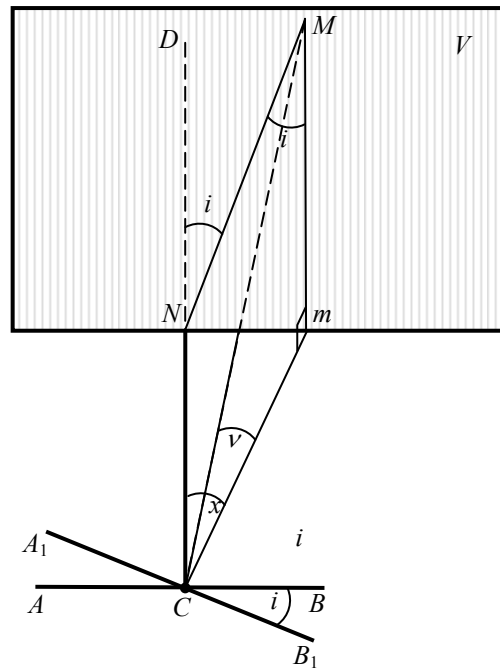


Рис. 1.58. Схема определения влияния наклона оси вращения трубы

Из прямоугольных треугольников CNm , NMm и CMm находим:

$$\sin(x) = \frac{|Nm|}{|Cm|}, \quad \operatorname{tg}(i) = \frac{|Nm|}{|Mm|}, \quad \operatorname{tg}(v) = \frac{|Mm|}{|Cm|}.$$

Отсюда:

$$\frac{\sin(x)}{\operatorname{tg}(i)} = \frac{|Mm|}{|Cm|} = \operatorname{tg}(v).$$

Учитывая малость углов x и i , находим:

$$x'' = i'' \cdot \operatorname{tg}(v). \quad (1.28)$$

Очевидно, что для разных направлений эта погрешность будет разной: для направления визирования, совпадающего с наклоном, равна нулю, а в перпендикулярном направлении – максимальной. Таким образом, каждый отсчет при КЛ и КП будет иметь погрешность, равную x'' в своем направлении, а для среднего значения угла ABC из двух полуприемов имеем:

$$\angle ABC = \frac{\left\{ \left[(KЛ_C + i_C \cdot \operatorname{tg}(v_C)) - (KЛ_A + i_A \cdot \operatorname{tg}(v_A)) \right] + \left[(КП_C + i_C \cdot \operatorname{tg}(v_C)) - (КП_A + i_A \cdot \operatorname{tg}(v_A)) \right] \right\}}{2}$$

или

$$\angle ABC = \frac{KЛ_C + КП_C}{2} - \frac{KЛ_A + КП_A}{2} + i_C \cdot \operatorname{tg}(v_C) - i_A \cdot \operatorname{tg}(v_A). \quad (1.29)$$

Из формулы (1.29) следует, что даже измерение при двух кругах влияние наклона оси вращения трубы (или, что одно и то же, наклона оси

вращения прибора из рис. 1.58) не исключает. Наибольшее значение погрешности будет при $i_A = -i_C = i_{max}$, что возможно при разностях отсчетов примерно равным 180° и наклонах теодолита в направлении, перпендикулярном ходу.

Влияние на вертикальный угол выразится формулой:

$$x_{верт} = -\frac{i^2}{2\rho} \cdot \text{tg}(v) \quad (1.29a)$$

Учет влияния неперпендикулярности визирной оси теодолита оси вращения трубы прибора (коллимационной погрешности C) получим из рис. 1.59.

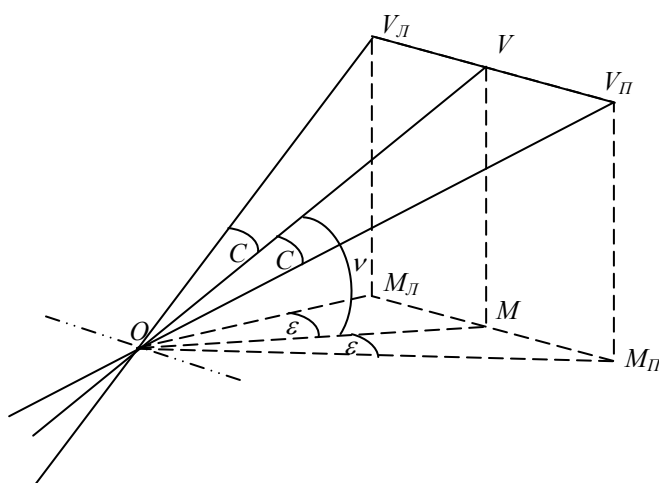


Рис. 1.59. Схема определения влияния коллимационной погрешности на измерение углов

Нарушение условия приводит к тому, что вместо направления V при разных кругах будем иметь направления V_L и $V_П$, под углом C к нему. Из прямоугольных треугольников $OVV_П$, $OMM_П$ и OVM имеем:

$$|VV_П| = |OV| \cdot \text{tg}(C), \quad |MM_П| = |OM| \cdot \text{tg}(\varepsilon), \quad \cos(v) = \frac{|OM|}{|OV|}.$$

Тогда

$$\frac{\text{tg}(\varepsilon)}{\text{tg}(C)} = \frac{|OV|}{|OM|} = \frac{1}{\cos(v)},$$

или по малости углов C и ε :

$$\varepsilon'' = \frac{C''}{\cos(v)}. \quad (1.30)$$

Очевидно, что при измерениях углов в положениях KL и $KП$ значение погрешности C входит в среднее значение угла с разными знаками и при примерно одинаковых углах наклона погрешности ε практически компенсируются. Известно, что и при перефокусировке величина C может измениться, что тоже необходимо учитывать при измерениях.

Влияние на вертикальный угол выразится формулой

$$\varepsilon_{\text{верт}} = -\frac{C^2}{2\rho} \cdot \text{tg}(\nu). \quad (1.30a)$$

Погрешность визирования определяется совершенно аналогично погрешности центрирования. При этом следует учитывать, что человек различает две точки под углом в $1'$, а точность визирования на предмет прибором с увеличением ν будет:

$$m_\nu = 60'' / \nu. \quad (1.31)$$

Погрешность считывания микроскопом с увеличением 2^\times из (1.31) должна быть $30''$, что для теодолита 2Т30 есть 0,1 цены наименьшего деления. Практически это очень трудно достижимо и реально больше примерно в 2 раза, то есть равняется примерно $1'$. При аккуратном выполнении проверок и их учете погрешность отсчета является основной погрешностью при измерении углов.

Величина места нуля не влияет на горизонтальные углы и целиком входит в значение вертикального угла, измеренного при одном круге. При двух кругах ее значение, входящее в среднее с разными знаками, компенсируется.

Использование теодолитов для проецировочных работ. Угломерные приборы, например теодолит, имеют в своем устройстве три достаточно важных возможности:

- задания наведением центра сетки нитей на выбранный объект линии относимости (виртуальной референтной линии);
- задавать при вращении прибора вокруг вертикальной оси, центром сетки нитей, устойчивую горизонтальную плоскость относимости (референтная плоскость);
- задавать при вращении вокруг горизонтальной оси трубы, центром сетки нитей, устойчивую вертикальную плоскость относимости.

Такого рода действия принято называть заданием референтных контуров (контуров относимости) в виде линии, горизонтальной или вертикальной плоскости, что является расширением возможностей применения теодолита в геодезической практике.

Не сложно заметить, что такие действия позволяют создать устойчивые виртуальные контуры, относительно которых можно проводить разного рода замеры для целей определения формы, размера и положения объекта, или его части. При этом определение может производиться относительно линий, относительно плоскостей (горизонтальной или вертикальной) или в двух перпендикулярных контурах.

Так как задание референтной линии является простейшим действием, рассмотрим ее применение на примере *бокового нивелирования*. Пусть имеется криволинейный контур между точками A и B , форму которого требуется отследить. Для этого в начале контура можно задать референтную линию на нужной высоте, относительно которой и произвести требуемые замеры (рис. 1.60).

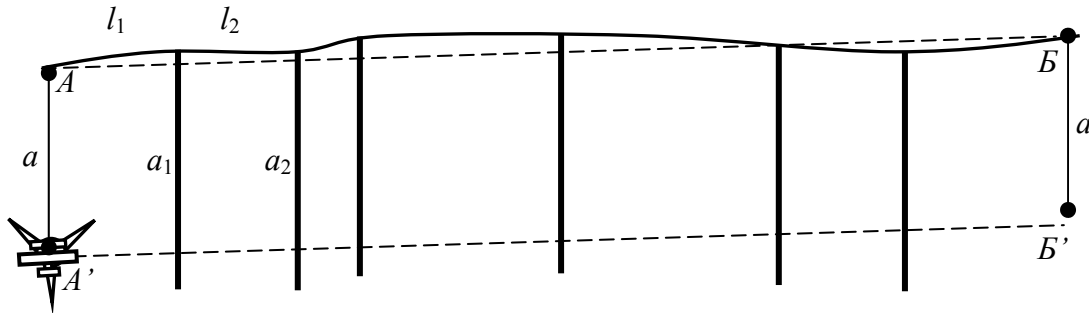


Рис. 1.60. Схема измерений при боковом нивелировании

Так как в точки A и B установить прибор невозможно, то их параллельно переносят на какое либо расстояние a , установив в точку A' теодолит и наведя центр сетки нитей на точку B' . Таким образом мы задаем референтную линию $A'-B'$, параллельную линии $A-B$. Теперь, отмеряя по контуру нужные расстояния l_i и замеряя величины a_1, a_2 , и т.д. от контура до визирного луча, мы можем воспроизвести форму исследуемого участка. Такая же операция может быть произведена и в вертикальной плоскости.

При использовании в качестве референтного контура вертикальной плоскости, например, для выверки вертикальности конструкции, поступают следующим образом. У основания исследуемого ребра конструкции горизонтально размещают линейку, но так, чтобы была видна она, верх конструкции и ее низ (рис. 1.61).

Проецируя на линейку верх и низ ребра конструкции, получаем отсчеты a и b , разность которых d и есть линейный элемент наклона (крена). Если необходим угловой элемент крена φ'' , то, зная высоту ребра s и учитывая малость искомого угла, имеем:

$$\varphi'' = \frac{d}{s} \cdot \rho'' . \quad (1.32)$$

Здесь $\rho'' = 206265''$ – число секунд дуги в радиане.

Таким образом, задавая две параллельные референтные плоскости, проходящие через верх и низ исследуемого ребра и имея линейку, расположенную перпендикулярно им, мы получаем величину отклонения проекции верха от низа в этой плоскости. Совершенно такая же процедура может быть произведена и для отслеживания горизонтальности конструкции поворотом на 90 градусов плоскостей и линейки.

Очевидно, что описанные схемы бесконтрольны и несут в себе полное влияние коллимационной погрешности и невыполнения поверки равновеликости подставок. Если эти влияния большие, но постоянны, то они просто исключаются производством измерений при двух кругах и усреднением результатов.

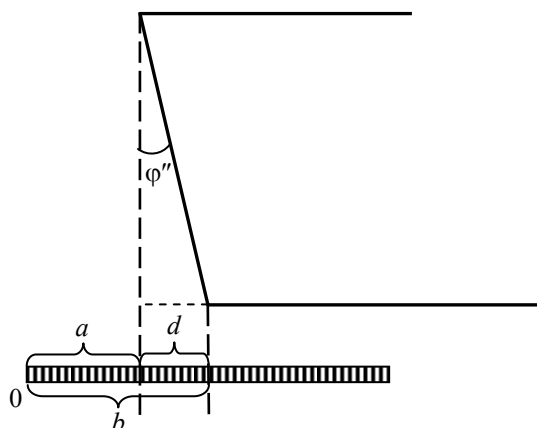


Рис. 1.61. Схема выверки вертикальности ребра

Вопросы для контрольной точки по теоретическому материалу модуля 1

1. Теоретические основы геодезии как науки.
2. Выделение плоского участка в плане и по высоте, суть и необходимость.
3. Основы измерений. Основы угловых измерений.
4. Общие положения построения средств угловых измерений. Теодолит.
5. Общие положения поверок приборов. Суть поверок теодолита.
6. Основные положения угловых измерений. Погрешности угловых измерений.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1 Работа с теодолитами технической точности

Цель: изучение основных узлов, степени пригодности и основных видов измерений теодолитами технической точности.

Время выполнения: 8 часов (4 пары).

Последовательность выполнения

- 1-1. Изучение основных частей и блоков теодолитов.
- 2-1. Установка, центрировка и визирование теодолита.
- 3-1. Изучение отсчетного устройства теодолитов Т30 и 2Т30 и зарисовка шкал с отсчетами.
- 4-1. Выставление нуля лимба.
- 5-1. Зарисовка общей схемы теодолита с условными осями.

- 6-2. Поверки установки: поверка цилиндрического уровня.
 - 7-2. Исправление цилиндрического уровня.
 - 8-2. Поверки визирования без чисел: поверки сетки нитей и равновеликости подставок.
 - 9-2. Исправления сетки нитей и величины равновеликости подставок.
 - 10-2. Поверки визирования с числами: коллимационная погрешность и место нуля.
 - 11-2. Исправление коллимационной погрешности и места нуля.
 - 12-3. Измерение горизонтальных углов способом приемов.
 - 13-3. Измерение вертикальных углов.
 - 14-3. Измерение углов способом повторений.
 - 15-4. Измерение магнитного азимута.
 - 16-4. Использование теодолита как проектировочного инструмента.
 - 17. Оформление отчета с выводами.
- Цифры после номера пункта – номер учебной пары.

Состав отчета

1. Название, цель работы.
2. Краткое описание теодолита: функции, назначение.
3. Описание и общая схема теодолита с осями.
4. Описание отсчетных устройств ТЗ0 и 2ТЗ0 с зарисовкой примеров отсчетов.
5. Поверки, их необходимость, виды. Оформлять по следующим пунктам:
 - 1) название;
 - 2) геометрическое условие;
 - 3) выполнение поверки и исправлений;
 - 4) выводы, что дает выполнение поверки.
 - а) поверка цилиндрического уровня;
 - б) поверка сетки нитей;
 - в) поверка равновеликости подставок;
 - г) поверка коллимационной погрешности;
 - д) поверка места нуля.
- Лично исправить цилиндрический уровень и коллимационную погрешность (или место нуля). Описать влияние или меры борьбы с каждым отклонением, желательно в числах. Сделать общий вывод о пригодности теодолита к работе.
6. Суть измерения горизонтальных углов.

7. Ведомость измерения горизонтальных углов способом приемов и его суть.

8. Ведомость измерения вертикальных углов. Суть измерений.

9. Результаты измерения горизонтального угла способом повторений и его суть.

10. Описание влияние на измерение углов невыполнения поверок с расчетами и рекомендациями.

11. Суть и результаты измерения магнитного азимута.

12. Схема и суть использования теодолита для вертикального проецирования с описанием выполнения и числами.

Самостоятельно студент должен отработать с прибором не менее 4 часов.

После выполнения лабораторной работы студент

– *должен знать:*

1. Назначение, основные узлы и оси теодолитов.
2. Геометрические условия основных поверок.
3. Принципы измерения горизонтальных, вертикальных углов и магнитного азимута.
4. Влияние на измерение углов приборных и внешних факторов.
5. Принципы использования теодолита для проекционных работ.

– *должен уметь:*

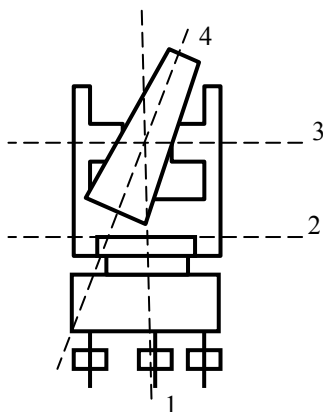
1. Установить теодолит в рабочее положение.
2. Определить степень пригодности теодолита к выполнению измерений.
3. Проводить угловые измерения.
4. Учитывать влияние мешающих факторов на производство измерений.
5. Производить проецировочные работы теодолитом.

После выполнения и сдачи лабораторной работы проводится контрольная точка с целью выяснения степени усвоения студентом практических навыков, рассмотренных в работе. Для этого ему предлагается дать ответы на 15 предложенных вопросов в виде объяснений или вычислений. Вопросы собраны в варианты. Звездочкой отмечены вопросы, оцениваемые в 10 %, а все остальные 5 %. При правильном ответе на все 15 вопросов студент получает оценку в 100 %. При ответах вопросы не переписывают, обязательно фамилия, группа и вариант. Рисунки выполняют схематично, но аккуратно. Не допустимо в качестве ответа одна цифра без пояснений или формул.

Один из возможных вариантов вопросов:

Вариант 111

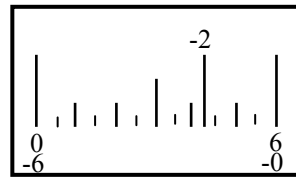
1. Что такое теодолит?
2. Зарисуйте схему осей теодолита.
3. Зарисуйте отсчет по вертикальному кругу 2Т30 – $2^{\circ}17'$.
4. Чему равна цена деления теодолита 2Т30?
5. Для его выполняются поверки?
6. Как выполняется поверка цилиндрического уровня?
7. *Вычислите коллимационную погрешность для 2Т30, если отсчеты KL $10^{\circ}22'$, $KП$ $190^{\circ}28'$. Сделайте вывод.
8. Как исправить место нуля?
9. *Вычислите горизонтальный угол измеренный способом приемов, если $KL_1 = 100^{\circ}11'$, $KL_2 = 145^{\circ}56'$. Чего не хватает?
10. *Отсчет по вертикальному кругу при KL равен $5^{\circ}12'$. Каким должен быть отсчет при $KП$, чтобы $M0 = 1'$?
11. Описать влияние на измерение горизонтального угла невыполнение поверки коллимационной погрешности.
12. Как устранить влияние на измерение горизонтального угла неисправности цилиндрического уровня?
13. *Вычислите угловую величину отклонения конструкции от вертикальности, если ее высота 20 м, а отклонение верха от низа 56 мм.
14. Какие погрешности за невыполнения поверок не компенсируются измерениями при круге лево и круге право?
15. *Вычислить, на каком расстоянии S влияние невыполнения поверки равновеликости подставок меньше $1/3$ от точности теодолита 2Т30, при расхождении отсчетов по линейке в процессе проектирования при KL и $KП$ 6 мм.



Пример ответов на вопросы:

1. Прибор для измерения горизонтальных и вертикальных углов, а с дополнительными устройствами – магнитных азимутов, расстояний, превышений.
2. 1. Ось вращения теодолита
2. Ось цилиндрического уровня
3. Ось вращения трубы
4. Визирная ось трубы

3. Отсчет по ВК: $-2^{\circ}17'$.



4. Цена деления 2Т30 5 минут.

5. Для выявления степени пригодности прибора к измерениям.

6. Уровень выставляется параллельно двум подъемным винтам и выводится в середину. Алидада поворачивается на 180° и смотрят на сколько делений ушел уровень.

$$7. c = \frac{KL - KP \pm 180^{\circ}}{2} = \frac{10^{\circ}22' - 190^{\circ}28' - 180^{\circ}}{2} = -3' .$$

Погрешность больше допуска, при одном круге работать нельзя без ее учета.

8. Вычислить исправленный отсчет равный углу наклона и выставить его наводящим винтом по отсчетному устройству. Вернуть центр сетки нитей на марку исправительными винтами сетки.

$$9. \beta = KL_2 - KL_1 = 145^{\circ}56' - 100^{\circ}11' = 45^{\circ}45' .$$

Не хватает контрольных измерений при круге право.

$$10. MO = \frac{KL + KP}{2} ; \quad 2' = 5^{\circ}12' + KP; \quad KP = -5^{\circ}10' .$$

11. Коллимационная погрешность входит полностью со своим знаком в значение горизонтального угла, измеренного при одном круге.

12. Недопустимое отклонение поверки цилиндрического уровня при измерении горизонтального угла можно устранить введением поправки или исправлением цилиндрического уровня.

$$13. \varphi = \frac{\Delta}{S} \cdot \rho = \frac{0.056}{20} \cdot 206265'' = 9'38'' .$$

14. Только невыполнение поверки цилиндрического уровня.

15. Угловая величина отклонения $\varphi = \frac{\Delta}{2S} \cdot \rho$. Отсюда расстояние:

$$S = \frac{\Delta \cdot \rho}{2\varphi} = \frac{0.006 \cdot 206265''}{2 \cdot 10''} = 61.88 м$$

так как $1/3$ от точности теодолита 2Т30 – $10''$.

МОДУЛЬ 2

Введение

Второй модуль учебно-методического комплекса содержит 6 теоретических тем, 2 лабораторные работы и 2 контрольные точки для проверки теоретических и практических знаний. Из теоретических тем рассмотрены следующие:

1. Общие положения высотных измерений.
2. Средства высотных измерений.
3. Методы высотных измерений.
4. Линейные измерения. Средства и методы.
5. Графические измерения. Средства и методы.
6. Элементы оценивания результатов измерений.

Лабораторные работы называются «Высотные измерения и приборы» и «Изучение мензурного комплекта».

Цель модуля – дать теоретические и практические представления об основных средствах и методах высотных, линейных и графических измерениях, их первичной обработке и использовании для решения основной цели геодезии.

После изучения модуля студент должен знать:

- общие положения о высотных, линейных и графических измерениях;
- основные средства и методы высотных, линейных и графических измерений;
- основные подходы к первичной обработке результатов измерений;

После изучения модуля студент должен уметь:

- выполнять поверки основных средств для производства высотных, линейных и графических измерений;
- выполнять высотные, линейные и графические измерения не менее как двумя способами.

Контроль усвоения материала производится на основе двух контрольных точек: по теоретическому материалу и по лабораторной работе. По теории предварительно выдается шесть вопросов, на два из которых по вариантам студент должен дать исчерпывающие ответы. По практической части, после того, как лабораторная работа сдана и принята преподавателем, студент письменно отвечает на 15 вопросов, получая оценку в процентах по выполненной правильно части.

На модуль отводится 6 недель – 6 лекций и 6 пар лабораторных занятий (см. календарный план дисциплины).

2.1. Общие положения высотных измерений

Основные вопросы: высоты; виды уровенных поверхностей; нивелирование.

Высоты. Продолжим рассмотрение метрических протяженностей. Теперь для субъекта S , относительно объектов O_1 и O_2 , для вертикальной плоскости V , рассмотрим длины перпендикуляров h_1 и h_2 , до горизонтальной плоскости субъекта G_S (рис. 2.1).

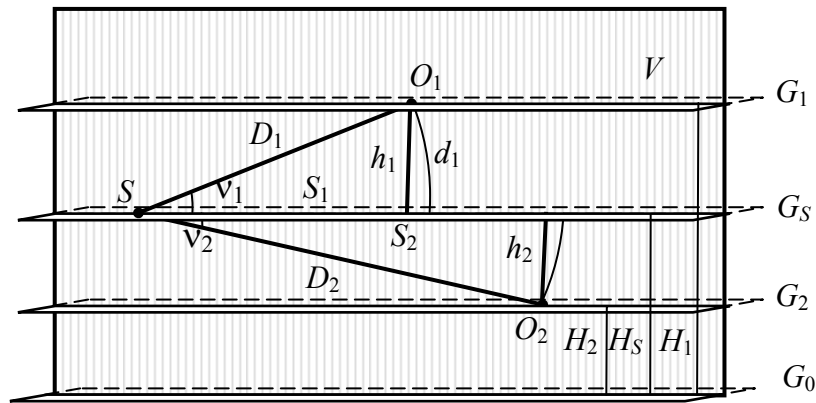


Рис. 2.1. Вертикальные линейные протяженности

Такого рода протяженности являются составной частью обеспечения основной цели геодезии: определения и использования геометрических характеристик и геометрических отношений объектов, так как именно они обеспечивают определение объекта по вертикали для всех видов топографо-геодезических работ. Кроме перечисленных h_1 и h_2 , можно выделить следующие величины: $h_1 + h_2 = h_{12}$, а также величины перпендикуляров до горизонтальных плоскостей G_2 , G_S , G_1 , от плоскости G_0 , принятой за начальную H_2 , H_S и H_1 соответственно. Не сложно заметить, что $h_1 = H_1 - H_S$, $h_2 = H_S - H_2$, откуда $H_S = H_1 - h_1$, $H_2 = H_S - h_2 = H_1 - h_1 - h_2$ и т.д. Принято вертикальные протяженности в виде перпендикуляра между двумя параллельными плоскостями, одна из которых принята за исходную (нулевую, уровенную), называть *абсолютными высотами* и обозначать H_k , где k – номер определяемой относительно исходной плоскости точки. Очевидно (рис. 2.1), что разности абсолютных высот дадут нам величины $h_{ij} = H_j - H_i$ именно в такой последовательности. Здесь i – номер начальной точки, j – конечной. Величина h_{ij} получила название разности высот, относительной высоты или *превышения* между точками i и j .

Виды уровенных поверхностей. Очевидно, что рис. 2.1 описывает ситуацию для локальной геодезии, то есть когда участок работ считается достаточно плоским и все перпендикуляры (вертикальные протяженности) параллельны между собой. Также параллельны и прямолинейны поверхности в виде плоскостей, проходящие через все определяемые по высоте точки. В общем случае (рис. 2.2) уровенные поверхности не являются плоскостями, например, для достаточно протяженного участка Земли, но параллельны между собой. А вот перпендикуляры, опущенные с поверхностей определяемых точек на исходную совершенно не параллельны, что вызывает определенные трудности при производстве высотных определений, так как требует учета *кривизны* Земли. За исходную уровенную поверхность принято принимать *среднюю высоту* колебаний уровня мирового океана, в какой-то его акватории. Например, для стран Европы это уровень Балтийского моря и система высот, отсчитываемая от нее, называется *Балтийской системой высот*.

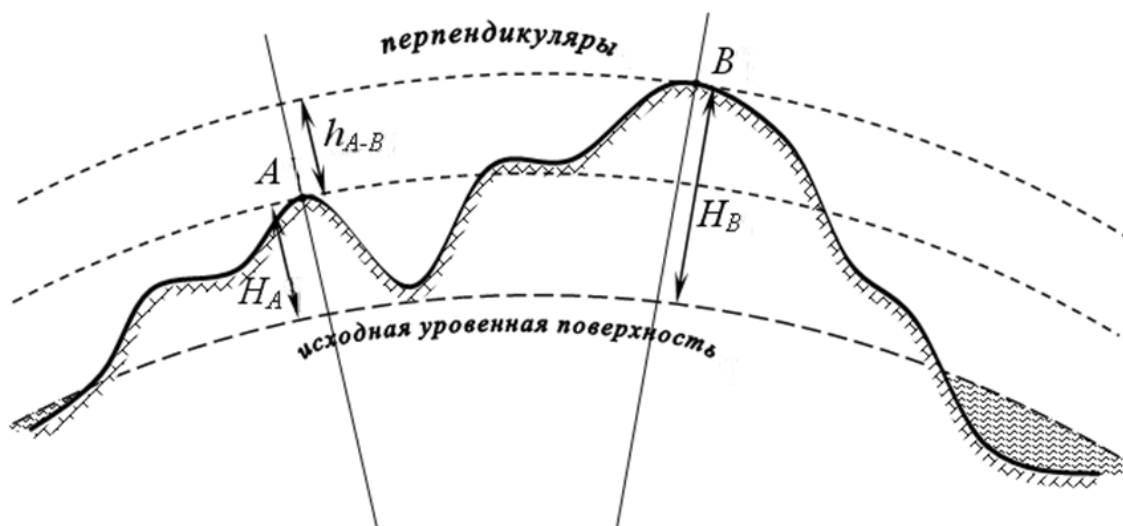


Рис. 2.2. Схема высотных определений на больших расстояниях

Нивелирование. Процедуру определения разности высот между точками (превышений) называют *нивелированием*. В общем случае классификация методов нивелирования следующая:

- а) по исполнению:
 - прямые;
 - косвенные;
- б) по физике процесса:
 - геометрические;
 - физические;

в) по точности:

- технические;
- точные;
- высокоточные.

Геометрические методы нивелирования в свою очередь делят на уровенные и тригонометрические, а физические на гидростатическое, барометрическое, стереофотограмметрическое и радиолокационное (аэроадионивелирование).

Уровенные методы основываются на задании каким-либо образом частных, параллельных между собой уровенных поверхностей, проходящих через определяемые точки и получении величины перпендикуляра между ними, который и является искомым превышением (см. рис. 2.1). При этом частные уровенные поверхности могут быть заданы как геометрически, так и физически. Обычно при уровенных методах дополнительно используют разного рода линейки. Тригонометрические методы основаны на получении превышения h_{ij} из тригонометрических соотношений в прямоугольном треугольнике (см. рис. 2.1), противолежащим катетом которого является определяемое превышение. Очевидно, что для определения превышения необходимо измерение вертикального угла и расстояния, то есть использовать теодолит и линейный мерный прибор.

Гидростатическое нивелирование основано на свойстве сообщающихся сосудов сохранять уровень воды постоянно горизонтальным при любых вертикальных перемещениях сосудов. При этом величина перемещения фиксируется по делениям на сосуде относительно уровня воды. Барометрическое нивелирование основано на получении превышений по разности атмосферных давлений в двух точках. Радиолокационное нивелирование основано на излучении и приеме электромагнитных волн, в результате обработки которых получают искомые величины. Стереофотограмметрическое нивелирование выполняется путем измерения модели рельефа местности, получаемой при рассматривании двух снимков одной и той же местности на специальных приборах, называемых аналоговыми фотограмметрическими приборами.

Часто к физическим методам относят *автоматическое нивелирование*, основа которого – гиросприборы, сохраняющие постоянным определенный уровень. Устройства размещают на средствах передвижения и в процессе нивелирования сразу вычерчивается на специальной ленте профиль по маршруту движения.

2.2. Средства высотных измерений

Основные вопросы: история развития высотных средств измерений; нивелир; устройство нивелира Н-3; нивелирные рейки и отсчеты по ним; поверки нивелира Н-3; поверки главного условия.

История развития высотных средств измерений. Как и для угловых измерений, принципы средств и методов высотных измерений были заложены в глубокой древности шумерами, египтянами и китайцами, но дополнены и систематизированы Героном Александрийским.

Древнейшие принципы высотных измерений заключались в том, что каким-либо образом задавалась горизонтальная поверхность, относительно которой жезлами измерялось вертикальное расстояние (превышение) между точками. При этом поверхности задавались как геометрически, с использованием отвесов и треугольников (рис. 2.3), так и физически, на основе свойств воды сохранять горизонт при наклонах. Наиболее знамениты в этом отношении *диоптра Герона* и чисто нивелирный прибор *хоробата Витрувия* (рис. 2.4). В общем, во времена Герона добавилась только линейка с делениями (рис. 2.5). Например, нивелирование в Египте выполнялось с ошибкой ± 8 см на 200 м и это не лучший результат.



Рис. 2.3. Древнейшие геометрические горизонтирующие устройства

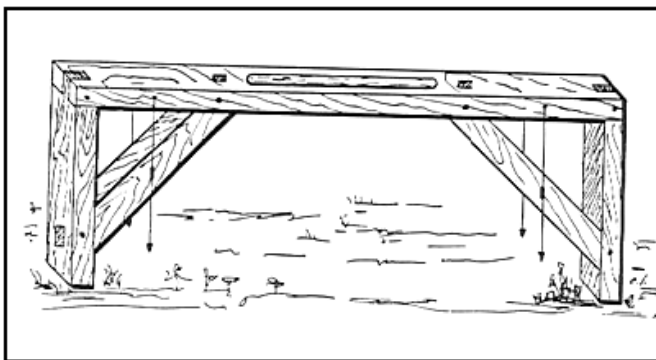


Рис. 2.4. Хоробата Витрувия

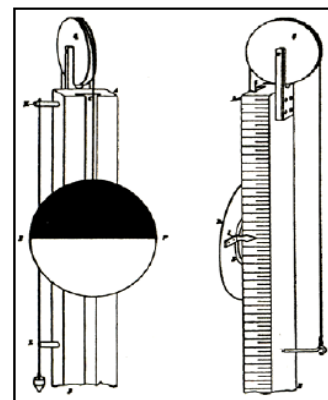


Рис. 2.5. Нивелирные рейки Герона

В эпоху возрождения широко использовались для горизонтирования маятниковые устройства. Наиболее известно устройство *Пикара* (1674 г.) длиной около 1,3 м. Но решающую роль в развитии инструментов для ни-

велирования и вообще всех приспособлений для установки геодезических инструментов в горизонтальное положение сыграло изобретение в 1662 г. парижским механиком *Тевено* цилиндрического (трубчатого) уровня. Нивелирные инструменты того времени уже имели выдвижной окуляр, элевационный винт и юстировочное устройство.

В 1770 г. Иоганн Майер в Геттингене впервые применил для приблизительной установки инструментов в горизонтальное положение круглый уровень.

В 1915 г. Леонтовский сконструировал четырехколесную тележку, снабженную прибором, вычерчивавшим профиль пройденного пути.

Конструкторы инструментов также не оставляли попыток автоматизировать приведение визирной оси нивелира в горизонтальное положение. Созданная в 1790 г. Клаустальской горной академией зрительная труба с маятниковым устройством давала возможность производить нивелирование со средней квадратической ошибкой ± 10 мм на километр хода. Только в 1946 г. Г.Ю. Стодолкевич (СССР) создал самоустанавливающийся нивелир с уровненным компенсатором, который, наконец, оказался практически работоспособным. Новую эру в нивелиростроении открыло создание в 1950 г. заводом точных приборов в Оберкохене инструмента Ni-2, снабженного вместо уровня механическим компенсатором, после чего на рынке геодезических приборов появилось большое количество различных нивелиров с компенсаторами. Они облегчили нивелирование и повысили его производительность, поэтому стали постепенно вытеснять нивелиры прежней конструкции, снабженные цилиндрическими уровнями.

Нивелир. Приборы для определения разности высот между точками принято называть *нивелирами*. Основная задача нивелира – с необходимой точностью и устойчиво *задавать горизонтальную поверхность* центром сетки нитей при вращении прибора вокруг вертикальной оси.

В маркировке нивелира первая буква Н. По стандарту в основу классификации нивелиров положены два признака: точность измерений и конструктивное исполнение. Точность в мм помещается на втором месте после буквы Н в маркировке. По точности нивелиры разделяются на высокоточные – Н-05, точные – Н-3 и технические – Н-10. Точность прибора показывает допустимую погрешность измерения превышения на 1 км двойного нивелирного хода. После точности в маркировке может присутствовать буква, показывающая наличие дополнительного устройства К – компенсатора, Л – лимба для измерения горизонтальных углов с точностью до 5'. Например, нивелир марки Н-3КЛ. По исполнению нивелиры делят на

нивелиры с уровнем, с компенсатором и электронные. Нивелиры с компенсатором постепенно вытесняют нивелиры с уровнем, так как их использование позволяет повысить производительность работ примерно на 10 – 15 %. Чаще всего используются компенсаторы в виде свободно подвешенных качающихся зеркал или призм. В комплект с нивелиром входят две нивелирные рейки.

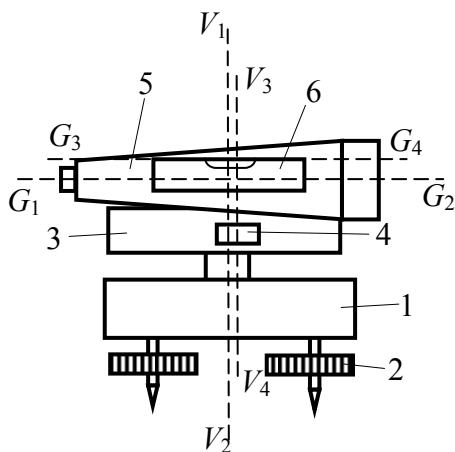


Рис. 2.6. Общая схема нивелира и его осей

- вертикальную ось вращения прибора $V_1 - V_2$,
- вертикальную ось круглого уровня $V_3 - V_4$,
- горизонтальную визирную ось прибора $G_1 - G_2$,
- горизонтальную ось цилиндрического уровня $G_3 - G_4$.

Основные характеристики нивелира:

- погрешность измерения превышения, мм
 - на км двойного хода 3
 - на станции (плечо не более 100 м) 2
- увеличение зрительной трубы 30×
- расстояние визирования 2 – ∞
- цена деления уровня:
 - цилиндрического ($''/2$ мм) 15
 - круглого ($'/2$ мм) 10
- масса, кг 2

Зрительная труба с внутренней фокусировкой дает обратное изображение предмета. В комплект входят две нивелирные рейки РН-3000С – рейки нивелирные трехметровые, складные.

Устройство нивелира Н-3. Рассмотрим детально устройство нивелира Н-3. Прибор (рис. 2.7, а) состоит из двух частей: верхней и нижней.

В качестве основного топографического нивелирного прибора рассмотрим нивелир Н-3. Общая схема нивелира имеет следующий вид (рис. 2.6).

Нивелир имеет подставку 1, на которой расположены снизу подъемные винты 2, а сверху ложе 3 с вертикальной осью. На ложе расположен круглый (установочный) уровень 4 и зрительная труба 5 с цилиндрическим уровнем 6. Из осей у прибора выделяют:

– вертикальную ось вращения прибора $V_1 - V_2$,

– вертикальную ось круглого уровня $V_3 - V_4$,

– горизонтальную визирную ось прибора $G_1 - G_2$,

– горизонтальную ось цилиндрического уровня $G_3 - G_4$.

Основные характеристики нивелира:

- погрешность измерения превышения, мм
 - на км двойного хода 3
 - на станции (плечо не более 100 м) 2
- увеличение зрительной трубы 30×
- расстояние визирования 2 – ∞
- цена деления уровня:
 - цилиндрического ($''/2$ мм) 15
 - круглого ($'/2$ мм) 10
- масса, кг 2

Зрительная труба с внутренней фокусировкой дает обратное изображение предмета. В комплект входят две нивелирные рейки РН-3000С – рейки нивелирные трехметровые, складные.

Устройство нивелира Н-3. Рассмотрим детально устройство нивелира Н-3. Прибор (рис. 2.7, а) состоит из двух частей: верхней и нижней.

Верхнюю часть составляют зрительная труба 13, цилиндрический уровень и призмная система, позволяющая вывести изображение концов пузырька уровня в поле зрения, расположены в коробке 1, опорная площадка 10 с осью, круглый уровень 8 с тремя юстировочными винтами (рис. 2.8, б) и винты: закрепительный 3, наводящий 4 и элевационный 9. На корпусе трубы имеется мушка 2 для грубого наведения на рейку и кремальера 11 для фокусирования. Резкого изображения сетки нитей добиваются вращением диоптрийного кольца окуляра 12. Нижняя часть – подставка 7 с тремя подъемными винтами 6, на нижние концы которых надета пружинящая пластинка 5, имеющая втулку с резьбой под становой винт штатива.

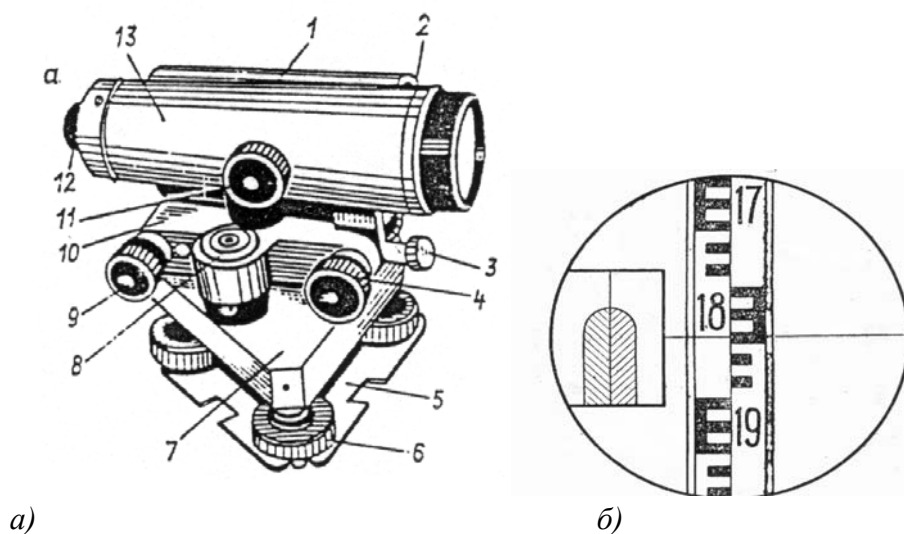


Рис. 2.7. Нивелир Н-3: а – устройство; б – поле зрения трубы

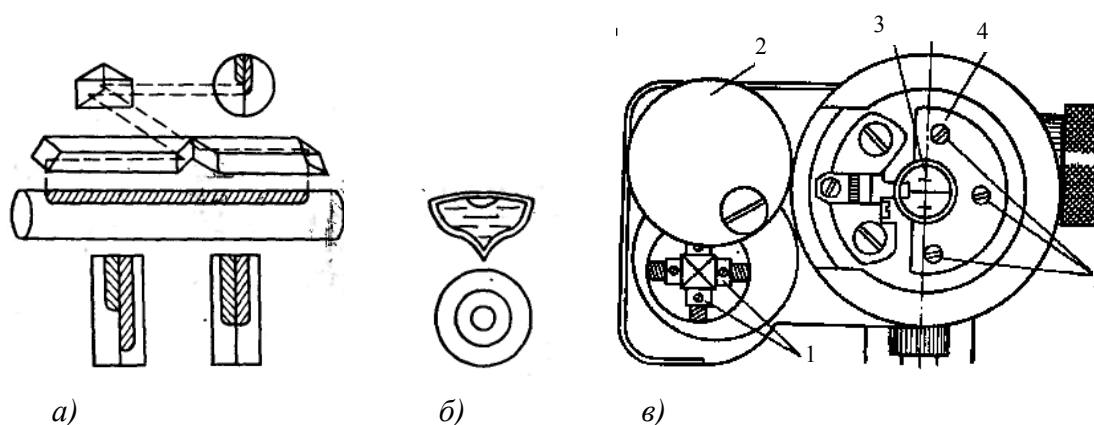


Рис. 2.8. Некоторые детали нивелира: а – контактный уровень, б – круглый уровень, в – крепления уровня и сетки нитей; 1 – юстировочные винты цилиндрического уровня; 2 – крышка; 3 – сетка нитей; 4 – металлическая пластина; 5 – крепежные винты сетки нитей

Ампула уровня оборудована термостатом, обеспечивающим постоянную длину пузырька уровня при изменении температуры. Приведение концов пузырька уровня в оптический контакт осуществляется в два прие-

ма. Вначале подставка нивелира грубо приводится в горизонтальное положение по круглому уровню вращением всех трех подъемных винтов. Затем, действуя элевационным винтом, приводят в нуль-пункт пузырек цилиндрического уровня. При этом, должен соблюдаться оптический контакт, то есть две видимые половинки уровня в поле зрения трубы должны быть совмещены, как показано на рис. 2.7, б. Цилиндрический уровень имеет 4 юстировочных винта, закрытых крышкой (см. рис. 2.8, в).

Ампула цилиндрического уровня заключена в оправу, предназначенную для крепления и защиты от внешней среды. Для регулировки уровня имеются исправительные винты. У круглых уровней ампула имеет сферическую форму. На верхней поверхности ампулы нанесена одна или две концентрические окружности, центр которых – нуль-пункт круглого уровня. Осью этого уровня является радиус сферы, опущенный из нуль-пункта. Если пузырек уровня находится в нуль-пункте, то ось круглого уровня занимает отвесное положение. Для регулировки круглого уровня имеются исправительные винты.

В основу контактного уровня (рис. 2.8, а) положен цилиндрический уровень, снабженный системой призм и линз, позволяющей получать совмещенное изображение концов его пузырька для удобства работы. Пузырек уровня находится в нуль-пункте, если изображения половин двух концов пузырька совпадают по вертикали в поле зрения трубы (см. рис. 2.7, б).

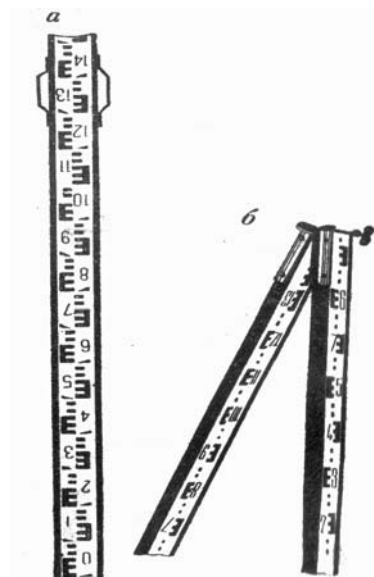


Рис. 2.9. Нивелирные рейки

Нивелирные рейки и отсчеты по ним.

Нивелиры требуют тщательной установки по уровню и постоянного контроля положения пузырька уровня при взятии отсчетов. Взятие отсчетов производится по *нивелирной рейке*, входящей в комплект нивелира. Рейка служит мерным инструментом при определении превышений. Она представляет собой деревянный брусок шириной 8 – 10 см и толщиной 2 – 3 см. Чтобы рейка не коробилась, ее делают двутаврового сечения. Сверху рейки покрывают белой краской, концы оковывают металлическими пластинками. Рейки бывают цельные и складные (рис. 2.9).

При нивелировании технической точности применяются складные рейки. Они состоят из двух частей, скрепленных между собой шарниром. Нижняя часть металлической оковки рейки называется *пяткой*. Для удоб-

ства удерживания рейка может иметь две ручки, а для установки в отвесное положение – круглый уровень. Длина цельной рейки 3 м, складной – 3 или 4 м. Рейки называются односторонними, если деления нанесены на одной стороне, и двухсторонними при наличии делений на двух сторонах. Рейки бывают со штриховыми делениями и шашечные. При техническом нивелировании применяются рейки с шашечными делениями.

Двухсторонние шашечные рейки имеют на одной стороне поочередно черные и белые шашки (черная сторона), а на другой стороне – красные и белые (красная сторона). Цена наименьшего деления шкалы рейки (шашки) – 1 см. Дециметровые деления рейки оцифрованы. На рейках с сантиметровыми делениями первые пять шашек каждого дециметра объединены, наподобие буквы Е. Это сделано для облегчения отсчета. На черных сторонах реек нуль делений обычно совпадает с пяткой рейки. На красных сторонах реек с пяткой совпадает отсчет, больший 4000 мм (например, 4685, или 4785). Таким образом, отсчеты по двум сторонам одной и той же рейки не будут одинаковыми, а их разность – постоянная величина, называемая *пяточной разностью*. Это позволяет контролировать качество отсчетов. Для выполнения нивелирования технической точности подбирается комплект реек, значения пяток которых по красным сторонам совпадают. Отсчеты по рейкам берут по среднему штриху сетки нитей в миллиметрах, оценивая доли сантиметра на глаз, и записывают в виде четырехзначного числа без запятых. При этом первые две цифры – число дециметров, отсекаемых средней нитью по рейке, третья – число целых сантиметров, четвертая – миллиметры на глаз. Например, на рис. 2.7, б, отсчет по рейке будет 1844 мм.

Отсчет по рейке с помощью нивелира Н-3 берется в следующем порядке:

1. Наводят зрительную трубу нивелира на рейку, совмещая вертикальную нить сетки с осью рейки. Фокусируют изображение рейки и сетки нитей.
2. Элевационным винтом совмещают изображение концов пузырька цилиндрического уровня.
3. В момент совмещения концов пузырька уровня берут отсчет по рейке по средней горизонтальной нити с точностью до 1 мм.

Следует учитывать, что у нивелира Н-3 обратное изображение и деления в поле зрения прибора будут нарастать *сверху вниз*.

Проверки нивелира Н-3. Проверки нивелира Н-3 выполняют для выявления его отступлений от геометрических условий, положенных в основу конструкции прибора. Начинают их с проверки *внешнего состояния* нивелира, его *комплектности* и *работоспособности*.

Проверку внешнего состояния и комплектности нивелира производят осмотром. Визуально проверяют чистоту оптических деталей зрительной трубы, контрастность и четкость одновременного изображения нитей сетки, концов пузырька контактного уровня. Убеждаются в отсутствии коррозии и дефектов на приборе, которые могут затруднить работу с прибором. Комплектность нивелира должна соответствовать указанной в паспорте нивелира.

Проверку работоспособности нивелира и взаимодействие его подвижных узлов производят опробованием. При опробовании обращают внимание на исправность всех частей нивелира, отсутствие качаний в подъемных, наводящих и закрепительных винтах; плавность вращения окуляра, элевационного винта. Проверяют исправность зеркала подсветки уровня и крепления всех подвижных частей нивелира и стопорных винтов. Юстировочные винты должны занимать среднее положение. При проверке нивелира с компенсатором необходимо убедиться, что подвесная система компенсатора и демпфер работают.

Проверяют исправность штатива, убеждаются, подходит ли становой винт к нивелиру. Подтягивают все винты и гайки на штативе и проверяют его устойчивость. Для этого нивелир устанавливают на штатив и приводят его в рабочее положение; наводят трубу на рейку и запоминают по ней отсчет. Затем слегка нажимают на головку штатива, после чего опять отсчитывают по рейке. При устойчивом штативе отсчеты по рейке и положение пузырька незначительно отличаются от первоначального. Если отсчеты различаются значительно, то следует установить и устранить причины неустойчивости штатива.

Проверки геометрических условий:

Название: Проверка круглого (установочного) уровня.

Геометрическое условие: Ось круглого уровня должна быть параллельна оси вращения нивелира.

Ось круглого уровня – нормаль к поверхности шлифовки уровня в точке нуль-пункта.

Выполнение: Зрительную трубу устанавливают параллельно любой паре подъемных винтов. Тремя подъемными винтами приводят пузырек круглого уровня в нуль-пункт (рис. 2.10). При этом наиболее целесообразно привести пузырек уровня двумя подъемными винтами 1 и 2 на линию *AB*, а затем винтом 3 в нуль-пункт.

Затем поворачивают верхнюю часть нивелира вокруг вертикальной оси на 180° . Если после этого пузырек уровня останется в центре ампулы, или не выходит за вторую концентрическую окружность, то условие выполнено.

Выводы: При выполнении условия круглый уровень можно использовать для приближенного горизонтирования нивелира и длины хода элевационного винта хватит, чтобы выставить цилиндрическим уровнем горизонтальную поверхность с максимальной возможностью прибора. В противном случае пузырьки приводят в первоначальное положение, перемещая его на первую половину дуги отклонения при помощи юстировочных винтов уровня к нуль-пункту, а на другую половину – подъемными винтами. После этого проверку повторяют до выполнения условия.

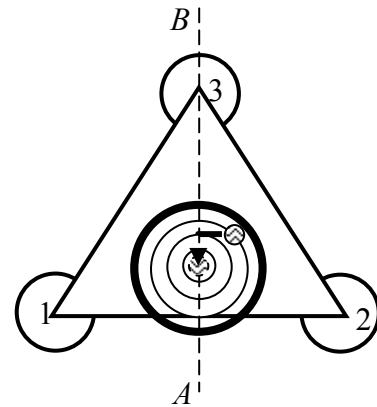


Рис. 2.10. Схема проверки круглого уровня нивелира

По окончании проверки юстировочные винты надежно закрепляют.

Название: Проверка правильности установки сетки нитей зрительной трубы.

Геометрическое условие: вертикальная нить сетки при среднем положении пузырька уровня совпадает с отвесной линией, а горизонтальная нить сетки перпендикулярна к вертикальной оси нивелира.

Выполнение: На расстоянии 10 – 15 м от нивелира закрепляют отвес. Приводят нивелир в рабочее положение и наводят вертикальную нить сетки на нить отвеса. При совпадении нити отвеса с вертикальной нитью сетки нитей по всей длине условие выполняется.

При проверке правильности установки горизонтальной нити сетки, приведя нивелир в рабочее положение, наводят краем горизонтальной нити на четко видимую цель, находящуюся на удалении около 10 м от нивелира. Медленно перемещают в горизонтальной плоскости зрительную трубу наводящим винтом и следят, не отклоняется ли горизонтальная нить с выбранной цели.

Эту проверку можно провести и следующим образом: наводят правый край поля зрения трубы нивелира на рейку, установленную на расстоянии порядка 40 м и берут отсчет a по среднему штриху сетки нитей. Повернув прибор, наводят трубу на рейку левым краем поля зрения и берут второй отсчет b по среднему штриху. Если отсчеты a и b отличаются не более чем на 2 мм, то условие выполняется.

Выводы: при выполнении условия сетка нитей пригодна для визирования и снятия отсчетов.

В противном случае, если один конец вертикальной нити сетки отклоняется от нити отвеса более чем на 1 мм (определяется линейкой), или

разность отсчетов более 2 мм, установку сетки нитей исправляют. Для этого отвинчивают винты (под отвертку), крепящие окулярную часть, и отсоединяют ее от корпуса трубы, тем самым освобождают доступ к оправе сетки нитей. Ослабив винты 16 (рис. 2.8, в), крепящие оправу, слегка поворачивают ее до совпадения изображения вертикальной нити сетки и нити отвеса. После этого винты закрепляют и устанавливают на место окулярную часть. Проверку повторяют, чтобы убедиться, что вертикальная нить установлена правильно.

Проверка главного условия. *Название:* Проверка правильности установки цилиндрического уровня при трубе (главного условия).

Геометрическое условие: Ось цилиндрического уровня должна быть параллельна оси визирования зрительной трубы.

Выполнение: Проверку правильности установки цилиндрического уровня выполняют в два последовательных этапа:

а) отвесная плоскость, проходящая через ось цилиндрического уровня, должна быть параллельна отвесной плоскости, проходящей через визирную ось зрительной трубы;

б) проекция на отвесную плоскость угла непараллельности i между осью цилиндрического уровня и визирной осью трубы должна быть не более установленной величины (по инструкции – 20").

Для проверки первого условия нивелир устанавливают в 50 м от рейки, при этом один подъемный винт подставки должен быть направлен в сторону рейки. Тщательно горизонтируют прибор, совмещая элевационным винтом концы пузырька уровня, фокусирующим винтом добиваются четкого изображения и записывают отсчет. Далее подъемными винтами дают боковой наклон оси прибора (примерно на два полных оборота винта), следя при этом, чтобы отсчет по рейке не изменялся, и отмечают положение концов пузырька уровня. Те же операции необходимо проделать при боковом наклоне оси в противоположную сторону. Если в обоих случаях концы пузырька уровня остаются в совмещенном положении или смещаются в обоих случаях в одинаковом направлении, установка уровня считается правильной.

Проверку второго условия следует проводить одним из следующих способов:

- нивелированием вперед (рис. 2.11);
- нивелированием из середины в сочетании с нивелированием вперед (рис. 2.12).

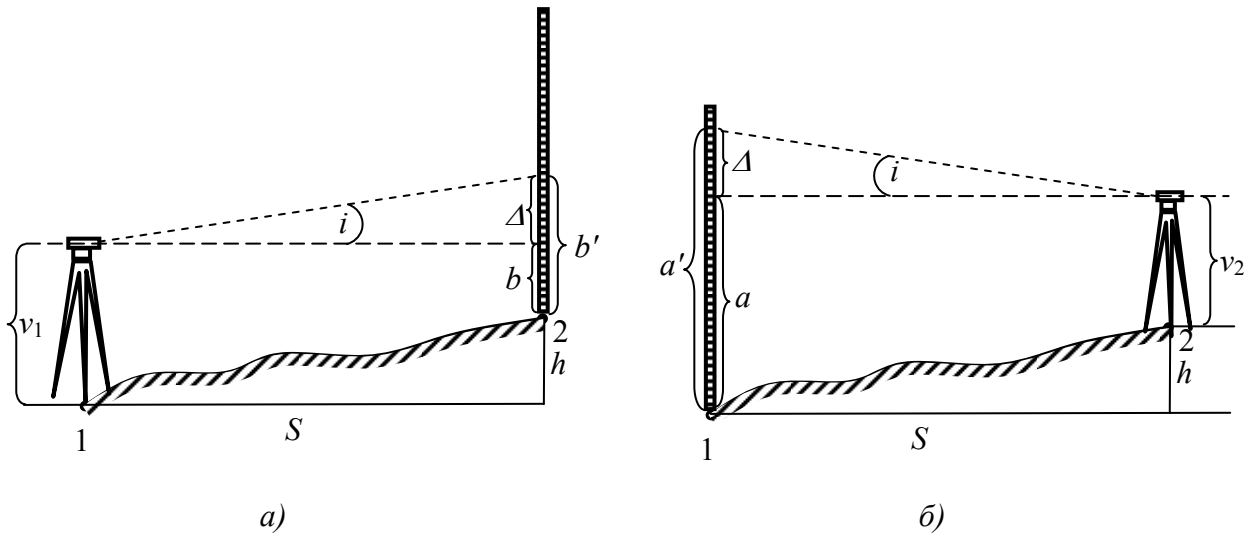


Рис. 2.11. Схема определения угла i при нивелировании вперед

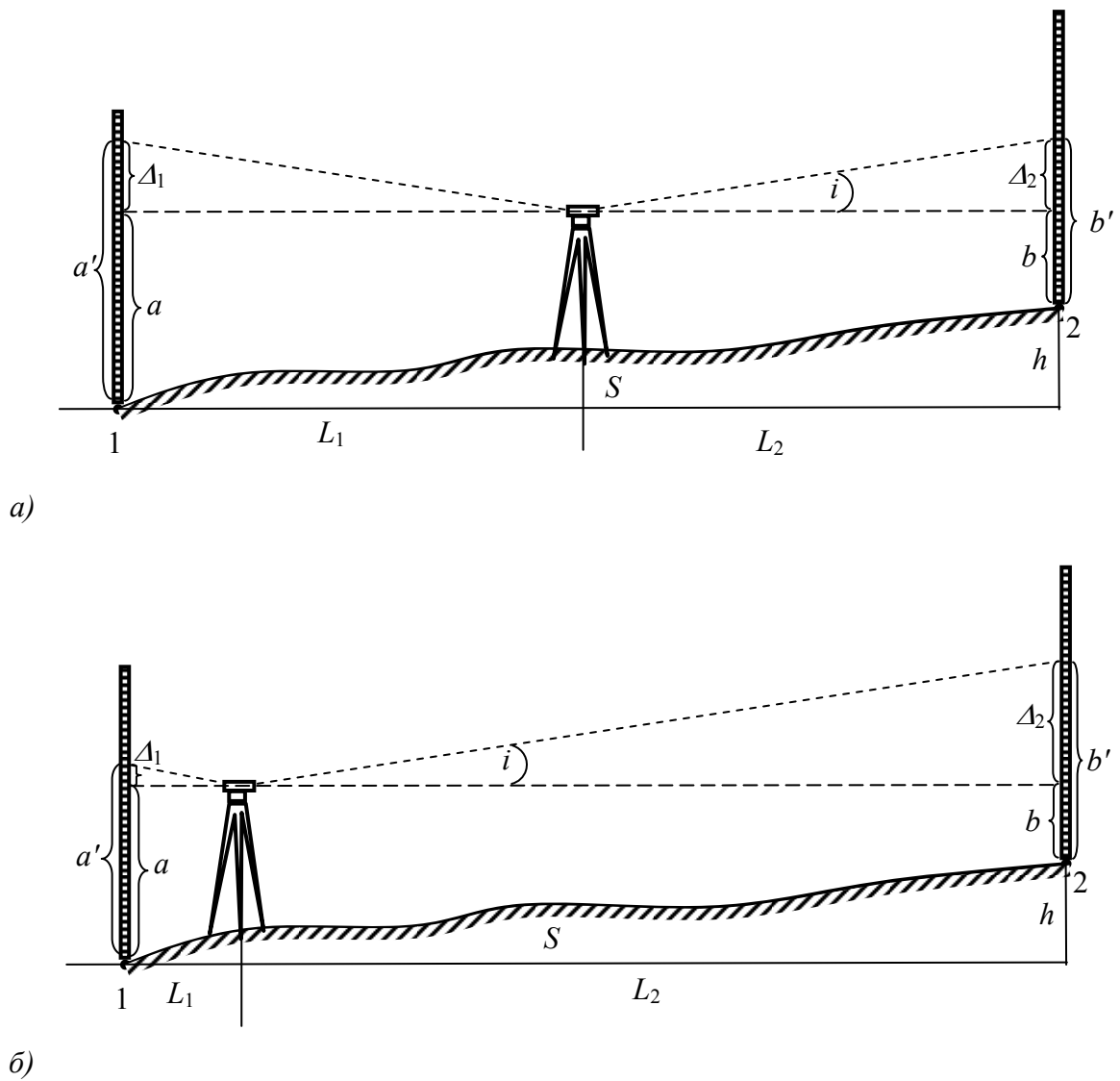


Рис. 2.12. Схема проверки главного условия нивелира (определения угла i) при нивелировании из середины в сочетании с нивелированием вперед

Количество приемов при каждом способе измерений должно быть не менее трех. В каждом приеме определяют угол i . За окончательное значение угла i принимают среднее арифметическое из всех результатов. Расхождение отдельных значений угла i не должно превышать $5''$.

Способ нивелирования вперед основан на принципе двойного нивелирования двух точек 1 и 2, закрепленных на местности колышками или кольями на расстоянии около 50 м. Нивелир устанавливают над одной из точек, приводят его в рабочее положение, измеряют высоту прибора v_1 над точкой 1 и берут отсчет по рейке, установленной в точке 2. Очевидно (см. рис. 2.11, а) что отсчет должен быть b (условие параллельности выполняется), но мы предполагаем невыполнение условия и поэтому имеем отсчет b' . Превышение h со своим знаком будет:

$$h = v_1 - b = v_1 - b' + \Delta. \quad (2.1)$$

Зная точно превышение h и расстояние S , в принципе можно получить величину Δ и угол i . Но на практике поступают следующим образом. Меняют местами нивелир и рейку и повторяют все операции, получая высоту v_2 и отсчет a' вместо точного a (см. рис. 2.11, б). В этом случае имеем:

$$h = a - v_2 = a' - \Delta - v_2. \quad (2.2)$$

приравнявая уравнения (2.1) и (2.2) получаем значение Δ :

$$\Delta = \frac{v_1 - b'}{2} + \frac{v_2 - a'}{2} = \frac{a' + b'}{2} - \frac{v_1 + v_2}{2}, \quad (2.3)$$

которая не должна превышать ± 4 мм. Значение угла i из (2.3) и рис. 2.11 вычисляют по формуле:

$$i'' = \frac{\Delta}{S} \cdot \rho'', \quad (2.4)$$

где Δ и S должны быть в одних единицах;

$\rho = 206265''$ – число секунд в радиане. Зная, что длина луча нивелирования для получения технической точности без искажения результатов за кривизну Земли примерно 50 – 60 м, а величина $\Delta \leq \pm 4$ мм, для угла i из (2.4) получаем допустимое значение в $20''$.

В лаборатории второе условие поверки можно выполнить методом кондукторов. Для этого закрепляют металлические линейки на противоположных стенах лаборатории на одном уровне от пола. Нивелир устанавливают на станции, приводят его в рабочее положение, берут отсчеты a и b , соответственно по дальней и ближней линейкам. Если отсчеты одинаковы или различаются на 1 мм, то условие поверки выполняется.

При использовании для поверки нивелирования из середины в сочетании с нивелированием вперед, поступают следующим образом. На достаточно ровной местности закрепляют кольями точки 1 и 2 (рис. 2.12, а), на-

ходящиеся в 50 – 70 м друг от друга, и устанавливают нивелир на одинаковом расстоянии до точек. Расстояние от прибора до рейки называют *плечом*. В данном случае плечи $L_1 = L_2$. Приводят ось вращения прибора по круглому уровню в отвесное положение и берут отсчеты по рейке в точке 1 и точке 2, предварительно перед каждым отсчетом приводя элевационным винтом пузырек контактного уровня в нуль-пункт. Очевидно, что при выполнении условия параллельности оси цилиндрического уровня и визирной оси нивелира, в качестве отсчетов будут взяты отсчеты a и b , а превышение будет $h = a - b$. Предполагая, что условие не выполняется на угол i , вместо точных отсчетов будем иметь $a' = a + \Delta_1$ и $b' = b + \Delta_2$, а превышение:

$$h = a' - b' = a + \Delta_1 - b - \Delta_2. \quad (2.5)$$

Не сложно доказать, что так как плечи $L_1 = L_2$, то $\Delta_1 = \Delta_2$. В этих условиях из предыдущего уравнения $h = a' - b' = a - b$. Измерения из центра производят с контролем, получая превышения, или по черной и красной сторонам рейки, или меняя высоту инструмента. При разнице между ними менее 4 мм берут среднее и считают его эталонным $h_{эм}$, так как даже без соблюдения условия параллельности мы имеем не обремененное погрешностью значение.

На следующем шаге нивелир переносят на станцию, расположенную вблизи одной из точек, например, 1 (см. рис. 2.12, б), на расстоянии наименьшего визирования (2 – 3 м), и берут отсчеты на рейке точек 1 и 2. При наших предположениях о непараллельности, вместо точных отсчетов a и b опять будем иметь $a' = a + \Delta_1$ и $b' = b + \Delta_2$, а превышение по формуле (2.5). В этом случае $\Delta_1 \neq \Delta_2$ и разность между эталонным $h_{эм}$, и полученным при значительном нарушении равенства плеч превышении, может достигать значительной величины (см. рис. 2.12, б). Если же их разность менее 4 мм, то условие параллельности считается выполненным. При необходимости угол I вычисляют по формуле (2.4), приняв в качестве Δ разность эталонного и контрольного превышений.

Возможен и другой вариант. Вычисляют фактическую и допустимую разности превышений между точками 1 и 2 по формулам:

$$\Delta = (b_2 - b_1) - (a_2 - a_1), \quad (2.6)$$

$$\Delta_{дон.} = 0,1S/2, \quad (2.7)$$

где a_1, a_2 – отсчеты на рейку в точке 2 из середины и при нарушении равенства плеч;

b_1, b_2 – отсчеты на рейку в точке 1 (к которой переносили прибор) из середины и при нарушении равенства плеч.

При $\Delta < \Delta_{дон.}$ условие считается выполненным.

Выводы: При выполнении условия, цилиндрический уровень в заданных пределах хорошо определяет горизонтальную поверхность и им можно приводить прибор в горизонтальное положение. С другой стороны, выполнение условия позволяет без значительных погрешностей производить измерения с любого (не превосходящего допуску) расстояния до реек с нарушением равенства плеч.

В противном случае должна быть выполнена юстировка уровня с помощью вертикальных исправительных винтов 12 (см. рис. 2.8, в) при цилиндрическом уровне 2 (см. рис. 2.7, а), предварительно ослабив один из горизонтальных исправительных винтов 12. При юстировке необходимо на дальнюю рейку выставить элевационным винтом исправленный отсчет, при котором будет нулевое отклонение от параллельности. Из рис. 2.12, б видно, что этот отсчет $b_{исп.} = b = b' - \Delta$. Очевидно, что пузырек цилиндрического уровня уйдет из нуля-пункта, то есть в поле зрения нарушится контакт. Тогда, используя шпильку и вертикальные юстировочные винты цилиндрического уровня, его возвращают в середину, сохраняя выставленный отсчет. Поверку следует повторить и убедиться, что значение Δ (или угол i) не превышает допустимой величины.

Иногда при работе нивелиром требуется проверить правильности смещения визирной оси при перефокусировке зрительной трубы. В этом случае зрительную трубу нивелира наводят на рейку, тщательно фокусируют и берут отсчет. Затем изображение расфокусируют головкой кремальерного устройства, снова тщательно фокусируют и берут новый отсчет. Разность отсчетов не должна превышать 1 мм, в противном случае неисправность устраняется в мастерской.

2.3. Методы высотных измерений

Основные вопросы: геометрические уровенные методы нивелирования; тригонометрические методы нивелирования; основные погрешности при определении превышений; работа на станции при определении превышений.

Геометрические уровенные методы нивелирования. К основным методам высотных измерений в геодезии относят виды *геометрического нивелирования*, а именно, *уровенное* и *тригонометрическое*. Вспомним, что при уровенном подходе, каким-либо способом задается достаточно устойчивая *горизонтальная плоскость* (линия), относительно которой замеряются верти-

кальные расстояния от нее до определяемых точек. Разность этих расстояний и даст искомую разность высот между точками, или *превышение*.

Из уровенных методов выделяют два: нивелирование *из середины* и нивелирование *вперед*.

При определении превышения h точки 1 над точкой 2 (рис. 2.13) геометрическим нивелированием из середины, устанавливают в них в отвесном положении рейки, а между ними, по возможности на одинаковом расстоянии – нивелир, но не обязательно на одной линии (в *створе*). Приводят визирную ось зрительной трубы инструмента в горизонтальное положение. Наведя последовательно зрительную трубу нивелира на рейки, снимают отсчеты a и b , численные значения которых соответствуют вертикальным расстояниям вдоль отвесных линий (реек) от точек 1 и 2 до визирного луча.

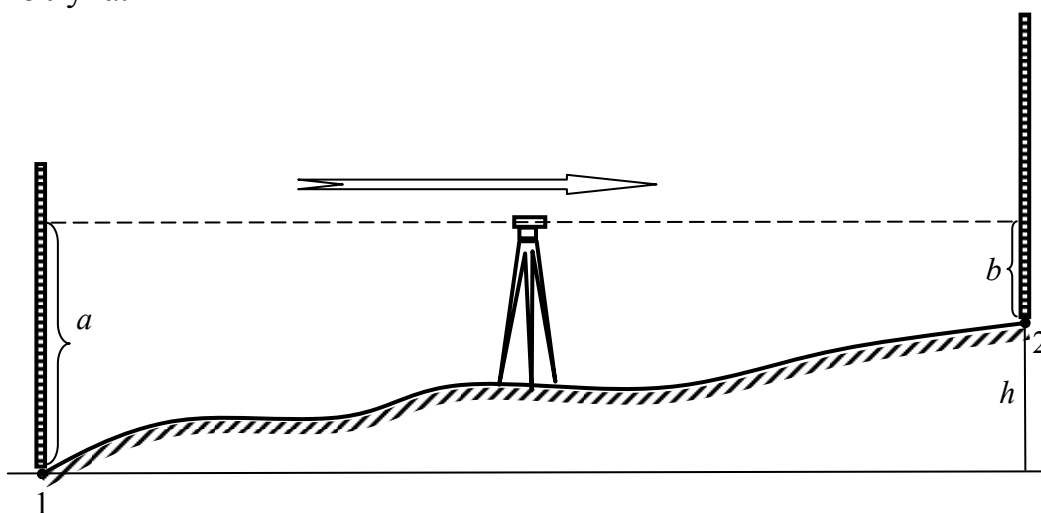


Рис. 2.13. Уровенное нивелирование способом из середины

Из рис. 2.13 видно, что превышение $h = a - b$.

Преышение будет положительным при $a > b$ и отрицательным при $a < b$. При этом, обязательно выбирается направление движения, например, по стрелке от 1 к 2. Теперь можно ввести правило для определения преышения со своим знаком.

Правило: Чтобы получить преышение со своим знаком (движение вверх «+», движение вниз «-»), необходимо из отсчета на заднюю рейку вычесть отсчет на переднюю рейку.

Для контроля повторяют измерение или поменяв сторону рейки, или изменив высоту инструмента. Для технического нивелирования, если значения преышений из двух измерений не отличаются более чем на 4 мм, то берут среднее без десятых долей, округляя результат по правилу Гаусса к четному целому.

Для определения превышения нивелированием вперед нивелир устанавливают так, чтобы окуляр зрительной трубы находился на одной отвесной линии с точкой 1 (рис. 2.14). Приводят визирную ось зрительной трубы в горизонтальное положение, измеряют с помощью рейки или рулетки высоту инструмента i и берут отсчет по рейке b .

Тогда из рис. 2.14 превышение $h = i - b$.

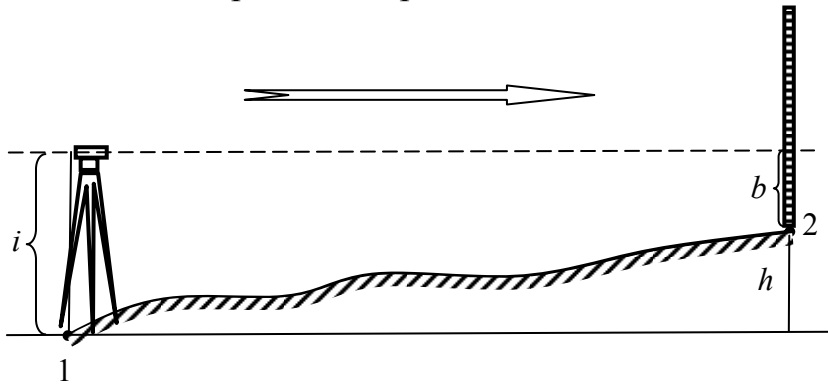


Рис. 2.14. Уровненное нивелирование способом «вперед»

Тригонометрические методы нивелирования. При *тригонометрическом* методе геометрического нивелирования используются тригонометрические соотношения в прямоугольном треугольнике. При этом вертикальные углы измеряют теодолитом, а расстояния – или лентой или нитяным дальномером теодолита. Очевидно, что и в нем может использоваться методика «из середины» и «вперед».

При тригонометрическом нивелировании вперед (рис. 2.15), отцентрировав теодолит над точкой 1, измеряют высоту инструмента i . Наводят центр сетки нитей теодолита на любую точку рейки, установленной вертикально на точке 2. По рейке замеряют высоту наведения v и при двух кругах снимают отсчеты по вертикальному кругу, вычисляя угол наклона ν . Каким либо способом получается горизонтальное расстояние S между точками 1 и 2. Теперь из рис. 2.15 имеем $i + h' = h + v$, но $h' = S \cdot \text{tg}(\nu)$, откуда:

$$h = S \cdot \text{tg}(\nu) + i - v. \quad (2.8)$$

Формула (2.8) называется *основной тригонометрической формулой*. Превышения при тригонометрическом способе нивелировании получают дважды, в прямом и обратном направлении. Если расхождение не более 4 см, то берут среднее, которое и является окончательным результатом.

Очень часто при производстве тригонометрического нивелирования центр сетки нитей наводят на рейке на величину, равную высоте инструмента i . В этом случае в формуле (2.8) сокращается количество арифметических операций, что может быть существенно при большом объеме измерений.

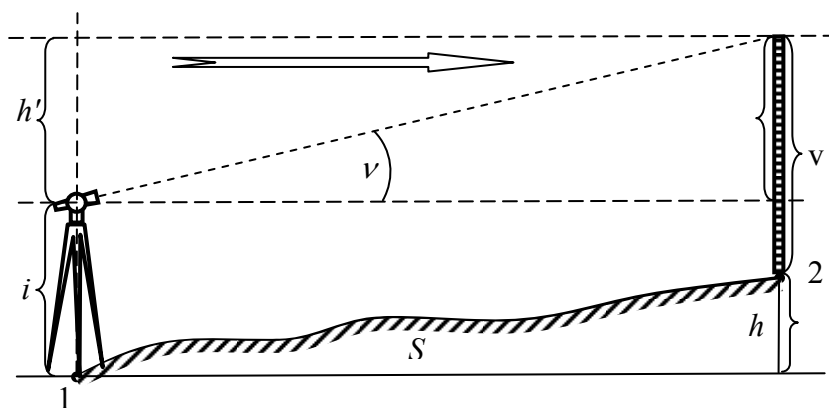


Рис. 2.15. Тригонометрическое нивелирование способом «вперед»

При разного рода съемочных работах, расстояние между точками может определяться встроенным в теодолит нитяным дальномером. В этом случае расстояние S будет равно:

$$S = D' \cdot \cos^2(\nu),$$

(см. раздел «Методы линейных измерений»). Здесь D' – наклонное расстояние, полученное по нитяному дальномеру. Теперь из формулы (2.8) имеем:

$$h = D' \cdot \cos^2(\nu) \cdot \operatorname{tg}(\nu) + i - \nu = 0,5D' \cdot \sin(2\nu) + i - \nu. \quad (2.9)$$

Тригонометрический способ из середины применяется реже, так как более трудоемок и состоит в следующем. Установив теодолит где-то между точками 1 и 2 измеряют расстояние S и угол наклона ν на эти точки. При этом высота инструмента i не замеряется (рис. 2.6), так как и для 1 и для 2 точки на станции она одинакова. Тогда из формулы (2.8) получаем h_1 – превышение между станцией и точкой 1 (заметим, что против движения) и h_2 – превышение между станцией и точкой 2 (по движению). Очевидно, что общее превышение есть сумма частных с учетом направления движения:

$$\begin{aligned} h &= h_2 - (-h_1) = S_2 \cdot \operatorname{tg}(\nu_2) + i - \nu_2 - (S_1 \cdot \operatorname{tg}(-\nu_1) + i - \nu_1) = \\ &= S_1 \cdot \operatorname{tg}(\nu_1) + \nu_1 + S_2 \cdot \operatorname{tg}(\nu_2) - \nu_2 \end{aligned} \quad (2.10)$$

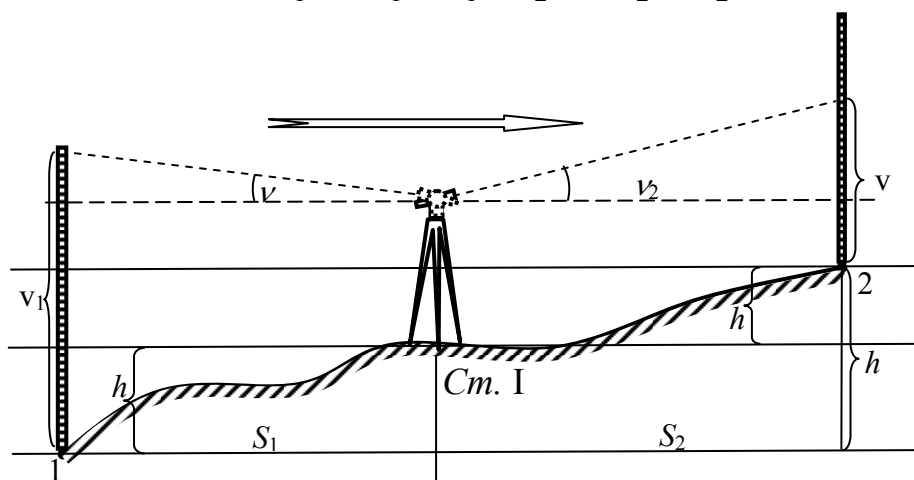


Рис. 2.16. Тригонометрическое нивелирование способом «из середины»

Таким образом, образуется правило: чтобы получить превышение тригонометрическим нивелированием из середины, надо от переднего превышения вычесть заднее относительно точки стояния со своими знаками.

Из формулы (2.10) возможны разного рода упрощения: $v_1 = v_2$, $S_1 = S_2$. Углы наклона или превышения в формуле брать с вычисленными знаками.

Основные погрешности при определении превышений. Основные погрешности, действующие на определение превышения, это погрешность установки визирного луча в горизонтальное положение, погрешность снятия отсчета – внутренние погрешности и погрешности за кривизну и рефракцию – внешние.

Очевидно, что погрешность $\Delta_{гор.}$ установки визирного луча в горизонтальное положение напрямую связана с углом i и зависит от расстояния S :

$$\Delta_{гор.} = S \cdot \operatorname{tg}(i) = S \cdot \frac{i''}{\rho''}. \quad (2.11)$$

Например, для расстояния $S = 50$ м и угла $i = 15''$, из (2.11) имеем $\Delta_{гор.} = 4$ мм, что уже достаточно много и должно корректироваться или уменьшением длины, или угла i , или использованием методики из середины.

Погрешность снятия отсчета $\Delta_{отс}$ можно получить на основании того, что в нивелир с увеличением 30^\times можно различить точки под углом $60''/30^\times = 2''$. Тогда из формулы (2.11) на расстоянии 50 м будем иметь $\Delta_{отс} = 0.5$ мм. Но реально достижимая величина, примерно 1 мм, из-за ряда других факторов.

Погрешность за кривизну (см. раздел «Основные положения геодезии на плоскости») выразиться формулой:

$$\Delta_{кр.} = d^2 / 2R$$

на расстоянии d от рейки до прибора и при радиусе Земли R . Но визирный луч, распространяясь в атмосфере, проходит слои разной плотности, которые приближенно можно считать параллельными между собой и фигуре Земли. Таким образом, визирный луч приобретает дополнительный изгиб, который называют *рефракционным влиянием*. По аналогии с формулой для учета кривизны, но для дуги окружности радиуса R_1 , которая будет примерно показывать движение луча под действием рефракции, запишем

$$\Delta_{реф.} = d^2 / 2R_1. \quad (2.12)$$

Но радиус рефракционной кривой зависит от всех характеристик атмосферы и не может быть точно выражен. Для решения этой проблемы была введена величина:

$$K = R / R_1,$$

получившая название *коэффициента земного преломления*. Среднюю величину коэффициента обычно принимают равной 0,16. Тогда формула для учета рефракции примет вид:

$$\Delta_{\text{реф.}} = 0,16 \cdot \frac{d^2}{2R}. \quad (2.13)$$

Например, для расстояния в 50 м эта величина составит 0,03 мм, то есть пренебрегаемо мала.

Достаточно часто используют формулу для учета совместного влияния кривизны и рефракции $f = \Delta_{\text{кр}} - \Delta_{\text{реф.}}$. Тогда из предыдущих формул имеем:

$$f = 0,42 \cdot \frac{d^2}{R}. \quad (7)$$

Например, для расстояния в 50 м величина f только 0,2 мм, а на 100 – 0,7 мм, то есть достаточно малы чтобы учитываться при топографических работах.

Из вышесказанного можно сделать выводы, что основная погрешность, влияющая на точность получения превышения, это погрешность не горизонтальности визирного луча. Эта погрешность наибольшим образом проявляется при способах нивелирования «вперед» и должна сводиться к приемлемой величине или уменьшением угла i , или уменьшением расстояния S . При нивелировании способом «из середины» это влияние компенсируется. Но сама установка луча визирования в горизонтальное положение имеет погрешность. Например, при установке визирной линии трубы в горизонтальное положение по уровню с ценой деления 25" ошибка достигает 3" – 4". Для расстояния 100 м это приводит к ошибке отсчета по рейке 2 мм.

Кроме того, значительно компенсируется и влияние рефракции. Влияние кривизны Земли не значительно в пределах длин определенных для топографии и проявляется только при способах нивелирования «вперед», а при нивелировании способом «из середины» компенсируется.

Исходя из вышесказанного, основная погрешность, как и при угловых измерениях, это реальная погрешность снятия отсчета, которая обычно примерно в 2 раза хуже расчетной точности. Ошибка отсчета из-за ограниченной разрешающей способности трубы нивелира при увеличении $\nu = 25^x$ достигает 1,2 мм на 100 м расстояния. При этом следует учитывать, что с увеличением расстояния на отсчет очень влияет даже малейший наклон рейки, особенно в направлении визирования. Чтобы как-то учесть этот фактор используют небольшие «качания» рейки вперед-назад около вертикального положения, но при отсчетах меньше 1000 мм рейку качать нельзя. При покачивании рейки отсчеты по ней изменяются; наименьший отсчет является правильным.

Таким образом, общая ошибка отсчета по шашечной рейке нивелиром типа Н-3 оценивается в 4 мм на 100 м расстояния.

При производстве тригонометрического нивелирования измеряют расстояние (наклонное или горизонтальное), угол наклона, высоту инструмента и высоту наведения. Используя формулу (2.9) получаем искомое превышение. Не сложно заметить, что основные погрешности метода, это точность измерения угла наклона, расстояние до точки и точность определения высоты инструмента. Точность определения расстояния может быть порядка 10 – 20 см. Например, при расстоянии 50 м, превышении порядка 2 м, точности измерения вертикального угла 1', а расстояния 10 см, точность определения превышения будет порядка 2 см, точности линейных измерений в 30 см – тоже порядка 2 см.

Работа на станции при определении превышений. Рассмотрим последовательность работы на станции при производстве самого распространенного вида нивелирования, геометрического нивелирования из середины:

– установив рейки на измеряемые точки, помещают нивелир так, чтобы на них была хорошая видимость, то есть определяем станцию (см. рис. 2.13);

– выбираем направление движения;

– приводят круглый уровень в центр;

– наводим сетку нитей прибора на заднюю рейку так, чтобы вертикальная нить сетки нитей пересекала ее посередине;

– элевационным винтом нивелира приводим цилиндрический уровень в середину (производим контакт);

– снимаем отсчет по средней горизонтальной нити прибора по черной стороне рейки (отсчет 1) и заносим результат в стандартный журнал геометрического нивелирования (табл. 2.1);

– наводим трубу на переднюю рейку и выведя цилиндрический уровень в центр, снимаем отсчет по черной стороне рейки (отсчет 2), занося результат в журнал;

– переворачиваем рейку красной стороной и снимаем отсчет 3, выведя уровень, опять по передней рейке;

– наводим трубу на заднюю рейку и выведя цилиндрический уровень в центр, снимаем отсчет по красной стороне рейки (отсчет 4), занося результат в журнал;

– вычитая из заднего черного отсчета (1) передний черный (2), получаем значение превышения по черной стороне (5);

– вычитая из заднего красного отсчета 4, передний красный 3, получаем значение превышения по красной стороне (6);

– если различия превышений не более допустимой величины, например 4 мм, берут среднее (7), округляя по Гауссу до целого четного и переводя результат в метры;

Зная высоту начальной точки и превышение между ней и следующей точкой, можно легко вычислить ее высоту как алгебраическую сумму.

Таблица 2.1

Журнал измерений превышений

Станция	Точка наведения	Отсчеты		Превышение	Среднее превышение	Отмет-ки
		задний	передний			
1	2	3	4	5	6	7
1	ПП-2(1)	1437 (1)		1,173 (5)	1,172 (7)	117,452
		6219 (4)				
	2		0264 (2)	1,170 (6)		118,624
			5049 (3)			

Последовательность работы на станции при определении превышения тригонометрическим нивелированием из середины, может быть следующая:

– установив рейки на измеряемые точки, помещают теодолит так, чтобы на них была хорошая видимость, то есть определяем станцию (см. рис. 2.16);

– выбираем направление движения;

– горизонтируем теодолит;

– наводим сетку нитей прибора на заднюю рейку, на какой либо отсчет v (например, на высоту инструмента i) при круге лево;

– при необходимости немного корректируют цилиндрический уровень;

– снимаем отсчет по средней горизонтальной нити прибора по вертикальному кругу (отсчет 1) и по дальномерным нитям (отсчет 2 и 3), заносим результат в журнал, например, вида табл. 2.2;

– наводим трубу на переднюю рейку и повторяем все операции, занося результат в журнал (отсчет 4, 5, 6);

– переворачиваем теодолит на круг право и производим те же отсчеты опять по передней рейке (отсчет 7, 8, 9);

– наводим трубу на заднюю рейку и заканчиваем измерения снятием отсчетов по вертикальному кругу и по дальномерным нитям при круге право, занося результаты в журнал (отсчет 10, 11, 12);

– вычисляем 2 расстояния от станции до задней точки по дальномерным отсчетам и берем среднее S_1 (отсчет 13);

– вычисляем 2 расстояния от станции до передней точки по дальномерным отсчетам и берем среднее S_2 (отсчет 14);

- вычисляем угол наклона v_1 из станции до задней точки на основе отсчетов по вертикальному кругу (15);
- вычисляем угол наклона v_2 из станции до передней точки на основе отсчетов по вертикальному кругу (16);
- вычисляем превышение h_1 на основе формулы (2.14) (17);
- вычисляем превышение h_2 на основе формулы (2.14) (18);
- используя правило, что превышение общее h_{1-2} есть разность между передним и задним частными превышениями со своими знаками, получаем конечный результат (19).

Высоты наведения, инструмента и превышения получают до сантиметров. Возможно получение расстояния по нитяному дальномеру непосредственно (см. раздел «Методы линейных измерений»).

Таблица 2.2

Журнал измерений превышений

Станция	Точка наведения	Высота наведения	Круг	Расстояние	Отсчеты по ВК угол v°'	Неполные превышения	Полное превышение	Отметки
1	2	3	4		5	6		7
I	1	1.10 $i = v$	КЛ	1246 (2) 0015 (3)	- 0 52 (1)	- 0.36 (17)	+ 1,15 (19)	117,42
			КП	1459(11) 1226(12)	+0 54 (10)			
				23,2(13)	- 0 53(15)			
	2	1.10 $i = v$	КЛ	1985 (5) 0721 (6)	+1 43 (4)	+ 0.79 (18)		118,57
			КП	2103 (8) 0837 (9)	-1 41 (7)			
				26,5(14)	+1 42(16)			

2.4. Линейные измерения. Средства и методы

Основные вопросы: общие положения линейных измерений; линейные измерения лентой; измерение длин нитяным дальномером; прямые методы линейных измерений; косвенные методы линейных измерений.

Общие положения линейных измерений. Закончим рассмотрение метрических протяженностей. Теперь для субъекта S , относительно объектов O_1 и O_2 , для горизонтальной плоскости осталось рассмотреть линейные протяженности D_1 , D_2 и l (рис. 2.17, а), а также их проекции на горизонтальную плоскость S_1 и S_2 (рис. 2.17, б). Очевидно, что измерить возможно

только наклонные расстояния D , но так как они все будут находиться в разных плоскостях в зависимости от угла наклона ν , то для приведения их к одной плоскости, было принято в обработку принимать их *проекции* на горизонтальную плоскость G – расстояния S . Эти расстояния получили название *горизонтального проложения*, а процесс получения горизонтальных проложений – *приведения к горизонту*.

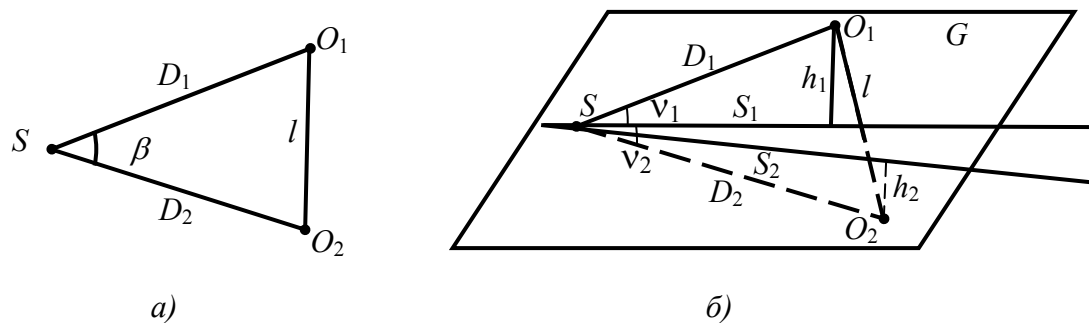


Рис. 2.17. Метрические линейные протяженности:
а – горизонтальная плоскость, б – вертикальная плоскость

Все протяженности этого рода можно свести к наклонным и горизонтальным, доступным и недоступным (неприступным) расстояниям. Расстояние l для точки стояния S можно считать неприступным.

Из рис. 2.17 можно выделить следующие методы получения расстояний:

– *прямые*, при которых мерный прибор непосредственно укладывается в определяемую величину;

– *косвенные*, в которых длина получается из тригонометрических соотношений в какой-либо фигуре по результатам измерений элементов этой фигуры. Например, из рис. 2.17, а, если необходимо получить длину l , а измерить ее непосредственно не представляется возможным, то измеряют угол β и наклонные расстояния D_1 и D_2 . По теореме косинусов вычисляется искомое наклонное расстояние l , и если есть необходимость, оно приводится к горизонту. Такого рода процедура часто называется *определением неприступного расстояния*.

Из косвенных линейных измерений выделяют аналитические (длиннобазисные) способы и инструментальные (дальномерные), куда входят и неприступные. При аналитическом способе в треугольнике (рис. 2.18, а) тщательно измеряется одна сторона b , принимаемая за основную (базис) и не менее двух внутренних углов, например, α и β . Требуемая длина стороны вычисляется из тригонометрических соотношений, обычно с использованием теоремы синусов. Отметим, что при вычислении неприступного расстояния обычно используется теорема косинусов.

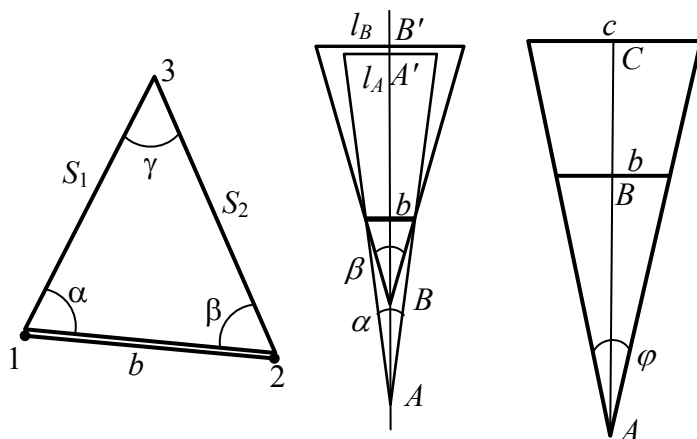


Рис. 2.18. Схемы определения расстояний: а – аналитическая, б – инструментальная с постоянным базисом b , в – инструментальная с постоянным углом φ

Инструментальные (дальномерные) методы делят на оптические и электронные. Оптические дальномеры бывают с постоянным базисом и с постоянным углом. Дальномеры с постоянным базисом b (рис. 2.18, б) требуют дополнительно или углы (например, α), или расстояния l , или того и другого. Дальномеры с постоянным углом φ (рис. 2.18, в) требуют дополнительно расстояний b или c .

Электронные дальномеры используют для определения расстояний электромагнитное излучение. Приборы делят на частотные, когда расстояние определяется через время прохождения излучения, и фазовые, когда расстояние определяется по сдвигу фаз между принятым сигналом и внутренним (калибровочным).

Перечисленные протяженности являются заключительной составной частью метрического обеспечения основной цели геодезии, и позволяют определить объект, как *по вертикали*, так и *по горизонтали* для всех видов топографо-геодезических работ.

Для геодезии достаточно значимым является вопрос: при каких углах наклона ν измеренное наклонное расстояние D , с достаточной точностью можно считать примерно равным горизонтальному проложению S . Из рис. 2.19 видно, что величина отклонения есть Δ , и равна:

$$\Delta = D - S = D - D \cdot \cos(\nu) = D(1 - \cos(\nu)). \quad (2.15)$$

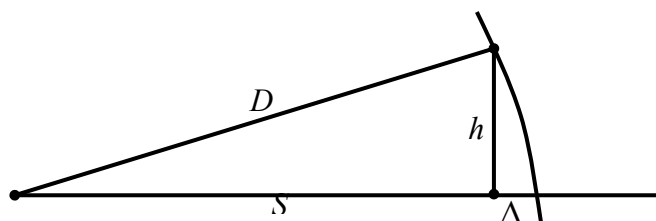


Рис. 2.19. Схема определения условий приведения линии к горизонту

При топографических работах разрешается погрешность измерения длины 1 см на 20 м, что может быть записано как

$$\frac{\Delta}{D} = \frac{1 \text{ см}}{20 \text{ м}} = \frac{1}{2000}.$$

Тогда формула (2.15) будет иметь вид

$$\frac{\Delta}{D} = \frac{1}{2000} = 1 - \cos(\nu), \quad (2.16)$$

откуда значение угла ν не должно превышать $1,5^\circ$. Если относительная точность измерений линий $1/400$, то есть 5 см на 20 м, то угол не более $4,5^\circ$.

В общем случае целесообразно использовать рис. 2.20 для получения нужных величин.

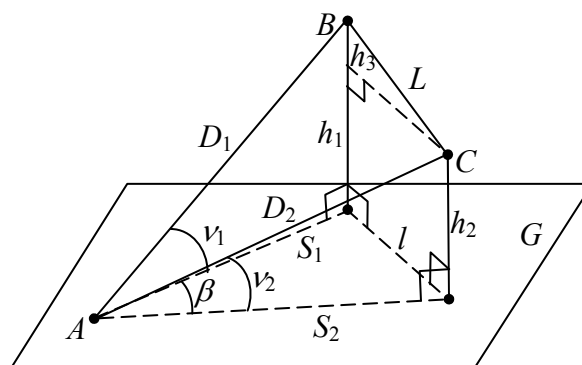


Рис. 2.20. Общая схема приведения длины к горизонту

Линейные измерения лентой. Для прямых линейных измерений с давних пор использовались части человеческого тела (пядь, стопа, локоть, сажень). К первым средствам линейных измерений относят также прут, жезл, веревку и цепь.

Современные линейные измерительные средства в геодезии это ленты и дальномеры.

Ленты используются для измерения расстояний от нескольких десятков до нескольких сотен метров на достаточно ровной поверхности, и заменили в конце XIX в. десятисаженные мерные цепи. В настоящее время применяются ленты длиной 20 и 24 м, реже 50 м. Ленты бывают штриховые, концевые и шкаловые. У штриховых лент нулевой штрих нарезан у крючка, в который при измерениях вставляют шпильку (рис. 2.21). У концевой ленты нуль совпадает с концом ручки, а у шкаловых лент первый и последний дециметр имеет шкалу с миллиметровыми делениями.

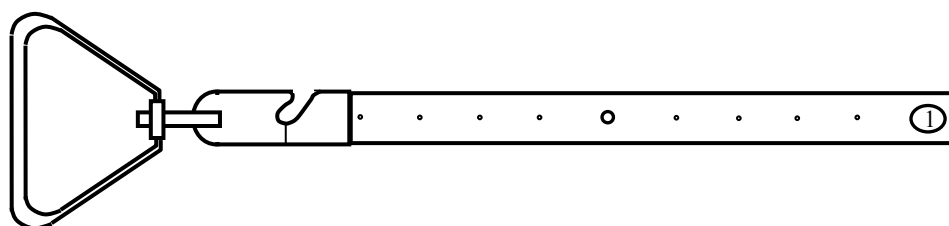


Рис. 2.21. Стальная мерная лента

У всех мерных лент метровые деления отмечены овальной пластинкой с цифрой, показывающей число метров от нулевого штриха с обеих сторон, полуметровые деления клепками без подписей и дециметровые – небольшим сквозным круглым отверстием. Таки образом, обычная цена деления мерной ленты – 10 см. Сантиметры при измерении отсчитывают на глаз.

Наибольшее распространение получили ленты землемерные ЛЗ-20 (см. рис. 2.21). Ленты относятся к механическим мерным приборам и представляют собой тонкую полоску стали, длиной двадцать метров, шириной 10 – 15 мм и толщиной 0,4 – 0,5 мм. За длину ленты принимается расстояние между штрихами, нанесенными на концевых пластинках у прорезей. Положение конечных штрихов ленты при измерении линии обозначают на земле. Для этого на концах ленты в пластинках против штрихов сделаны прорезы, через которые при измерении линий вставляют шпильки. К ленте прилагается комплект из 6 или 11 шпилек. Они изготавливаются из проволоки диаметром 5 мм длиной 30 см. В нерабочем состоянии лента наматывается на металлическое кольцо и закрепляется винтами. Для натяжения к ее концам прикреплены ручки (рис. 2.22, б).

Для измерений с повышенной точностью используют рулетки, которые отличаются от лент наличием сантиметровых, или миллиметровых делений по всей протяженности. Рулетки бывают: стальные, пластиковые, тесьмяные длиной 10, 30, 50, 100 метров. В геодезии можно применять первые две длиной 30, 50 и 100 метров с сантиметровыми и миллиметровыми делениями. Рулетки представляют собой узкую ленту со шкалой, намотанную на барабан, вращающийся при помощи ручки в корпусе в виде крестовины или вилки (рис. 2.22, а). Один конец рулетки закреплен в прорези барабана, на другом конце имеется кольцо для вытягивания намотанного на барабан полотна в процессе измерения.

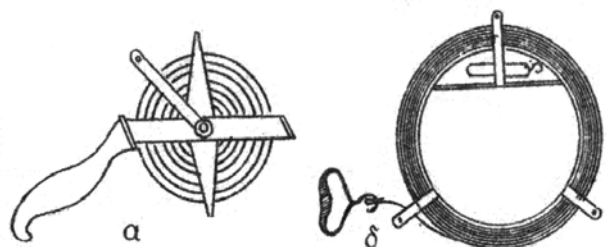


Рис. 2.22. Комплекты механических мерных инструментов: а – мерная рулетка, б – мерная лента

Как любой измерительный инструмент мерная лента требует проведения поверки, то есть выяснения насколько ее фактическая длина l_{ϕ} соответствует паспортной (номинальной) длине l_H . Этот процесс называют *компарирование* или *эталонирование* ленты.

Процедура сводится к определению до производства измерений поправки Δl к номинальной длине ленты l_H . Таким образом, фактическая длина рабочей ленты l_{ϕ} , которой необходимо производить измерения будет равна $l_{\phi} = l_H + \Delta l$, или $l_{\phi} = 20 + \Delta l$. Значение Δl называется *поправкой компарирования*, которая определяется путем сравнения длины рабочей ленты с нормальной лентой – эталоном, длина которой заранее очень хорошо известна. Компарирование мерных приборов выполняется при помощи специальной установки, называемой *компаратором*. Компараторы

бывают лабораторные и полевые. Полевой компаратор представляет собой отрезок определенной длины – *базис*, концы которого фиксируются штрихами и расстояние между которыми определяется с точностью в 3 – 5 раз выше чем требуемая точность компарируемой ленты. Если длина компаратора обозначена как S_K , а длина компаратора, измеренная рабочей лентой S_P , то поправку за компарирование можно определить как

$$\Delta l = \Delta S / n, \quad (2.17)$$

где $\Delta S = S_P - S_K$;

n – количество уложений рабочей ленты по длине компаратора. Для мерных лент целесообразно использовать точный двухметровый компаратор, но рабочей лентой производить несколько измерений, взяв в конце среднее.

При эталонировании лент рассматривают также погрешности за температуру и натяжение, которые для топографических работ, производимых лентой типа ЛЗ-20 пренебрежимо малы и основным фактором, определяющим точность измерений, является поправка за компарирование. Но и этой поправкой можно пренебречь, если она в относительном значении меньше чем $1/3M$, где M – знаменатель нормативной относительной погрешности измерений.

Например, для обычной точности линейных измерений в топографии 1 см на 20 м длины, или в относительной мере $1/2000$, имеем:

$$\frac{\Delta}{l} = \frac{1}{3M} = \frac{\Delta}{20} = \frac{1}{3 \cdot 2000},$$

откуда $\Delta \approx 3$ мм. Таким образом, при величине $\Delta l > 3$ мм, поправка за компарирование должна учитываться в результатах измерений.

Измерение длин нитяным дальномером. Из дальномеров для косвенного определения расстояний в локальной геодезии наибольшее распространение получил *нитяной дальномер*. Нитяной дальномер относится к дальномерам с постоянным параллактическим углом (углом, противолежащим базису) и переменной базой, и конструктивно соединен со зрительной трубой теодолита. Оптическая система трубы и два дальномерных штриха m и g на сетке нитей образуют постоянный параллактический угол φ , а вертикальная рейка – переменную базу (рис. 2.24). Расстояние между дальномерными нитями $p = \text{const}$. Схема нитяного дальмера показана на рис. 2.24. Требуется определить расстояние D от точки A , над которой центрирован теодолит (CA – его ось вращения), до точки B , в которой установлена дальномерная рейка R . Если рейка перпендикулярна линии визирования kOF_1K , то от точек m и g дальномерных нитей лучи пой-

дут параллельно оптической оси через объектив L зрительной трубы к рейке. Лучи преломятся в объективе L и, пройдя через его передний фокус F_1 , встретят рейку в точках M и G .

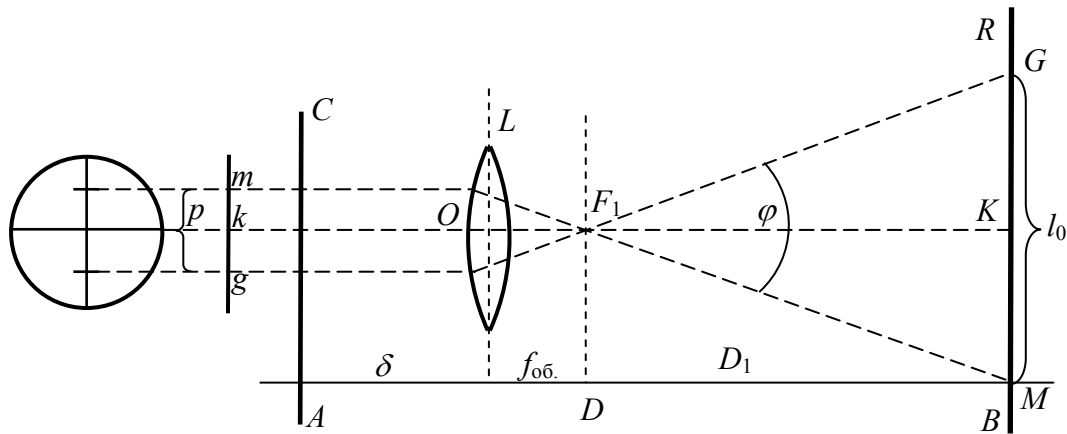


Рис. 2.24. Схема нитяного дальномера

Таким образом, наблюдатель будет видеть между дальномерными нитями mg отрезок MG рейки. Его длина l_o , измеренная в делениях рейки, является дальномерным отсчетом. Независимо от расстояния до рейки угол φ между лучами F_1G и F_1M остается постоянным. С изменением расстояния D до рейки будет изменяться дальномерный отсчет l_o , то есть число именованных делений дальномерной рейки. Согласно рис. 2.24 видно, что искомое расстояние:

$$D = D_1 + f_{об.} + \delta, \quad (2.18)$$

где $f_{об.}$ – фокусное расстояние объектива;

δ – расстояние от оси вращения теодолита до объектива. Расстояние D_1 является высотой треугольника F_1GM . Его можно определить по формуле:

$$D_1 = 1/2 l_o \times \text{ctg } \varphi / 2 \quad (2.19)$$

В формуле (2.19) обозначим постоянную величину $1/2 \text{ctg } \varphi / 2$ через C . Эта величина называется *коэффициентом дальномера* и может быть еще получена как f/p . Формула (2.19) примет следующий вид $D_1 = C \times l_o$. Подставив это значение в формулу (2.18), получим $D = C l_o + f_{об.} + \delta$, но учитывая, что величины $f_{об.}$ и δ для данного инструмента являются постоянными, и обозначив их сумму, называемую *постоянной нитяного дальномера* через c , то есть $f_{об.} + \delta = c$, имеем:

$$D = C \times l_o + c. \quad (2.20)$$

Этой формулой удобно пользоваться, когда коэффициент дальномера C является круглым числом. Чаще всего фокусное расстояние и расстояние между дальномерными штрихами подбирают так, чтобы $C = 100$.

В приборах с фокусным расстоянием 200 мм, таким образом, расстояние между дальномерными штрихами равно 2 мм. Тогда, при сантиметровых делениях рейки, дальномерный отсчет по ней в см, выразит расстояние в метрах. Постоянная нитяного дальномера c у современных приборов мала и не учитывается при измерениях. Теперь формула (2.20) примет вид:

$$D = 100 \times l_0. \quad (2.21)$$

Точность измерения расстояний нитяным дальномером 1:100 – 1:400.

Чтобы начать работу нитяным дальномером следует проверить как согласуется его паспортный коэффициент с реальным. Для этого можно по линии, на ровной местности, аккуратно отложить рулеткой несколько длин в 20, 40, 60, 80 м. Установив прибор с нитяным дальномером в начале линии, определить их по нитяному дальномеру, с использованием формулы (2.21), определяя для каждого i -того случая коэффициент дальномера, как:

$$C_i = S_i / l_{0i}. \quad (2.22)$$

Среднее из всех вариантов и принимают за конечное значение коэффициента.

Пусть отклонение в коэффициенте, приведет к отклонению в определении длины на величину. Тогда из:

$$(D + \Delta) = (C + \delta) \cdot l_0,$$

имеем:

$$\Delta = \delta \cdot l_0.$$

Выразив левую и правую части в относительной мере (то есть поделив их на D) и учитывая значение $D = C \cdot l_0$, получим:

$$\frac{\Delta}{D} = \frac{\delta \cdot l_0}{C \cdot l_0} = \frac{\delta}{C}. \quad (2.23)$$

Таким образом, для максимальной относительной меры точности определения расстояния нитяным дальномером $\Delta/D = 1/400$, из (2.23) имеем $\delta = 0,25$, то есть коэффициент должен отличаться от 100 не более чем на 0,25 единиц.

Прямые методы линейных измерений. Напомним, что при линейных измерениях выделяют прямые и косвенные методы. При прямых измерениях главными составляющими являются:

– соответствие длины мерного инструмента паспортному значению, то есть результаты компарирования;

– уложение мерного инструмента в створе (по одной линии) в горизонтальной плоскости;

– уложение мерного инструмента в створе в вертикальной плоскости, или (при невозможности этого) деление линии на несколько участков одного наклона (или измерение уступами).

В предыдущей части было получен результат, гласящий, что для измерения длины с технической точностью $1/2000$, отличие рабочей ленты от номинала не должно при компарировании превосходить 3 мм. Это условие должно выполняться неукоснительно, иначе все остальные методики не имеют смысла.

Очевидно, что процесс измерения будет минимально искажен, если мерный прибор укладывается точно по измеряемой линии (в створе) в горизонтальной плоскости, а не в виде петель или елочки. При длине линии порядка 100 метров в ее створе необходимо выставить несколько промежуточных вешек для ограничивания отклонений от створа в процессе измерения. Такого рода процедура получила название *вешение линий*. Можно выделить следующие способы вешения:

- вешение при наличии видимости между точками;
- вешение при отсутствии видимости между точками;
- вешение при невозможности стать на исходные точки.

Вешение при наличии видимости производится на глаз и инструментально. При провешивании на глаз выделяют способы «на себя» и «от себя». Для этого в створе измеряемой линии, совсем рядом с начальной и конечной точками устанавливаются две вешки. При вешении «на себя» наблюдатель стоит за передней вешкой *A*, а помощник движется к нему от задней рейки *B* (рис. 2.25). При этом наблюдатель устанавливает вешки помощника 1, 2 и так далее так, чтобы она каждый раз полностью закрывала дальнюю вешку и все предыдущие.

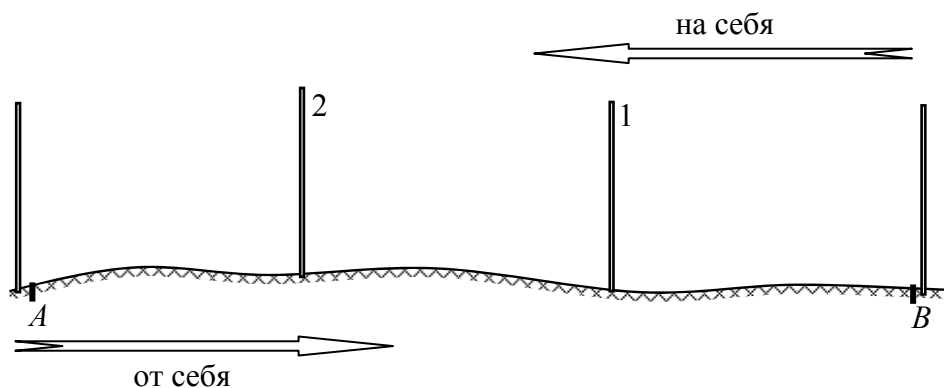


Рис. 2.25. Схема вешения линий «на глаз»

Вешение «от себя» производится таким же образом, но менее предпочтительно, так как поставленная прежде вешка не закрывает предыдущую и потому такое вешение менее точное, чем вешение «на себя».

Очевидно, что наиболее предпочтительным способом вешения, или просто укладки мерной ленты в створе, являются инструментальные способы. В этом случае на начальной точке центрируется теодолит, а на конечной,

в створе устанавливается вешка. При любом круге центр сетки нитей визируется на низ вешки и закрепляется алидада, а открепляется зрительная труба. Вешки теперь устанавливаются в створе по центру сетки нитей.

Вешение линии в случае отсутствия видимости между исходными точками, или невозможности с точки провести визирование, можно произвести следующим образом. На точки A и B устанавливаются вешки (рис. 2.26) и еще две вехи устанавливаются таким образом, чтобы из пункта 1 была видна веха на точке B , а из пункта 2 – на точке A . Далее, например, вешка 1 выставляется в створе линии $A-2$, но так, чтобы была видна точка B , а вешка 2 – в створе линии $1'-B$ с видимостью A , вешка 1 – в створе линии $A-2'$ и так далее до тех пор пока вехи 1 и 2 не выставляются в створе линии AB по гребню возвышенности.

Через большие возвышения вешение производится тремя вехами. Здесь две вехи на возвышенности последовательно переводят друг друга третьей вехой в створ провешиваемой линии. Схема способа представлена на рис. 2.27.

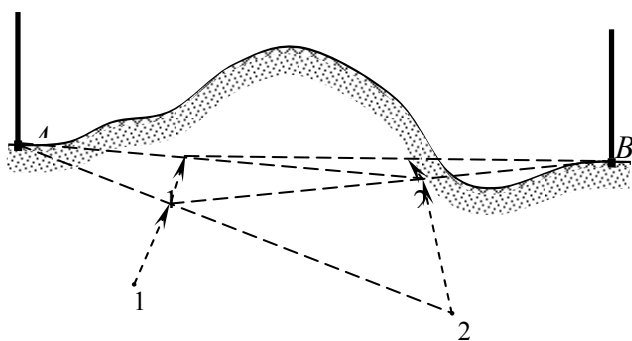


Рис. 2.26. Схема вешения линии при невозможности визирования с ее концов

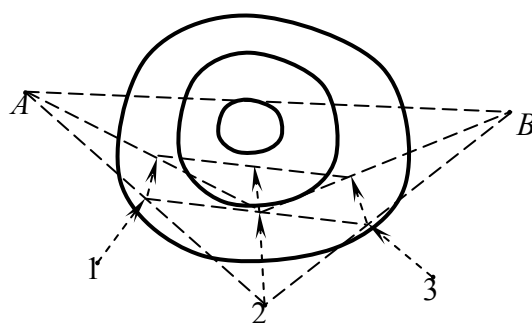


Рис. 2.27. Провешивание линии через препятствие тремя вехами

Второй фактор, влияющий на точность прямого измерения длины, это укладка мерной ленты в вертикальной плоскости. Самый простой случай, когда местность ровная и с наклоном менее вычисленного значения (рис. 2.28, *a*), при котором наклон можно не учитывать. Другой случай, когда местность по створу в вертикальной плоскости на протяжении всей длины изменяется равномерно (рис. 2.28, *б*), или часть достаточно горизонтальна, а часть достаточно равномерно изменяется (рис. 2.28, *в*). Самый общий и трудный случай, когда местность сильно изменяется произвольным образом (рис. 2.28, *г*). Для всех случаев достаточно прямолинейные участки измеряются в следующей последовательности. Выполняют два человека и при первом укладывании ленты передний, по указанию заднего, становится в створе измеряемой линии. Когда задний совместит

нулевой штрих ленты с началом линии, передний, встряхнув и натянув ленту в створе, вставляет в крючок ленты одну из шпилек, втыкая ее горизонтально в землю (рис. 2.29). После этого ленту перемещают вперед по линии и задний зацепляет ее своим крючком за шпильку. Направляя переднего по створу линии, повторяют процедуру, описанную выше.

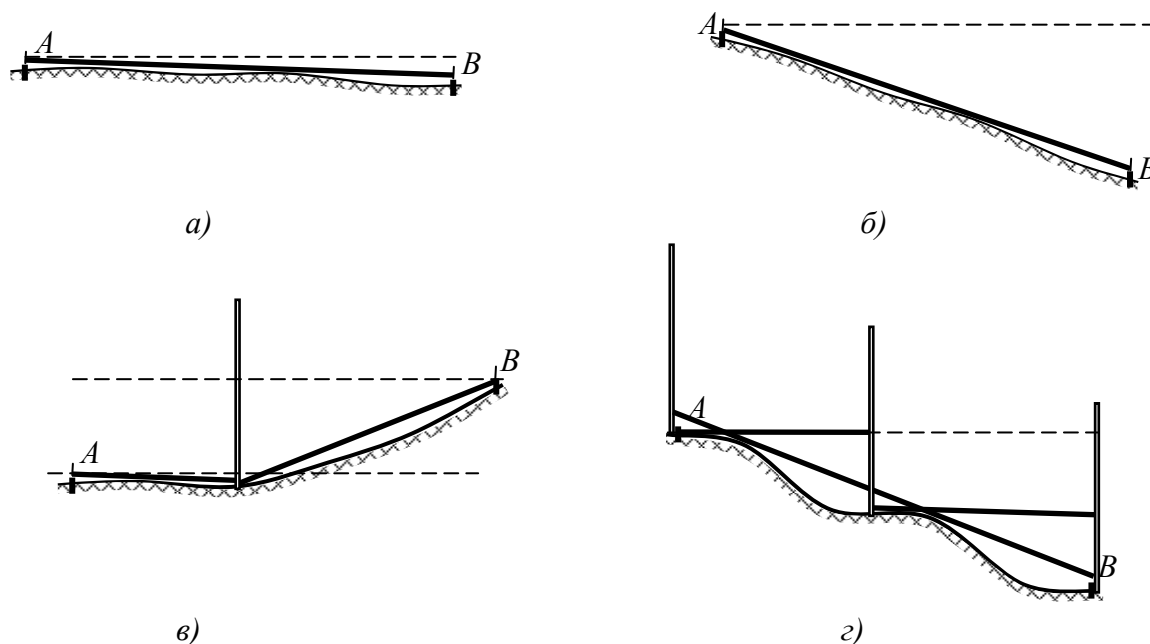


Рис. 2.28. Схемы укладки ленты по вертикали

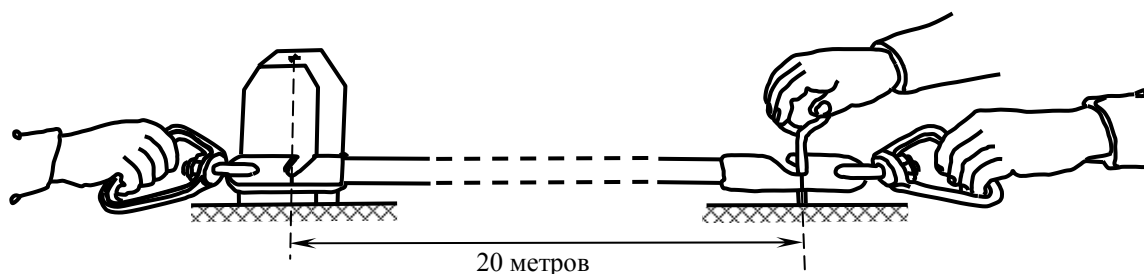


Рис. 2.29. Измерение полной укладки лентой

Оставшийся кусок линии, или *домер*, также измеряется полным растягиванием ленты и только после этого получением значения оставшейся части (рис. 2.30).

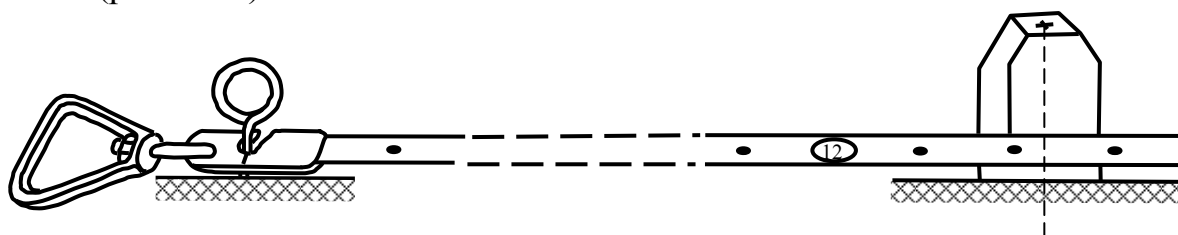


Рис. 2.30. Определение величины домера. Домер равен 12,23 м

Таким образом, измеряемое расстояние D будет равно номинальной длине мерного прибора l умноженной на число укладок n плюс величина домера d :

$$D = l \cdot n + d. \quad (2.24)$$

Очевидно, что реальное значение расстояния должно учитывать поправку за компарирование и за наклон. Поправка за компарирование $\Delta_{\text{комп.}}$ вводится в каждое уложение и в домер, пропорционально его длине:

$$\Delta_{\text{комп.}} = n \cdot \Delta l + \frac{d}{l} \cdot \Delta l. \quad (2.25)$$

Здесь Δl – величина компарирования одного уложения. Поправка за наклон зависит от варианта измерения линии (см. рис. 2.28). Если необходим учет угла наклона, то есть $\nu > 2^\circ$, а на всем протяжении линии ее крутизна одинакова, то измеряют угол наклона всей линии. Если же отдельные части линии имеют различные значимые углы наклона, то измеряется каждый из них. Исправление линии за наклон можно произвести в двух видах: сразу вычислить приведенную к горизонту линию, или уменьшить ее на величину поправки Δs . Рассмотрим рис. 2.31.

Не сложно заметить, что горизонтальное проложение S можно получить дважды, в зависимости от дополнительных измерений (угла наклона ν , или превышения h):

$$S = D \cdot \cos(\nu) = \sqrt{D^2 - h^2}, \quad (2.25)$$

и других представлениях. Величина поправки Δs для приведения линии к горизонту $S = D - \Delta s$, также может быть получена в зависимости от дополнительных измерений:

$$\Delta s = D - S = D - D \cdot \cos(\nu) = D(1 - \cos(\nu)) = 2D \cdot \sin^2\left(\frac{\nu}{2}\right) \approx 0.5 \cdot \sin^2(\nu), \quad (2.26)$$

или из (2.25), считая $D \approx S$ и того, что $h^2 = D^2 - S^2 = (D - S) \cdot (D + S) = \Delta s \cdot (D + S)$:

$$\Delta s = \frac{h^2}{(D + S)} \approx \frac{h^2}{2D}. \quad (2.27)$$

Последняя приближенная формула в (2.26) получена исходя из того, что при углах наклона меньше 10° синус угла изменяется пропорционально значению угла: $\sin(\nu/2) \approx 0,5 \sin(\nu)$.

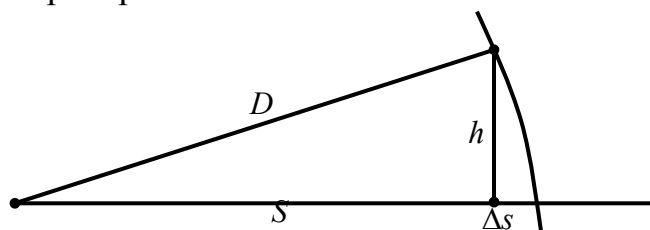


Рис. 2.31. Схема для получения поправок в длину за угол наклона

Вертикальные углы кроме теодолита для целей приведения линии к горизонту можно измерять *эклиметром*, схема которого приведена на рис. 2.32.

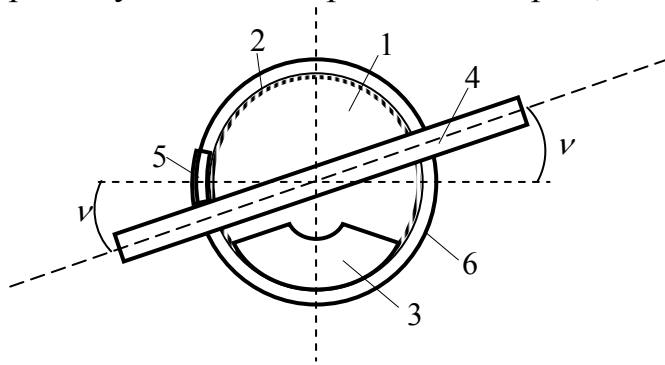


Рис. 2.32. Схема эклиметра

Прибор предназначен для приближенного измерения вертикальных углов с точностью 10 – 30', что достаточно для целей горизонтирования линий. Эклиметр имеет внутреннее кольцо 1 с угловой шкалой 2 и грузиком 3, и окошком для снятия отсчетов 5.

На оси внутреннего кольца расположено визирное приспособление 4 и внешнее кольцо 6. В свободном состоянии грузик, скрепленный с внутренним кольцом и шкалой, стремится занять самое нижнее положение, формируя, таким образом, вертикальную и горизонтальную оси прибора. При наведении на измеряемую точку внутреннее кольцо со шкалой поворачиваются на угол наклона ν , величина которого считывается в отсчетном окошке.

Это одна из схем эклиметра. Существуют эклиметры на основе транспортира и отвеса и некоторые другие.

Следует учитывать, что измерения длины производятся как минимум 2 раза в прямом и обратном направлениях, а за окончательный результат берется среднее, если выполняется условие

$$\frac{|D_{np} - D_{обр}|}{D_{cp}} = \frac{1}{\left(D_{cp} / |D_{np} - D_{обр}|\right)} = \frac{1}{A} \leq \frac{1}{M}. \quad (2.28)$$

Здесь знаменатель A вычисляют до двух значащих цифр, а величина знаменателя M в допуске для топографии принимается от 1000 для неблагоприятных условий, до 3000 для измерений с повышенной точностью.

При измерении длины линии нитяным дальномером, теодолит центрируют над начальной точкой линии и приводят в рабочее положение.

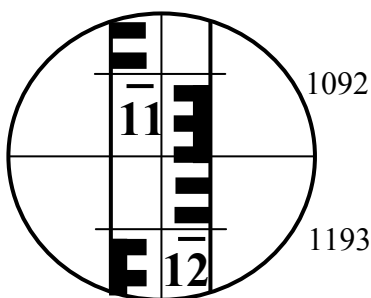


Рис. 2.33. Взятие отсчетов по дальномерным нитям

Далее наводят на рейку и берут отсчеты по верхнему и нижнему дальномерным штрихам (см. рис. 2.32). Затем вычислив l как разность отсчетов и умножив его на реальный коэффициент дальномера K , получить значение дальномерного расстояния. Согласно рис. 2.33 и получив $K = 100$, расстояние $D = (1193 - 1092) \times 100 = 1010 \text{ мм} = 10,1 \text{ м}$.

Еще одна проблема при измерениях – не перпендикулярность визирной оси рейке (рис. 2.34). Очевидно, что формула для определения длины $D = K \cdot l$ применима, когда угол наклона и соответственно неперпендикулярность визирного луча рейке, в пределах оговоренных допусков. При измерениях на местности часто углы наклона значительны, что приводит к неперпендикулярности со значением угла наклона ν и вместо правильного отсчета $MN = l$ будет взят отсчет $M'N' = l'$. Несложно заметить, что эти отсчеты (рис. 2.34) связаны соотношением $l = l' \cdot \cos(\nu)$. Подставив это выражение в формулу для нитяного дальномера, получим $D = K \cdot l = K \cdot l' \cdot \cos(\nu)$. Но измеренное наклонное расстояние D приводится к горизонту как $S = D \cdot \cos(\nu)$, откуда окончательно:

$$S = D \cdot \cos(\nu) = K \cdot l' \cdot \cos^2(\nu). \quad (2.29)$$

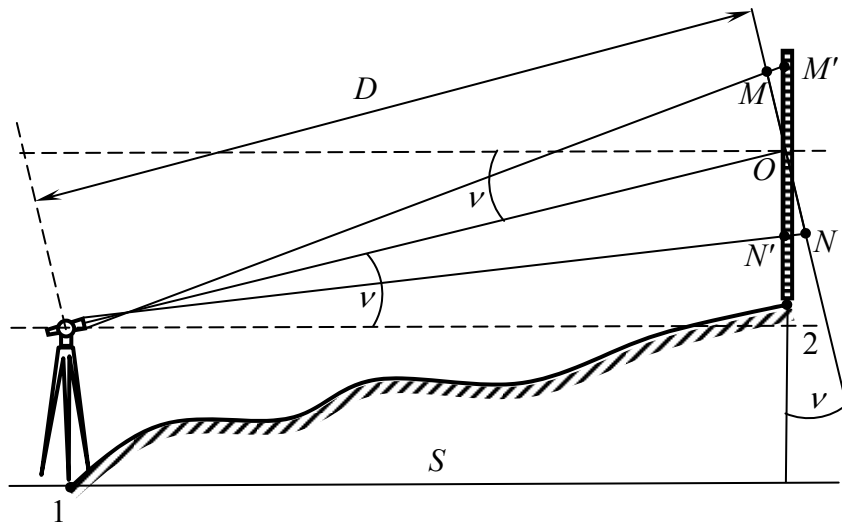


Рис. 2.34. Схема вычисления горизонтального проложения по нитяному дальномеру

Не сложно заметить, что точность определения длины нитяным дальномером зависит от точности снятия отсчетов, которые в свою очередь зависят от величины расстояния и увеличения прибора. Так, при снятии отсчетов до миллиметров, точность длины будет до десятков сантиметров. Для достаточно общего случая можно записать:

$$(D + \Delta D) = K \cdot (l + \Delta l) = K \cdot l + K \cdot \Delta l,$$

где ΔD – погрешность в расстоянии, вызванная погрешностью Δl в отсчете по рейке. Из формулы имеем:

$$\Delta D = K \cdot \Delta l, \quad (2.30)$$

или в относительной форме:

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{K \cdot \Delta l}{K \cdot l} = \frac{\Delta l}{l}. \quad (2.30a)$$

При благоприятных условиях измерений для расстояния в 100 м ($l = 100$ делений) погрешность отсчета можно принять в $1/4$ деления. Подставив эти значения в (2.30а) получим $\frac{\Delta D}{D} = \frac{1}{400}$. при учете других факторов погрешность измерения расстояния нитяным дальномером обычно находится в пределах $1/200 - 1/400$, принимаемая в среднем как $1/300$.

Косвенные методы линейных измерений. Косвенные аналитические методы определения расстояний делят на методы определения неприступного расстояния и методы определения расстояния между недоступными точками. Как те, так и другие могут быть как однобазисные, так и многобазисные, но с обязательным контролем измерений и вычислений.

При определении неприступного расстояния с использованием одного базиса его определяют как сторону треугольника, в котором измерена одна сторона (базис) и все три угла. Тогда (рис. 2.35) искомое расстояние S будет на основании теоремы синусов получено как:

$$S = b \cdot \frac{\sin(\gamma_{исп})}{\sin(\beta_{исп})}. \quad (2.31)$$

Здесь b – достаточно точно измеренное опорное расстояние, называемое базисом, при необходимости приведенное к горизонту. Базис выбирают по возможности на ровной, удобной для непосредственного измерения линии местности и измеряют в прямом и обратном направлениях с обычным контролем. $\gamma_{исп}$, $\beta_{исп}$ – исправленные определенным образом измеренные углы γ и β . Так как расстояние по формуле (2.31) получается бесконтрольным, а он необходим, то в качестве его используют измерение третьего угла в треугольнике, хотя в принципе достаточно двух. Сложив три измеренных угла в треугольнике, смотрят меру отличия практической суммы от теоретического значения, равного 180° . Это отличие f_β , называемое *невязкой*, не должно превосходить допустимой величины $f_{\beta доп}$, связанной с точностью прибора m_β и числом измеренных углов n :

$$f_{\beta доп} = 2 \cdot m_\beta \sqrt{n}. \quad (2.32)$$

Если вычисленная невязка меньше допустимой, в каждый измеренный угол вводят поправку, равную $-f_\beta/3$, получая таким образом исправленные углы для формулы (2.31) и контроль измерений.

Из многобазисных схем чаще всего используется двухбазисная, в разных комбинациях (рис. 2.36, а, б, в).

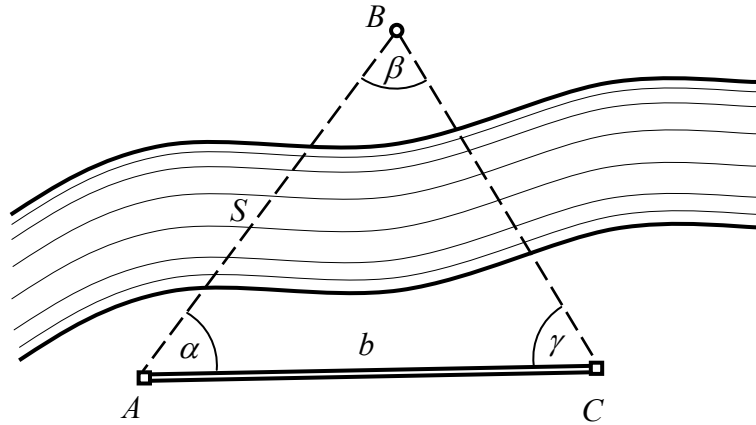


Рис. 2.35. Схема однобазисного определения недоступного расстояния

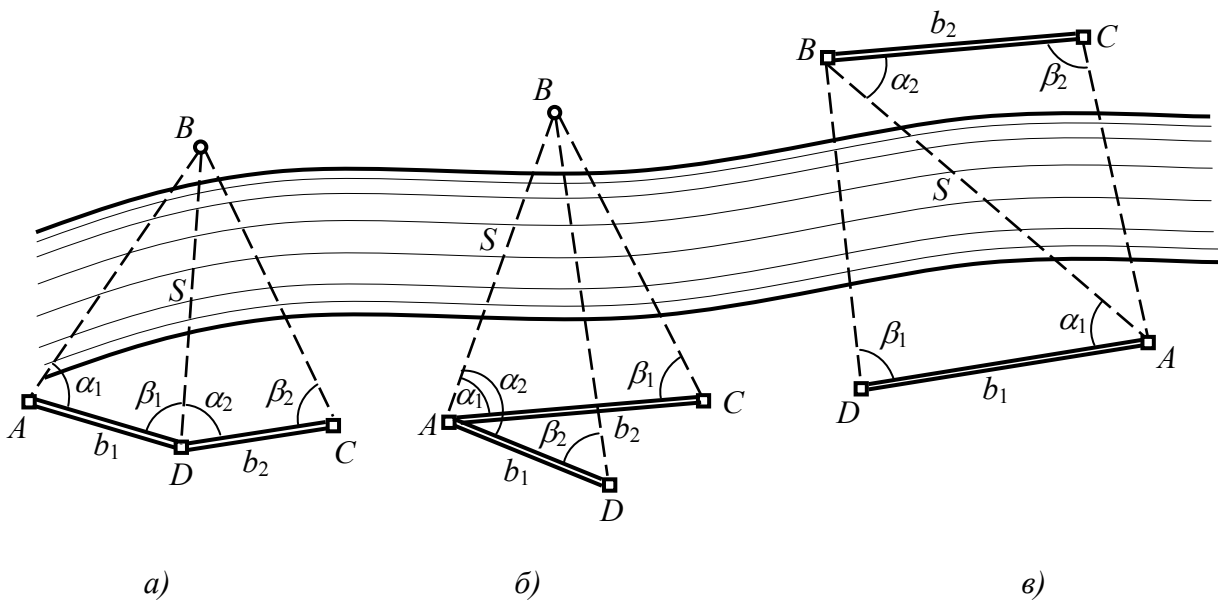


Рис. 2.36. Схемы двухбазисного определения недоступного расстояния

Теперь в качестве контроля служит определение стороны $AB = S$ из двух треугольников по формуле (2.31), но по измеренным углам. Далее по формуле (2.28) сравниваются значения длин и в случае допустимого расхождения принимается в качестве конечного результата среднее из результатов измерений. Дополнительное измерение третьего угла в треугольнике возможно, но не требуется, а так как он необходим, то его вычисляют обычным способом.

При определении расстояния между недоступными точками рассматривают два случая (рис. 2.37, а, б). В первом случае для определения расстояния S измеряют расстояния D_1, D_2 и угол β . Используя теорему косинусов находят искомую длину. Определение бесконтрольное, поэтому использование без большой нужды не целесообразно. Во втором варианте (рис. 2.37, б) необходимая длина S вычисляется из двух треугольников

ABC и ABD по теореме косинусов по измеренным углам α_2 и β_2 , и вычисленным сторонам a и d в треугольнике ABC и b , c в треугольнике ABD . Стороны в свою очередь вычисляются по теореме синусов по измеренным величинам α , β , α_1 , β_1 и базису b . Контроль двух вычисленных значений производится обычным способом по формуле (2.28).

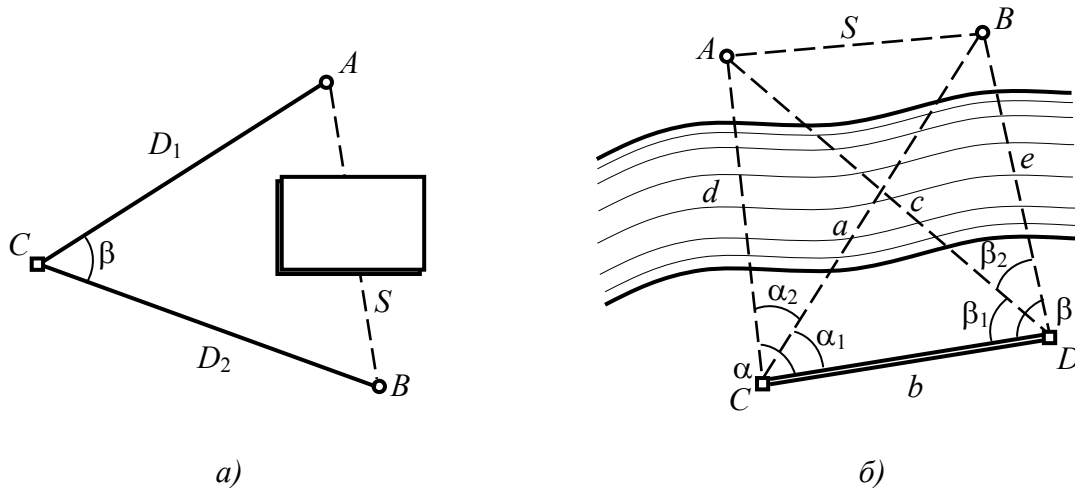


Рис. 2.37. Схемы определения расстояния между недоступными точками

2.5. Графические измерения. Средства и методы

Основные вопросы: общие положения и схемы графических измерений; состав мензурного комплекта; производство измерений по номограмме кипрегеля; проверки комплекта мензулы.

Общие положения и схемы графических измерений. При графических измерениях определяемые величины не получают в виде числа, а только в виде их графического представления. Очевидно, что для целей геодезии этими определяемыми величинами могут быть:

- горизонтальный угол;
- расстояние;
- точка положения (на основе предыдущих).

При выполнении графических измерений используют определенные средства и методы измерений. Из средств, в самом общем случае, должен быть столик (табула, планшет) на штативе и линейка с визирным устройством (например, диоптрый см. М-1). В таком виде средство для графических измерений было введено в XVI веке *Преториусом* и получило название *мензурный комплект* (хотя, судя по историческим гравюрам и текстам, было известно намного раньше).

Общая схема измерений была следующая:

На расположенном на столике листе бумаги наносят точки с известными координатами и центрируют столик над точкой стояния на местности (рис. 2.38). Если необходимо – проводят ориентировку столика по точкам.

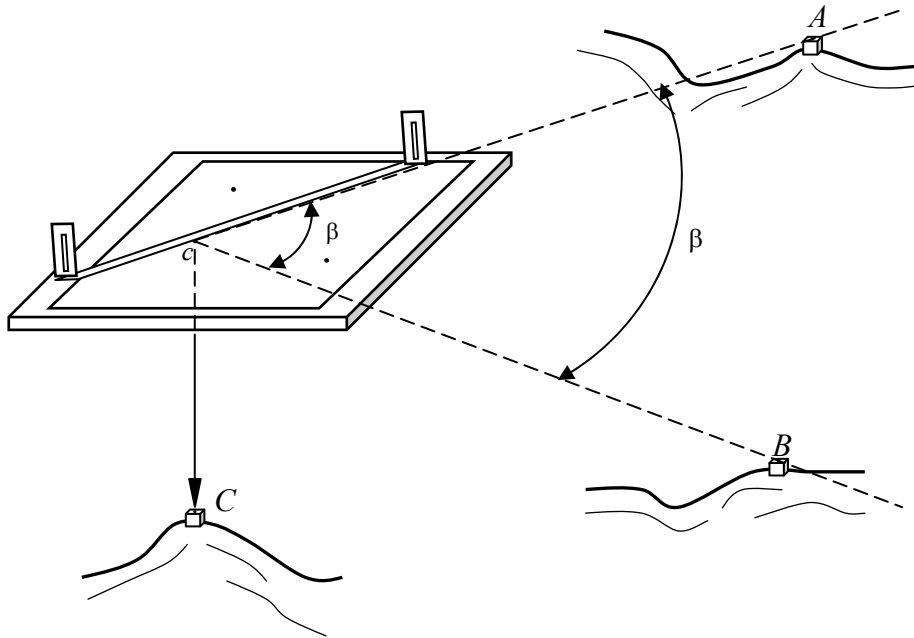


Рис. 2.38. Определение угла графическим методом

Используя визир, прочерчивают на планшете направление CA через точку стояния C в направлении визирования на A . Такое же направление прочерчивают в направлении B , развернув соответствующим образом линейку и полусая направление CB . Таким образом, графическое представление угла ACB есть угол β на листе планшета.

Для определения расстояния до точки, или ее положения на плоскости, используют следующую последовательность действий (рис. 2.39):

1. Отцентрировать столик над точкой a и сориентировать в направлении точки b , которая должна быть и на планшете и на местности.

2. Свизировать линейкой с визиром относительно точки стояния a в направлении определяемой точки X , прочерчивая на листе планшета направление $a - X$ (положение 1 на рис. 2.39).

3. Перенести столик на другую исходную точку, например b , и сориентировать планшет в направлении исходной точки, например a .

4. Свизировать линейкой с визиром относительно точки стояния b в направлении определяемой точки X . Прочертим на листе планшета направление $b - X$, пересечение которого с нанесенным направлением $a - X$ и дает на планшете положение x определяемой точки местности X (положение 2 на рис. 2.39), а также графическое представление расстояний $a - X$ и $b - X$.

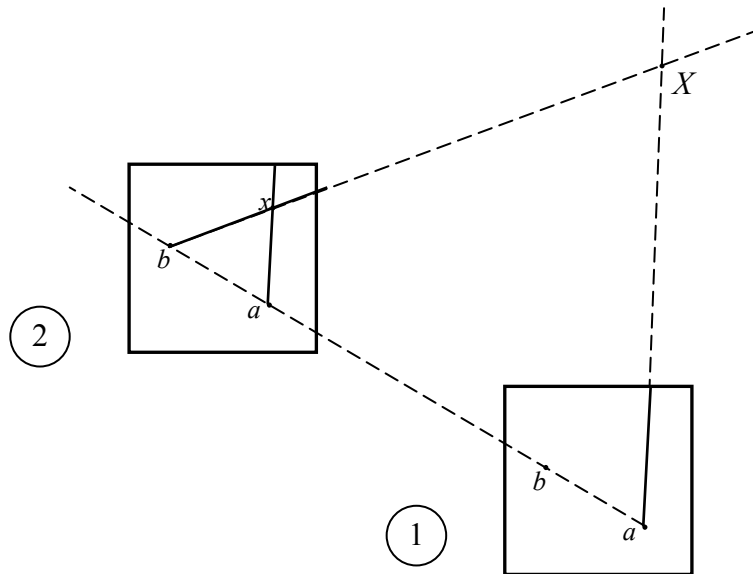


Рис. 2.39. Определение расстояния и положения графическим методом

Очевидно, что центрировка и ориентировка столика может производиться с использованием любого набора точек с известными координатами, которые существуют на местности и нанесены на планшет.

Такой метод определения положения точки получил название *графической прямой угловой однократной засечки*.

Если нет возможности установить столик на исходную (то есть нанесенную на планшет) точку на местности, то используют следующую методику:

1. Имея на планшете и на местности не менее трех исходных точек, устанавливают столик над определяемой точкой на местности, не центрируя и не ориентируя его.

2. На планшете, на район предположительного нахождения определяемой точки кнопками прикрепляют кусок кальки с нанесенной примерно в середине определяемой точкой (например, x на рис. 2.40, a).

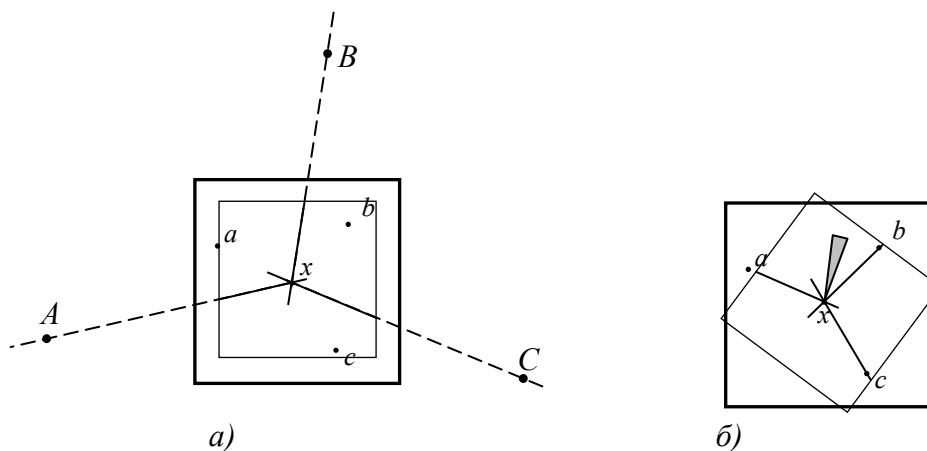


Рис. 2.40. Определение положения точки методом Болотова:
 a – прочерчивание направлений; b – поворот кальки с совмещением

3. Визируя последовательно через определяемую точку x на точку местности A , прочерчиваем направления $x - A$, на $B - x - B$ и на точку C , прочерчиваем направление $x - C$ на кальке.

4. Отсоединив кальку, поворачивают ее на планшете до тех пор, пока направление на кальке $x - A$ не пройдет наилучшим образом через точку a планшета, направление $x - B$ – через b , а $x - C$ через точку c на планшете.

5. Перекальываем точку x с кальки на планшет.

Третье направление обязательно используется для контроля и повышения точности. Метод определения точки в этом случае называют *графической обратной засечкой*.

Если возможно измерить расстояние до точки наведения, то на кальке прочерчивают два направления и по одному из них, откладывают измеренную длину, определив точку. Совместив эту точку с имеющейся на планшете, а второе направление со второй точкой наведения, перекальывают определяемую точку. В этом случае метод определения точки называют *графической линейно-угловой обратной (боковой) засечкой*.

При возможности измерить расстояние обычно не пользуются калькой, а откладывают полученную длину по направлению с точки стояния на определяемую точку. Планшет отцентрирован и ориентирован. Такой метод определения положения точки получил название *графический полярный метод*.

Состав мензульного комплекта. С конца XIX века мензульный комплект имеет вместо обычного визира оптическую трубу с сеткой нитей. Это устройство получило название *кипрегель*. Практически в это же время кипрегели были снабжены *номограммами Гаммера*, которые позволили кипрегелем получать горизонтальное проложение и превышение с точки стояния до определяемой точки. Такие приборы стали называть *кипрегель-автомат* и *кипрегель номограммный*.

В состав мензульного комплекта входят:

- мензула с центрировочной вилкой, отвесом и штативом (рис. 2.41);
- кипрегель (рис. 2.42);
- ориентир-буссоль (рис. 2.43).

Мензула (рис. 2.41) состоит из *штатива* 4, *подставки* 3 и *мензульной доски-планшета* 1 размером $60 \times 60 \times 3$ см. Металлическая *подставка* 3 имеет три *подъемных винта* 7, один *закрепительный* 8 и *наводящее устройство* 9. Подставка на штативе укреплена *становым винтом* 6, а планшет прикреплен к подставке тремя крепящими винтами.

Центрировочная вилка 2 с *отвесом* 5 служит для центрирования мензулы, то есть для установки точки планшета над соответствующей точ-

кой местности. При горизонтальном положении планшета указатель вилки должен находиться на продолжении нити отвеса. Для проверки точку планшета проецируют на точку местности при двух диаметрально противоположных положениях вилки. Если обе проекции точки на планшете совпадут, то условие выполнено. В противном случае надо переместить точку прикрепления нити отвеса.

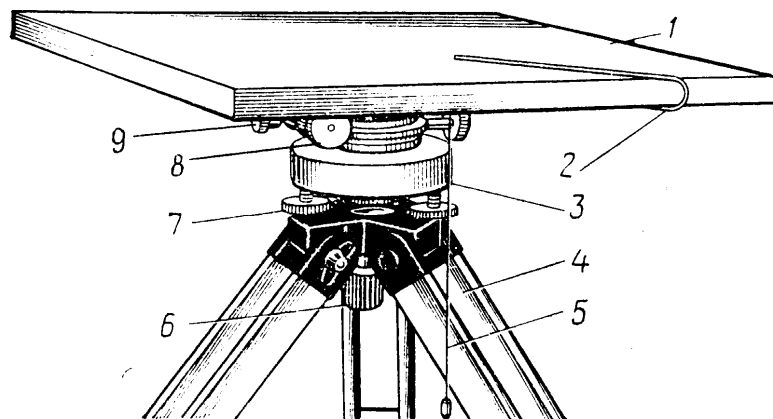


Рис. 2.41. Мензула с центрировочной вилкой и штативом

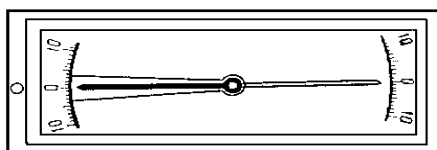


Рис. 2.42. Ориентир-буссоль

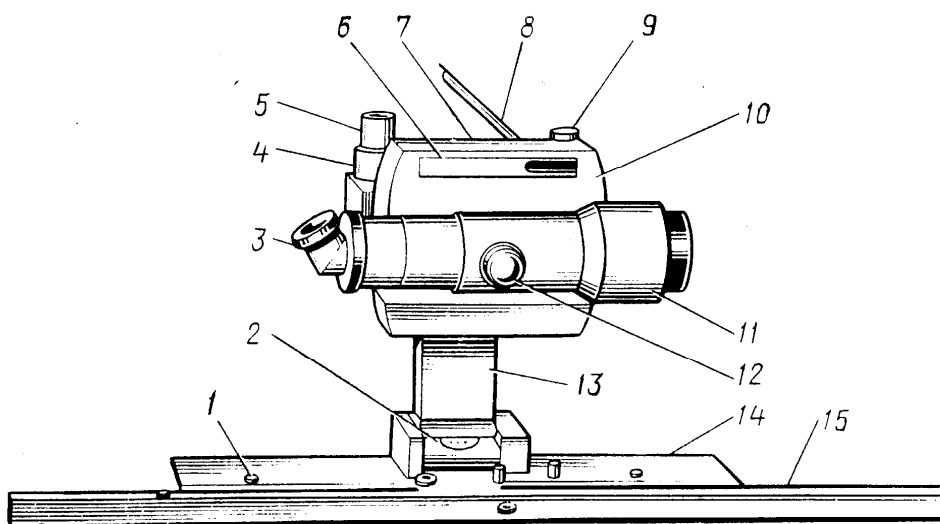


Рис. 2.43. Кипрегель номограммный КН

Ориентир-буссоль (рис. 2.42) служит для ориентирования планшета относительно стран света.

Кипрегель предназначен для визирования на точки местности, прочерчивания направлений на планшете, измерения вертикальных углов и расстояний или их горизонтальных проложений и определения превышений между точками.

Наибольшее распространение получил *номограммный кипрегель КН* (рис. 2.43), который имеет *зрительную трубу* 11 прямого изображения с внутренней фокусировкой. Труба имеет для удобства визирования *ломаный окуляр* 3. На *вертикальном круге* 10, снабженном *наводящим винтом* 9 и *уровнем* 6, нанесены градусные деления через каждые $5'$, позволяющие делать отсчеты с точностью $0,5'$, причем положительным углам наклона соответствует знак «+», а отрицательным – знак «-». На круге, кроме делений, нанесена номограмма, изображение которой вместе с рейкой видно в поле зрения трубы только при круге лево *Л* (рис. 2.44).

Цилиндрический уровень 7 на зрительной трубе позволяет использовать кипрегель, для геометрического нивелирования. С основной линейкой 1, при помощи двух шарниров, соединена дополнительная линейка 15, имеющая паз, по которому перемещается съемная масштабная линейка с наколочным штифтом для нанесения снимаемых точек.

Производство измерений по номограмме кипрегеля. Для производства измерений в состав мензульного комплекта входит рейка с сантиметровыми делениями и выдвижным нулем, который для удобства выставляется на высоту инструмента (кипрегеля), помещенного на мензулу. Мензула обязательно горизонтируется подъемными винтами.

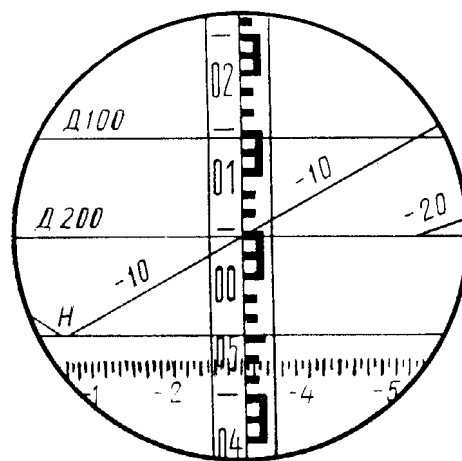


Рис. 2.44. Номограмма кипрегеля КН

Перед снятием отсчетов по рейке центр пузырька *уровня* необходимо совмещать с *нуль-пунктом* ампулы. После наведения пересечения основной кривой номограммы с вертикальным штрихом сетки на нуль рейки, установленный на высоте прибора, и совмещения центра пузырька цилиндрического уровня вертикального круга с нуль-пунктом ампулы производят отсчеты по кривым горизонтальных проложений Д 100, Д 200 и по кривым превышений, 10, 20, – 10, – 20.

Например, (см. рис. 2.44) расстояние от нуля рейки до ее пересечения с дальномерным штрихом D 100 равно 190 мм (19,0 см). Умножив отрезок в миллиметрах на коэффициент дальномера 100 и переведя результат в метры, получим измеряемое горизонтальное расстояние: $190 \text{ мм} \cdot 100 = 19000 \text{ мм} = 19,0 \text{ м}$. Можно заметить, что отсчет в сантиметрах и будет искомой длиной в метрах. Отсчеты по шкале и коэффициентом D 200 рекомендуют только на больших расстояниях, или для контроля.

Сняв отсчет по шкале превышений – 10 равный 9,6 см получаем: $9,6 \text{ см} \cdot (-10) = 96 \text{ см} = 0,96 \text{ м}$.

Отсчет по вертикальному кругу снимается по угловой шкале внизу (цена деления $5'$) и длинному центральному вертикальному штриху. На примере рис. 2.44: $-3^\circ 03'$.

Поверки комплекта мензулы. В комплекте мензулы должны соблюдаться соответствующие геометрические и оптико-механические условия. Поэтому перед работой с комплектом его проверяют, то есть выполняют поверки соответственно инструкции или паспорта прибора. Если будут обнаружены нарушения этих условий, приборы комплекта мензулы исправляют.

Начинают поверки с *проверки внешнего состояния и комплектности*. Проверку производят внешним осмотром. При этом устанавливают соответствие комплекта следующим требованиям:

- кипрегель, футляр, штатив, подставка и мензульная доска-планшет, ориентир-буссоль, центрировочная вилка с отвесом не должны иметь механических повреждений, следов коррозии, препятствующих или затрудняющих работу с комплектом;

- кипрегель должен иметь чистое поле зрения трубы и отсчетных устройств, четкое изображение отсчетных шкал, номограммных кривых и визирных целей;

- все винты и гайки на штативе должны быть подтянуты;

- комплектность мензулы и кипрегеля должна соответствовать указанной в паспорте на приборы.

При *проверке работоспособности приборов комплекта мензулы* проверяют:

- качество изображения номограмм у кипрегеля;

- плавность и легкость вращения всех подвижных узлов и частей у кипрегеля, штатива и подставки;

- правильность сборки мензулы.

Поверки мензулы:

Верхняя поверхность доски-планшета должна быть плоскостью. Если проверенная линейка, накладываемая в разных направлениях на планшет, прилегает к нему без просветов, условие выполнено;

Для *проверки устойчивости мензулы*: установив мензулу, закрепляют планшет, ставят на него кипрегель и визируют на какую-либо точку. Затем, слегка надавливают сбоку (вблизи угла) на планшет; если после этого визирная ось не сошла с точки, то условие выполнено, то есть планшет пружинит и мензула устойчива.

Поверки кипрегеля:

Скошенное ребро линейки кипрегеля должно быть прямой линией, а нижняя поверхность ее – плоскостью. Для проверки ставят кипрегель на планшет и остро отточенным карандашом прочерчивают вдоль скошенного ребра линейки прямую. После этого переставляют кипрегель около этой прямой на 180° , прикладывают ребро линейки к ней и вновь прочерчивают прямую. Если обе прямые совпадут, то первая часть условия выполнена. Для проверки нижней поверхности линейки надо кипрегель поставить на выверенную мензурную доску и убедиться, что между линейкой кипрегеля и планшетом нет просветов. Необходимые исправления выполняют в мастерской;

Геометрическое условие *поверки установочного уровня на кипрегеле*:

Ось цилиндрического уровня на линейке кипрегеля должна быть параллельна ее нижней плоскости. Для выполнения ставят кипрегель по направлению двух подъемных винтов подставки мензулы и приводят ими пузырек уровня в нуль-пункт. Отметив положение линейки черточками у ее концов, переставляют кипрегель на 180° . *Юстировка* (исправление) производится, если пузырек сойдет с нуль-пункта более чем на одно деление. Тогда исправительными винтами уровня перемещают его к нуль-пункту на половину дуги отклонения от него, а подъемными винтами мензулы приводят его в нуль-пункт. Проверку повторяют до выполнения условия.

Для *проверки правильности установки вертикальной нити сетки зрительной трубы кипрегеля* ставят кипрегель на приведенный в горизонтальное положение планшет и совмещают один край вертикальной нити с какой-либо хорошо видимой точкой предмета. Наводящим устройством трубы кипрегеля медленно вращают ее вокруг горизонтальной оси, чтобы изображение точки переместилось на другой край вертикальной нити. Если вертикальная нить сетки сместилась с изображения точки более 1 мм, то поворотом оправы сетки нитей кипрегеля совмещают нить с точкой и проверку повторяют.

Проверку можно проводить при помощи отвеса, совмещая изображения вертикальной нити сетки с нитью отвеса.

Для определения *места нуля МО вертикального круга кипрегеля*, которое должно быть малым по величине (желательно 0°0') и постоянным, последовательно визируют на три хорошо видимые точки при вертикальном круге *П* и *Л* и каждый раз берут по нему отсчеты. Перед отсчетом наводящим винтом уровня вертикального круга совмещают центр пузырька уровня с нуль-пунктом ампулы. Вычисляют *МО* по формуле, указанной в инструкции по эксплуатации кипрегеля. Для кипрегеля КН место нуля определяется по формуле:

$$МО = (П - Л) / 2. \quad (2.33)$$

Если отклонение *МО* от номинального значения не превышает 1', то условие считают выполненным. В противном случае вращением трубы устанавливают на вертикальном круге отсчет, равный *МО*, а затем наводящим винтом вертикального круга устанавливают отсчет 0' и исправительными винтами уровня приводят центр его пузырька в нуль-пункт ампулы. Проверку повторяют до выполнения условия.

Для кипрегеля КН углы наклона вычисляют по формулам:

$$v = (П + Л) / 2, \quad (2.34)$$

или

$$v = П - МО = Л + МО. \quad (2.35)$$

При *проверке коллимационной погрешности* проверяют условие перпендикулярности визирной оси к оси вращения зрительной трубы. Для этого ставят кипрегель на планшет, приводят в рабочее положение и наводят крест сетки нитей (у номограммных кипрегелей – точку пересечения вертикальной нити и начальной окружности) на удаленную, хорошо видимую визирную цель и прочерчивают вдоль скошенного края линейки кипрегеля прямую. Затем переводят трубу через зенит, прикладывают скошенный край линейки с противоположной стороны прочерченной прямой и наблюдают в трубу. Если крест сетки нитей не сместился с наблюдаемой цели, то коллимационной погрешности нет; если сместился – угловая величина смещения характеризует двойную величину коллимационной погрешности. Если коллимационная погрешность не более 1', то ее считают допустимой; если более 1', то ее уменьшают перемещением вертикальной нити сетки исправительными винтами на половину смещения креста сетки нитей с наблюдаемой цели.

Для номограммных кипрегелей типа КН выполняется определение *коэффициента номограмм*. Коэффициент номограммы расстояний K_s у кипрегеля определяют из результатов измерения длин интервалов полевого базиса. Число интервалов должно быть не менее шести. Длины интервалов выбира-

ют в диапазоне 60 – 120 м. При разбивке интервалов базиса относительная погрешность не должна превышать 1/3000. Кипрегелем измеряют каждый интервал не менее шести раз. Коэффициент K_s вычисляют по формуле:

$$K_{si} = \frac{K_{os} \cdot S_o}{S_i}, \quad (2.36)$$

где S_o – контрольное значение длины каждого интервала базиса;
 S_i – измеренное кипрегелем значение длины того же интервала;
 K_{os} – номинальное значение коэффициента расстояний.

Коэффициент номограммы превышений K_h у кипрегеля определяют из результатов измерения известных превышений между точками на местности. Для этого на местности выбирают линии длиной от 50 до 150 м и с углами наклона от 3° до 30°. Превышения между точками, фиксирующими концы линий, должны быть известны из геометрического нивелирования с погрешностью не более 3 мм. Число превышений для каждой кривой должно быть не менее трех. Положительные и отрицательные значения коэффициентов K_h определяют раздельно. Коэффициент K_{hi} вычисляют по формуле:

$$K_{hi} = \frac{K_{oh} \cdot h_o}{h_i}, \quad (2.37)$$

где h_o – контрольное значение превышения между точками;
 h_i – измеренное кипрегелем значение превышения между теми же точками;
 K_{oh} – номинальное значение коэффициента превышения (10, 20, 50 или 100).

Если для ориентировки используется ориентир-буссоль (что теперь достаточно редко) то выполняют ее поверки согласно инструкции или паспорту кипрегеля: проверка внешнего состояния, проверка работоспособности и взаимодействия основных узлов буссоли, проверка эксцентриситета магнитной стрелки и некоторые другие.

2.6. Элементы оценивания результатов измерений

Основные вопросы: *основные положения оценивания результатов измерений; оценка качества прямых измерений; оценка качества косвенных измерений; оценки связанные со средним арифметическим; элементы техники вычислений.*

Основные положения оценивания результатов измерений. Как показывает измерительная практика в геодезии, одна и та же величина, измеренная несколько раз, имеет похожие, но разные значения. Отсюда не-

избежно возникают вопросы: что взять в качестве конечного результата? Как оценить качество измерений? Кроме всего прочего, реально очень часто требуется оценить не непосредственные измерения, а их функции, или косвенные измерения, для которых возникают те же вопросы.

Очевидно, что все неоднозначности в измерениях получаются из-за наличия в результатах неких *погрешностей*, величины которых говорят о качестве измерений.

Решением задач подобного рода занимается *теория погрешностей измерений*. Основная задача теории – нахождение наиболее надежного значения измеренной величины, оценка точности результатов измерений и их функций и установление допусков, ограничивающих использование результатов обработки измерений.

В теории погрешностей измерений выделяют *случайные, систематические* и *грубые погрешности*.

К *случайным погрешностям* Δ_i относят все непредсказуемые заранее погрешности результатов измерений. Закономерности такого рода погрешностей проявляются только при большом количестве измерений и освободить результат единичного измерения от них невозможно. Теория ошибок занимается в основном изучением случайных ошибок.

Например, при измеренном 4 раза угле отклонения от среднего результатов измерения будут случайными погрешностями; невязки любого хода также являются случайными погрешностями и т.д.

Систематические погрешности θ_i имеют закон своего образования и функционирования и могут быть учтены или исключены, например введением поправки в результат измерения.

Например, неучет результатов компарирования ленты вносит в результаты измерений одностороннюю систематическую погрешность; измерения углов при одном круге при наличии значимой коллимационной погрешности или места нуля также приносят в результаты систематические погрешности порядка этих величин и т.д.

Грубые погрешности являются результатом явных промахов и просчетов при измерениях или вычислениях. При выявлении из обработки изымаются.

Например, проброс одной укладки ленты при измерении длины; использование коэффициента нитяного дальномера 200 вместо 100 и т.д.

Оценка качества прямых измерений. На основе n случайных погрешностей Δ_i , К.Ф. Гауссом была введена *средняя квадратическая по-*

грешность m , как основная величина оценки качества в теории погрешностей измерений, вычисляемая по формуле Гаусса:

$$m = \sqrt{[\Delta^2] / n}. \quad (2.38)$$

здесь $[\ast]$ – символ суммы Гаусса n величин.

Например, если погрешность центрирования при измерении горизонтального угла $\Delta_1 = 12''$, погрешность визирования $\Delta_2 = 10''$, а погрешность снятия отсчета по лимбу $\Delta_3 = 30''$, то общая погрешность этих факторов будет:

$$m = \sqrt{\frac{12^2 + 10^2 + 30^2}{3}} = 34''.$$

Было доказано, что уже при $n = 8$ значение средней квадратической погрешности m получается достаточно надежным.

Для установки допусков на точность результатов измерений используется предельная и относительная погрешность.

Предельная погрешность $\Delta_{пред.}$ для нужд практики принимается равной $2m$ или $2,5m$.

Например, если принять при оценивании точности результатов измерений $\Delta_{пред.} = 2m$, при $m = 1'$, то погрешность в $3'$ будет недопустима, то есть измерения выполнены некачественно и требуют перемера.

Под относительной погрешностью, которая для некоторых видов измерений более наглядна, чем средняя квадратическая погрешность m , понимают отношение погрешности величины к самой погрешности, и выраженной в виде аликвотной дроби вида:

$$m_{отн.} = m_X / X = 1 / A. \quad (2.39)$$

здесь A – знаменатель аликвотной дроби, равный X / m_X , которая обязательно округляется до двух значащих цифр.

Например, при измерении длины лентой в прямом и обратном направлениях были получены результаты $S_n = 107,29$ и $S_o = 107,35$ м. Относительная погрешность измерения:

$$m_{отн.} = \frac{m_S}{S} = \frac{|S_n - S_o|}{S_{cp}}, \quad m_{отн.} = \frac{0,06 \text{ м}}{107,32 \text{ м}} = \frac{1}{107,32 : 0,06} = \frac{1}{1788,666...} = \frac{1}{1800}.$$

При допуске на измерение длин в теодолитном ходе $1/2000$, измерения в примере выполнены не качественно. В этом случае используют правило Фишера: если расхождения между двумя измерениями не допустимое, то выполняют третье измерение и из трех выбирают пару, расхождение между которыми в допуске.

Оценка качества косвенных измерений. При оценивании качества косвенных измерений (функций от измерений) вида:

$$Y = f(x_1, x_2, \dots), \quad (2.40)$$

наиболее очевидным является подход на основе *приращений*. В этом случае в формуле (2.40) в качестве измерений берется не чистая величина x_i , а величина, обремененная погрешностью $x_i + \Delta_i$, что приводит к искажению значения функции в величину $Y + \Delta Y$. Вычитая из деформированной функции функцию (2.40) получим после преобразований выражение вида:

$$\Delta Y = f(x_1, \Delta_1, x_2, \Delta_2, \dots). \quad (2.41)$$

Полученная формула (2.41) позволяет предрассчитать значение погрешности функции, обремененной погрешностями измерений и при использовании *принципа равных влияний* предрассчитать погрешности измерений, при заданной погрешности функции.

Например, при определении превышения h между точками тригонометрическим нивелированием с расстоянием S и углом наклона v имеем функцию $h = S \cdot \operatorname{tg}(v)$, а искаженное погрешностями выражение примет следующий вид $h + \Delta h = (S + \Delta_1) \times \operatorname{tg}(v + \Delta_2)$. Выражение для тангенса суммы может быть упрощено:

$$\operatorname{tg}(v + \Delta_2) = \frac{\operatorname{tg}(v) + \operatorname{tg}(\Delta_2)}{1 - \operatorname{tg}(v) \cdot \operatorname{tg}(\Delta_2)} \approx \operatorname{tg}(v) + \operatorname{tg}(\Delta_2)$$

так как тангенс малого угла Δ_2 практически стремится к нулю, а знаменатель к единице.

Раскрыв скобки, сгруппировав расширенное выражение и учитывая малость произведения погрешностей, получим:

$$h + \Delta h \approx S \cdot \operatorname{tg}(v) + S \cdot \operatorname{tg}(\Delta_2) + \Delta_1 \cdot \operatorname{tg}(v).$$

Вычитая из этого выражения выражение для чистого превышения h , имеем окончательную формулу:

$$\Delta h \approx S \cdot \operatorname{tg}(\Delta_2) + \Delta_1 \cdot \operatorname{tg}(v) = S \cdot \operatorname{tg}(m_v) + m_S \cdot \operatorname{tg}(v) = S \cdot \frac{m_v}{\rho} + m_S \cdot \operatorname{tg}(v), \quad (2.42)$$

которая и решает задачу предрассчета погрешности превышения Δh при известных погрешностях измерения длины $\Delta_1 \approx m_S$ и угла наклона $\Delta_2 \approx m_v$. Здесь по малости угла принято $\operatorname{tg}(m_v) \approx m_v / \rho$, где $\rho = 206265''$ – число секунд в радиане. Если $S \pm m_S = 50 \pm 0,10$ м, $v \pm m_v = 2^\circ \pm 60''$, для погрешности превышения имеем $\Delta h = 1,8$ см. По формуле, используемой в теории погрешностей измерений, результат 1,5 см, что практически одинаково.

При решении задачи предрассчета результатов измерений по известной погрешности функции используют принцип равных влияний, который гласит, что все слагаемые в формуле для оценивания погрешности функции вносят одинаковый вклад в ее формирование, то есть считаются равными между собой.

Тогда, например для (2.42) имеем:

$$S \cdot \frac{m_v}{\rho} \approx m_S \cdot \operatorname{tg}(v),$$

откуда $\frac{\Delta h}{2} \approx S \cdot \frac{m_v}{\rho}$, $\frac{\Delta h}{2} \approx m_S \cdot \operatorname{tg}(v)$.

Окончательно $m_v \approx \frac{\Delta h \cdot \rho}{2 \cdot S}$ и $m_S \approx \frac{\Delta h}{2 \cdot \operatorname{tg}(v)}$.

При тех же данных и $\Delta h = 5$ см получим $m_v = 103'' \approx 1,5'$, $m_S \approx 0,72$ м.

Оценки связанные со средним арифметическим. В качестве оценки результатов из n измерений x_i , в теории погрешностей измерений принимают *среднее арифметическое* (простая арифметическая середина):

$$X_{cp.} = \bar{X} = \frac{1}{n} \cdot \sum_1^n x_i = [x] / n. \quad (2.43)$$

В теории доказано, что при неограниченном возрастании количества измерений среднее арифметическое должно стремиться к истинному значению измеряемой величины при выполнении нескольких условий. При ограниченном количестве измерений арифметическая середина является наиболее надежным и достоверным значением измеряемой величины, если из результатов исключены грубые измерения.

Если выполнено 3 измерения, то в качестве оценки иногда целесообразно взять результат, находящийся в середине, то есть между наибольшим и наименьшим значением. Такая величина называется *медиана*.

Для оценки качества результатов измерений, если величина оценена средним арифметическим используют формулу по уклонениям от среднего

$$v_i = x_i - X_{cp.}$$

Эта формула получила название формулы Бесселя и имеет вид:

$$m = \sqrt{[v^2] / n - 1}. \quad (2.44)$$

Формула имеет самое широкое практическое применение.

Элементы техники вычислений. Все результаты измерений в геодезии являются *приближенными числами*. При записи считается, что приближенное число ошибочно не более, чем на половину единицы последнего разряда:

2,145 – ошибочно на 0,0005,

2145 – ошибочно на 0,5 и т.д.

В числе все цифры кроме нулей слева от числа являются значащими:

4,147 – 4 значащих цифры,

0,004147 – 4 значащих цифры,

40,00 – 4 значащих цифры.

Верными значащими цифрами приближенного числа считаются те цифры, значение которых больше ошибки этого числа. Количество верных значащих цифр в результате операций умножения, деления, возведения в степень и извлечения корня определяется наименьшим количеством верных значащих цифр в исходных числах:

$$2,457 \cdot 0,62 = 1,52334 = 1,5,$$

$$(4) \quad (2) \quad (2)$$

$$2,457 : 0,62 = 3,96290 = 4,0,$$

$$(4) \quad (2) \quad (2)$$

$$2,45^2 = 6,0025 = 6,00,$$

$$(3) \quad (3)$$

$$\sqrt{2,45} = 1,5652 = 1,57.$$

$$(3) \quad (3)$$

При выполнении этого правила применяется округление приближенных чисел, которое предусматривает, что:

– если первая отбрасываемая цифра больше 5 или 5 с последующими цифрами не равными нулю, то последняя оставляемая цифра увеличивается на единицу ($2,4617 \sim 2,5$, $2,45237 \sim 2,5$);

– если первая отбрасываемая цифра меньше 5, то последняя оставляемая цифра не изменяется ($2,4417 \sim 2,4$),

– если первая отбрасываемая цифра есть 5 и за ней либо нет цифр, либо есть одни нули, то последняя оставляемая цифра округляется до четной (пример: $2,55 = 2,6$, $2,65000 = 2,6$).

При сложении и вычитании приближенных чисел количество верных десятичных знаков в ответе определяется наименьшим количеством десятичных знаков в исходных числах:

$$206,8 \quad (1 \text{ дес. знак})$$

$$+ 21,385 \quad (3 \text{ дес. знака})$$

$$0,2751 \quad (4 \text{ дес. знака})$$

Если в задаче более одной арифметической операции, то в результатах промежуточных операций рекомендуется оставлять одну запасную цифру (для уменьшения ошибок округления).

При нахождении тригонометрических функций угла нужно соблюдать соответствие между значением угла и количеством значащих цифр в значении функции:

- угол задан до целых минут – 4 – 5 значащих цифр;
- угол задан до десятых долей минуты – 5 – 6 значащих цифр;
- угол задан до целых секунд – 6 значащих цифр;
- угол задан до десятых долей секунды – 7 значащих цифр;
- в полевых журналах запрещается исправлять первичные отсчеты, а вычисления можно исправлять, аккуратно зачеркивая неверные цифры и надписывая сверху верные;
- все приращения координат, превышения, невязки и поправки следует писать со знаком («плюс» или «минус»).

Вопросы для контрольной точки по теоретическому материалу модуля 2

1. Высотные измерения. Основные положения, средства и методы.
2. Средства для производства геометрического нивелирования.
3. Методы геометрического нивелирования. Основные погрешности.
4. Методы тригонометрического нивелирования. Основные погрешности.
5. Линейные измерения. Основные положения, средства и методы.
6. Графические измерения. Основные положения, средства и методы.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2 Высотные измерения и приборы

Цель: Изучение приборов и методов высотных измерений.

Время выполнения: 8 часов (4 пары).

Последовательность выполнения

- 1-1. Установка нивелира, изучение основных частей, отсчеты, оси.
- 2-2. Поверки: уровня, сетки нитей, главного условия. Исправления.
- 3-3. Сущность геометрического нивелирования из середины. Измерения превышений. Выполнить последовательные измерения превышений в четырехугольнике с записью результатов в журнал и контролем.
- 4-4. Суть тригонометрического нивелирования. Выполнить измерение превышений методом тригонометрического нивелирования из середины в треугольнике.

Состав отчета

1. Название, цель работы.
2. Описание нивелира, его функций, назначения, схема основных узлов.
3. Общая схема нивелира с осями.
4. Результаты проверок с исправлением. Схема отсчета.
5. Описание последовательности измерений превышений в четырехугольнике.
6. Представление результатов измерений четырехугольника в журнале геометрического нивелирования.
7. Описание основных погрешностей, влияющих на результаты геометрического нивелирования и меры борьбы с ними.
8. Описание сути тригонометрического нивелирования.
9. Представление результатов измерений превышений тригонометрическим нивелированием в треугольнике.
10. Описание основных погрешностей, влияющих на результаты тригонометрического нивелирования и меры борьбы с ними.

После выполнения лабораторной работы студент

– *должен знать:*

1. Приборы для производства геометрического и тригонометрического нивелирования.
2. Суть проверок приборов для нивелирования.
3. Суть высотных измерений.
4. Влияние погрешностей на высотные измерения.

– *должен уметь:*

1. Проверять и исправлять приборы для нивелирования.
2. Выполнять геометрическое нивелирование.
3. Выполнять тригонометрическое нивелирование.
4. Учитывать погрешности высотных измерений.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3 Изучение мензульного комплекта

Цель: Изучить состав, проверки и основные измерения с использованием мензульного комплекта

Время выполнения: 4 часа (2 пары)

Последовательность выполнения

1. Изучить основные части мензульного комплекта.
2. Выполнить поверки мензулы.
 - устойчивость;
 - гладкость.
3. Выполнить поверки кипрегеля:
 - ровность линейки;
 - поверку цилиндрического уровня на линейке;
 - коллимационной погрешности;
 - погрешности места нуля.
4. Изучить номограмму кипрегеля и выполнить контрольные измерения:
 - горизонтального проложения;
 - превышения.
5. Зарисовать номограмму и вертикальную шкалу с отсчетами.

Состав отчета

1. Описать суть геометрических измерений.
2. Зарисовать схематично основные части мензульного комплекта.
3. Описать необходимость выполнения поверок.
4. Представить результаты поверок мензулы по стандартной схеме.
5. Представить результаты поверок кипрегеля.
6. Сделать обоснованный общий вывод о пригодности комплекта к работе.
7. Описать суть измерений мензульным комплектом.
8. Представить результаты контрольных измерений с зарисовкой (1 раз) номограммы и вычисленных на ее основе нужных величин.

После выполнения лабораторной работы студент

– *должен знать:*

1. Суть геометрических измерений.
2. Теоретические основы поверок мензульного комплекта.
3. Теоретические основы измерений мензульным комплектом.

– *должен уметь:*

1. Поверить мензульный комплект.
2. Выполнить основные измерения мензульным комплектом.

После выполнения и сдачи студентом лабораторной работы проводится контрольная точка, для чего ему предлагается дать ответы на 15 вопросов. Звездочкой отмечены вопросы, оцениваемые в 10 %, а все остальные 5 %. При правильном ответе на все 15 вопросов студент получает оценку в 100 %. При ответах вопросы не переписывают. Обязательно указываются фамилия, группа и вариант. Рисунки выполняют схематично, но аккуратно. Недопустимо в качестве ответа использовать одну цифру без пояснений или формул.

Примерный вариант вопросов может быть следующим:

Вариант 111

1. Что измеряют нивелиром?
2. Перечислить основные узлы нивелира.
3. Зарисовать отсчет по рейке 1246.
4. Геометрическое условие поверки круглого уровня нивелира.
5. Как выполняется поверка главного условия нивелира.
6. Что не позволяет сделать значительное нарушение поверки главного условия нивелира.
- 7*. Вычислить исправленный отсчет при исправлении главного условия нивелира $b_{испр} = ?$, если отсчет на ближнюю рейку $a = 1590$, $h_{эм} = 0,410$ м.
8. Зачем производят измерения по красной и черной стороне рейки?
9. Как проводят контроль измерения превышений на станции при геометрическом нивелировании?
- 10*. Вычислить превышение из геометрического нивелирования из середины, если отсчет на заднюю рейку $a_ч = 1930$, а на переднюю $b_ч = 1100$. Пояснить, чего не хватает.
11. Что измеряют при тригонометрическом нивелировании?
- 12*. Вычислить превышение из тригонометрического нивелирования, если угол наклона $\nu = 2^\circ 11'$, расстояние по нитяному дальномеру $D = 18,6$ м, высота инструмента i равна высоте наведения ν .
- 13*. Вычислить превышение из измерений тригонометрическим нивелированием из середины, если угол наклона $\nu = 0^\circ 00'$, высота наведения на переднюю рейку 1,25 м, а на заднюю 0,67 м.
14. Перечислить основные поверки кипрегеля.
- 15.* Вычислить превышение по кипрегелю КН, если при наведении начальной окружности на высоту инструмента имеем отсчет $a = 0,96$ см, а коэффициент номограммы $k = -10$.

МОДУЛЬ 3

Введение

Третий модуль учебно-методического комплекса содержит 6 теоретических тем, 1 лабораторную работу и 2 контрольные точки для проверки теоретических и практических знаний. Из теоретических тем рассмотрены следующие темы:

1. Общие положения позиционирования.
2. Позиционирование со степенями свободы на плоскости.
3. Системы координирования на плоскости.
4. Определение положения точки на плоскости засечками.
5. Позиционирование с использованием ходов.
6. Определение положения точек сетями.

Лабораторная работа называется «Методы определения положения точек на плоскости».

Цель модуля – дать теоретические и практические представления об основных методах определения систем координирования, методах определения положения объектов и оценки точности на плоскости, для решения основной цели геодезии.

После изучения модуля студент должен знать:

- общие положения о позиционировании как процессе;
- основные системы координирования и их связи;
- основные методы определения положения точек засечками с оценкой точности;
- основные методы определения положения точек ходами и сетями с оценкой точности.

После изучения модуля студент должен уметь:

- определить нужную систему координирования для решения поставленной задачи;
- выполнять определение положения точки основными видами засечек с оценкой точности;
- выполнять определение положения точек теодолитными ходами с оценкой точности.

Контроль усвоения материала производится на основе двух контрольных точек: по теоретическому материалу и по лабораторной работе. По теории предварительно выдается шесть вопросов, на два из которых по вариантам студент должен дать исчерпывающие ответы. По практической части, после того, как лабораторная работа сдана и принята преподавате-

лем, студент письменно отвечает на 15 вопросов, получая оценку в процентах по выполненной правильно части.

На модуль отводится 4 недели – 4 лекции и 4 пары лабораторных занятий (см. календарный план дисциплины).

Модуль включает расчетно-графическую работу под названием «Обработка сети теодолитных ходов с одной узловой точкой».

3.1. Общие положения позиционирования

Основные вопросы: виды позиционирования; системы координирования; общая процедура позиционирования.

Виды позиционирования. В общем случае методы позиционирования можно разделить на *однозначные* и *со степенями свободы* в n -мерном пространстве.

При однозначном позиционировании количество параметров, однозначно определяющих положение объекта в n -мерном пространстве должно *точно* равняться n величинам (*необходимые* параметры). Если положение объекта описывается k величинами из n необходимых ($k < n$), то величина $t = n - k$ называется *числом геометрических степеней свободы*, а процедура позиционирования будет с t степенями свободы (t -свободная).

Таким образом, в самом общем случае, позиционирование есть процесс фиксации объекта в n -мерном пространстве набором из k параметров по какому либо правилу. Если $k < n$, то набор называют *недоопределенным* по $t = n - k$ параметрам; если $k = n$, то набор *совместный* (однозначный); если $k > n$, то набор *переопределенный* с избытком $m = k - n$.

Системы координирования. Чтобы набор в k из n параметров описывал положение объекта, он должен быть погружен в какую-либо опорную *систему*, имеющую определенное строение. В ней должен быть *центр* системы, соответственно упорядоченный набор *графических элементов* и задан масштаб. Следует учитывать, что из графических элементов точка является 1-мерным объектом (1-D), линия 2-мерным (2-D), а поверхность – 3-мерным объектом (3-D) с *масштабом*, и законом, связывающим введенные выше элементы с определяемым объектом. В качестве закона может быть, например, закон проецирования объекта на графические элементы. При этом, упорядочивание элементов должно быть простейшим и с наименьшим их количеством. Такого рода системы называют *референтными*

(системами *относимости*). Эти системы в свою очередь делятся на физические системы относимости и теоретические. Теоретические референтные системы принято называть *системами координат*, а набор параметров, описывающих положение объекта в системе координат – *координатами* объекта. Соответственно упорядоченный набор *графических элементов* в этом случае принято называть *координатными элементами* (например, координатная линия, координатная поверхность и т.д.).

В самом общем случае системы могут быть *однозначные* и *неоднозначные*. Самое широкое распространение в геодезии для определения положения объекта получили однозначные системы.

- По поведению центра системы координат могут быть:
 - статические, то есть центр не подвижен,
 - динамические, центр движется по какому-либо закону;
- по количеству центров (полюсов):
 - однополюсные,
 - многополюсные (биполярные, триполярные);
- по виду графических объектов:
 - прямолинейные,
 - криволинейные;
- по составу координат:
 - угловые,
 - линейные,
 - смешанные;
- по методу проецирования:
 - прямоугольные (ортогональные),
 - косоугольные (косые);
- по масштабу:
 - однородные (изотропные), то есть масштабы по всем координатным элементам одинаковы,
 - неоднородные (анизотропные), когда масштабы по всем (или некоторым) координатным элементам разные.

По размерности используемого пространства определения, координатные системы делят:

- на 1-мерные (или линейные);
- на 2-мерные (или поверхностные);
- на 3-мерные (телесные, или пространственные);
- на абстрактные n -мерные.

Для однозначных систем сумма размерностей координатных элементов после формирования системы должна равняться размерности системы координат.

Общая процедура позиционирования. Теперь, чтобы позиционировать объект в n -мерном пространстве (определить положение, координировать) посредством координат, необходимо:

- выбрать из существующих, или создать систему координатных элементов (область позиционирования) с полным набором в n параметров (по размерности пространства координирования). Система должна иметь центр, минимальный набор графических (координатных) элементов определенного вида и масштаба. Так задают системы элементов координирования, или просто систему координирования;

- задать закон связи координатных элементов с объектом, и реализовать эту связь;

- с использованием масштаба (масштабов) и центра (центров) отсчитать необходимые k параметров из n , которые и будут являться элементами позиционирования, или координатами, решающими поставленную задачу определения положения.

Физические системы относимости отличаются от теоретических только тем, что координатные элементы, определяющие систему, имеют физическую природу, например, лазерный луч или плоскость, натянутая проволока и т.д. Но элементы позиционирования (координаты) той же природы, что и в теоретических системах.

В последнее время в связи с широким использованием физических методов измерений в геодезии бурно развиваются системы относимости с физическими компонентами в системе позиционирования (например, сила тяжести, ускорение и т.д.), у которых очень большое будущее.

Координатные системы также могут быть *геодезическими* (естественными) и *полугеодезическими*. В геодезических системах все координатные элементы в виде линий должны быть *кратчайшими* (геодезическими), а в полугеодезических только их часть.

В геодезии на плоскости при полном составе элементов, равном 2, распространение получило позиционирование с 1 степенью свободы в виде:

- ориентирования, для определения направления в горизонтальной плоскости на предмет относительно направления, принятого за исходное;

- дистанцирование, для определения расстояния до предмета от начальной точки;

и однозначное в виде:

- засечки, при определении двумя параметрами одной точки;

- хода, при последовательном использовании для определения засечек;

- сети, при последовательно-параллельном использовании засечек.

Степени геометрической свободы в подобных системах – это количественная мера неопределенности в однозначном положении точки на плоскости. Для систем дистанцирования не определено направление, в котором на окружности радиуса d будет однозначно находиться определяемая точка. Для систем ориентирования не определено расстояние, на котором по известному направлению можно однозначно определить искомую точку.

Линии, по которым значение координатного параметра одинаково в любом ее месте, называют линией положения. Для расстояния эта линия окружность, для угла – прямая линия.

3.2. Позиционирование со степенями свободы на плоскости

Основные вопросы: ориентирование на плоскости; дистанцирование на плоскости.

К геометрическим элементам на плоскости относят точку, длину и горизонтальный угол. При размерности плоскости 2, для однозначного определения положения объекта на ней необходимо два параметра (геометрических элемента). Если элементов меньше 2, то имеем позиционирование со степенями свободы. В зависимости, какой элемент для позиционирования фиксирован, выделяют *ориентирование* и *дистанцирование*. Эти процедуры позиционирования с 1 степенью свободы исчерпывают все возможные варианты на плоскости.

Ориентирование на плоскости. В качестве базовых геометрических элементов для создания системы ориентирования достаточно выбрать на плоскости центр O в виде точки и исходное направление a в виде направленной линии. Приняв в качестве координатного элемента угол α на объект ориентирования P (рис. 3.1), имеем недоопределенную систему позиционирования с одним элементом α (углом между координатной линией a и направлением на определяемую точку) с 1 степенью геометрической свободы. Такие системы принято называть *системами ориентирования*.

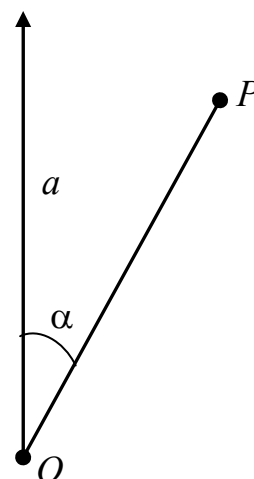


Рис. 3.1. Простейшая система ориентирования на плоскости

Напомним, что степени геометрической свободы – количественная мера неопределенности в однозначном положении объекта.

В качестве ориентирной линии a может быть выбрана любая физическая или теоретическая линия. Таким образом, название системы ориентирования зависит от исходной ориентирной линии:

– если в качестве ориентирной линии выбрана линия на плоскости, параллельная вертикальной координатной оси, то ориентирный угол, откладываемый от такого исходного направления по часовой стрелке от 0 до направления на объект, но не более чем в 360° , называется *дирекционным углом* α ;

– если в качестве ориентирной линии выбрана линия на плоскости, ориентированная на север, то ориентирный угол от такой линии называется *азимутом* A ;

– если в качестве ориентирной линии выбрана *вертикальная координатная* линия на плоскости, а ориентирный угол откладывается от верха или низа этого исходного направления вправо или влево в пределах от 0 до 90° с указанием четверти, то такой угол называют *румбом*. Между румбами и дирекционными углами существует связь (рис. 3.2).

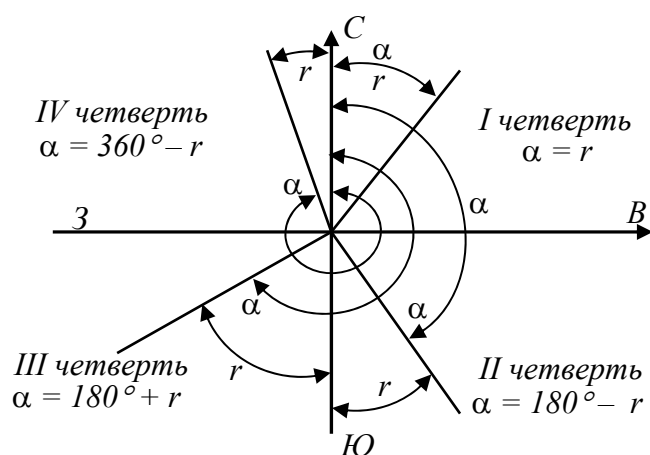


Рис. 3.2. Связь дирекционных углов с румбами

Например, румб во второй четверти может быть записан как ЮВ: $37^\circ 51'$. В международных обозначениях по сторонам света N, E, S, W – север, восток, юг, запад соответственно, предыдущий пример записывается как S $37^\circ 51'$ E.

Очевидно, что, зная румб, также несложно из рис. 3.2 получить дирекционный угол;

– если в качестве исходной линии взята произвольная линия с любой ориентировкой, то получаем локальную (местную) систему ориентирования с локальным ориентирным углом.

Пересчет ориентировки из одной системы в другую, производится путем исправления угла ориентирования на величину разности в исходных ориентирных направлениях двух систем.

Здесь C, В, Ю, З – маркировка сторон света север, восток, юг, запад для однозначной идентификации румба. Таким образом, полное название румба будет:
 для I четверти – СВ: r
 II четверти – ЮВ: r
 IV четверти – СЗ: r
 III четверти – ЮЗ: r .

Следует заметить, что большинство ориентирных углов изменяются от 0 до 360° по часовой стрелке и не бывают больше 360° и отрицательными.

В качестве исходного ориентирного направления может быть взято и какое-либо физическое направление, например, на северный магнитный полюс, направление стрелки гироскопа и т.д. В первом случае, ориентирные углы, откладываемые от направления на северный магнитный полюс, получили название *магнитных азимутов*.

Очень часто в геодезической практике необходимо получить ориентировку нескольких последовательно соединенных линий. Решение такой задачи возможно, если задан ориентирный угол одной из сторон (например, начальной) и все стороны соединены между собой измеренными горизонтальными углами β_i (углами поворота) (рис. 3.3). Для получения рабочих формул используем правило, по которому угол, к которому стоишь лицом, является разностью между правым и левым ориентирным направлением (отсчетами). Тогда из рис. 3.3 для движения слева – направо и левого по ходу угла поворота β_2 имеем:

$$\beta_2 = \alpha_{2-3} - \alpha_{2-1}.$$

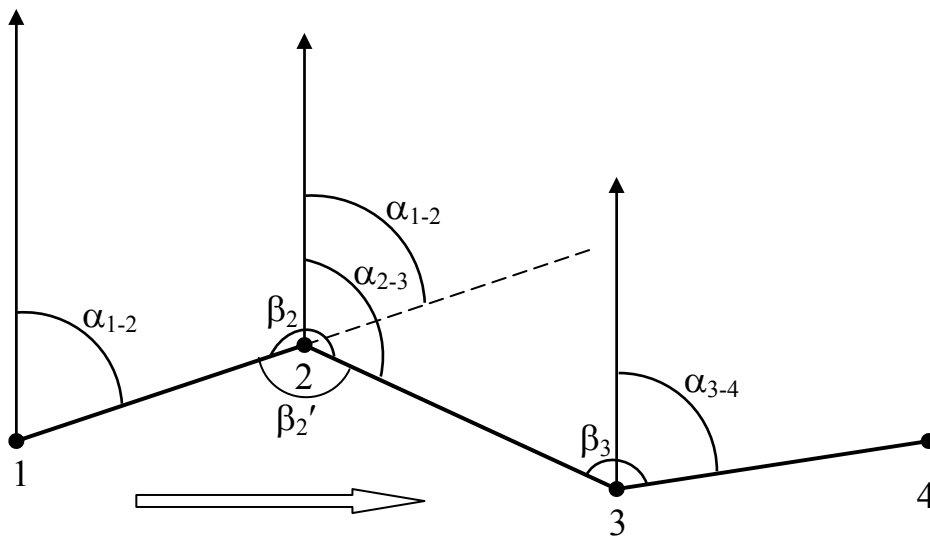


Рис. 3.3. Ориентирование последовательности линий

Заметим, что первый индекс в идентификации ориентирного угла, это всегда точка стояния, второй – точка наведения. Не сложно показать, что ориентирный угол α_{1-2} отличается от угла α_{2-1} , который называется *обратным* к α_{1-2} , ровно на 180° (см. рис. 3.4). Учитывать, что отрицательных и больших 360° ориентирных углов не бывает, то есть следует результат исправить на величину $\pm 360^\circ$.

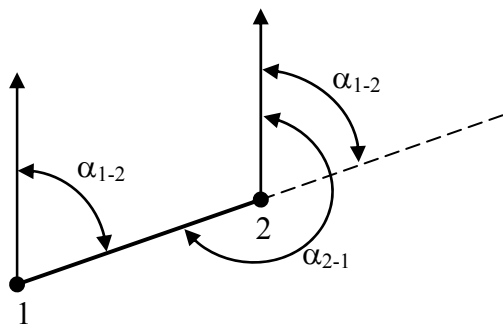


Рис. 3.4. Прямой и обратный ориентирные углы

Теперь для других углов:

$$\begin{aligned} \alpha_{2-3} &= \beta_2 + \alpha_{1-2} \pm 180^\circ; \\ \alpha_{3-4} &= \beta_3 + \alpha_{2-3} \pm 180^\circ; \\ &\dots \\ \alpha_{i,i+1} &= \beta_i + \alpha_{i-1,i} \pm 180^\circ. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Если получены правые по ходу углы, например, β_2' (рис. 3.3), то представив через них левые как $\beta_2 = 360 - \beta_2'$ и подставив результат в предыдущие выражения, последовательно имеем:

$$\begin{aligned} \alpha_{2-3} &= \beta_2' \pm 180^\circ - \alpha_{1-2}; \\ \alpha_{3-4} &= \beta_3' \pm 180^\circ - \alpha_{2-3}; \\ &\dots \\ \alpha_{i,i+1} &= \beta_i' \pm 180^\circ - \alpha_{i-1,i}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Формулы (3.1) и (3.2) можно получить и из следующих рассуждений. Если к продолжению угла α_{1-2} из точки 2 (рис. 3.3) прибавить 180° , мы получим промежуточный угол, который равен для правого по ходу:

$$\alpha_{1-2} + 180^\circ = \alpha_{2-3} + \beta_2',$$

а для левого:

$$\alpha_{1-2} + 180^\circ = \alpha_{2-3} + (360^\circ - \beta_2),$$

откуда:

$$\begin{aligned} \alpha_{2-3} &= \alpha_{1-2} + 180^\circ - \beta_2', \\ \alpha_{2-3} &= \alpha_{1-2} + \beta_2 - 180^\circ. \end{aligned}$$

Из приведенных выводов получено правило:

– для определения ориентирного угла последующей стороны по известной исходной и связывающей его с определяемой, левым измеренным углом, к предыдущему ориентирному прибавляют левый измеренный угол и вычитают 180° ;

– если измерен правый угол, то последующий ориентирный угол равен предыдущему ориентирному плюс 180° и минус правый по ходу измеренный угол.

Ориентирование, как самостоятельный процесс, используется, для задания в принятой системе, направления на объект и для однозначного позиционирования (координирования), как один из элементов. Для ориентирования, линией положения является прямая линия, в любом месте которой будет одинаковое значение ориентирного угла. На рис. 3.5 для точки P это будет линия $O-P$.

Дистанцирование на плоскости. Пусть в качестве координатных элементов этой системы позиционирования выбран центр в виде точки O и отрезок e , принятый за масштаб. Масштаб в этом случае удобнее откладывать в виде концентрических окружностей с центром O и расстоянием между ними e (рис. 3.5). Тогда имеем недоопределенную систему позиционирования с одним элементом d (расстоянием до определяемой точки) и 1 степенью геометрической свободы. Такого рода системы называют *системами дистанцирования*.

Чтобы дистанцировать точку P в определенной системе соединим ее прямой с центром системы O и замерим полученное расстояние $d_1 = |OP|$ с использованием масштаба e .

Дистанцирование как самостоятельный процесс используется, для задания в принятой системе, расстояния между исходной точкой и определяемой и как один из элементов, для однозначного позиционирования (координирования). Для дистанцирования, линией положения является концентрическая окружность, в любом месте которой будет одинаковое значение расстояния. На рис. 3.5 для точки P это окружность O_1 длины d_1 , для точки T – окружность O_2 длины d_2 и т.д.

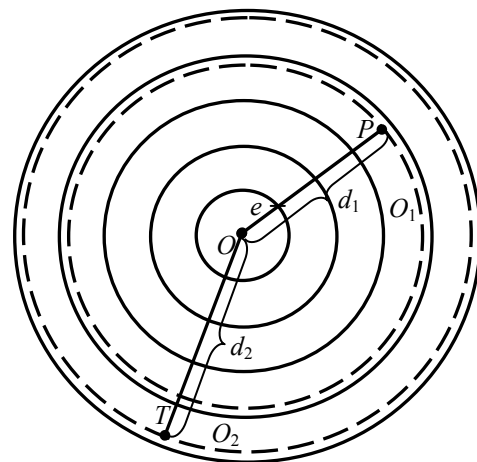


Рис. 3.5. Система дистанцирования на плоскости

Основной элемент дистанцирования – измеренное горизонтальное расстояние, изучается подробно в теме «Линейные измерения».

3.3. Системы координирования на плоскости

Основные вопросы: построение основных систем координирования; связь между основными системами координирования; другие системы координирования.

Построение основных систем координирования. Рассмотрим задачу позиционирования на поверхности, размерность которой $N = 2$ и, следовательно, для введения однозначной теоретической системы координат требуется $n = 2$ параметра (координатных элемента). Выберем в качестве исходной поверхности плоскость A и в любом месте *центр* O . В качестве координатного элемента возьмем прямую линию (графический элемент

размерности 1), на которой зададим масштаб, в виде единичного отрезка e (рис. 3.6, а). Таким образом, мы получили простейшую, однозначную, плоскую, линейную, однородную, со стационарным центром *систему координат* (систему опор, репер).

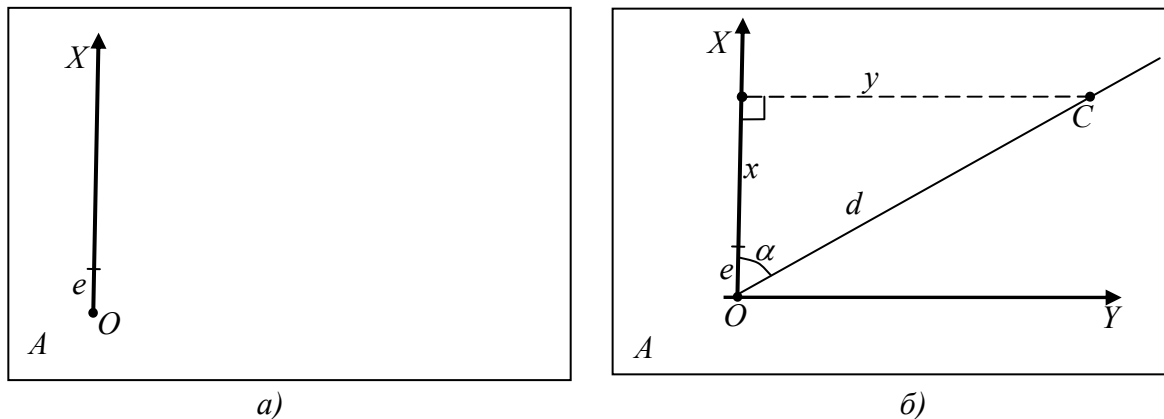


Рис. 3.6. Плоская система позиционирования

Определим положение (позиционируем) во введенной системе координат объект в виде точки C . Для этого надо выбрать из возможных $n = 2$ некоторое число параметров (координат). По количеству это может быть 1 или 2 элемента, по составу – углы, линии или смешанный набор. Если выбраны все возможные элементы, то система однозначная (или совместная), а если 1 из 2, то недоопределенная с $t = 1$ степенями геометрической свободы (1-свободная).

Пусть в качестве закона связи между системой координат и определяемой точкой выбрано простое соединение ее с центром системы O . Такая связь образует два элемента: расстояние до точки d и ориентирный угол α . Если принять в качестве элементов позиционирования длину d и угол α , получим совместную (однозначную) систему позиционирования, называемую *полярной системой координат*.

Если в качестве закона связи между точкой и системой координат взять ортогональный закон проектирования точки на координатную линию OX , то реализовав проектирование (см. рис 3.6, б), получим длину перпендикуляра – отрезок y и длину x , в виде отсекаемого перпендикуляром отрезка на линии OX . Эти два линейных элемента и будут координатами точки C во введенной системе, получивших название *прямоугольной декартовой системы координат*. Система весьма древняя, но изначально использовалась в виде пересечения под прямым углом двух прямых линий X и Y .

Закон проецирования может быть задан под любым углом φ . В этом случае система носит название *косоугольной декартовой системы координат* (рис. 3.7).

Системы координат на плоскости, следуя подходу известного французского геометра *Эли Кармана*, можно задавать в виде 3 точек, решая сразу задачу фиксирования, ориентирования и масштабирования. Например, для косоугольной декартовой системы, задаем 3 точки A , B и C так, чтобы B была центром системы, отрезок $B-A$ задавал масштаб e_1 по одной оси и исходное направление, а отрезок $B-C$ задавал масштаб e_2 по другой оси и был под нужным углом φ относительно отрезка $B-A$ (рис. 3.8).

В дальнейшем будем подразумевать, что масштабы по всем осям одинаковы, если не было дополнительных оговорок.

Очевидно, что между всеми системами координат на плоскости существует связь.

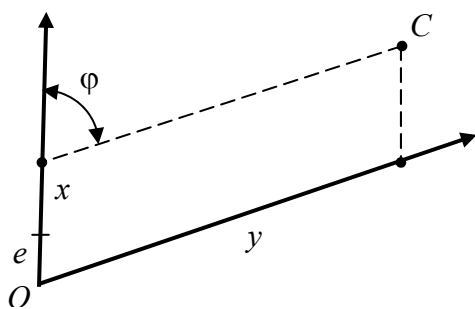


Рис. 3.7. Косоугольная декартова система координирования

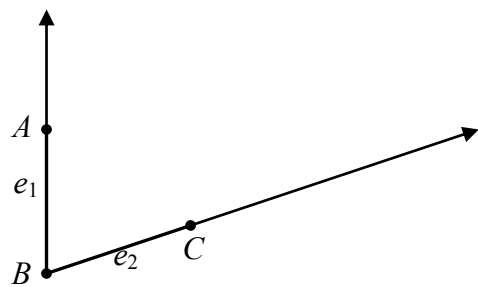


Рис. 3.8. Задание системы координат по Карману

Связь между основными системами координирования. Выделим на плоскости самые распространенные системы координирования:

– *прямоугольная декартова система*, представляющая собой два перпендикулярных отрезка (x, y) , однозначно позиционирующих точку на плоскости (см. рис. 3.6, б);

– *полярная система* (α, d) , состоящая из ориентирного угла α и полярного расстояния d до однозначно позиционируемой точки (см. рис. 3.6, б).

Связь между этими системами на плоскости называют главными геодезическими задачами. При этом выделяют:

1. **Прямую геодезическую задачу**, или переход от полярных координат к прямоугольным декартовым. Дано: декартовы координаты точки 1 (x_1, y_1) и полярный угол и расстояние с этой точки на точку 2 (α_{1-2}, d_{1-2}) . Эти величины могут считаться как результатами измерений, так и полярными координатами точки 2. По данным требуется найти декартовы координаты точки 2 (x_2, y_2) . Из рис. 3.9 видно, что искомые координаты можно представить как:

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 + \Delta x_{1-2} \\ y_2 &= y_1 + \Delta y_{1-2} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Величины Δx_{1-2} и Δy_{1-2} называют разностями соответствующих координат или приращениями координат. При этом:

$$\Delta x_{1-2} = x_2 - x_1,$$

$$\Delta y_{1-2} = y_2 - y_1.$$

Из прямоугольного треугольника 1-2- P приращения координат получить на основе полярных координат не составляет труда:

$$\Delta x_{1-2} = d_{1-2} \cdot \cos(\alpha_{1-2})$$

$$\Delta y_{1-2} = d_{1-2} \cdot \sin(\alpha_{1-2})$$

(3.4)

Таким образом, решение прямой геодезической задачи, или переход от полярных к прямоугольным координатам сводится к нахождению приращений координат по (3.4) и самих декартовых координат по (3.3).

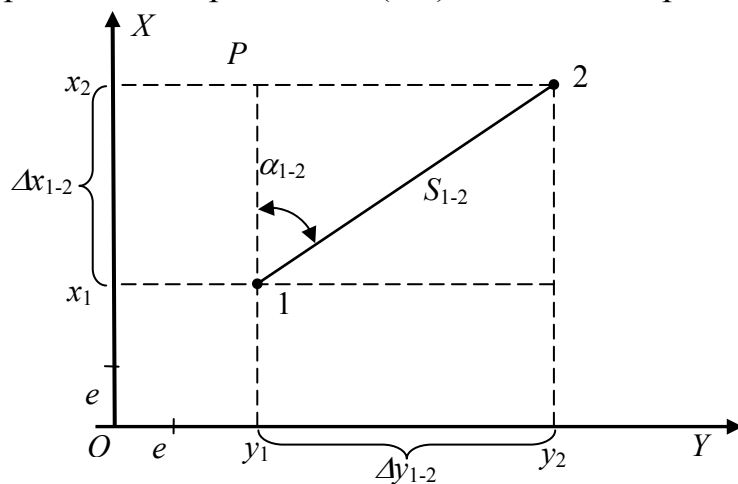


Рис. 3.9. Схема связей декартовых и полярных координат

2. Обратную геодезическую задачу, или переход от декартовых координат к полярным. Здесь даны координаты точки 1 и точки 2 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , а требуется найти полярные координаты (α_{1-2}, d_{1-2}) . Из прямоугольного треугольника 1-2- P сторона d_{1-2} может быть найдена по теореме Пифагора через стороны 1- P и 1- P , которые в свою очередь являются приращениями соответствующих координат (рис. 3.9):

$$d_{1-2} = \sqrt{\Delta x_{1-2}^2 + \Delta y_{1-2}^2}.$$

(3.5)

Полярный угол α_{1-2} получают из выражения:

$$\text{tg}(\alpha_{1-2}) = \frac{\Delta y_{1-2}}{\Delta x_{1-2}}.$$

(3.6)

Следует не забывать, что при вычислении приращений координат, всегда от координаты конечной точки вычитают координаты начальной. Обычно изначально получают не конечный ориентирный угол α , а проме-

жуточный угол, который мы знаем как румб r . От румба переходят к нужному ориентирному полярному углу по известной схеме связи румбов с дирекционными углами, что в вычислительном отношении, на данном этапе, является оптимальным. Кроме приведенных ранее формул, переход может быть осуществлен и следующим образом:

$$a = \arccos\left(\frac{\Delta x_{1-2}}{d_{1-2}}\right), \quad (3.6a)$$

если $\Delta y_{1-2} \geq 0^\circ$, то $\alpha = a$, если $\Delta y_{1-2} < 0^\circ$, то $\alpha = 360^\circ - a$.

Для контроля вычислений используют формулы:

$$d_{1-2} = \frac{\Delta x_{1-2}}{\cos(\alpha_{1-2})} = \frac{\Delta y_{1-2}}{\sin(\alpha_{1-2})}. \quad (3.7)$$

Несколько отдельно стоит задача о 3 точках, которая имеет не меньшее распространение и значимость, чем стандартные прямая и обратная задачи. Здесь даны декартовы координаты 3 точек (x_1, y_1) , (x_2, y_2) и (x_3, y_3) , а требуется найти внутренний угол β (рис. 3.10). Решается задача на основе двойного решения обратной геодезической задачи и использовании правила нахождения угла по двум образующим его направлениям.

Таким образом, для получения значения угла β необходимо, используя (3.6), вычислить дирекционные (или другие ориентирные) углы α_{2-3} и α_{2-1} . Затем, используя правило для вычисления углов по направлениям, получаем:

$$\beta = \alpha_{2-3} - \alpha_{2-1}.$$

Следует иметь в виду, что первый индекс в наименовании дирекционного угла – номер вершины определяемого внутреннего угла.

Формула для вычисления угла β в общем случае имеет вид:

$$\begin{aligned} \beta &= \arctg\left(\frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}\right) - \arctg\left(\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}\right) = \\ &= \arctg\left(\frac{\Delta y_{2-3}}{\Delta x_{2-3}}\right) - \arctg\left(\frac{\Delta y_{2-1}}{\Delta x_{2-1}}\right) = \arctg(A) - \arctg(B) \end{aligned} \quad (3.8)$$

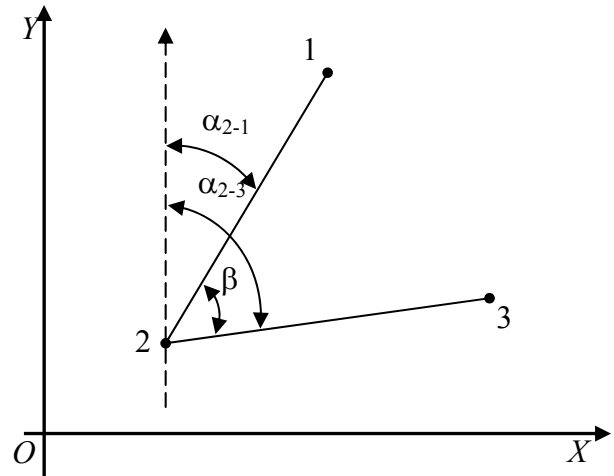


Рис. 3.10. Схема решения трехточечной задачи

Используя для нее формулу разности арктангенсов двух величин, получим другой вид решения задачи:

$$\beta = \arctg(A) - \arctg(B) = \gamma \cdot 180^\circ + \arctg\left(\frac{A-B}{1+A \cdot B}\right);$$

$$\gamma = \begin{cases} 0, & A \cdot B < 1 \\ 1, & A > 0, \quad A \cdot B > 1. \\ -1, & A < 0, \quad A \cdot B > 1 \end{cases} \quad (3.9)$$

Иногда в геодезии выделяют *третью главную геодезическую задачу*, которая звучит так: точкой A и точкой B с известными координатами задана линия a . Вне линии задана координатами точка P . Необходимо найти величину перпендикуляра $|CP| = c$, опущенного с точки P на линию a и величину проекции $|AC| = b$ (рис. 3.11).

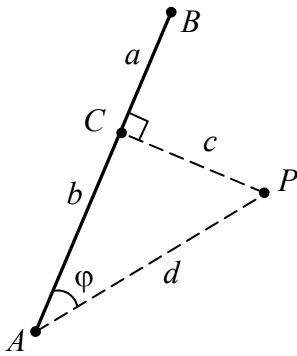


Рис. 3.11. Схема третьей главной геодезической задачи

Решение задачи может быть представлено в следующей последовательности:

1. Решая по известным формулам задачу о 3 точках, вычисляют угол φ и попутно расстояние d .
2. Из прямоугольного треугольника ACP вычисляют необходимые величины как:

$$\begin{cases} c = d \cdot \sin(\varphi), \\ b = d \cdot \cos(\varphi). \end{cases} \quad (3.10)$$

Если к линии a в точку A опустить перпендикуляр, то мы получим систему координат, которую принято называть *локальной*, или *местной*. В этом случае пара чисел (b, c) будут носить название *локальных координат*.

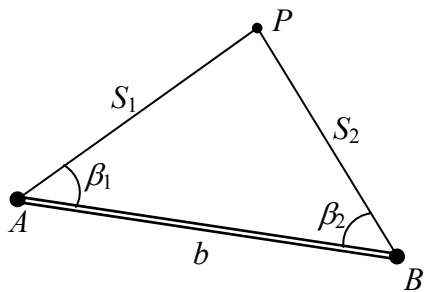


Рис. 3.12 Схема биполярных систем координирования

Другие системы координирования.

Кроме перечисленных систем координирования на плоскости, которые можно отнести к *однополярным* (или просто *полярным*), в геодезии достаточно часто используются системы, называемые *биполярными* (рис. 3.12).

Здесь заданы две точки A и B с известными координатами, называемые *полюсами* и которые образуют базис b . Требуется закоординировать точку P в системе базиса b , то есть определить

2 параметра, однозначно решающих задачу. Здесь возникает 3 варианта:

1. В качестве параметров (координатных элементов) выбрать пары (S_1, β_1) или (S_2, β_2) . Поучаем определенные ранее обычные полярные системы определения положения.

2. В качестве координат выбрать пару линейных элементов с двух полюсов (S_1, S_2) . Определенная таким образом система носит название *би-полярная линейная*.

3. В качестве координат выбрать пару угловых элементов с двух полюсов (β_1, β_2) . Такая система носит название *биполярная угловая*.

Таким образом, системы координирования на плоскости сводятся к системам со степенями свободы в виде:

- систем ориентирования,
- систем дистанцирования,

и систем для однозначного определения положения (координирования), таких как:

- декартова прямоугольная система координат,
- полярная система координат,
- биполярная линейная система,
- биполярная угловая система.

Для однозначного определения положения объекта на плоскости необходимо 2 параметра.

Связи между системами координат известны как геодезические задачи. Если связь между декартовыми и полярными координатами, то задачи главные геодезические.

Выделяют *глобальные* системы определения положения, в которых определяются координаты всех объектов плоскости и локальные внутри глобальных для определения положения части объектов на плоскости. В самом общем случае локальные и глобальные системы могут иметь разные центры (сдвиг) и разную ориентировку начальных направлений (разворот). Задача пересчета координат из одной системы в другую называется *трансформированием*.

3.4. Определение положения точки на плоскости засечками

Основные вопросы: виды основных засечек; методы решения основных засечек; решение основных засечек на основе линий положения; погрешность положения точки определенной засечкой.

Виды основных засечек. Один из простейших способов позиционирования объекта на плоскости, это однозначное определение одной точки. Для этого необходимо выбрать систему, в которой будет производиться определение положения и набор из 2 приемлемых параметров (координат).

Очевидно, что для определения координат, должны быть выполнены измерения. Так как измерения сами могут быть координатами, их число для однозначного определения положения на плоскости точки должно равняться 2. Измерить мы можем угол и расстояние. Вспомним, что линия положения (одинаковой величины) для угла – направление, для расстояния – окружность. При определении положения точки этими элементами, она получается как пересечение двух линий положения, то есть как бы «засекается» ими. Поэтому, методы определения положения точки на плоскости пересечением двух линий положения были названы плоскими *засечками*.

По набору измеренных величин засечки делят следующим образом (рис. 3.13):

- *линейная засечка*, когда измерены два расстояния S_1 и S_2 с двух точек с известными координатами;
- *угловая засечка*, когда измерены два угла β_1 и β_2 с двух точек с известными координатами. При этом, точки должны образовывать базис (задача *Юнга*), или иметь ориентирные направления (задача *Гаусса*);
- *линейно-угловая (комбинированная) засечка*, когда измерены угол β_1 и расстояние S_2 с двух точек с известными координатами. Если угол β_1 и расстояние S_1 измерены с одной точки базиса, то засечка носит название *полярной*.

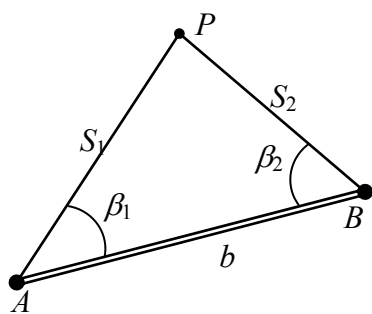


Рис. 3.13. Схемы засечек на плоскости

Не сложно заметить, что все засечки являются полярными или биполярными системами с координатами в виде результатов измерений углов или расстояний. Но для хранения результатов позиционирования и дальнейшего использования, их в подавляющем большинстве переводят в плоские, прямоугольные, декартовы координаты.

Методы решения основных засечек. Из методов решения засечек, то есть перевода измерений в координаты, можно выделить следующие:

- решение на основе линий положения,
- решение сведением к прямой геодезической задаче,
- определение в локальном базисе с последующей трансформацией в глобальную систему координирования.

Очевидно, что засечки могут быть реализованы в локальной и глобальной системе и классифицируются по набору использованных измерений. Если количество измерений соответствует необходимому для плоскости, то есть 2, то засечки называются однократными, а если больше – то многократными, которые требуют еще и специальных способов обработки результатов измерений. Если измерения производятся с исходных пунктов на определяемые, то засечку называют *прямой*, а если с определяемых на исходные, то *обратной*.

Рассмотрим определение положения точки в локальном базисе. Пусть задан базис b точками с известными координатами A и B (рис. 3.14). Точки определяют локальную систему координат с центром в точке A и исходным направлением по линии AB . В этой системе требуется однозначно определить положение точки P . Линейная засечка определяется измерением двух длин S_1 и S_2 .

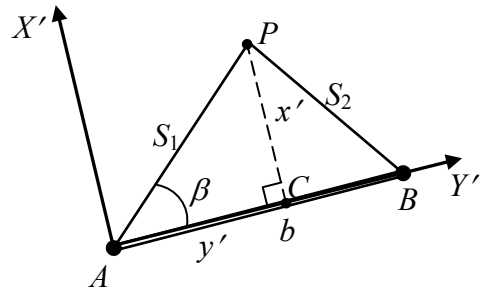


Рис. 3.14. Схема определения положения точки линейной засечкой в локальном базисе

Переход к локальным прямоугольным декартовым координатам (x', y') может быть выполнен из прямоугольного треугольника APC :

$$\begin{cases} x' = S_1 \cdot \sin(\beta), \\ y' = S_1 \cdot \cos(\beta). \end{cases} \quad (3.11)$$

Угол β легко определяется из теоремы косинусов как:

$$\cos(\beta) = \frac{S_1^2 + b^2 - S_2^2}{2 \cdot S_1 \cdot b}. \quad (3.12)$$

Далее возможны два варианта:

1. Через арккосинус найти значение угла и взяв его синус подставить в (3.11).
2. Используя то, что $\sin(\beta) = \sqrt{1 - \cos^2(\beta)}$, вычислить его значение и подставить в (3.11).

Очевидно, что для вычислений может использоваться и угол в точке B .

При определении положения точки угловой засечкой, измеряются углы β_1 и β_2 с точек A и B (рис. 3.15).

Вычисление локальных прямоугольных координат (x', y') может быть выполнено из прямоугольного треугольника APC по формулам (3.11).

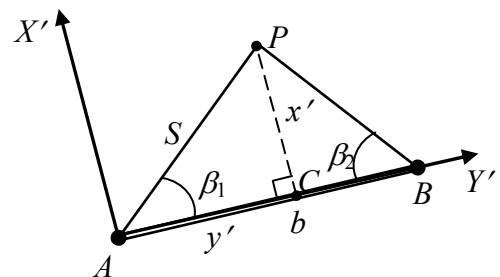


Рис. 3.15. Схема определения положения точки угловой засечкой в локальном базисе

Значение длины S можно определить из теоремы синусов как:

$$S = \frac{b \cdot \sin(\beta_2)}{\sin(\beta_1 + \beta_2)}. \quad (3.13)$$

Подставив (3.13) в (3.11) и после некоторых преобразований синуса суммы углов, получим:

$$\begin{cases} x' = \frac{b \cdot \sin(\beta_1) \cdot \sin(\beta_2)}{\sin(\beta_1 + \beta_2)} = \frac{b}{\text{ctg}(\beta_1) + \text{ctg}(\beta_2)}, \\ y' = \frac{b \cdot \cos(\beta_1) \cdot \sin(\beta_2)}{\sin(\beta_1 + \beta_2)} = \frac{b \cdot \text{ctg}(\beta_1)}{\text{ctg}(\beta_1) + \text{ctg}(\beta_2)}. \end{cases} \quad (3.14)$$

При определении точки полярной засечкой сразу используются формулы (3.11).

При определении любой комбинированной засечки с двух точек, по формулам (3.12) или (3.13) вычисляют недостающий элемент и далее используют (3.11).

Для определения положения точки в глобальной системе координат (глобальном базисе) посредством сведения расчетов к прямой геодезической задаче, запишем основные формулы (рис. 3.16):

$$\begin{cases} x_P = x_A + \Delta x_{A-P} = x_A + S_{A-P} \cdot \cos(\alpha_{A-P}), \\ y_P = y_A + \Delta y_{A-P} = y_A + S_{A-P} \cdot \sin(\alpha_{A-P}). \end{cases} \quad (3.15)$$

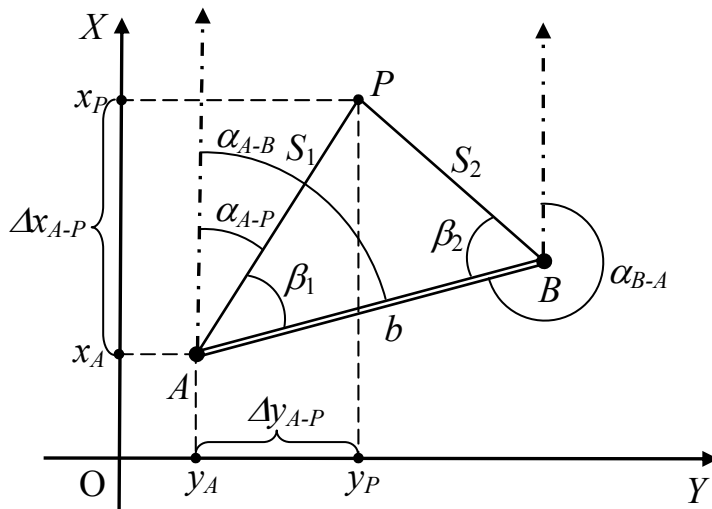


Рис. 3.16. Схема определения положения точки засечками в глобальном базисе

Для определения положения линейной засечкой, последовательность вычислений может быть сведена к следующим шагам:

– из треугольника APB по теореме косинусов (см. (3.12)) получаем угол β_1 , по которому вычисляем ориентировку стороны $A-P$:

$$\alpha_{A-P} = \alpha_{B-A} + 180^\circ - \beta_1, \quad (3.16)$$

учитывая, что угол поворота β_1 правый по ходу. Имея ориентировку и измеренное расстояние S_1 , используем формулы (3.15) для получения глобальных координат (x_P, y_P) определяемой точки P .

При определении положения точки угловой засечкой, когда измерены углы β_1 и β_2 , для использования формул (3.15) по (3.16) вычисляют ориентировку стороны $A-P$ по измеренному углу β_1 . Далее, по теореме синусов (3.13) вычисляют длину S_1 стороны $A-P$ и используют (3.15) для вычисления окончательных координат точки P .

При определении положения полярной засечкой, когда измерены, например, величины S_1 и β_1 , по формуле (3.16) вычисляют ориентировку стороны $A-P$, и сразу используют (3.15) для окончательного определения координат.

Для определения координат точки P в глобальном базисе на основе линий положения запишем для всех измерений формулы линий положения, которые связывают измерения с определяемыми координатами.

Пусть измерен угол β_1 на пункте A с известными координатами (x_A, y_A) между направлением с известным дирекционным углом α_{AB} и направлением на определяемую точку P (рис. 3.17). Прямая линия AP , называемая линией положения точки P для измеренного угла β_1 однозначно определяется своим дирекционным углом α_{AP} , который можно получить как $\alpha_{AP} = \alpha_{AB} - \beta_1$, или по (3.16). С другой стороны, уравнение линии положения можно записать как:

$$\operatorname{tg}(\alpha_{A-P}) = \frac{y_P - y_A}{x_P - x_A},$$

откуда окончательно получаем:

$$\operatorname{tg}(\alpha_{A-P}) \cdot (x_P - x_A) = (y_P - y_A). \quad (3.17)$$

Для измеренного угла β_2 на пункте B с координатами (x_B, y_B) , производя подобные рассуждения, получим:

$$\operatorname{tg}(\alpha_{B-P}) \cdot (x_P - x_B) = (y_P - y_B). \quad (3.17a)$$

Если измеряется расстояние S_1 (см. рис. 5) от пункта A с известными координатами (x_A, y_A) до определяемой точки P , то линией положения измерения (то есть линией с одинаковыми значениями измеренной величины в каждой точке) является окружность радиуса S_1 и центром в пункте A . Из геометрии известна формула этой окружности:

$$(x_P - x_A)^2 + (y_P - y_A)^2 = S_1^2. \quad (3.18)$$

Для расстояния S_2 от пункта B с координатами (x_B, y_B) до определяемой точки P , по аналогичным рассуждениям имеем:

$$(x_P - x_B)^2 + (y_P - y_B)^2 = S_2^2. \quad (3.18a)$$

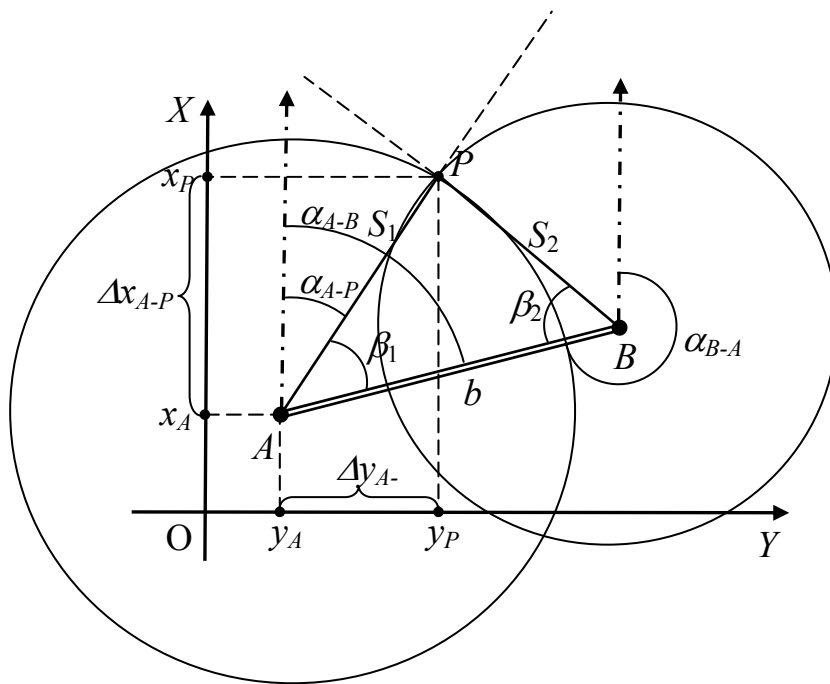


Рис. 3.17. Схема определения положения точки линиями положения в глобальном базисе

Теперь координаты точки $P(x_P, y_P)$ можно найти из совместного решения двух уравнений (по количеству необходимых для однозначного позиционирования элементов для плоскости), взяв любую комбинацию из (3.17), (3.17а), (3.18), (3.18а) по два. Очевидно, что совместное решение двух уравнений линий положения, это получение координат точки их пересечения, то есть решение засечки. Из основных комбинаций линий положения выделим:

- уравнения типа (3.17) и (3.17а), определяющие прямую угловую засечку,
- уравнения типа (3.18) и (3.18а), определяющие линейную засечку,
- одно уравнение типа (3.17) и одно уравнение типа (3.18) (для одной станции) дают полярную засечку,
- одно из измерений угла на исходной точке, другое угла на определяемой, дают обратную угловую засечку,
- измерение длины и угла на определяемой точке определяют боковую засечку,
- измерение угла с одной исходной точки, а длины с другой, дают комбинированную (линейно-угловую) засечку,
- измерение двух углов с определяемой точки на три исходные, носит название задачи *Патенота* (общая обратная засечка),
- если ни на исходные, ни на определяемую точку встать не возможно и для решения вводится дополнительная точка, то имеем задачу *Ганзена*.

Все виды могут быть реализованы аналитически с получение координат определяемой точки в виде чисел и графически, когда получается

точка, фиксирующая положение определяемой точки относительно исходных пунктов на графическом материале.

Решение основных засечек на основе линий положения. Рассмотрим подробное решение способом линий положения основных видов засечек: полярной, угловой и линейной аналитически.

В полярной засечке исходными данными являются координаты пункта $A (x_A, y_A)$ и координаты пункта $B (x_B, y_B)$, или дирекционный угол α_{A-B} направления AB (рис. 3.16). Измеряемыми элементами являются горизонтальный угол β_1 и расстояние S_1 . Неизвестные элементы – координаты точки $P (x_P, y_P)$. Таким образом для получения координат точки P , нам надо решить совместно два уравнения линий положения для угла (3.17) и для линии (3.18):

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\alpha_{A-P}) \cdot (x_P - x_A) &= (y_P - y_A), \\ (x_P - x_A)^2 + (y_P - y_A)^2 &= S_1^2. \end{aligned}$$

Подставляя первое уравнение во второе, имеем:

$$(x_P - x_A)^2 + (x_P - x_A)^2 \cdot \operatorname{tg}^2(\alpha_{A-P}) = (x_P - x_A)^2 \cdot (1 + \operatorname{tg}^2(\alpha_{A-P})) = S_1^2.$$

Учитывая, что $1 + \operatorname{tg}^2(\alpha_{A-P}) = \frac{1}{\cos^2(\alpha_{A-P})}$, получаем:

$$S_1 = \frac{(x_P - x_A)}{\cos(\alpha_{A-P})} \rightarrow x_P = x_A + S_1 \cdot \cos(\alpha_{A-P}).$$

Полученное выражение подставим в первое уравнение исходной системы:

$$(S_1 \cdot \cos(\alpha_{A-P})) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{A-P}) = (y_P - y_A) \rightarrow y_P = y_A + S_1 \cdot \sin(\alpha_{A-P}).$$

Как видим, полученные формулы решения полярной засечки на основе линий положений совершенно идентичны полученным ранее формулам (3.15).

В угловой засечке исходными данными являются координаты пункта $A (x_A, y_A)$ и координаты пункта $B (x_B, y_B)$, или дирекционный угол α_{A-B} направления AB (рис. 3.17). Измеряемыми элементами являются горизонтальные углы β_1 и β_2 . Неизвестные элементы – координаты точки $P (x_P, y_P)$. Тогда, для получения координат точки P необходимо совместно решить уравнения (3.17) и (3.17а) линий положения углов β_1 и β_2 :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\alpha_{A-P}) \cdot (x_P - x_A) &= (y_P - y_A) \\ \operatorname{tg}(\alpha_{B-P}) \cdot (x_P - x_B) &= (y_P - y_B). \end{aligned}$$

Из первого уравнения системы выразим y_P :

$$y_P = y_A + \operatorname{tg}(\alpha_{A-P}) \cdot (x_P - x_A) \quad (3.19)$$

и подставим во второе уравнение:

$$(x_P - x_B) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{B-P}) = y_A - y_B + (x_P - x_A) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{A-P}).$$

Раскрывая скобки и группируя, имеем формулу:

$$x_P = \frac{(y_A - y_B) + x_B \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{B-P}) - x_A \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{A-P})}{\operatorname{tg}(\alpha_{B-P}) - \operatorname{tg}(\alpha_{A-P})}, \quad (3.20)$$

которая, совместно с (3.19), решает поставленную задачу. Формула (3.20) часто представляется в виде:

$$x_P = x_A + \frac{(y_A - y_B) + (x_B - x_A) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{B-P})}{\operatorname{tg}(\alpha_{B-P}) - \operatorname{tg}(\alpha_{A-P})}. \quad (3.20a)$$

Очевидно, что исходные базисы для такого рода засечек могут быть разные на исходных точках, а не образовывать общую сторону AB как на рис. 3.11. В этом случае говорят об общем виде прямой угловой засечки, которая также может быть решена на основе формул (3.19) и (3.20), но не (3.15), так как нет замкнутого треугольника. Решение на основе (3.15) носит имя *задачи Юнга*, а (3.19), (3.20) – *задачи Гаусса*.

Решение исходной системы может быть выполнено и численно, сведением ее к системе линейных уравнений

$$\begin{cases} \operatorname{tg}(\alpha_{A-P}) \cdot x_P - y_P = \operatorname{tg}(\alpha_{A-P}) \cdot x_A - y_A \\ \operatorname{tg}(\alpha_{B-P}) \cdot x_P - y_P = \operatorname{tg}(\alpha_{B-P}) \cdot x_B - y_B \end{cases} = \begin{cases} A_1 \cdot x_P + B_1 \cdot y_P = C_1 \\ A_2 \cdot x_P + B_2 \cdot y_P = C_2 \end{cases}, \quad (3.21)$$

что с развитием средств вычислительной техники является, наверно более предпочтительно.

В линейной засечке исходными данными являются координаты пункта A (x_A, y_A) и координаты пункта B (x_B, y_B), или дирекционный угол α_{A-B} направления AB (см. рис. 3.16). Измеряемыми элементами являются горизонтальные проложения S_1 и S_2 . Неизвестные элементы – координаты точки P (x_P, y_P). В этом случае для получения координат точки P решают совместно уравнения (3.18) и (3.18a) линий положения расстояний S_1 и S_2 . Очевидно, что решение двух квадратичных уравнений вызывает определенные трудности и неоднозначность, и потому используется достаточно редко.

Решение основных засечек в локальном базисе с последующей трансформацией заключается в том, что формулы получения координат (x_L, y_L) (3.11), (3.14) преобразуются из локального базиса в глобальный в виде (x_G, y_G). В разделе «Трансформация результатов координатоопределе-

ния» будет показано, что это выполняется простым разворотом полученных координат относительно центра на известный угол φ и сдвигом по осям на величины x_0 и y_0 на основе формул (рис. 3.18):

$$\begin{cases} x_G = \cos(\varphi) \cdot x_L + \sin(\varphi) \cdot y_L + x_0 \\ y_G = -\sin(\varphi) \cdot x_L + \cos(\varphi) \cdot y_L + y_0 \end{cases} \quad (3.22)$$

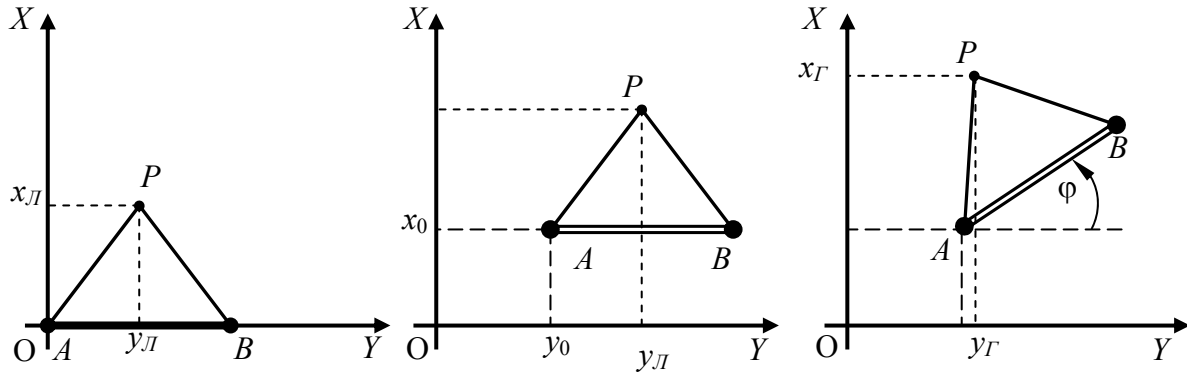


Рис. 3.18. Схема трансформации из локальной системы координат в глобальную систему

Здесь угол φ равен разности дирекционных углов линии АВ в локальном и глобальном базисе и для нашего случая $\varphi = 90^\circ - (\alpha_{A-B})_G$. Преобразуя систему (3.22) с учетом значения φ и используя формулы приведения, получим, например, для полярной засечки формулы (3.15) и т.д.

При графической реализации засечек, когда положение получают не в виде численного значения координат, а в виде точки положения на графическом материале, просто откладывают на нем измеренные величины в виде линий положения, пересечение которых и решает задачу.

Например, для угловой засечки, отложив транспортиром два угла, получаем точку пересечения направлений, которая и является решением. Для полярной засечки, отложив угол, а на нем расстояние в масштабе, также получаем графическое решение. При реализации линейной засечки положение получают на пересечении двух дуг, принадлежащим окружностям с радиусами, равными измеренным расстояниям.

В рассмотренных способах решения засечек количество измерений принималось равным размерности плоскости, то есть 2. На практике для нахождения координат точки и производства контроля выполняют дополнительные (избыточные) измерения расстояний или углов. При этом точка определяется несколько раз из разных комбинаций измерений, а в качестве окончательного результата принимается среднее по координатам, если расхождения между определяемыми величинами в допуске.

Погрешность положения точки определенной засечкой. При определении погрешности точки, определенной засечкой следует учитывать, что используемые измерения имеют погрешности Δ . Эти погрешности неопределенны по знаку, но для определенного измерения имеют свое геометрическое представление. Несложно увидеть, что для измеренного расстояния S это кольцо, шириной в двойную погрешность измерения длины 2Δ , а для угла β (направления) угловой сегмент в двойную погрешность 2Δ измерения угла (рис. 3.19). Такие объекты называют «полосами положения».

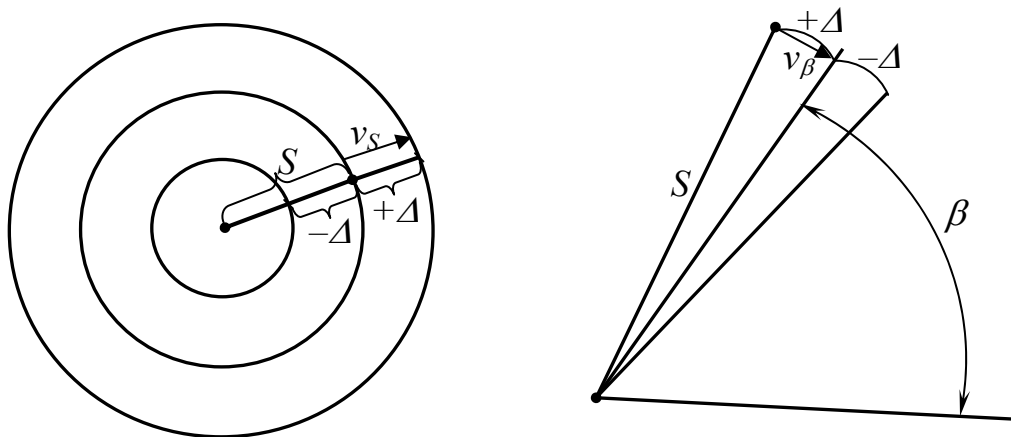


Рис. 3.19. Схемы секторов погрешностей измерений

Таким образом, любое измерение X имеет область неопределенности, записываемая как $X \pm \Delta$. Заметим, что погрешность измерения длины действует на определенную величину вдоль направления измерения, а угла – поперек, из чего следует, что эти влияния носят векторный характер. Исходя из этого, введем понятие «вектор погрешности измерения», обозначив его для измеренного расстояния v_s , а угла – v_β . Обозначим погрешности измерения длины как m_s , а угла как m_β . Очевидно, что для расстояния, его значение равно $v_s = m_s$; для измеренного угла, из малого треугольника со сторонами S и v_β , имеем $v_\beta = S \cdot \text{tg}(m_\beta) = S \cdot m_\beta / \rho$ (см. рис. 3.19).

Положение точки на плоскости определяется двумя измерениями, или в пересечении их линий положения. Но наличие полос положения приводит к тому, что линии положения пересекаются не в точке, а образуют некоторую фигуру в виде четырехугольника положения. Вид фигуры зависит от набора измерений. Четырехугольники положения для основных видов засечек при определении положения точки P представлены на рис. 3.20.

Эти фигуры из-за их малости и большого расстояния S можно считать параллелограммами, так как в их пределах дуги окружностей можно заменить отрезками касательных, а расходящиеся стороны угла – отрезка-

ми прямых, параллельных линиям положения. Но расстояния от точки P до границ фигуры неодинаковы, так как различны погрешности положения точки P по разным направлениям.

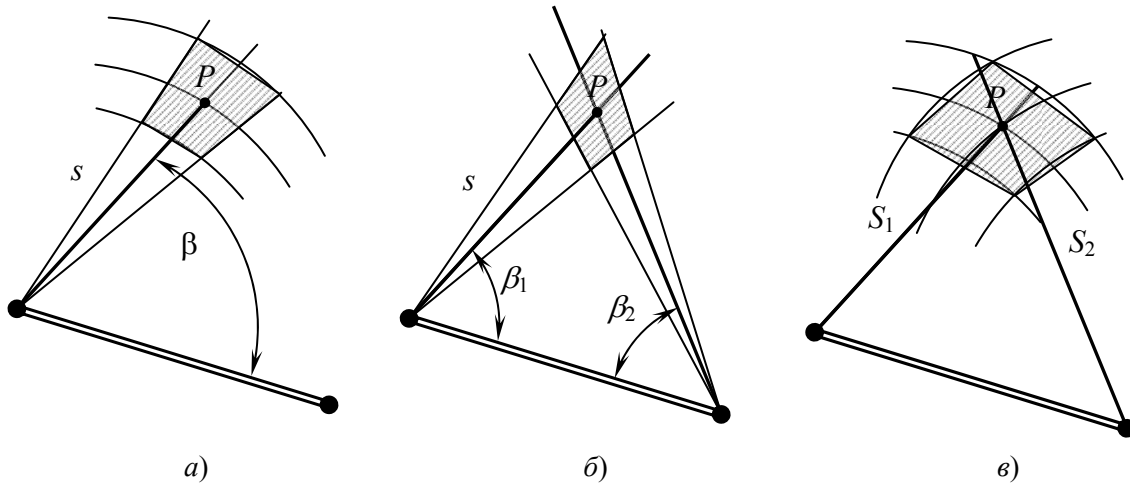


Рис. 3.20. Фигура положения:

а – в полярной засечке, б – в линейной засечке, в – в прямой угловой засечке

Линии положения делят четырехугольник положения на 4 равные части (рис. 3.20), которые назовем параллелограммами ошибок с углами при вершинах γ и $(180^\circ - \gamma)$, где γ ($180^\circ - \gamma$) – угол между векторами ошибок v_1 и v_2 . Поскольку высоты параллелограммов ошибок численно равны модулям векторов v_1 и v_2 , то стороны параллелограммов получаются по известным формулам (рис. 3.21):

$$\begin{cases} a = v_1 / \sin(\gamma), \\ b = v_2 / \sin(\gamma). \end{cases} \quad (3.23)$$

По известным сторонам a и b и углу между ними γ вычисляют длины диагоналей параллелограмма d_1 и d_2 :

$$\begin{aligned} d_1^2 &= a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\gamma), \\ d_2^2 &= a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\gamma) \end{aligned}, \quad (3.24)$$

которые обе могут служить мерами точности определения положения, но

только по определенным направлениям, что часто очень неудобно. Таким образом, для характеристики точности определения, возникает необходимость иметь некоторое обобщенное значение погрешности положения точки P . Чаще всего его вычисляют как среднее квадратическое из длинной и

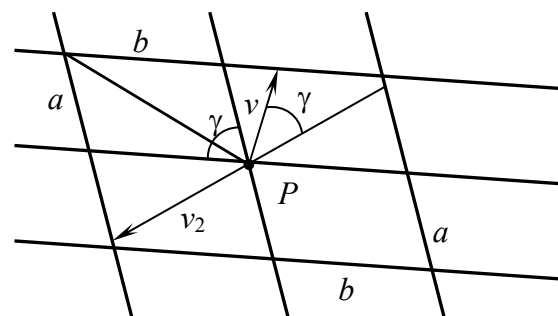


Рис. 3.21. Параллелограммы погрешностей

короткой диагоналей параллелограмма ошибок. Из (3.24) видно, что сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов сторон, из чего имеем:

$$M_P^2 = a^2 + b^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2}{\sin(\gamma)}. \quad (3.25)$$

Теперь формулы для оценки точности точки P , полученной разными засечками будут иметь вид:

– полярная засечка, $v_1 = m_S$, $v_2 = S \cdot m_\beta / \rho$, угол между векторами погрешностей $\gamma = 90^\circ$, а погрешность определения пункта:

$$M_P^2 = a^2 + b^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2}{\sin(\gamma)} = m_S^2 + S^2 \cdot \frac{m_\beta^2}{\rho^2}. \quad (3.26)$$

– прямая угловая засечка, $v_1 = S_1 \cdot m_\beta / \rho$, $v_2 = S_2 \cdot m_\beta / \rho$, угол между векторами погрешностей $\gamma = 180^\circ - (\beta_1 + \beta_2)$, а погрешность определения пункта:

$$M_P^2 = a^2 + b^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2}{\sin(\gamma)} = \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \cdot \frac{(S_1^2 + S_2^2)}{\sin^2(\beta_1 + \beta_2)}. \quad (3.27)$$

– линейная засечка, $v_1 = m_{S1}$, $v_2 = m_{S2}$, угол между векторами погрешностей γ вычисляется по измеренным сторонам, например по теореме косинусов, или снимается с плана, а погрешность определения пункта будет:

$$M_P^2 = a^2 + b^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2}{\sin(\gamma)} = \frac{(m_{S1}^2 + m_{S2}^2)}{\sin^2(\gamma)}. \quad (3.28)$$

На практике получают не M_P^2 , а величину M_P , которая и считается средней квадратической погрешностью определения положения точки P каким-либо видом засечек.

3.5. Позиционирование с использованием ходов

Основные вопросы: общие положения позиционирования ходами; передача исходных дат; полевые работы при определении положения точек теодолитными ходами; камеральные работы при определении положения точек ходами; обработка ориентирного условия; обработка координатных условий; общая последовательность обработки; обработка результатов в замкнутом ходе; некоторые способы выявления грубых погрешностей в измерениях; другие способы обработки.

Общие положения позиционирования ходами. Основой любого способа позиционирования является засечка. При этом возможно использовать засечки для определения одной точки, а можно для определения нескольких. Использование для определения нескольких точек засечками последовательно, то есть последующая точка определяется через определенные ранее, приводит к такому понятию как *ход* из засечек, или просто *ход*. Используя основные виды засечек можно выделить следующие ходы:

– угловые засечки, примененные последовательно, порождают угловой ход (рис. 3.22). Здесь, начиная с исходных пунктов A и B угловыми засечками последовательно определяются точка 1, с нее и точки A – точка 2, с нее и точки 1 – точка 3 и т.д. Таким образом, в каждом образованном треугольнике измеряются по два засечечных угла. Для контроля и увеличения точности в треугольниках принято измерять все три угла. Такого рода построения для определения положения нескольких точек получили название *звено триангуляции* (рис. 3.22). В настоящее время используется достаточно редко;

– примененные последовательно линейные засечки порождают линейный ход (рис. 3.22). Как и в предыдущем случае, начиная с исходных пунктов A и B линейными засечками последовательно определяются точка 1, с нее и точки A – точка 2, далее, точка 3 и т.д.

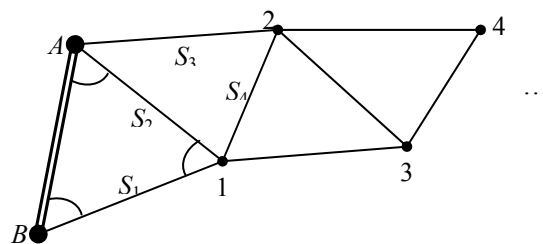


Рис. 3.22. Схема определения положения последовательным рядом треугольников

Такой способ определения положения сразу требует измерения в образованных треугольниках всех трех длин сторон. Эти построения получили название *звенья трилатерации* (см. рис. 3.22). В настоящее время используется чаще, чем звенья триангуляции;

– наибольшее распространение на современном этапе получило последовательное использование полярных засечек, которые образуют *линейно-угловые ходы* (рис. 3.23), которые будут рассмотрены более подробно.

Здесь с базиса A - B определяется точка 1, с нового базиса B -1 полярной засечкой определяется точка 2 и так далее.

При использовании такого рода метода определения положения, в зависимости от точности, выделяют *теодолитные ходы* и *полигонометрические ходы*.

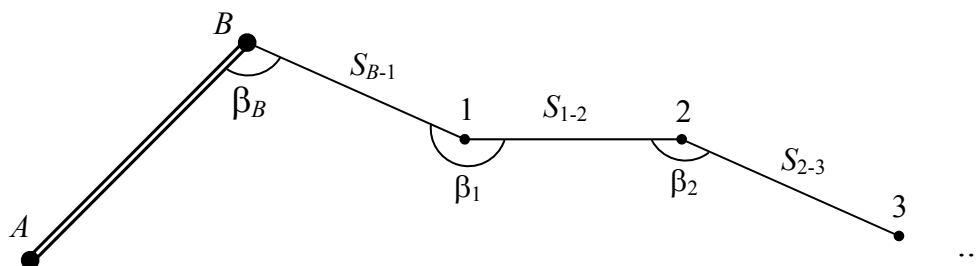


Рис. 3.23. Схема линейно-углового хода и последовательности полярных засечек

В линейно-угловых ходах в зависимости от их формы и вида связи с исходными пунктами выделяют следующие конфигурации:

- разомкнутый линейно-угловой ход, который в начале и в конце опирается на базисы (рис. 3.24, а);
- замкнутый линейно-угловой ход (полигональный ход), когда ход начинается и заканчивается одним базисом, входящим в состав хода (рис. 3.24, б);
- сомкнутый линейно-угловой ход, в котором ход начинается и заканчивается одной точкой базиса, а другая точка базиса ходу не принадлежит (рис. 3.24, в);
- висячий линейно-угловой ход, который начинается с полного базиса, а заканчивается определяемой точкой (рис. 3.24, г);
- безбазисный линейно-угловой ход (ход с координатной привязкой) начинается с одной исходной точки и заканчивается на другой исходной точке (рис. 3.24, д);
- свободный линейно-угловой ход, который начинается с одной определяемой точки и заканчивается другой определяемой точкой. Такие построения не имеют связи с исходными пунктами (полностью свободный ход), но могут иметь в своем составе исходное направление (свободный по масштабу ход) или исходную длину (свободный по ориентировке ход) (рис. 3.24, е).

Несложно заметить, что практически все эти построения являются частными случаями одного – разомкнутого линейно-углового хода (рис. 3.24, а). Для замкнутого и сомкнутого хода, начальный и конечный базисы совпадают, а для других присутствует только часть базисов.

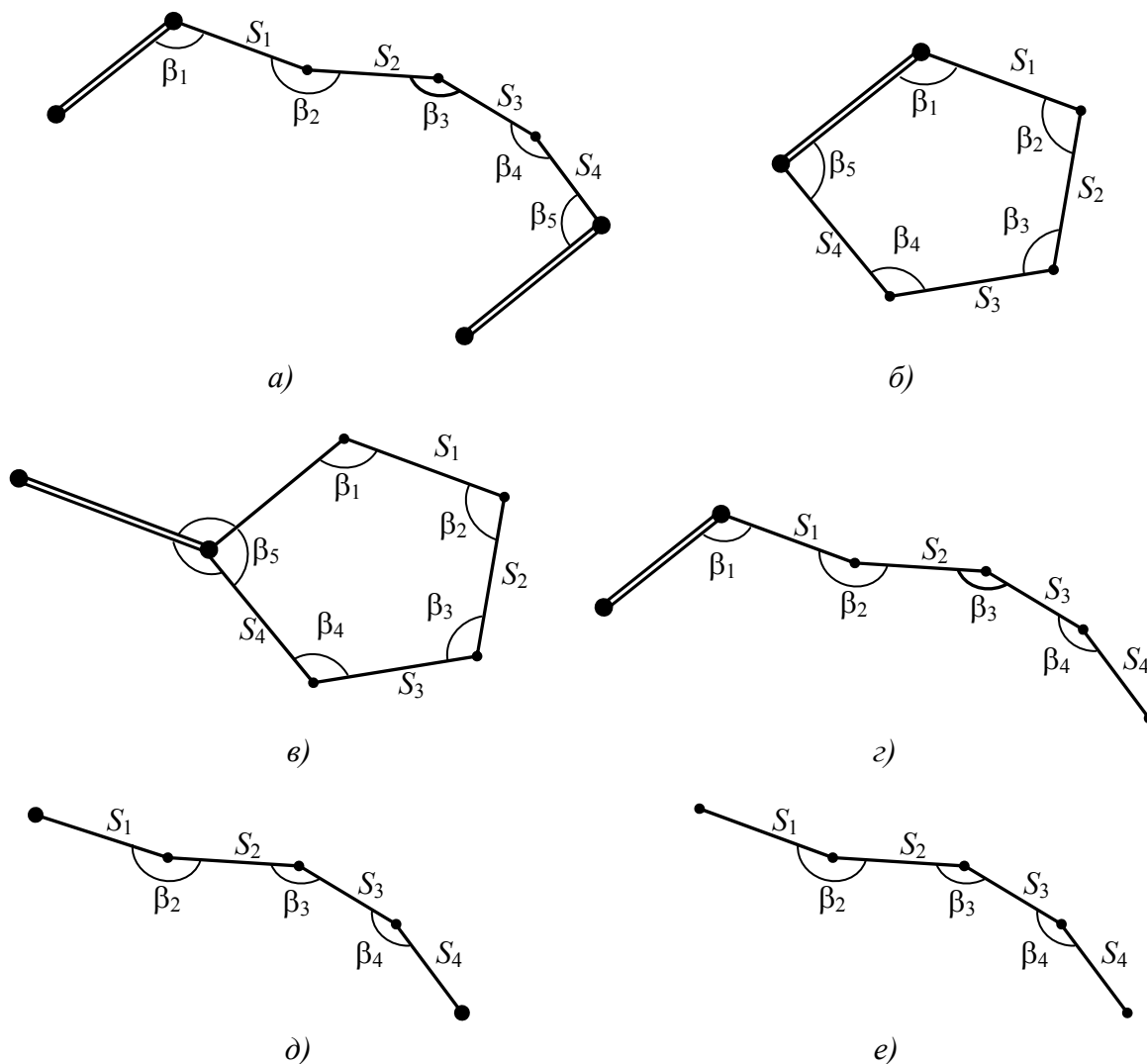


Рис. 3.24. Виды линейно-угловых ходов: а – разомкнутый линейно-угловой ход; б – замкнутый линейно-угловой ход; в – сомкнутый линейно-угловой ход; г – висячий линейно-угловой ход; д – безбазисный линейно-угловой ход; е – свободный линейно-угловой ход

Передача исходных дат. Для получения координат определяемых точек в принятой системе координирования, необходимо включить в состав построения точки с известными координатами или каким-либо образом связать эти точки со своим построением. Такая процедура носит название *передача исходных дат* или *привязка*. Очевидно, что для однозначного определения точек хода, он должен быть фиксирован, то есть не иметь сдвига в плоскости по осям, и ориентирован, то есть должна отсутствовать возможность его разворота. Фиксацию можно произвести, включив в состав хода точку с известными координатами, или произведя дополнительные измерения и связав, таким образом, точку с построением. Для устранения разворота хода задают ориентировку одной из его сторон

или в виде базиса, или в виде ориентирного направления. При этом могут возникать следующие случаи:

- весь базис включен в состав хода,
- одна точка базиса с исходными координатами включена в состав хода,
- ни одной точки базиса не включают в состав хода.

Кроме всего прочего, передача исходных дат должна быть проведена с контролем, то есть и ориентировка и фиксация определена не менее двух раз, если базис не включен в состав хода.

Основные схемы передачи исходных дат для приведенных выше случаев приведены на рис.3.24 и 3.25.

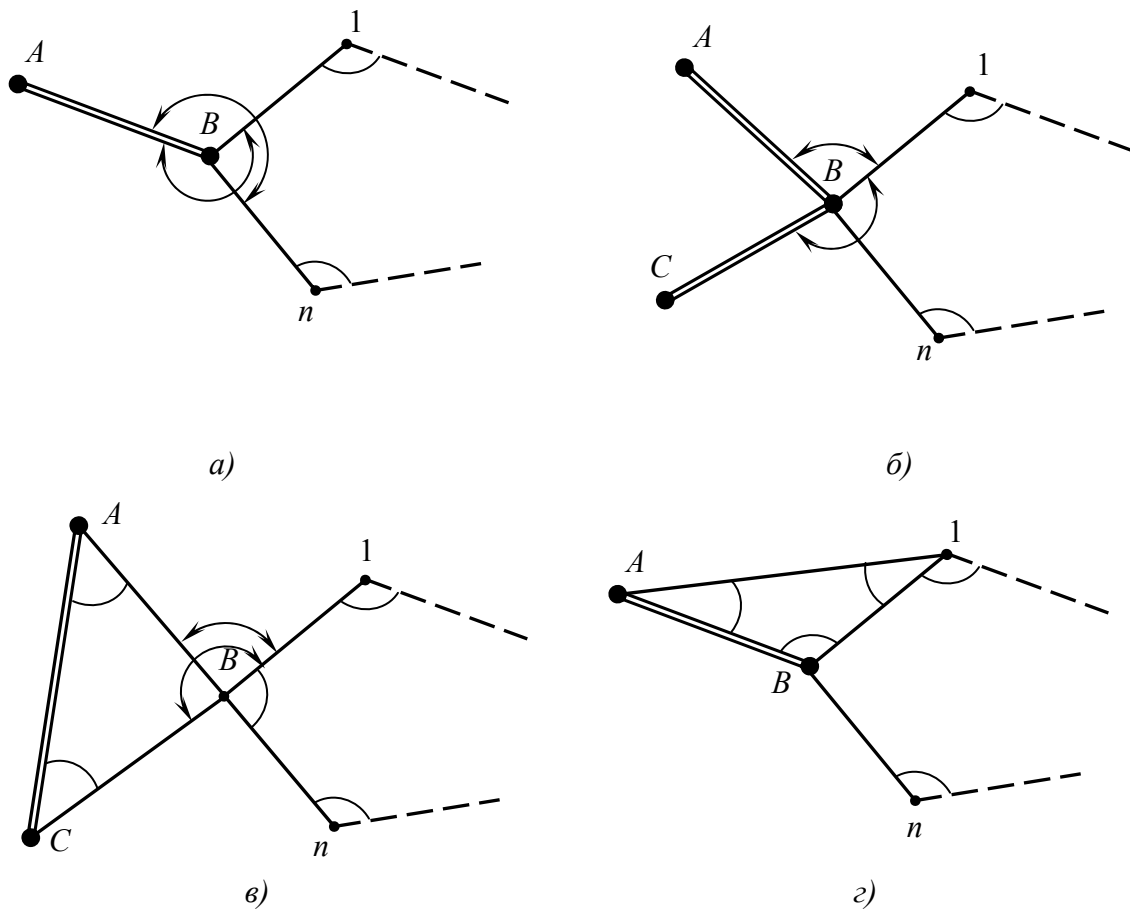


Рис. 3.25. Основные схемы передачи исходных дат (привязки):
 а – сведение к разомкнутому ходу; б – двухбазисная передача;
 в – привязка по внешнему базису; г – треугольная привязка

При передаче исходных дат на разомкнутый ход, в его состав включают базис или его часть в начале и в конце (рис. 3.24, а, з, д). Полигоны привязывают: по схеме рис. 3.25, а, сведением его к разомкнутому ходу, начиная с базиса АВ и заканчивая им; передачей ориентировки дважды на сторону полигона (рис. 3.25, б). Здесь или весь базис, или одна из его точек

принадлежат ходу. Схема на рис. 3.25, *в* предполагает передачу фиксации на точку *B* с одной и другой стороны внешнего базиса *АС*, а также дважды передается ориентировка на сторону хода *B-1*. Схема на рис. 3.25, *г* использует контроль через треугольник.

В данном курсе изучаются линейно-угловые хода, предназначенные для координирования точек, с которых впоследствии будет производиться съемка местности для рисовки плана. Такого рода хода называют *теодолитными*.

Традиционно, работы по определению координат точек ходами, делят на полевые и камеральные.

Полевые работы при определении положения точек теодолитными ходами. Полевые работы начинают с проектирования. Проектирование теодолитных ходов обычно выполняют на фотоплане участка работ масштаба 1:5000. Оптимальное расстояние между пунктами – от 80 м до 150 м (по Инструкции – от 40 м до 350 м), а форма хода может быть любой и выбирается в зависимости от участка местности. Здесь же отыскиваются на плане исходные пункты, намечается вид привязки. При небольшом участке съемки проектирование теодолитного хода выполняют непосредственно на местности.

Следующий этап – полевое обследование участка (разведка, рекогносцировка). В процессе рекогносцировки намечают местоположение пунктов при обязательном условии взаимной видимости между соседними пунктами.

Намеченные пункты, в зависимости от их назначения, закрепляют временными или долговременными точками. При временном закреплении, преимущественно используемом в теодолитных ходах, в землю вбивается деревянный колышек длиной около 10 см – 20 см и толщиной около 4 см. Колышек рекомендуется забивать, чтобы над землей осталось не более 1 см его длины. Центр пункта обычно отмечают вбивая в торец колышка шуруп с крестовой насечкой, или используют шляпку гвоздя длиной порядка 2 см. Чтобы просто и быстро отыскать заложенный пункт, на расстоянии 20 – 30 см от колышка делается окопка глубиной около 5 см в форме угла, треугольника, прямоугольника. В один из углов окопки забивается опознавательный кол высотой около 20 см – сторожок. Номер пункта рекомендуется подписывать на сторожке простым карандашом, но в связи с большой вероятностью его потери, подпись дублируется на торце колышка.

Если есть необходимость расположить пункт на асфальтовом покрытии, то его закрепляют забитым в асфальт металлическим костылем, дюбе-

лем, или средним гвоздем. Подпись выполняется краской, а пункт маркируется какой либо геометрической фигурой.

Очевидно, что место закладки пункта должно быть удобным для установки штатива теодолита (поэтому без особой нужды не желательно закрепление на асфальте) и обеспечивать хороший обзор для съемки в радиусе 60 – 100 м.

На следующем шаге полевых работ производится измерение горизонтальных углов полным приемом, при наклонах сторон хода более $1,5^\circ$ – вертикальных углов при одном круге с точностью до $10'$. Длины сторон измеряются лентой в прямом и обратном направлении с относительной точностью $1/1000$ – $1/3000$. Не рекомендуется покидать станцию до тех пор, пока все допуски на измерения не выполнены. Результаты измерений заносятся в стандартные полевые журналы с ведением схем измерений, ходов, привязки – абрисов. Привязка хода, в зависимости от схемы, может быть выполнена в любое время, но до начала этапа обработки результатов измерений.

Камеральные работы при определении положения точек ходами. Обработка результатов полевых измерений (камеральные работы), зависит от вида построения и способа привязки. При этом необходимо, чтобы в построении была возможность контроля привязки и измерений в ходе.

Пусть для определения положения точек был использован висячий ход (см. рис. 3.24, *з*). Из схемы видно, что измерены 4 угла и 4 длины стороны. Количество определяемых пунктов 4, следовательно, на плоскости, для их однозначного определения необходимо выполнить $4 \cdot 2$ измерения, что и было сделано. Понятно, что если в одном или более измерениях сделана ошибка, найти ее невозможно. Таким образом, при координировании пунктов висячим ходом координаты получают бесконтрольно. Процесс обработки сводится просто к последовательному вычислению ориентировки сторон хода и применению прямой геодезической задачи.

Как было показано выше, большинство схем линейно-угловых ходов являются частным случаем разомкнутого хода (см. рис. 3.24, *а*). Исходными данными в таком ходе являются координаты исходных пунктов, включенных в ход в начале и в конце. Исходная ориентировка в виде начального и конечного дирекционных углов может быть задана явно или в виде второй точки, образуя, таким образом, начальный и конечный базис. Теперь, решая обратную геодезическую задачу, мы всегда сможем получить ориентирные углы для ориентировки построения. В схеме рис. 3.24, *а* для определения 3 пунктов было измерено 5 углов и 4 длины стороны. Для ра-

зомкнутого теодолитного хода рис. 3.24, а количество углов всегда на 2 больше определяемых точек n , а количество измеренных сторон меньше углов на 1. Отметим, что углы на начальном и конечном исходных пунктах называют *примычными углами*, остальные – просто углы поворота. Количество измерений для определения 3 точек на плоскости будет равно 6, а выполнено 9 измерений, то есть 3 измерения являются избыточными: это угол на предпоследнем пункте хода, угол на последнем пункте хода и последняя сторона хода. Приводит это к тому, что считая дирекционные углы справа налево и слева направо, мы получаем немного разные значения. Точно такой же казус будет и при определении координат x и y , так как задействуются разные измерения. Возникшая неопределенность по трем видам величин и приводит к необходимости дополнительной обработки результатов измерений в построении.

С другой стороны, наличие избыточных измерений позволяет проконтролировать точность измерений углов, так как, передавая исходный дирекционный угол через углы поворота, мы должны в конце получить конечный заданный дирекционный угол. Для координат получаем то же самое: исходные начальные координаты x и y , с использованием прямой геодезической задачи передаются на конечную точку хода, координаты которой известны. Степень отличия того, что должно быть, от вычисленного вами по результатам измерений и является показателем качества измерений.

Следует заметить, что количество избыточных измерений для разомкнутого линейно-углового хода всегда равно $(n + 2) + (n + 1) - 2n = 3$.

Наличие неопределенностей и возможность контроля приводят к возникновению точных математических условий, которые должны выполняться для построения. В самом общем случае в любом геодезическом построении каждое избыточное измерение порождает какое-либо условие, поэтому количество условий равно количеству избыточных измерений. Очевидно, что в разомкнутом линейно-угловом ходе возникает три условия: условие дирекционных углов и два координатных условия.

Обработка ориентирного условия. Для получения вида условия дирекционных углов вычислим их последовательно для всех сторон хода, используя формулу передачи дирекционного угла на последующую сторону хода в n точек по левым измеренным:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha_{нач.} + \beta_1 - 180^\circ, \\ \alpha_2 &= \alpha_1 + \beta_2 - 180^\circ, \\ &\dots \\ \alpha_{кон.} &= \alpha_{n-1} + \beta_n - 180^\circ, \end{aligned} \tag{3.29}$$

Сложив левые и правые части этих равенств, получим:

$$\begin{aligned} & (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{n-1}) + \alpha_{кон.} = \\ & = \alpha_{нач.} + (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{n-1}) + \sum_{i=1}^n \beta_i - 180^\circ \cdot n \end{aligned} \quad (3.30)$$

Преобразовав (3.30), будем иметь математическую запись геометрического условия дирекционных углов в разомкнутом линейно-угловом ходе:

$$\alpha_{кон.} = \alpha_{нач.} + \sum_{i=1}^n \beta_i - 180^\circ \cdot n. \quad (3.31)$$

Из выражения (3.31) можно выразить сумму измененных углов:

$$\sum_{i=1}^n \beta_i = [\beta]_{лев.} = \alpha_{кон.} - \alpha_{нач.} + 180^\circ \cdot n. \quad (3.32)$$

Выполняя эти же действия для правых углов поворота, сумму получим в виде:

$$\sum_{i=1}^n \beta_i = [\beta]_{пр.} = \alpha_{нач.} - \alpha_{кон.} + 180^\circ \cdot n. \quad (3.33)$$

Так как в правые части выражений (3.32) и (3.33) входят исходные дирекционные углы, то суммы, полученные по этим формулам, носят название *теоретической суммы* углов хода, то есть то, что должно быть при безошибочных измерениях. Очевидно, что сумма реально измеренных углов, вследствие погрешностей измерений, как правило, отличается от теоретической суммы на некоторую величину, называемую *угловой невязкой*. Невязка f_β вычисляется как разность между тем, что есть (суммой углов практической или измеренной) и тем, что должно быть (суммой углов теоретической):

$$f_\beta = [\beta]_{II} - [\beta]_T. \quad (3.34)$$

Графически угловая невязка есть разность вычисленного и заданного конечного дирекционного угла.

Для контроля качества угловых измерений на невязку накладывается допуск. Невязка при качественных измерениях не должна быть больше допустимой величины:

$$f_{\beta(доп.)} = t \cdot m_\beta \cdot \sqrt{n}. \quad (3.35)$$

Здесь t – вероятностный коэффициент, принимаемый как 2, 2,5 или 3;

m_β – погрешность измерения угла;

n – число углов в ходе.

Напомним, что для теодолитного хода погрешность измерения углов порядка 30".

Если невязка не допустима, то проверяют вычисления. Если вычисления верны, то необходимо перемерить углы.

При допустимом значении невязки ее следует распределить путем введения поправок v_{β_i} в измеренные углы с целью приведения суммы практической к сумме теоретической и таким образом привести в соответствие геометрическое условие дирекционных углов (3.31). Углы с введенными поправками называют *исправленными* углами. Исходя из сказанного, можно записать:

$$[\beta + v]_{II} = [\beta]_{II} = [\beta]_T = [\beta]_{II} + [v], \quad (3.36)$$

откуда следует, что сумма поправок в измеренные углы должна равняться невязке с противоположным знаком:

$$[v] = -f_{\beta}. \quad (3.37)$$

В выражении (3.37) n неизвестных поправок, и для его решения необходимо наложить на них $(n - 1)$ дополнительных условий. Очевидно, что наиболее простым вариантом таких условий будет равенство всех поправок:

$$v_1 = v_2 = \dots = v_n = v_{\beta}. \quad (3.38)$$

В этом случае решение уравнения (3.37) получим в виде:

$$v_{\beta} = -f_{\beta} / n. \quad (3.39)$$

Таким образом, при принятом условии (одним из возможных) угловая невязка f_{β} распределяется с обратным знаком поровну во все измеренные углы. Исправленные значения углов, исходя из (3.36), вычисляются как:

$$(\beta_i)_{II} = (\beta_i)_{II} + v_{\beta}. \quad (3.40)$$

Проверяем, чтобы сумма исправленных углов равнялась точно сумме углов теоретической по (3.36). Теперь, по исправленным углам поворота вычисляют дирекционные углы всех сторон хода. Выполнение условия (3.36) приводит к совпадению вычисленного и заданного значений конечного исходного дирекционного угла, что является контролем правильности обработки угловых измерений.

Обработка координатных условий. Для получения координатных условий, решим последовательно прямую геодезическую задачу, вычисляя приращения координат Δx_i и Δy_i по каждой стороне хода. Координаты пунктов хода получим по формулам:

$$\begin{aligned} x_2 &= x_{нач.} + \Delta x_1, & y_2 &= y_{нач.} + \Delta y_1, \\ & \dots & & \dots \\ x_{кон.} &= x_{n-1} + \Delta x_{n-1}, & y_{кон.} &= y_{n-1} + \Delta y_{n-1} \end{aligned} \quad (3.41)$$

Сложив левые и правые части, как и для углов, для приращений Δx_i получим:

$$(x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1}) + x_{кон.} = x_{нач.} + (x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1}) + \sum_{i=1}^n \Delta x_i. \quad (3.42)$$

После преобразования, имеем формулу математического условия по координате x для разомкнутого линейно-углового хода:

$$x_{кон.} = x_{нач.} + \sum_{i=1}^n \Delta x_i = x_{нач.} + [\Delta x]. \quad (3.43)$$

Сумма приращений теоретическая из (3.43) будет:

$$x_{кон.} - x_{нач.} = \sum_{i=1}^n \Delta x_i = [\Delta x]_T. \quad (3.44)$$

Аналогично рассуждая, получим формулы для координатного условия по координате y :

$$y_{кон.} = y_{нач.} + \sum_{i=1}^n \Delta y_i = y_{нач.} + [\Delta y], \quad (3.45)$$

и формулу для теоретической суммы приращений Δy_i :

$$y_{кон.} - y_{нач.} = \sum_{i=1}^n \Delta y_i = [\Delta y]_T. \quad (3.46)$$

Очевидно, что из-за погрешностей измерения сторон, суммы вычисленных приращений координат (практические суммы, то, что есть) не будут равны теоретическим суммам (тому, что должно быть). Разность между суммами практическими и суммами теоретическими дают координатные невязки хода:

$$\begin{aligned} f_x &= [\Delta x]_{\Pi} - [\Delta x]_T, \\ f_y &= [\Delta y]_{\Pi} - [\Delta y]_T \end{aligned} \quad (3.47)$$

На величины координатных невязок, как и на угловые должны быть наложены допуски, по которым судят о качестве линейных измерений. Но по отдельности для выражений (3.47) сделать это затруднительно, да и не имеет смысла. Для получения величины допуска воспользуемся рис. 3.26.

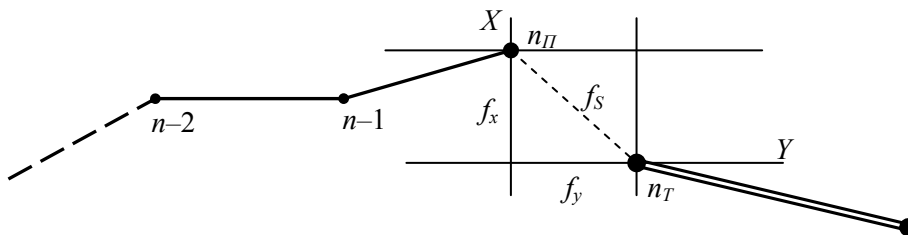


Рис. 3.26. Схема определения допуска на координатные условия

Здесь, определяя положение $1, 2, \dots, n - 1, n$ точки посредством прямой геодезической задачи, мы должны придти в определенную исходную точку n_T , а из-за погрешностей измерений пришли в точку n_{II} . Расхождение в положении точек по координатам x и y дают нам величины невязок f_x и f_y (см. рис. 3.26). Очевидно, что для общей характеристики погрешности хода целесообразно вычислить длину вектора невязок f_S по теореме *Пифагора*, которая получила название абсолютной погрешности (невязки) хода:

$$f_S = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}. \quad (3.48)$$

На эту величину, в какой-то мере уже можно наложить допуск, но несложно заметить, что она сильно зависит от длины хода. Абсолютная невязка в 10 см на 1 км хода и на 2 км хода говорит о том, что измерения во втором ходе были выполнены более качественно. Поэтому, в качестве окончательного допуска была принята относительная погрешность (невязка) хода в виде:

$$\frac{f_S}{[S]} = \frac{1}{[S]:f_S} = \frac{1}{M} \leq \frac{1}{M_{\text{дон}}}. \quad (3.49)$$

Здесь $[S]$ – длина хода;

$M_{\text{дон}}$ – знаменатель допустимой относительной погрешности хода. Для теодолитных ходов эта величина в пределах от 1000 до 3000.

Если относительная невязка не в допуске, то проверяют вычисления, а при их верности перемеряют длины линий, при условии что угловая невязка была в пределах допуска.

Допустимые невязки, должны быть уничтожены введением поправок в вычисленные приращения, то есть приведением суммы практической к сумме теоретической. Для этого запишем:

$$\begin{aligned} [\Delta x]_{II} &= [\Delta x + v_x] = [\Delta x]_{II} + [v_x] = [\Delta x]_T, \\ [\Delta y]_{II} &= [\Delta y + v_y] = [\Delta y]_{II} + [v_y] = [\Delta y]_T. \end{aligned} \quad (3.50)$$

Учитывая, что невязки есть разность между суммой практической и суммой теоретической, из (3.50) имеем:

$$[v_x] = -f_x, \quad [v_y] = -f_y. \quad (3.51)$$

В этих уравнениях по $(n - 1)$ неизвестных и для их решения необходимо наложить дополнительные условия на поправки v_x и v_y . Условий на невязки может быть множество. Самые распространенные из них следующие:

– все поправки по координатам для x и y примерно равны. Тогда имеем:

$$v_x = -f_x/n, \quad v_y = -f_y/n. \quad (3.52)$$

– при измерении длин в ходе лентой, когда погрешность измерения прямо пропорциональна длине, целесообразно невязки распределять пропорционально длине линии

$$(v_x)_i = -f_x \cdot \frac{S_i}{[S]}, \quad (v_y)_i = -f_y \cdot \frac{S_i}{[S]}. \quad (3.53)$$

Не сложно заметить, что при длинах примерно равных, (3.53) переходит в (3.52), так как $[S] = n \cdot S$.

Исправленные значения приращений из (3.50) будут:

$$\begin{aligned} (\Delta x_i)_И &= (\Delta x_i)_П + (v_x)_i, \\ (\Delta y_i)_И &= (\Delta y_i)_П + (v_y)_i \end{aligned} \quad (3.54)$$

и сумма исправленных приращений точно равна сумме теоретической, что является контролем вычислений. Другой, окончательный контроль заключается в использовании геометрического условия координат: координаты конечной точки хода (исходного пункта конечного базиса), вычисленные по исправленным приращениям, точно равны значениям этих заданных исходных координат.

По исправленным приращениям, последовательно вычисляют координаты промежуточных точек хода, начиная с первой исходной координаты как:

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= x_i + (\Delta x_i)_И, \\ y_{i+1} &= y_i + (\Delta y_i)_И \end{aligned} \quad (3.55)$$

Общая последовательность обработки. Рассмотренный способ обработки измерений в линейно-угловом ходе называют способом последовательного распределения невязок, отдельным способом, нестрогим способом. Строгая обработка линейно-угловых ходов выполняется по методу наименьших квадратов.

Таким образом, обработку результатов измерений для определения положения точек на основе разомкнутого линейно-углового хода можно свести к следующим шагам:

1. Вычисление угловой невязки для оценки по формуле (3.34) и сравнение ее с допуском (3.35) для оценки качества угловых измерений.
2. При допустимом значении невязки вычисляют исправленные углы поворота по (3.40) на основе поправки (3.39). Контроль вычислений (3.36) – сумма исправленных углов точно равна сумме углов теоретической (3.32) или (3.33).

3. По исправленным углам вычисляют значения дирекционных углов, используя формулы в зависимости от того, какой по ходу угол поворота измерен. Контроль вычислений – конечный дирекционный угол, вычисленный по исправленным углам, должен точно равняться заданному конечному исходному дирекционному углу.

4. На основе формул прямой геодезической задачи, вычисляют приращения по координатам, а по ним невязки (3.47).

5. Качество линейных измерений проверяют на основе допуска (3.49).

6. При выполнении допуска, практические приращения исправляют поправками из формул (3.52) или (3.53) по (3.54). Контроль вычислений (3.50) – сумма исправленных приращений точно равна сумме приращений теоретических (3.45) и (3.46).

7. По исправленным приращениям вычисляют, последовательно используя прямую геодезическую задачу, координаты всех точек хода (3.55). Контроль вычислений – координаты конечной точки хода (она же исходная точка), вычисленные по исправленным приращениям, должны точно равняться заданным координатам конечной исходной точки.

Обработка результатов в замкнутом ходе. Обработка результатов измерений для определения положения точек, выполненного по схеме замкнутого (сомкнутого) хода выполняется по шагам, определенным выше, но с некоторыми различиями. Отличие состоит в вычислении теоретических сумм углов и приращений координат. В замкнутом ходе для вычисления суммы углов теоретической (см. рис. 3.24, б, формулы (3.32) или (3.33)) начальный и конечный исходные дирекционные углы совпадают, что приводит к уменьшению числа используемых углов поворота на 2. Окончательно для суммы имеем:

$$[\beta]_T = 180^\circ \cdot (n - 2). \quad (3.56)$$

Очевидно, формула работает с внутренними углами и известна из геометрии. Если измерялись внешние углы, то для суммы теоретической получим:

$$[\beta]_T = 180^\circ \cdot (n + 2). \quad (3.57)$$

Для суммы теоретической приращений из (3.44) и (3.46) и того, что координаты начальной и конечной точек совпадают, имеем:

$$\begin{aligned} x_{кон.} - x_{нач.} &= \sum_{i=1}^n \Delta x_i = [\Delta x]_T = 0, \\ y_{кон.} - y_{нач.} &= \sum_{i=1}^n \Delta y_i = [\Delta y]_T = 0 \end{aligned} \quad (3.58)$$

Все последующие вычисления совершенно аналогичны шагам для обработки в разомкнутом ходе.

Несложно заметить, что вся обработка сводится к уничтожению возникших из-за наличия избыточных измерений и погрешностей измерений несоответствий в геометрических условиях, если результаты измерений качественны (невязки в допуске).

Некоторые способы выявления грубых погрешностей в измерениях. После уравнивания одиночного линейно-углового хода ошибки положения его пунктов неодинаковы. Они возрастают от начала и конца хода к его середине, и наибольшую ошибку положения имеет пункт в середине хода. В случае приближенного уравнивания эта ошибка оценивается половиной абсолютной невязки хода f_s .

Если относительная невязка (3.49) намного больше допуска, то предполагается, что в одном из линейных измерений допущена грубая погрешность. Один промах в линейных измерениях находится чрезвычайно просто исходя из рис. 3.27. Здесь сторона S имеет грубую погрешность Δ , которая в полной мере входит в значение абсолютной невязки f_s . Из формулы получения невязки (3.47), при учете величины Δ и предположения что все остальные погрешности близки к нулю, можно записать:

$$\begin{aligned} f_x &= \Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots + (S \cdot \cos(\alpha) + \Delta \cdot \cos(\alpha)) + \dots - [\Delta x]_T \approx \Delta \cdot \cos(\alpha), \\ f_y &= \Delta y_1 + \Delta y_2 + \dots + (S \cdot \sin(\alpha) + \Delta \cdot \sin(\alpha)) + \dots - [\Delta y]_T \approx \Delta \cdot \sin(\alpha) \end{aligned} \quad (3.59)$$

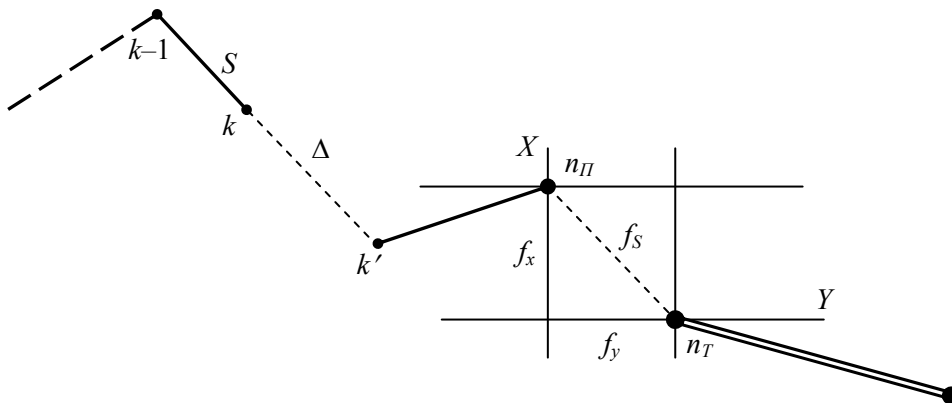


Рис. 3.27. Схема выявления грубой линейной погрешности

Таким образом, из формулы для абсолютной невязки (3.48) и рис. 3.27, имеем ее длину и направление:

$$\begin{cases} f_s \approx \Delta, \\ \text{tg}(\alpha) \approx f_y / f_x \end{cases} \quad (3.60)$$

Знак «приближенно» стоит здесь потому, что другие погрешности тоже вносят вклад в формирование абсолютной невязки, но величина Δ намного значительнее. Найдя в ведомости сторону, дирекционный угол которой ближе всего к значению угла, полученного по (3.60) можно сказать, что погрешность в длине именно в этой стороне, только если она одна.

Есть некоторые возможности также определить одну грубую погрешность в угле, но для этого необходимо иметь графическое представление абсолютной невязки и все точки хода, нанесенные на план по координатам. Если (рис. 3.28) вместо угла β измерен угол $\beta' = \beta + \Delta$, вместо нужной точки k приходим в точку k' с искажением всех последующих точек. Это искажение носит поперечный характер (в отличие от грубых погрешностей в линейных измерениях, которые носят продольный характер), что приводит к возникновению большой величины абсолютной невязки f_S . Имея графическое представление как на рис. 3.28, для нахождения грубого углового измерения, поступают следующим образом:

- графически находят середину вектора абсолютной невязки f_S (рис. 3.28) как точку t ;
- проводят через найденную середину перпендикуляр l , направление которого и укажет на плохо измеренную вершину угла.

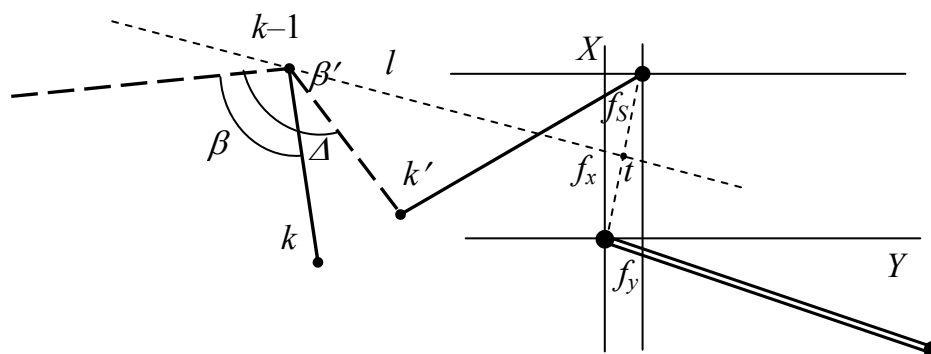


Рис. 3.28. Схема выявления грубого углового измерения

Аналитический способ поиска одного грубо измеренного угла заключается в том, чтобы просчитать координаты точек 1, 2, 3 в ходе по часовой стрелке (рис. 3.29) и против часовой стрелки 3, 2, 1. В вершине, где будет грубое угловое измерение, например, точке 2, вместо угла 1-2-3 прямо будет использован угол 1-2-3', а обратно 3-2-1'. Очевидно, что координаты прямо и обратно максимально совпадут именно в этой точке, так как только после ее происходит разворот хода на величину грубой погрешности Δ .

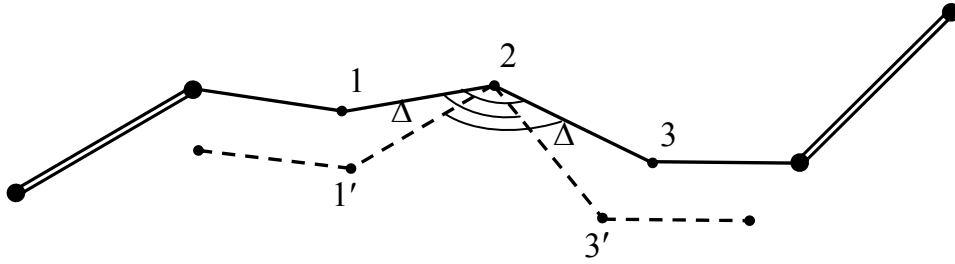


Рис. 3.29. Схема выявления грубой угловой погрешности аналитически

Другие способы обработки.

Процесс обработки может быть сведен и к другой схеме:

– вычисляют угловую невязку, просчитывая все промежуточные дирекционные углы как:

$$f_{\beta} = \alpha_{\text{выч.}} - \alpha_{\text{исх.}}; \quad (3.61)$$

– при выполнении допуска, вычисленные дирекционные углы исправляются поправками, пропорциональными номеру стороны i хода в n точек:

$$(v_{\alpha})_i = \frac{-f_{\beta}}{(n+1)} \cdot i. \quad (3.62)$$

Понятно, что в последний дирекционный угол войдет вся невязка с противоположным знаком;

– по исправленным дирекционным углам считают приращения (как промежуточные величины, а не основные) и координаты всех точек хода, по которым получают координатные невязки

$$\begin{aligned} f_x &= x_{\text{выч.}} - x_{\text{исх.}}; \\ f_y &= y_{\text{выч.}} - y_{\text{исх.}}; \end{aligned} \quad (3.63)$$

– если невязки в допуске исправляют координаты, вводя в них последовательно поправки, пропорционально распределяя невязки по соответствующим координатам. Пропорциональность возможна или относительно номера точки, или длины стороны с накоплением. В последнюю координату вводится вся невязка с противоположным знаком. Например, в первую вычисленную координату x вводится поправка:

$$(v_x)_1 = \frac{-f_x}{[S]} \cdot S_1, \quad (3.64)$$

во вторую:

$$(v_x)_2 = \frac{-f_x}{[S]} \cdot (S_1 + S_2), \quad (3.65)$$

и так далее.

Возможен также графический (графоаналитический) способ обработки, суть которого в следующем (рис. 3.30):

– получают координаты всех точек хода на основе прямой геодезической задачи без исправления углов. Имея вычисленные координаты исходной точки в конце хода, вычисляют невязки и сравнивают их с допустимыми значениями;

– по значениям невязок по координатам f_x и f_y вычисляют величину абсолютной невязки f_S и ее направление;

– теперь необходимо все текущие точки хода 1, 2 и т.д. сдвинуть в направлении невязки на величины, пропорциональные по какому либо правилу величине абсолютной невязки f_S . Обычно распределяют пропорционально накопленной сумме сторон, или длинам замыкающих. Проще всего это сделать графически. При аналитическом способе, единственная возможность – разложить вектор сдвига на составляющие по координатам x и y и таким образом, исправить текущие координаты, как в предыдущем способе.

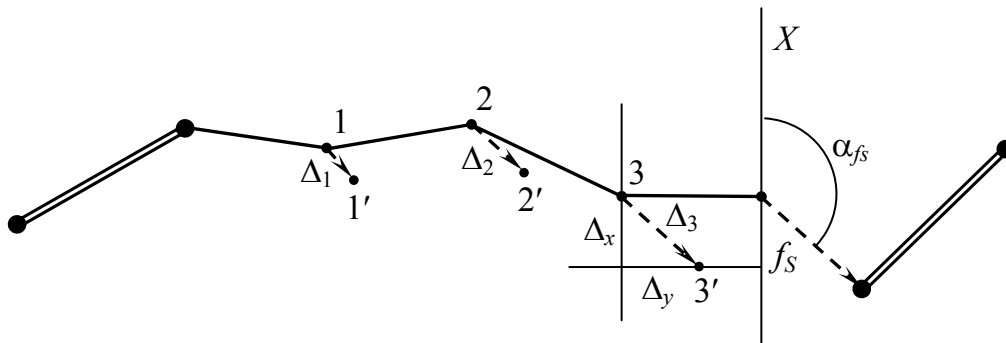


Рис. 3.30. Схема графоаналитического способа обработки измерений в ходе

В этом случае имеем (рис. 3.26):

$$\begin{cases} \cos(\alpha) = f_x / f_S, \\ \sin(\alpha) = f_y / f_S \end{cases} \quad (3.66)$$

Величины сдвигов координат по осям для рис. 3.30 на основе (3.64), (3.65) и (3.66) будут:

$$\begin{cases} \delta x_i = -f_S \cdot \frac{S_{[i]}}{[S]} \cdot \cos(\alpha) = -\frac{S_{[i]}}{[S]} \cdot f_x, \\ \delta y_i = -f_S \cdot \frac{S_{[i]}}{[S]} \cdot \sin(\alpha) = -\frac{S_{[i]}}{[S]} \cdot f_y. \end{cases} \quad (3.67)$$

3.6. Определение положения точек сетями

Основные вопросы: общие положения; линейно-угловая сеть с одной узловой точкой.

Общие положения. При определении положения точек, образующих поле, проложение через них хода весьма затруднительно. В этом случае засечки используют не последовательно, а последовательно-параллельно. Это приводит к тому, что из одной точки может быть произведено не одно измерение, а несколько, на другие соседние точки. Такого рода точки называют *узловыми*, а подобные построения получили название *геодезические сети*, или система геодезических ходов. Системы из звеньев триангуляции и трилатерации (рис. 3.31, а) в последнее время потеряли свою значимость. Поэтому мы будем рассматривать системы из линейно-угловых ходов, или линейно-угловые сети (рис. 3.31, б).

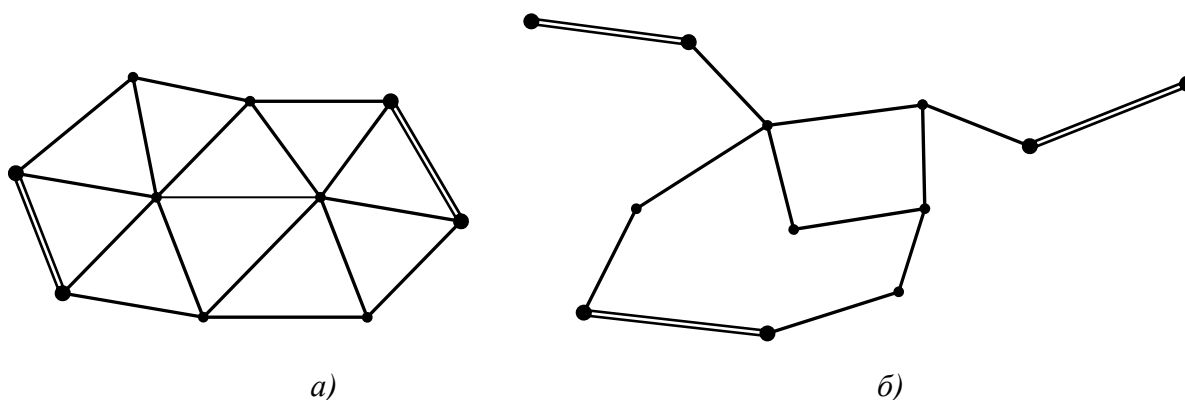


Рис. 3.31. Схемы систем ходов:

а – сеть триангуляции (трилатерации), б – линейно-угловая сеть

Несложно понять, что произвольные линейно-угловые сети (например, вида представленного на рис. 3.31, б) обработать по приведенному ранее алгоритму (последовательное распределение невязок) достаточно трудно. Такие построения обрабатывают на основе строгих методов по методу наименьших квадратов (МНК), который изучается в теории математической обработки геодезических измерений. Но есть несложные линейно-угловые сети, которые можно обработать и по приближенным алгоритмам без существенной потери точности. К таким построениям относят линейно-угловую сеть с одной узловой точкой (рис. 3.32).

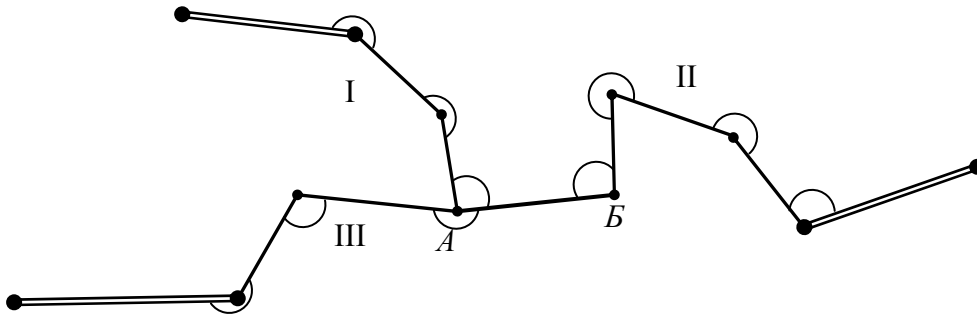


Рис. 3.32. Линейно-угловая сеть с одной узловой точкой

Линейно-угловая сеть с одной узловой точкой. Суть обработки заключается в сведении системы ходов с узловой точкой A к трем (по количеству ветвей) отдельным разомкнутым ходам, которые обрабатываются автономно по изложенному выше алгоритму.

При последовательной обработке в первую очередь обрабатываются углы. Для нашего примера каждый ход опирается на исходный пункт с известными координатами и на каждом исходном пункте имеется направление с известным дирекционным углом.

Теперь одну сторону какого-либо хода, проходящую через узловую точку, принимают за узловое направление. Для нашего примера из ветви II сторону $A-B$. Вычислим дирекционный угол этой стороны по каждой ветви в отдельности, начиная от начального дирекционного угла: для ветви I – получим α_I , для II – α_{II} , для ветви III – дирекционный угол α_{III} . Если расхождение между максимальным значением и минимальным не более $2'$, вычисляют среднее весовое значение из трех. Обусловлено это тем, что длины веток до узлового направления могут быть очень разными, что приводит к разной степени влияния на среднее угла полученного из разных веток. Наиболее просто учесть эту разность условий, это ввести корректирующий множитель за условия (*вес*), например, в виде:

$$W_i = 1/k_i, \quad (3.68)$$

где k_i – количество углов в ходе от исходного направления до узлового направления по соответствующей ветке.

Например, по рис. 3.31, для ветки I – $k_I = 3$, ветки II – $k_{II} = 4$, ветки III – $k_{III} = 3$. Используя (3.68), значение среднего весового для дирекционного угла узлового направления получим как:

$$\alpha_{\text{узн.}} = \frac{W_I \cdot \alpha_I + W_{II} \cdot \alpha_{II} + W_{III} \cdot \alpha_{III}}{W_I + W_{II} + W_{III}} = \frac{[W \cdot \alpha]}{[W]}. \quad (3.69)$$

Теперь сеть с одной узловой точкой можно разделить на три независимых разомкнутых хода, которые начинаются с исходных пунктов, а заканчиваются узловым направлением с дирекционным углом $\alpha_{узн.}$. Углы в трех образовавшихся ходах обрабатываются по общей последовательности: невязка, невязка допустимая, поправки, исправленные углы, исправленные дирекционные углы, контроли.

При обработке линейной составляющей сети, по исправленным дирекционным углам каждого из получившихся ходов, вычисляют приращения координат по осям x и y по всем сторонам. По полученным приращениям координат, вычисляют координаты $x_{узн.}$ и $y_{узн.}$ узловой точки A , по ходам I, II и III. По аналогии, среднее весовое из трех значений координат x_i и трех значений координаты y_i для узловой точки с весами, обратно пропорциональными сумме сторон в соответствующем i -том ходе, вычислим по формулам:

$$\begin{cases} x_{узн.} = \frac{x_I \cdot W_I + x_{II} \cdot W_{II} + x_{III} \cdot W_{III}}{W_I + W_{II} + W_{III}} = \frac{[x \cdot W]}{[W]}, \\ y_{узн.} = \frac{y_I \cdot W_I + y_{II} \cdot W_{II} + y_{III} \cdot W_{III}}{W_I + W_{II} + W_{III}} = \frac{[y \cdot W]}{[W]} \end{cases} \quad (3.70)$$

Здесь веса (коэффициенты влияния) вычисляют как:

$$W_i = \frac{1}{[S]_i}, \quad (3.71)$$

то есть, чем больше длина соответствующего i -того хода $[S]_i$ до узловой точки A , тем веса меньше.

Теперь узловую точку A можно считать исходным пунктом с известными координатами и вычислить координатные невязки для хода I, II и III в отдельности. При допустимости невязок вычисляют и вводят поправки в приращения координат по сторонам ходов. По исправленным приращениям координат вычисляют координаты пунктов всех ходов – обычная схема последовательной обработки разомкнутого линейно-углового хода.

Таким образом, основная мысль приближенной обработки линейно-угловой сети с одной узловой точкой сводится к разделению системы ходов на отдельные хода, получая в качестве нужных исходных данных значения в виде среднего взвешенного на узле. Такая процедура производится для дирекционных углов и координат. Обработка образовавшихся разомкнутых линейно-угловых ходов проводится по обычной схеме последовательного распределения невязок.

Вопросы для контрольной точки по теоретическому материалу модуля 3

1. Основы позиционирования. Определение систем позиционирования.
2. Позиционирование со степенями свободы.
3. Определение положения точек засечками.
4. Определение положения точек ходами. Общие положения.
5. Обработка и оценка точности ориентирного условия при определении положения точек линейно-угловыми ходами.
6. Обработка и оценка точности координатных условий при определении положения точек линейно-угловыми ходами.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4 Методы определения положения точек на плоскости

Цель: изучить способы определения положения точек на плоскости засечками и ходами с оценкой точности результатов.

Время выполнения: 10 часов (5 пар)

Последовательность выполнения

1-1. По данным, выданным преподавателем, получить координаты в локальных базисах двух точек:

- а) угловой засечкой;
- б) линейной засечкой.

2-1. Выполнить оценку точности определения положения точек угловой и линейной засечками, приняв точность линейных измерений – $1/2000$, угловых – $30''$.

3-2. Обработать полевой журнал измерений в теодолитном ходе, вычислив горизонтальные углы и линии:

- а) вычислить горизонтальные углы из полуприемов и среднее;
- б) проверить качество линейных измерений и вычислить среднее;
- в) привести линии к горизонту, где это необходимо.

4-2. Выбрать вид передачи исходных данных и произвести соответствующие расчеты:

- а) решить обратную геодезическую задачу;
- б) рассчитать дирекционные углы 2 раза (от двух исходных базисов).

5-3. Обработать ориентирное условие теодолитного хода с вычислением исправленных дирекционных углов, контролем по условию и оценкой точности выполнения условия.

- а) вычислить угловую невязку и сравнить с допустимой;
- б) внести поправки в измеренные углы;
- в) проверить сумму исправленных углов;
- г) вычислить исправленные дирекционные углы с контролем условия.

6-4. Обработать координатные условия с оценкой точности:

- а) вычислить приращения Δx и Δy ;
- б) вычислить невязки приращений f_x и f_y ;
- в) вычислить абсолютную f_S и относительную $f_S/[S]$ погрешности и сравнить с допустимыми значениями;
- г) вычислить поправки в приращения;
- д) вычислить исправленные приращения с контролем сумм;
- е) вычислить окончательные координаты с контролем выполнения условий.

7-4. Оценить точность хода в слабом месте.

8-5. Вычислить координаты двух точек определенных засечками (см. п. 1-1 задания) в глобальной системе координат методом сведения к прямой геодезической задаче.

9-5. Трансформировать точки (определенные в п. 1-1 задания) из локального базиса в глобальную систему координат и сравнить с результатами, полученными в п. 8-5 задания.

Состав отчета

1. Описать суть определения координат точек засечками.
2. Схемы и результаты вычислений координат двух точек линейной и угловой засечками в локальном базисе с оценкой точности результатов.
3. Описать суть определения координат точек теодолитными ходами.
4. Представить полевой журнал с вычисленными углами и линиями.
5. Представить схему привязки с результатами вычислений.
6. Представить координатную ведомость, где отразить:
 - обработку ориентирного условия с оценкой точности;
 - обработку координатных условий с окончательным вычислением координат, с оценкой точности хода и точки в слабом месте хода.
7. Описать по одному методу выявления грубых угловых и линейных измерений в теодолитном ходе.

8. Выявить возможную линейную грубую погрешность в теодолитном ходе по своим невязкам.

9. Представить схемы и результаты вычисления координат точек в глобальном базисе линейной и угловой засечкой.

10. Представить схему и результаты трансформации точек определенных засечками из локального базиса в глобальный.

После выполнения лабораторной работы студент

– *должен знать:*

1. Суть и методы определения точек засечками.
2. Суть и последовательность обработки результатов измерений для определения точек линейно-угловыми ходами.
3. Суть и последовательность трансформации точек из локального базиса в глобальный.
4. Суть и допуски на оценку точности определения положения точек линейно-угловыми ходами.

– *должен уметь:*

1. Определить положение точек основными видами засечек в локальном и глобальном базисе с оценкой точности.
2. Трансформировать точки из локального базиса в глобальный.
3. Определить положение точек линейно-угловыми ходами с оценкой точности.

В конце этого модуля студенту выдается расчетно-графическая работа. Работа выполняется студентом самостоятельно при минимальной консультации преподавателя по выданным материалам (см. Приложение).

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА

Обработка линейно-угловой сети с одной узловой точкой

Цель: изучить процесс раздельной обработки сети теодолитных ходов с одной узловой точкой.

Время выполнения: самостоятельно в течении трех недель.

Последовательность выполнения

1. Получить индивидуальный вариант задания.
2. Выбрать одно узловое направление и рассчитать его среднее весовое значение, для чего:
 - определить из решения обратной геодезической задачи 3 исходных дирекционных угла;

– по трем ветвям и результатам измерений рассчитать 3 значения узлового направления;

– рассчитать веса каждой ветки сети через число углов;

– рассчитать среднее весовое узлового направления, если максимальный разброс дирекционных углов не более $2'$.

3. Обработать обычным способом с оценкой точности ориентирные (угловые) условия по трем веткам сети, получая все исправленные дирекционные углы.

4. По исправленным дирекционным углам рассчитать по трем веткам средневзвешенные координаты узловой точки, для чего:

– по трем веткам рассчитать приращения от исходных точек до узловой;

– по трем веткам получить три пары координат узловой точки;

– рассчитать веса веток для определения средневзвешенного значения координат;

– рассчитать среднее взвешенное значение координат узловой точки,

если $\frac{\Delta_{\max}}{[S]} < \frac{1}{2000}$.

5. Обработать с оценкой точности f_{abc} и $f_{отн}$ обычным способом координатных условий по трем веткам сети с получением окончательных координат всех точек.

Состав отчета

1. Описать суть и основную последовательность обработки линейно-угловой сети с одной узловой точкой.

2. Представить журнал исходных данных.

3. Представить результаты решения трех обратных геодезических задач для получения исходных дирекционных углов.

4. Представить координатную ведомость с результатами обработки условий по трем веткам с оценкой точности. Вычисление весов лучей в условиях представляются на отдельном листе.

После выполнения лабораторной работы студент

– *должен знать:*

1. Суть и последовательность обработки линейно-угловой сети с одной узловой точкой.

2. Критерии качества обработки.

– *должен уметь:*

1. Рассчитывать веса и средневзвешенные величины при обработке линейно-угловой сети с одной узловой точкой.
2. Оценивать качество обработки.

После выполнения и сдачи студентом лабораторной работы проводится контрольная точка. Для этого ему предлагается дать ответы на 15 вопросов. Звездочкой отмечены вопросы, оцениваемые в 10 %, а все остальные 5 %. При правильном ответе на 15 вопросов студент получает 100 %. При ответах вопросы не переписывают, обязательно указывается фамилия, группа и вариант. Рисунки выполняют схематично, но аккуратно. Не допустимо в качестве ответа записывать одну цифра без пояснений или формул.

Примерный вариант вопросов может быть следующим:

Вариант 111

1. Сколько параметров нужно для определения точек на плоскости?
2. Нарисовать схему угловой засечки.
- 3.* Записать формулы определения точки засечками методом сведения к прямой геодезической задаче в локальном базисе.
- 4.* Рассчитать координаты точки в локальном базисе, определяемой угловой засечкой, если длина базиса $b = 112,47$ м, а измеренные углы $\beta_1 = 67^\circ 16'$, $\beta_2 = 74^\circ 29'$.
5. В каком случае приводят линии к горизонту?
- 6.* Оценить точность линейных измерений, если измерены длины $S_{II} = 117,87$ м, $S_O = 117,82$ м и вычислить окончательное значение длины.
7. Что такое привязка геодезических построений?
8. Формула для угловой невязки замкнутого линейно-углового хода.
- 9.* Вычислить последующий дирекционный угол, если предыдущий $126^\circ 19'$, а левый измеренный $73^\circ 21'$.
10. Формулы поправок в приращения координат.
11. Что такое абсолютная невязка.
- 12.* Рассчитать поправки в приращения Δx_{1-2} если все 10 длин достаточно одинаковы, а невязка f_x по оси x равна $-0,4$ м.
13. Чему равна сумма уравненных приращений?
14. Что такое контроль по выполнению координатного условия при обработке измерений линейно-угловым ходом?
15. Чему равна погрешность определения координат линейно-углового хода в слабом месте?

МОДУЛЬ 4

Введение

Четвертый модуль учебно-методического комплекса содержит 3 теоретические темы, 2 лабораторные работы и 2 контрольные точки для проверки теоретических и практических знаний. Из теоретических тем рассмотрены следующие темы:

1. Простейшая трансформация систем координат.
2. Определение высот точек ходами и сетями.
3. Системы координирования в трехмерном пространстве.

Лабораторные работы носят названия «Трансформация локальных координат в глобальные» и «Определение высот точек посредством хода технического нивелирования».

Цель модуля – дать теоретические и практические представления о простейших способах трансформации одной системы координат в другую, получении высот точек через проложение и обработку нивелирных ходов и простейших сетей, системах трехмерного координирования для решения основной цели геодезии.

После изучения модуля студент должен знать:

- общие положения о простейшей трансформации систем координат;
- основные положения, принципы и методы определения высот точек нивелирными ходами и простейшими сетями;
- основные положения о построении и использовании трехмерных систем координирования;

После изучения модуля студент должен уметь:

- выполнять простейшие трансформации систем координат;
- решать прямую и обратную задачу трансформации;
- выполнять определение высот точек по результатам нивелирования в ходе;
- выполнять определение высот точек по результатам нивелирования в сети с одной узловой точкой;
- определять и использовать для решения своих задач трехмерные системы координирования;

Контроль усвоения материала производится на основе двух контрольных точек: по теоретическому материалу и по лабораторной работе. По теории предварительно выдается шесть вопросов, на два из которых по вариантам студент должен дать исчерпывающие ответы. По практической части, после того, как лабораторная работа сдана и принята преподавателем,

лем, студент письменно отвечает на 15 вопросов, получая оценку в процентах по выполненной правильно части.

На модуль отводится 4 недели – 4 лекции и 4 пары лабораторных занятий (см. календарный план дисциплины).

4.1. Простейшая трансформация систем координат

Основные вопросы: основные элементы трансформации; прямая и обратная задача трансформации; последовательность простейшей трансформации.

Основные элементы трансформации. Достаточно часто координатоопределение производится в разных системах координирования, что обычно вызвано производственной необходимостью. Например, некоторые точки определены в локальном базисе (локальной системе, определенной базисной стороной), а есть необходимость пересчитать их координаты в глобальной системе. В этом случае используется процедура, называемая *трансформацией* систем координат.

Процедура трансформации для нашего случая может состоять из сдвига локальной системы координат (X', Y') относительно глобальной системы (X, Y) (рис. 4.1, а) и вращения одной относительно другой на некоторый угол φ (рис. 4.1, б).

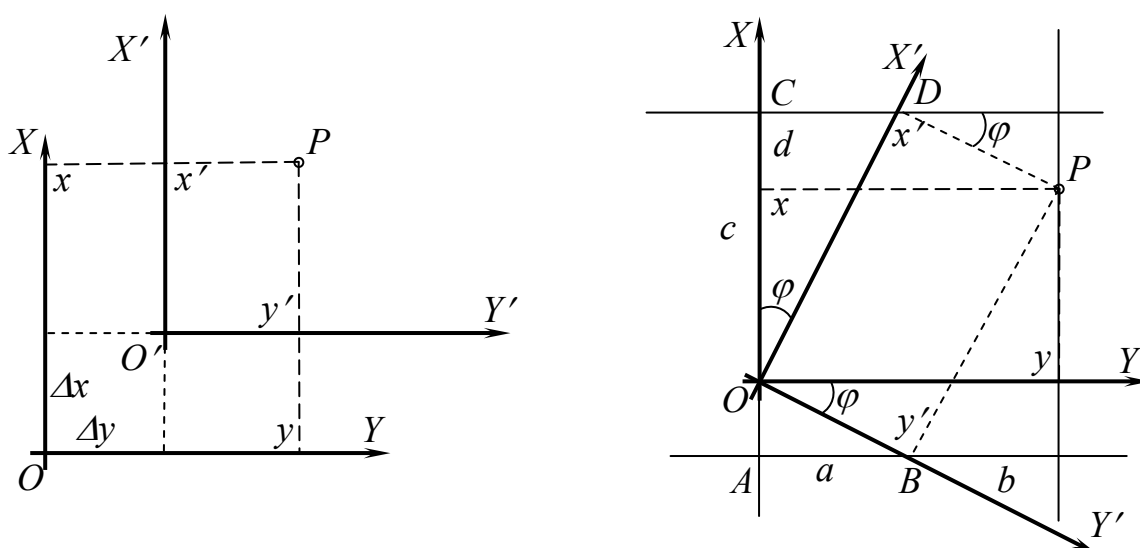


Рис. 4.1. Основные виды трансформации систем координат:
а – трансформация сдвига (трансляция); б – трансформация вращения (ротация)

Очевидно, что трансформация сдвига (*трансляция*) локальной системы координат (X', Y') относительно глобальной системы (X, Y) приводит к тому, что локальные координаты точки $P(x', y')$ переходят в глобальные координаты $P(x, y)$ простым измерением координат на величины Δx и Δy (см. рис. 4.1, *a*)

$$\begin{aligned}x &= x' + \Delta x; \\y &= y' + \Delta y.\end{aligned}\tag{4.1}$$

Из (4.1) очевидно, что при таком направлении преобразования, величины сдвигов получают как разность глобальных и локальных координат.

Более сложно обстоит дело с трансформацией вращения (ротацией). Обычно вращение производят относительно центра системы координат, для чего сдвигом совмещают центрами обе системы. Такой подход более удобен и нагляден, но не единственный. Таким образом, если есть локальные координаты точки $P(x', y')$ в локальной системе координат (X', Y') , которая развернута относительно глобальной системы (X, Y) на угол φ , а требуется получить глобальные координаты этой точки $P(x, y)$ в глобальной системе координат (X, Y) , поступают следующим образом. Из рис. 4.1, *б* можно записать, что глобальные координаты есть:

$$\begin{aligned}x &= c - d; \\y &= b + a.\end{aligned}\tag{4.2}$$

Сами же величины отрезков получим из соответствующих прямоугольных треугольников и на основе их подобия.

Из треугольника OCD:

$$\begin{aligned}c &= x' \cdot \cos(\varphi); \\b &= x' \cdot \sin(\varphi).\end{aligned}\tag{4.3}$$

Из треугольника OAB:

$$\begin{aligned}d &= y' \cdot \sin(\varphi); \\a &= y' \cdot \cos(\varphi).\end{aligned}\tag{4.4}$$

Тогда, на основе (4.2) и с использованием (4.3), глобальные координаты точки $P(x, y)$ через локальные $P(x', y')$ можно представить так:

$$\begin{aligned}x &= c - d = x' \cdot \cos(\varphi) - y' \cdot \sin(\varphi); \\y &= b + a = x' \cdot \sin(\varphi) + y' \cdot \cos(\varphi).\end{aligned}\tag{4.5}$$

при развороте локальной системы координат (X', Y') относительно глобальной системы (X, Y) Очевидно, что формулы (4.5) воспроизводят пово-

рот локальной системы для перехода в глобальную систему на угол φ **по часовой стрелке**.

Если поменять местами локальную и глобальную системы (см. рис. 4.1, б), то для получения глобальных координат через локальные, эту систему нужно повернуть на угол φ **против часовой стрелки**. Прделав подобные вычисления, получим аналог формул (4.5):

$$\begin{aligned} x &= x' \cdot \cos(\varphi) + y' \cdot \sin(\varphi); \\ y &= x' \cdot \sin(\varphi) + y' \cdot \cos(\varphi). \end{aligned} \quad (4.6)$$

Таким образом, достаточно общую трансформацию одной системы координат в другую можно провести последовательным использованием трансляции (4.1) и ротации (4.5) или (4.6). При этом не важно, какую систему в какую мы трансформируем.

Прямая и обратная задача трансформации. Кроме задач трансляции и ротации при процессе трансформации выделяют прямую и обратную задачи. При прямой задаче, известны координаты точек в локальной системе координат и элементы трансформирования в виде величин сдвигов по осям Δx , Δy и угла разворота φ . Требуется пересчитать все локальные координаты в глобальные.

В обратной задаче, по набору точек, имеющих координаты в одной и другой системе (базовые точки) требуется получить элементы трансформации Δx , Δy и φ . Очевидно, что количество точек, умноженное на размерность плоскости должно быть не менее количества определяемых параметров. Для определенных выше трех параметров, это 2 точки; для определения только угла разворота – 1 точка. Исходя из этого, для определения 3 параметров можно записать систему уравнений для общей трансформации 2 точек:

$$\begin{cases} x_1 = a \cdot x'_1 - b \cdot y'_1 + c_1, \\ y_1 = b \cdot x'_1 + a \cdot y'_1 + c_2, \\ x_2 = a \cdot x'_2 - b \cdot y'_2 + c_1, \\ y_2 = b \cdot x'_2 + a \cdot y'_2 + c_2 \end{cases} \quad (4.7)$$

где обозначено $a = \cos(\varphi)$, $b = \sin(\varphi)$, $c_1 = \Delta x$, $c_2 = \Delta y$. Имеем совместную систему из четырех уравнений с четырьмя неизвестными, решение которой и будут искомые элементы трансформации. Несложно заметить, что (см. рис. 4.1, а и б) трансформация сдвига и трансформация вращения независимы друг от друга.

Из этого и (4.7) следует, что при отсутствии вращения:

$$\begin{cases} x_1 = x'_1 + c_1, \\ y_1 = y'_1 + c_2, \end{cases} \quad (4.8)$$

где c_1 – разность между координатой X точки, имеющейся в глобальной и локальной системе;

c_2 – разность между координатой Y точки, имеющейся в глобальной и локальной системе.

Таким образом, трансляцию сдвига (и соответственно 2 уравнения для его определения) можно изъять из системы (4.7). В результате будем иметь упрощенную систему

$$\begin{cases} x = a \cdot x' - b \cdot y', \\ y = a \cdot y' + b \cdot x', \end{cases} \quad (4.9)$$

только для определения элементов вращения. Такая система решается просто:

$$\begin{cases} a = \frac{x' \cdot x + y' \cdot y}{x'^2 + y'^2} = \frac{x' \cdot x + y' \cdot y}{S'^2}, \\ b = \frac{x' \cdot y - x \cdot y'}{x'^2 + y'^2} = \frac{x' \cdot y - x \cdot y'}{S'^2}. \end{cases} \quad (4.10)$$

Последовательность простейшей трансформации. Достаточно часто используются следующая схема. Относительно стороны хода, с длиной S , которую принимают за локальный базис, засечкой определены локальные координаты какой либо точки A . При этом, левой точке базиса дают координаты $(0, 0)$, а правой $(0, S)$. После определения координат хода (и точек локального базиса в том числе) в глобальной системе координат, требуется пересчитать локальные координаты точки A в глобальные. В этом случае первым делом получают угол разворота локальной системы относительно глобальной, что можно сделать по (4.10). Но проще это выполнить, исходя из того, что дирекционные углы горизонтальной оси локального базиса известны в глобальной и локальной системах координат (рис. 4.2). В случае глобальной системы это α_{A-B} , а в локальной системе $\alpha = 90^\circ$. Тогда угол разворота есть их разность:

$$\varphi = \alpha_{A-B} - 90^\circ. \quad (4.11)$$

Теперь, используя формулы (5) или (6) можно выполнить трансформацию вращения, а по (1), трансформацию сдвига, пересчитав таким образом локальные координаты точки $P(x', y')$ в глобальные координаты $P(x, y)$.

Очевидно, что необходимо отслеживать направление поворота системы, в чем может помочь следующее правило: если дирекционный угол базиса в глобальной системе координат $\alpha_{A-B} < 90^\circ$, то разворот локальной системы производится против часовой стрелки по формулам (4.6) на угол $\varphi = 90^\circ - \alpha_{A-B}$. Если $\alpha_{A-B} > 90^\circ$, то разворот производится по часовой стрелке по формулам (4.5) на угол $\varphi = \alpha_{A-B} - 90^\circ$.

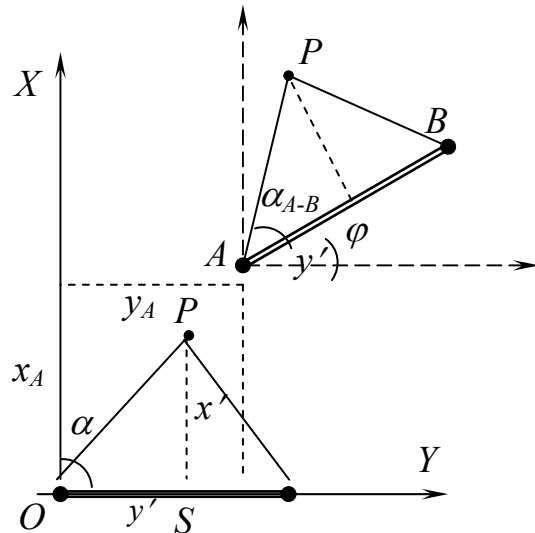


Рис. 4.2. Частный случай трансформации точек из локальной системы в глобальную

Рассмотрим пример. Пусть в локальном базисе со стороной $S = 100,08$ м и ориентированном слева направо по оси Y , какой-либо засечкой определены локальные координаты $x' = 12,75$ м, $y' = 46,07$ м (см. рис. 4.2). В процессе обработки хода, которому принадлежит базисная сторона, были вычислены глобальные координаты ее начала, конца и ориентировка:

$$x_A = 4989,89 \text{ м}, y_A = 7030,83 \text{ м}, x_B = 5078,00 \text{ м}, y_B = 6983,36 \text{ м}, \alpha_{A-B} = 331^\circ 42'.$$

Чтобы пересчитать локальные координаты в глобальные, определим угол разворота φ . Так как ориентировка базисной стороны известна в обоих базисах, то, используя введенное выше правило, для угла получим $\varphi = \alpha_{A-B} - 90^\circ = 241^\circ 42'$ для поворота по часовой стрелке. Тогда на основе (4.5) имеем:

$$\begin{aligned} x_{II} &= 12,75 \cdot \cos(241^\circ 42') - 46,07 \cdot \sin(241^\circ 42') = -6,05 - (-40,56) = 34,51, \\ y_{II} &= 12,75 \cdot \sin(241^\circ 42') + 46,07 \cdot \cos(241^\circ 42') = -11,22 + (-21,85) = -33,07. \end{aligned}$$

Теперь, зная координаты исходной (левой) точки в локальной системе $(0, 0)$ и в глобальной (см. выше координаты точки A), производим сдвиг промежуточных координат (x_{II}, y_{II}) на величину разности между координатами глобальными и локальными:

$$\begin{aligned} \Delta x &= (x_A)_Г - (x_A)_Л = (x_A)_Г, \\ \Delta y &= (y_A)_Г - (y_A)_Л = (y_A)_Г, \end{aligned}$$

так как локальные координаты приняты за нулевые. Окончательно для глобальных координат точки P имеем:

$$\begin{aligned} (x_P)_Г &= x_{II} + \Delta x = 34,51 + 4989,89 = 5036,40 \text{ м}, \\ (y_P)_Г &= y_{II} + \Delta y = -33,07 + 7030,83 = 6997,76 \text{ м}. \end{aligned}$$

Точно такие результаты получаются при прямом определении засечкой точки P сразу в глобальной системе координат.

4.2. Определение высот точек ходами и сетями

Основные вопросы: общие положения определения высот точек; некоторые способы определения высот; определение высот точек посредством нивелирных ходов; полевые работы при определении высот ходами; камеральные работы при определении высот точек ходами; понятие о нивелирных сетях.

Общие положения определения высот точек. Определение высот точек, то есть позиционирование объектов по вертикали сводится к определению абсолютной отметки H_A точки A (рис. 4.3) относительно поверхности P_0 (или линии) принятой за нулевую (исходную) и определению относительной отметки h_{A-B} точки A . Превышение является разностью высот между двумя точками, имеющими абсолютные высоты:

$$h_{A-B} = H_B - H_A. \quad (4.12)$$

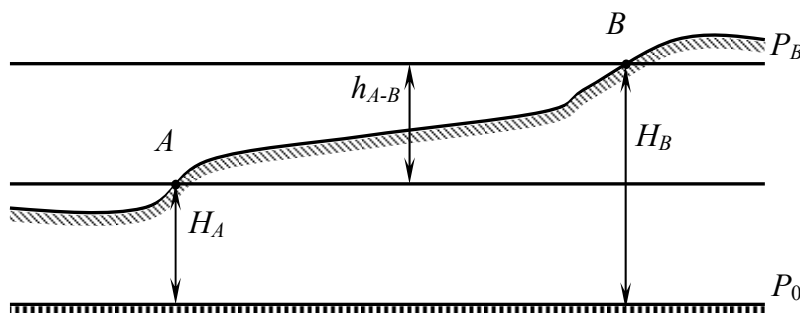


Рис. 4.3. Высоты точки

В (4.12) обязательно от конечной высоты вычитается начальная высота, что дает превышение со своим знаком: вверх – «+», вниз – «-».

Исходя из формулы (4.12) и рис. 4.3, зная абсолютную высоту точки H_A и превышение h_{A-B} между ней и точкой B , абсолютную высоту (отметку) можно получить как:

$$H_B = H_A + h_{A-B}. \quad (4.13)$$

Формула (4.13) позволяет получить последовательно отметки ряда точек и является высотным аналогом прямой геодезической задачи, а (4.12), соответственно обратной. Таким образом, для позиционирования точки по высоте необходимо получить каким-либо образом превышение между точ-

кой с известной отметкой и определяемой точкой и использовать формулу (4.13). Вспомним, что процесс определения высотных составляющих (превышений, отметок) называют нивелированием. Нивелирование делят на геометрическое и физическое. В данном курсе мы изучаем геометрическое нивелирование, которое делится в свою очередь на уровенное и тригонометрическое. В зависимости от метода получения превышений, методы получения отметок также делят на уровенные и тригонометрические.

При определении одной отметки относительно точки, принятой за исходную (точки имеющей высоту в какой либо системе высот), используют формулу (4.13). Формула может считаться реализацией своеобразной высотной засечки.

Некоторые способы определения высот. Если определяются несколько точек не последовательно, а вразброс, относительно одной исходной (рис. 4.4) то обычно формулу (4.13) преобразуют.

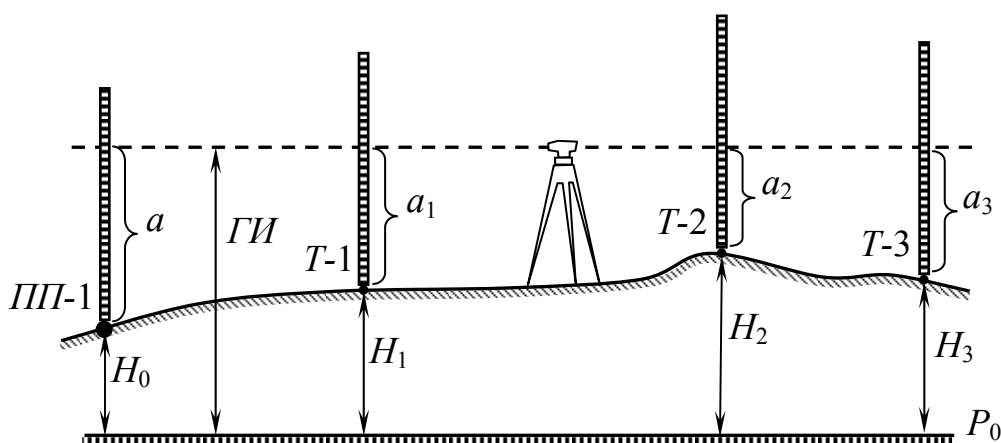


Рис. 4.4. Схема определения нескольких точек относительно одной

Одно из преобразований выглядит так:

$$H_i = H_0 + h_{0-i} = H_0 + (a - a_i) = ГИ - a_i. \quad (4.14)$$

Здесь величина $ГИ = H_0 + a$ называется *горизонтом инструмента* и широко используется для последовательного вычисления отметок точек относительно одной точки с заданной высотой. Точку с заданной высотой, в какой либо системе высот, будем называть *исходной точкой*, или *репером*.

Еще одно выражение превышения h_{i-j} , которое также достаточно широко используется, можно получить из треугольника ABC на основе рис. 4.5.

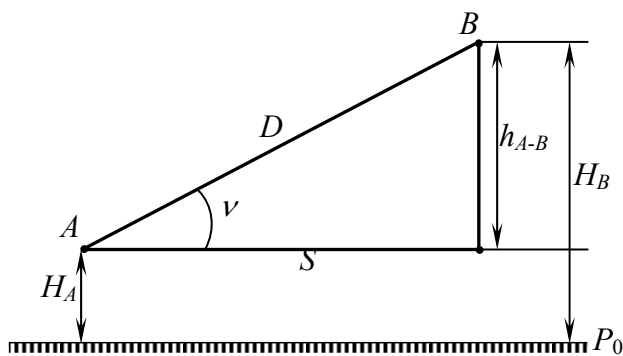


Рис. 4.5. Определение высот через уклон линии

Введем дополнительную величину:

$$i = \frac{H_B - H_A}{S} = \frac{h_{A-B}}{S}, \quad (4.15)$$

которую в геодезии называют *уклон* линии.

Уклон характеризует относительное изменение превышения по отношению к горизонтальной

длине между точками, размерности не имеет и выражается в тысячных долях, или *промилле* ‰. Например, отношение 0,01723 будет равно 17 тысячных, или 17 ‰. Теперь, зная уклон линии, из (4.15) легко получить превышение и соответственно высоту точки B на основе формулы (4.13) как:

$$H_B = H_A + h_{A-B} = H_A + i_{A-B} \cdot S. \quad (4.16)$$

При использовании (4.15) уклон берут в десятичной записи. Несложно заметить (см. рис. 4.5), что уклон, это тангенс угла наклона $i = \operatorname{tg}(\nu)$.

Определение высот точек посредством нивелирных ходов. Для определения последовательно ряда точек используют *высотные* (нивелирные) ходы. По аналогии с линейно-угловыми, высотные ходы бывают разомкнутые, замкнутые, сомкнутые, висячие и свободные. В разомкнутом нивелирном ходе, он начинается и заканчивается не совпадающими реперами (рис. 4.6, а) РП-1 и РП-2. Часть хода между точками (например, РП-1 – Т-1, Т-2 – Т-3) называют *секцией* хода. На схеме обязательно стрелкой показывается направление передачи отметок, желательно все время в одну сторону.

Замкнутый нивелирный ход (рис. 4.6, б) начинается и заканчивается одним репером. В сомкнутом ходе (рис. 4.6, в), отметка передается как минимум дважды с реперов на ближайшую точку хода, с которой он начинается и ею же заканчивается. Два последних хода часто называют нивелирными *полигонами* с разными видами привязок.

Висячий ход (рис. 4.6, г) начинается с репера и заканчивается определяемой точкой, то есть является бесконтрольным. Поэтому его используют весьма осторожно. В свободном ходе вообще нет исходных реперов.

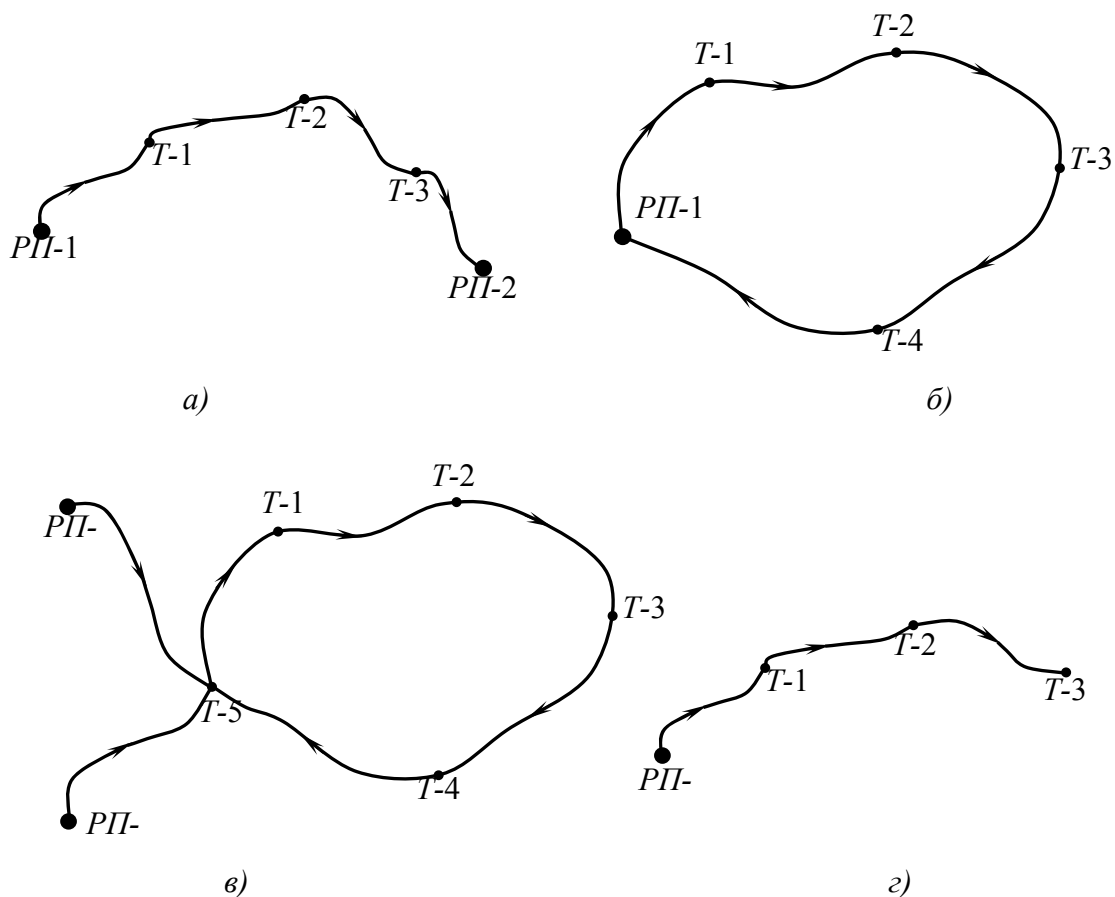


Рис. 4.6. Схемы основных нивелирных ходов:
 а – разомкнутый ход; б – замкнутый ход; в – сомкнутый ход, г – висячий ход

Рассмотрим подробнее полевые и камеральные работы при определении высот точек разомкнутым нивелирным ходом на основе получения превышений геометрическим уровнем способом.

Полевые работы при определении высот ходами. Работы в поле начинают с рекогносцировки, которая включает в себя выбор и закрепление точек, отыскание исходных реперов и выбора способа привязки.

При проектировании ходов следует выбирать наиболее удобные для нивелирования пути: дороги, просеки в лесу, берега рек, участки с небольшим уклоном и твердым грунтом.

Допустимая длина хода зависит от его вида. Так, длина разомкнутого (рис. 4.6, а) или замкнутого (рис. 4.6, б, в) хода может достигать 16 км, а длина висячего хода (рис. 4.6, г) не должна превышать 8 км. В разомкнутом и замкнутом ходе, нивелирование выполняют один раз в прямом направлении. В висячем ходе – два раза: в прямом и обратном направлении.

Если нивелирный ход прокладывают по существующим точкам, например, теодолитного хода, то необходимость рекогносцировки и проектирования (кроме выбора способа привязки) отпадает.

Следующий шаг – собственно производство нивелирования, для чего нужен нивелир, штатив, комплект из пары реек и нивелирные башмаки. Башмаки используются в случае, когда секция состоит из более чем одной станции, то есть необходимо измерение промежуточных, далее не нужных и не закрепляемых, точек, основное назначение которых – передача отметок. Если расстояние между пунктами невелико (до 150 м) и превышение между ними также небольшое (до 2 м), то превышение можно измерить с одной установки (одной станции) нивелира и обойтись без башмаков. При необходимости башмаки заменяются любым твердым контуром местности в районе измерений (обечайка канализационного люка, край бордюра и т.п.) или воткнутым в землю топором.

Порядок измерения превышения на станции обычный, при определении превышения геометрическим уровнем нивелированием из середины: установка нивелира и реек, снятие отсчета на заднюю рейку (например, *РП-1*, рис. 4.7) по черной стороне рейки и на переднюю (например, *Т-1*) по черной стороне; снятие отсчетов по красной стороне рейки на переднюю и по красной стороне на заднюю рейку. Не забывать, перед каждым отсчетом выводить цилиндрический уровень в середину. Результаты заносят в стандартный журнал нивелирования (см. М-2). Нивелирование, выполненное по такой методике нивелиром класса Н-3 и ему подобным, носит название *технического*.

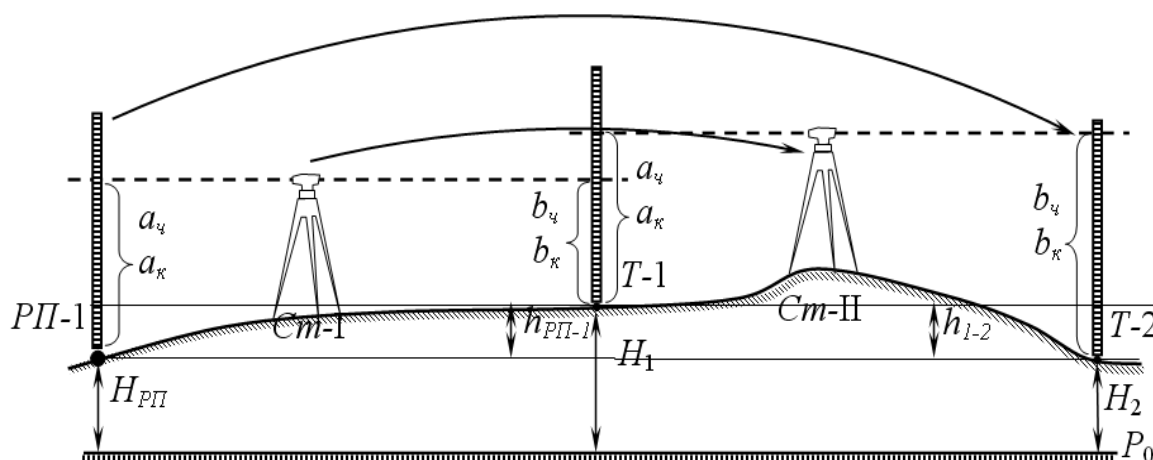


Рис. 4.7. Схема определения высот нивелирным ходом

Не уходя со станции, вычисляют два превышения и две пятки реек и сравнивают их между собой. Превышения, вычисленные по черной стороне рейки и по красной, а также пятки передней и задней рейки должны отличаться на одну величину. Для технического нивелирования это отличие не более ± 5 мм. При допуске вычисляют среднее превышение, округляя результат до целых миллиметров.

Если хотя бы один допуск будет нарушен, нужно аккуратно зачеркнуть записи станции и повторить на ней все измерения.

Расстояние от нивелира до реек (плечо) желательно от 5 м до 100 м. Если это расстояние по условиям местности получается меньше 5 м, то рекомендуется поставить нивелир в стороне от реек и двигаться параллельно (рис. 4.8).

При большом расстоянии между измеряемыми пунктами, или если превышение между ними больше 2 м, то измерение производят по частям, через промежуточные точки. В качестве этих точек используют нивелирные башмаки.

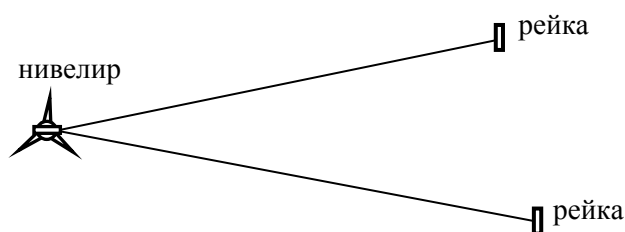


Рис. 4.8. Одна из возможных схем расположения нивелира и реек

Работа на каждой станции выполняется по обычной методике, а превышение по секции (между точками) вычисляется как сумма средних превышений на станциях.

При переходе (см. рис. 4.7) задняя рейка переходит на точку *T-2* и становится передней, передняя рейка, оставаясь на месте, становится задней, а нивелир устанавливается на новой станции Ст-II при условии хорошей видимости реек на точках.

Камеральные работы при определении высот точек ходами. Вычислительные работы после производства всех измерений по ходу и привязки хода к реперам, начинают с вычисления количества избыточных измерений t . Не сложно заметить, что для основных типов ходов, разомкнутого и замкнутого (см. рис. 4.6, *a*, *б*), общее количество измерений n всегда на 1 меньше числа определяемых пунктов. Так как размерность пространства высотных измерений 1 (вертикальная линия), то количество избыточных измерений в перечисленных построениях всегда будет равно 1. Таким образом, в основ-

ных схемах нивелирных ходов должно возникать одно математическое условие, и требуется обработка результатов измерений (уравнивание).

Запишем формулы для последовательного вычисления отметок определяемых точек нивелирного хода, расположенных между исходными реперами $РП-1$ и $РП-2$:

$$\begin{aligned} H_1 &= H_{РП-1} + h_1, \\ H_2 &= H_1 + h_2, \\ &\dots, \\ H_{n-1} &= H_{n-2} + h_{n-1}, \\ H_{РП-2} &= H_{n-1} + h_n. \end{aligned}$$

Сложив эти уравнения, получим:

$$(H_1 + H_2 + \dots + H_{n-1}) + H_{РП-2} = H_{РП-1} + (H_1 + H_2 + \dots + H_{n-1}) + \sum h_i,$$

или
$$H_{РП-2} = H_{РП-1} + \sum h_i. \quad (4.17)$$

Формула (4.17) и является видом геометрического условия, возникающего в нивелирном ходе. Из (4.17) получают сумму превышений теоретическую (то есть то, что должно быть) как:

$$(\sum h_i)_T = H_{РП-2} - H_{РП-1}. \quad (4.18)$$

Так как результаты измерений имеют неизбежные погрешности, то сумма теоретическая не совпадает с суммой практической $(\sum h_i)_П$, вычисленной по измеренным величинам. Их разность называется *невязкой* хода и обозначается f_h :

$$f_h = (\sum h_i)_П - (\sum h_i)_T. \quad (4.19)$$

На величину невязки накладывается условие, исходя из того, что производимое нивелирование техническое

$$(f_h)_{доп.} = 50 \text{ мм} \cdot \sqrt{L_{(км)}}, \quad (4.20)$$

или
$$(f_h)_{доп.} = 10 \text{ мм} \cdot \sqrt{K}, \quad (4.21)$$

если на 1 км хода более 25 станций.

Здесь $L_{(км)}$ – число километров, составляющих общую длину нивелирного хода (один знак после запятой);

K – общее число станций в ходе.

Как и в случае обработки линейно-углового хода, нарушение условия исправляется введением в результаты измерений поправок v_i :

$$[h+v] = [h]_И = [h]_T = [h]_П + [v]. \quad (4.22)$$

Таким образом, в случае допустимого значения невязки: $f_h < (f_h)_{дон}$ сумма практическая, отягощенная погрешностями, приводится к сумме теоретической, при которой точно выполняется геометрическое условие (4.17).

Из (4.22), с учетом (4.19) получаем уравнение:

$$[v] = -f_h, \quad (4.23)$$

которое может быть решено только при введении дополнительных условий. Наиболее часто используемые условия следующие:

– все поправки в превышения по секциям одинаковы, откуда:

$$(v_h)_i = -f_h / N, \quad (4.24)$$

где N – общее количество секций в ходе;

– поправки получают в зависимости от длины l_i i -той секции хода в L км:

$$(v_h)_i = \frac{-f_h}{L} \cdot l_i, \quad (4.25)$$

– поправки получают в зависимости от числа станций k_i на секцию хода в K станций:

$$(v_h)_i = \frac{-f_h}{K} \cdot k_i. \quad (4.26)$$

Очевидно, что для всех видов поправок должен выполняться контроль по сумме (4.23).

Далее вычисляют исправленные превышения как измеренное превышение плюс поправка с учетом знака:

$$(h_i)_{И} = (h_i)_{П} + (v_h)_i. \quad (4.27)$$

Очевидно, что сумма уравненных (исправленных) превышений должна точно равняться сумме теоретической (см. (4.22)). По исправленным превышениям вычисляют отметки определяемых точек хода. Заключительным контролем правильности вычислений является получение в конце хода отметки конечного исходного репера, или контроль по выполнению геометрического условия (4.17).

Если превышения в ходе получают посредством тригонометрического нивелирования, то последовательность обработки совершенно та же, но допустимое значение невязки вычисляют как

$$(f_h)_{дон.} = \frac{0.04 \cdot [S]}{\sqrt{n}} \text{ (см)}. \quad (4.28)$$

Здесь $[S]$ – длина хода в метрах. При измерениях прямо и обратно, расхождения между ними не более 4 см на 100 м длины.

Понятие о нивелирных сетях. При определении отметок точек, когда с одной точки выполнено более двух измерений, мы получаем метод определения посредством нивелирной сети. Очевидно здесь, как и для линейно-угловых сетей, точки определяются последовательно-параллельно через «высотную засечку» (4.13) (см. пример на рис. 4.9).

Количество измерений в сети рис. 4.9, $n = 17$, количество необходимых измерений (по числу определяемых пунктов) $t = 8$. Тогда количество геометрических условий $r = n - t = 9$. Такого рода сети обрабатываются строго, на основе *метода наименьших квадратов (МНК)*. Но некоторые простейшие сети можно достаточно строго обработать на основе приближенного подхода, путем сведения их к отдельным разомкнутым ходам.

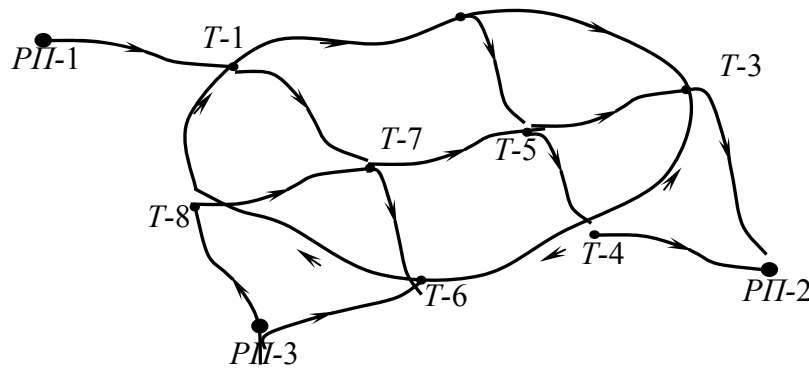


Рис. 4.9. Пример высотной сети

Один из видов таких сетей, как и при обработке линейно-угловых сетей, высотная сеть с одной узловой точкой (рис. 4.10).

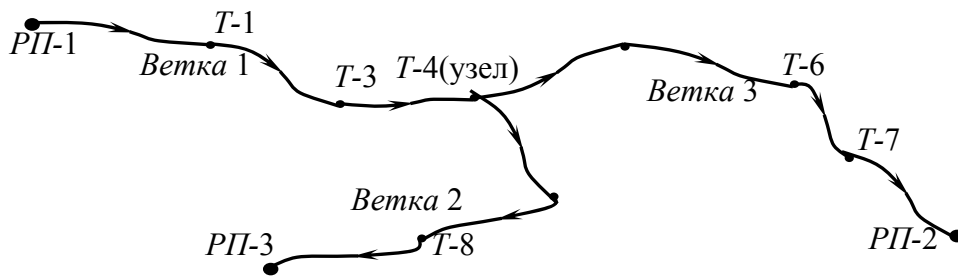


Рис. 4.10. Абрис сети с одной узловой точкой

При обработке сети рис. 4.10 на первом этапе получают среднее ве-
совое H_0 отметки узловой точки ($T-4$), полученной из трех веток как отмет-
ки H_I , H_{II} и H_{III} от исходных реперов:

$$H_0 = \frac{[H \cdot W]}{[W]} = \frac{H_I \cdot W_I + H_{II} \cdot W_{II} + H_{III} \cdot W_{III}}{W_I + W_{II} + W_{III}}. \quad (4.29)$$

Здесь веса (коэффициенты влияния ветки) могут быть получены как:

$$W_i = L_i / L, \quad (4.30)$$

или

$$W_i = K_i / K. \quad (4.31)$$

Здесь L_i – длина i -той ветки,

L – длина всей сети;

K_i – число станций i -той ветки,

K – число станций всей сети.

Таким образом, веса определяются или пропорционально длине соответствующей ветки, или пропорционально количеству станций, в отношении к общему числу.

Получив отметку узловой точки с контролем, сеть (см. рис. 4.10) распадается на 3 отдельных разомкнутых хода, которые начинаются репером, а заканчиваются узловой. Обработка ходов производится точно по описанной выше процедуре.

4.3. Системы координирования в трехмерном пространстве

Основные вопросы: общие положения; комбинации элементов для создания систем координирования; связи между основными системами координирования; другие задачи связи систем координирования.

Общие положения. Количество элементов, позволяющее создать трехмерную систему для позиционирования должно равняться 3.

Для создания системы из минимального числа геометрических элементов, выделим из них следующие (рис. 4.11):

- плоскость A ;
- линия a , пересекающая плоскость A ;
- линия b , лежащая в плоскости A и пересекающая линию a в точке O ;
- масштаб в виде отрезка e .

Таким образом определяется система для позиционирования вида (A, a, b, e) . Очевидно, что пересечение линии a и b в плоскости A дает центр системы позиционирования.

Теперь, чтобы позиционировать точку P в этой системе, ее проецируют на ось a , получая отрезок $O-P_1$; проецируем P на плоскость A , полу-

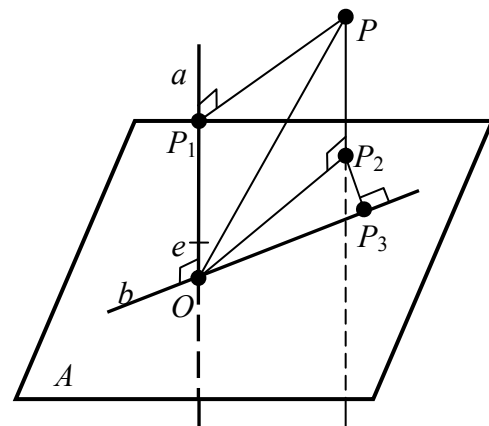


Рис. 4.11. Простейшая пространственная (3D) система для позиционирования

чая точку P_2 , которую в свою очередь проецируем ортогонально на линию b , образуя точку P_3 . Здесь в качестве закона связи системы и точки использовано ортогональное проецирование.

Таким образом, три отрезка (по числу размерности пространства позиционирования) $(O-P_1, O-P_3, P_2-P_3)$ являются параметрами, однозначно позиционирующими точку P в определенной системе (A, a, b, e) . Очевидно, что эта система эквивалентна обычной трехмерной прямоугольной декартовой системе координат, которая может быть и косоугольной с любым углом отличия от перпендикулярности.

Комбинации элементов для создания систем координирования.

Рассмотрим все возможные элементы для однозначного позиционирования и их комбинации, используя два закона связи – проецирования и соединения с центром. Полученные системы представим в привычном виде (рис. 4.12) с тремя осями, пересекающимися в центре O . Это представление назовем *рабочей системой координирования*, а систему, определенную на рис. 4.11 – *минимальной системой координирования*, так как она состоит из минимального числа элементов, позволяющих в ней однозначно определить положение точки.

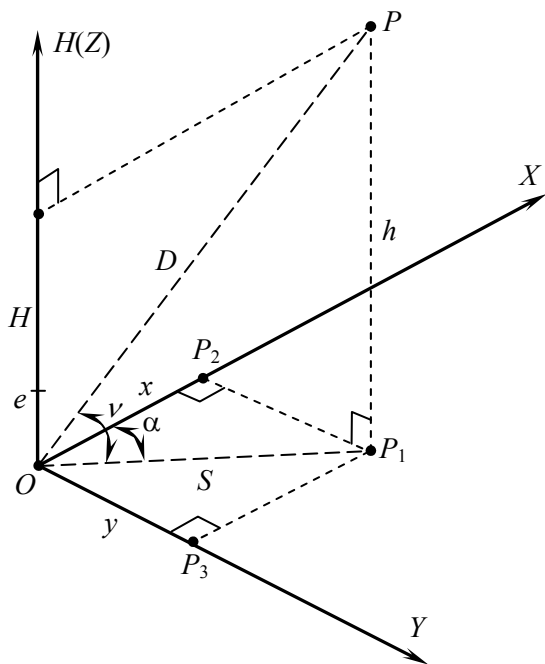


Рис. 4.12. Связь между основными системами координирования в 3D

Очевидно, что независимых элементов будет всего три, а другие можно выразить через них. Но так как не определено, какие из параметров должны быть первичными, выделим все элементы:

- наклонная длина $D = |O-P|$;
- проекция наклонной длины D на плоскость XOY , горизонтальное проложение $S = |O-P_1|$;
- величина проекции точки P на плоскость XOY , в виде перпендикуляра $h = |P-P_1|$;
- угол наклона ν линии D относительно плоскости XOY ;
- ориентирный угол α линии $O-P_1$ относительно оси X .

Несложно заметить, что в тройке для однозначного позиционирования обязательно должен быть угол α .

Исходя из этого, имеем 6 возможных комбинаций элементов:

$$\begin{array}{ll}
 - \alpha, \nu, h; & - \alpha, h, S; \\
 - \alpha, \nu, S; & - \alpha, h, D; \\
 - \alpha, \nu, D; & - \alpha, S, D,
 \end{array}$$

любая из которых может быть системой позиционирования. Тройка параметров в этом случае будет называться координатами в определенной системе. Но только системы из элементов (α, h, S) и (α, ν, D) получили достаточно широкое применение и имеют собственные названия. Первая – *цилиндрическая система координат*, вторая, *сферическая система координат*. Используется также 1 и 5 системы, а 6 практически никогда.

Очевидно, что все системы являются практическими, так как их элементами являются величины, которые возможно измерить. Тройка прямоугольных координат (X, Y, Z) является великолепной системой унификации, хранения и представления элементов позиционирования. Понятно, что необходимо рассмотреть связь наиболее часто встречаемых систем, таких как цилиндрическая и сферическая системы координат, с прямоугольной трехмерной декартовой системой (3D системой).

Связи между основными системами координирования. При выявлении связи будем выделять прямую и обратную задачи. В прямой задаче заданы прямоугольные трехмерные координаты начальной точки и цилиндрические (сферические) элементы с этой точки на другую точку. Найти прямоугольные трехмерные декартовы координаты второй точки.

В обратной задаче даны прямоугольные трехмерные декартовы координаты начальной и конечной точки линии. Требуется найти элементы цилиндрической (сферической) системы координат.

Рассмотрим прямую и обратную задачи для прямоугольных и сферических систем. Для прямой задачи даны начальные координаты в прямоугольной декартовой системе точки $O(x, y, H)$ и сферические координаты на точку P в виде ориентирного угла α , угла наклона линии относительно горизонтальной плоскости ν и измеренной наклонной длины D (см. рис. 4.12). Требуется найти прямоугольные координаты точки $P(x, y, H)$. Из рисунка видно, что координаты точки P отличаются от соответствующих координат точки O на величины приращений Δx , Δy и h . Эти величины просто определяются из соответствующих прямоугольных треугольников после приведения наклонного расстояния D к горизонтальному $S = D \cdot \cos(\nu)$ как:

$$\begin{cases}
 \Delta x = S \cdot \cos(\alpha) = D \cdot \cos(\nu) \cdot \cos(\alpha), \\
 \Delta y = S \cdot \sin(\alpha) = D \cdot \cos(\nu) \cdot \sin(\alpha), \\
 h = S \cdot \tan(\nu) = D \cdot \sin(\nu).
 \end{cases} \quad (4.32)$$

Теперь, на основе формул связи (4.32), прямоугольные координаты точки P могут быть получены в виде:

$$\begin{cases} x_P = x_O + \Delta x, \\ y_P = y_O + \Delta y, \\ H_P = H_O + h. \end{cases} \quad (4.33)$$

В обратной задаче известны прямоугольные координаты начальной точки $O(x, y, H)$ и конечной $P(x, y, H)$. Требуется определить по этим данным значения ориентирного угла α , наклонной длины D и ее угла наклона относительно горизонтальной плоскости ν . Для решения задачи используем формулы связи (4.32) и (4.33). Из (4.32) видно, что все элементы можно получить, имея разности координат Δx , Δy и h , которые нужно вычислять на основе (4.33). Имея приращения и относя 2 уравнение из (4.32) к первому, получим ориентирный угол α ; возводя в квадрат и суммируя 1, 2 и третье уравнение, определим наклонную длину D , а из 3 уравнения выразим синус угла наклона:

$$\begin{cases} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan(\alpha), \\ \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + h^2} = D, \\ \sin(\nu) = \frac{h}{D} = \frac{h}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + h^2}} \end{cases} \quad (4.34)$$

У прямой задачи для прямоугольных и цилиндрических координат даны начальные прямоугольные координаты точки $O(x, y, H)$ и цилиндрические координаты на точку P в виде ориентирного угла α , превышения точки относительно исходной h и горизонтального проложения S (см. рис. 4.12). Требуется найти прямоугольные координаты точки $P(x, y, H)$. Очевидно, что координаты следует получать через приращения, на основе (4.33). Сами приращения, из рис. 4.12, можно получить как:

$$\begin{cases} \Delta x = S \cdot \cos(\alpha), \\ \Delta y = S \cdot \sin(\alpha), \\ h = h. \end{cases} \quad (4.35)$$

Таким образом, на основе (4.33) и (4.35) можно решить прямую задачу для цилиндрических координат.

При решении обратной задачи, когда известны прямоугольные координаты начальной точки $O(x, y, H)$ и конечной $P(x, y, H)$, в первую очередь, используя (4.33), вычисляют приращения Δx , Δy и h . Для определения значения ориентирного угла α , горизонтального проложения S и превышения h ,

также используем формулы связи (4.35). По вычисленным приращениям, относя второе уравнение из (4.35) к первому, получим ориентирный угол α ; возводя в квадрат и суммируя первое и второе уравнение, определим горизонтальное проложение S , а из 3 уравнения сразу имеем превышение h .

Другие задачи связи систем координирования. Пространственная трехточечная задача может быть легко решена по прямоугольным координатам точек, для чего на основе (4.33) и (4.34) должны быть получены наклонные длины D_1 , D_2 и D_3 (рис. 4.13). Тогда, по обычной теореме косинусов, используя вычисленные длины, получим пространственный угол φ . Очевидно, что пространственный угол и его плоская аналогия не равны из-за разных отметок трех исходных точек.

Третья геодезическая задача (задача о перпендикуляре) решается как и ее плоский аналог на основе трехточечной задачи – вычисление угла φ с дальнейшим проецированием наклонного расстояния D_2 на сторону AB . Далее используя координаты точек A и B без высот, на основе плоской обратной задачи получают дирекционный угол и горизонтальное проложение для стороны. По наклонному и горизонтальному расстояниям считают угол наклона ν линии AB . Теперь задача сводится к решению прямой геодезической задачи в теле для сферических координат.

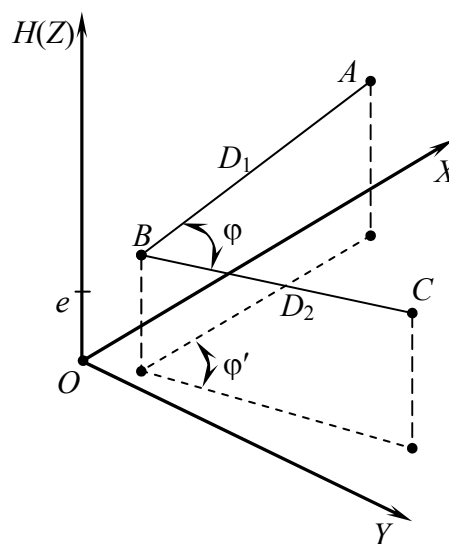


Рис. 4.13. Схема трехточечной телесной задачи

Очевидно, что это только один из путей решения задачи.

Вопросы для контрольной точки по теоретическому материалу модуля 4

1. Обработка линейно угловых сетей. Сеть с одной узловой точкой.
2. Трансформация систем координат.
3. Получение высот точек. Общие положения.
4. Получение высот точек ходами. Полевые и камеральные работы.
5. Получение высот точек сетями. Высотная сеть с одной узловой точкой.
6. Системы координирования в трехмерном пространстве.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

Обработка хода технического нивелирования

Цель: Изучить процесс обработки нивелирного хода для получения высот точек.

Время выполнения: 3 пары (6 часов)

Последовательность выполнения

1. Получить индивидуальный вариант задания.
2. Обработать полевой журнал технического нивелирования:
 - вычислить превышения по черной и красной стороне рейки;
 - вычислить средние превышения, округляя где надо значения до целых миллиметров;
 - выполнить постраничный контроль суммами.
3. Обработать результаты измерений для получения высот:
 - вычислить невязку по ходу и сравнить с допустимой для технического нивелирования;
 - вычислить поправки пропорционально длине секции и исправить превышения;
 - провести контроль по сумме и по выполнению условия;
 - вычислить окончательное значение высот точек.

Состав отчета

1. Описать суть и основную последовательность обработки результатов измерений в ходе геометрического нивелирования.
2. Представить схему и журнал измерений технического нивелирования, в котором:
 - расчеты превышений и постраничный контроль;
 - обработка результатов с контролями и всеми значениями.

После выполнения лабораторной работы студент

– *должен знать:*

1. Суть и последовательность обработки хода геометрического нивелирования.

– *должен уметь:*

1. Обработать полевой журнал геометрического нивелирования.

2. Обрабатывать с контролем результаты измерений с получением высот точек.

После выполнения и сдачи студентом лабораторной работы проводится последняя контрольная точка. Студенту предлагается дать ответы на 15 вопросов, из которых звездочкой отмечены вопросы, оцениваемые в 10 %, все остальные оцениваются в 5 %. При правильном ответе на 15 вопросов студент получает оценку в 100 %. При ответах сами вопросы не переписывают, обязательно указывается фамилия, номер группы и вариант. Рисунки выполняют схематично, но аккуратно. Не допустимо в качестве ответа использовать одну цифру без пояснений или формул.

Примерный вариант вопросов может быть следующим:

Вариант 111

1. Что такое трансформация систем координат?
2. Состав процесса трансформации.
3. Что такое трансляция?
- 4.* Чему равен элемент ротации, если координаты точек локального базиса $T_1 (0; 0)$ и $T_2 (0; 140)$, а дирекционный угол стороны 1-2 в глобальном базисе – $54^\circ 18'$?
5. Суть обработки сети с одной узловой точкой.
6. Формула веса луча при обработке углов.
7. Что такое узловое направление?
8. Нарисовать пример сети с одной узловой точкой.
- 9.* Вычислите координату X узловой точки, если по первому лучу длиной 540 м она получена как 6351,18 м, по второму длиной 290 и – 6351,30 м, по третьему длиной 310 м – 6351,47 м.
10. Как вычисляется невязка разомкнутого нивелирного хода?
- 11.* Невязка по замкнутому нивелирному ходу равна 37 мм. Допустима ли она при длине хода в 500 м?
12. Сколько промежуточных точек минимально надо, если превышение между точками 8 м?
- 13.* Рассчитать поправки в превышения, если длины секций 400, 100 и 700 м, а невязка составляет 42 мм.
14. Чему равна сумма поправок в превышения?
- 15.* Рассчитать исправленное превышение при соизмеримых длинах секций в замкнутом нивелирном ходе из 8 секций, если сумма практическая превышений составляет 32 мм. Измеренное превышение 0,254 м.

МОДУЛЬ 5

Введение

Пятый модуль учебно-методического комплекса содержит 3 теоретические темы, 1 лабораторную работу и 2 контрольные точки для проверки теоретических и практических знаний. Из теоретических тем выделены следующие:

1. Основы представления геодезических данных.
2. Определение размеров и формы объектов.
3. Геометрические отношения объектов в геодезии.

Изучение теоретических тем подразумевает самостоятельную работу студента до начала изложения темы, во время изложения и после окончания изложения, работу с дополнительной литературой, написание проблемных рефератов и проведение разного рода исследований.

Лабораторная работа носит название «*Определение формы объектов геодезическими методами*».

Цель работы закрепить теоретические навыки по практическому использованию основных методов определения формы линейных и площадных объектов. На работу отводится 8 часов (4 пары).

Основная цель модуля – изучить основы представления геодезических данных, дать начальные представления о методах определения формы и размера объектов геодезическими методами и об использовании геометрических отношений в геодезии с точки зрения теории и практики.

После изучения модуля студент *должен знать*:

- основные подходы при представлении геодезических данных;
- основные методы определения формы и размеров объектов;
- основные геометрические отношения, используемые в геодезии.

После изучения модуля студент *должен уметь*:

- представлять геодезические данные основными методами;
- определять форму и размеры объектов основными методами;
- использовать геометрические отношения для решения практических задач геодезии.

Контроль усвоения материала производится на основе двух контрольных точек: по теоретическому материалу и по лабораторной работе. По теории предварительно выдается шесть вопросов, на два из которых по вариантам студент должен дать исчерпывающие ответы. В ответах основное внимание уделяется теоретическим аспектам, то есть «*откуда?*» и

«как?». *Наличие рисунков и формул обязательно, причем формулы необходимо получить, а не констатировать. По практической части, после того, как лабораторная работа сдана и принята преподавателем, студент письменно отвечает на 15 вопросов, получая оценку в процентах по выполненной правильно части.*

На модуль отводится 3 недели: 3 лекции и 4 пары лабораторных занятий.

5.1. Основы представления геодезических данных

***Основные вопросы:** Общие положения представления. Модели данных. Геометрический метод представления. Трехмерные модели. Генерализация. Методы окончательного представления. Масштабная линейка. Проецирование и сечение объектов. Поле точек. Разбивка координатной сетки.*

Общие положения представления. Все геодезические данные, определяющие метрику (форма, размер, положение) и геометрические отношения (отображение, преобразование) между объектами, должны быть достаточно точно, адекватно и удобно представлены для целей дальнейшего рационального использования и хранения.

Таким образом, представление является заключительным этапом реализации основной цели геодезии.

В самом общем случае, данные представляются в следующих видах:

– описательном, когда свойства, связи и другие характеристики объекта представлены словесным описанием.

Например, описание ситуации на местности по маршруту движения: слева по маршруту находится еловый лесок, вытянутый в северном направлении, посреди леса пересекаются две проселочные дороги без покрытия. По маршруту движения находится легко всхолмленное поле, с редкими, небольшими кустарниками ивы и т.д.

– табличном, при котором объекты, или их характеристики, представлены в виде одной или совокупности взаимосвязанных таблиц.

Например, каталог плано-высотного обоснования, представленный в табл. 5.1, где содержатся координаты и высоты точек, необходимых для производства съемки, или численно описательная табл. 5.2, в которой, наряду с численной информацией в виде высоты сооружений и площади основания, представлены их некоторые характеристики в виде описания.

Таблица 5.1

Каталог планово-высотного обоснования

№ пункта	X , м	Y , м	H , м	Примечание
ТХ-1	17456,52	12475,18	119,362	Стенной репер
ТХ-2	17514,76	12310,54	121,753	
ТХ-3	17692,94	12356,37	121,047	
ТХ-4	19194,71	16551,84	120,872	Уничтожен

Таблица 5.2

Инвентаризация сооружений квартала № 3

Сооружение	Адрес	Габариты	Площадь	Состояние	Периметр
жилой дом	Садовая, д. 7	60x20x18 м	6000 м ²	аварийное	160 м
склад	Садовая, д. 9	20x10x4 м	200 м ²	удовлетворительное	60 м
детсад	Садовая, д. 8	50x20x7 м	2000 м ²	хорошее	140 м

– аналитическом, когда свойства объектов представлены в виде одной формулы либо системы формул. Представление данных в виде одного числа также относится к аналитическому способу.

Например, поверхность в каждой точке (X_i, Y_i) представлена наклонной плоскостью в виде формулы $Z_i = 0,254 \cdot X_i - 1,435 \cdot Y_i + 117,972$; длина линии, измеренная на местности $S = 78,12$ м и т.д.

– графическом, при котором объект или его свойства представлены в каком-либо графическом (картографическом) виде.

Например, в виде профиля по сечению объекта, совокупности профилей, образующих блок-диаграмму, чертежа и т.д.

– цифровом, когда объект, или его свойства, представлен в виде набора цифр и описания.

Последний вид применяется только совместно с мощными вычислительными средствами и является основой цифровых моделей местности (ЦММ).

Модели данных. Очевидно, что для полного представления объектов с их метрикой и отношениями необходимо бесконечно большое количество данных, что в принципе невозможно. Поэтому, используя некоторые приемы, мы сводим бесконечное множество данных к какому либо конечному

числу данных. Это множество должно сохранять основные свойства представляемых объектов и по возможности не содержать второстепенных, не главных свойств. Такого рода усеченные множества принято называть *моделями*. Таким образом, как и в случае измерений, мы можем представить не сами объекты с их свойствами, а только наше представление о них в виде разного рода моделей. Исходя из этого, выбор модели является первостепенной задачей представления геодезических и других данных.

В общем случае модели представления должны обладать свойствами целостности, непротиворечивости и оптимальности. Чтобы реализовать это, используют различные процедуры моделирования. Для геодезических целей наиболее подходит *иерархическая модель*. Основу такой модели составляют элементарные (атомарные) модели данных, из которых по различным правилам, в зависимости от типа связей, структуры и характеристик, конструируется более сложная конечная модель представления. Набор элементарных моделей данных является базой процесса представления, и поэтому требует тщательно взвешенного подхода к своему выбору.

Для построения модели объекта в виде составляющих частей и определения связей между этими частями применяют несколько стандартных приемов, к которым относят:

– процедуру *абстрагирования*, то есть отвлечения от вида объектов с целью выделения у них общих свойств. Например, солнце и колесо, при отвлечении от сути объектов, имеют общее свойство – круглую форму;

– *детализацию*, или разделение объекта на составляющие по какому-либо правилу. Например, для представления обычного дома на плоскости, вид сверху, его можно разделить на четыре взаимно параллельные стороны с определенными длинами;

– *объединение*, как процесс воссоздания модели объекта из элементарных составляющих по набору определенных правил. Например, модель дома из предыдущего примера воссоздается из четырех элементарных объектов в виде длин сторон по правилу: воспроизводство одной стороны длиной L_1 , перпендикулярно ей другой стороны длиной L_2 , перпендикулярно ей третьей стороны длиной L_3 и т. д.

Таким образом, основой построения модели является набор элементарных моделей и правила их воссоединения.

Следует отметить, что существует несколько форм отображения объекта в модель. Основные из них *дискретный* и *аналоговый* способ, определяющий соответственные модели.

Аналоговые модели представляют модель непрерывно и в свою очередь разбиваются на две группы: прямой и косвенной аналогии. Модели

прямой аналогии создаются на основе физического моделирования (аналоговые карты, модели судов, самолетов, гидротехнические сооружения и т. п.), модели *косвенной аналогии* создаются на основе математического моделирования (аналитического описания), например, цифровая модель рельефа, построенная на основе аналитического описания поверхности.

Дискретные модели строятся путем замены непрерывных функций набором дискретных значений аргументов и функций. Дискретность определяется *шагом квантования*. Для сохранения информативности и адекватности дискретной модели по отношению к объекту шаг квантования должен выбираться с учетом требований к точности отображения. Примером дискретных моделей являются результаты топографической съемки, на основе которых впоследствии осуществляется аналоговое представление информации.

Теперь процесс представления геодезических данных можно свести к следующим шагам:

1. На основе абстрагирования, выделить набор базовых элементов для представления.

2. Выполнить детализацию объекта, разделив его на элементарные составляющие из набора базовых элементов.

3. Используя некоторые правила, воссоздать объект в виде модели, выполнив процедуру объединения элементов.

Очень часто, последним этапом представления является *визуализация* представления, обычно в графическом виде.

Геометрический метод представления. Одним из основных методов представления данных в геодезии является графический. Исходя из того, что информация об объектах представления не является стабильной, требуется, чтобы метод графического изображения был достаточно точным, гибким и наглядным для учета особенностей изображаемых объектов, удобным для дальнейшего использования (моделирование, проектирование и т.д.).

Разнообразие объектов, их сложность и разнотипность, разный характер требований к изображению – все это предопределяет необходимость применения самых различных способов и приемов графического представления данных. Но ко всем видам графических представлений предъявляют следующие требования:

– *наглядность*, то есть возможность без труда по плоскому изображению объекта представить его пространственную модель, распознать его метрические элементы (форму, размер, положение), выявить детали внутреннего устройства;

– *простота* построения, которая заключается в выборе такого вида представления объекта, при котором непосредственно без дополнительных работ используются исходные материалы (измерения, схемы, описания и т.д.);

– *метричность* – возможность по изображению легко производить измерения и решать задачи метрического характера с определенной степенью точности.

Обычно выделяют два способа реализации графического представления данных:

- координатный;
- шаблонный.

Используя прием абстрагирования, в качестве базового набора элементарных объектов для геометрического метода представления выберем точку, линию, контур и площадь. Каждый объект должен иметь метрические значения, отражающие трехмерную реальность. На основе этих элементарных моделей нужно иметь возможность создавать другие, более сложные модели.

Примеры элементарных моделей (примитивов) представлены на рис. 5.1. Рассмотрим эти элементы подробнее.

Простейший тип пространственного объекта задают точечные примитивы, к которым относятся не только точки, но и все точечные условные знаки. Выбор объектов, представляемых в виде точек, зависит от масштаба представления. Точечные объекты (рис. 5.1, а) могут храниться в виде графического отображения, в виде таблиц их координат и описания.

Линейные элементарные объекты широко применяются для представления протяженных объектов. Могут быть разомкнутые (рис. 5.1, б) и замкнутые, в виде контуров (рис. 5.1, в). Характеризуются метрикой (форма, размер, положение) и описанием, или атрибутом.

Представляются в графическом, табличном и аналитическом виде.

Полигоны представляют собой замкнутые и заполненные контуры (рис. 5.1, г). Также характеризуются метрикой (форма, размер, положение) и описанием. Представляются в графическом и табличном виде.

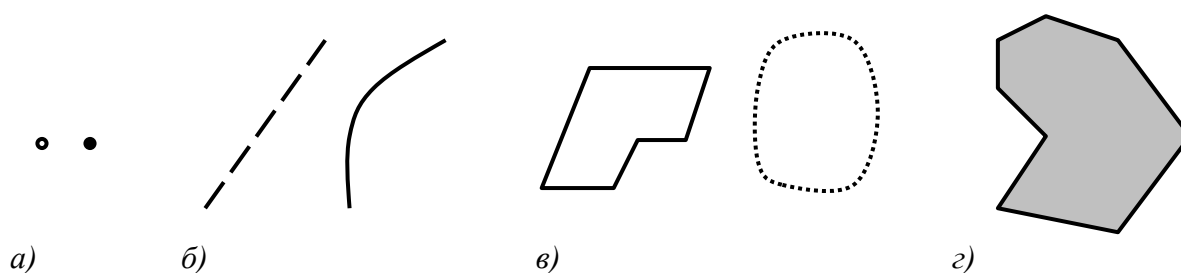


Рис. 5.1. Геометрические примитивы:
а) точки; б) линии; в) контуры; г) полигоны

При координатном представлении данных, в качестве элементарного объекта выбирается точка с соответствующими координатами. Тогда, две координированные точки определяют линию, три точки в плоскости – ломаную или дугу, а в пространстве – плоскость и т.д. Очевидно, что для аналогового (непрерывного) представления данных, промежутки между точками должны быть заполнены по какому-либо правилу. Обычно эти правила сводят к приему линейризации и сглаживания. В первом случае криволинейный объект, контур которого задан точками с координатами, линейризуется заменой дуг прямыми линиями, если это не нарушает *точностных характеристик* объекта δ (рис. 5.2, а). При сглаживании промежутки между точками восстанавливаются в виде приближенных дуг (рис. 5.2, б).

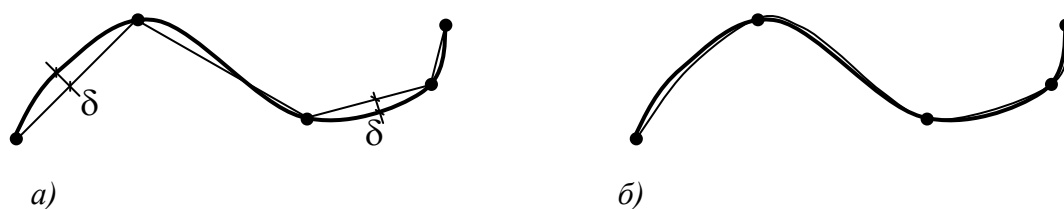


Рис. 5.2. Восстановление промежутков при координатном представлении данных:
а) линейризацией; б) сглаживанием

При шаблонном представлении отображаемый объект воспроизводится совокупностью четырех описанных выше примитивов, при этом объект должен быть предварительно разделен на участки (рис 5.3). Обычно в качестве шаблонов используют ломаную или дугу окружности определенного радиуса.

Достаточно часто модели определяются на регулярных или не регулярных сетках, называемых также *мозаиками*.

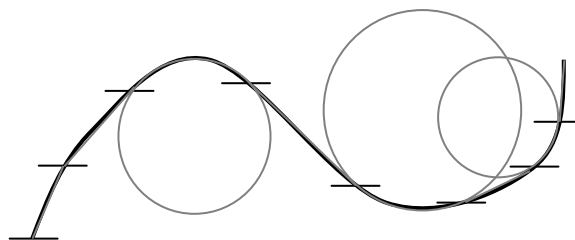


Рис. 5.3. Воспроизведение контура объекта шаблонами

Из плоских регулярных мозаик, которые обычно называют GRID-моделями, чаще используют квадратные (рис. 5.4, а) и треугольные (рис. 5.4, б). Квадрат – самая удобная модель, так как позволяет относительно просто проводить обработку больших массивов данных. Треугольные мозаики служат хорошей основой для создания выпуклых (сферических) покрытий.

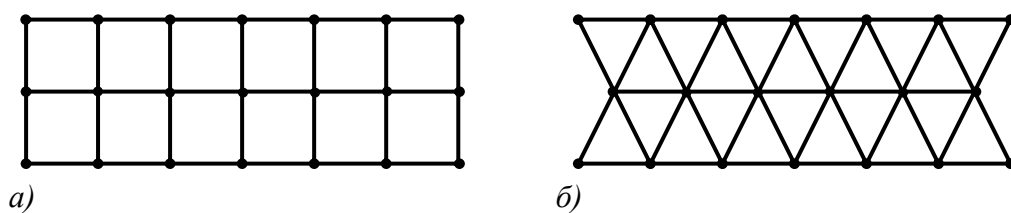


Рис. 5.4. Модели на регулярных сетках (GRID-модели):
а) квадратная сетка; б) треугольная сетка

Трехмерные модели. Модели для представления могут хранить информацию о точках как в виде двухмерных (плоских), так и трехмерных координат. Однако для многих случаев, например, таких как построение карт, трехмерные координаты преобразуют в двухмерное представление, то есть строят двухмерные (2D) модели.

Со второй половины 90-х гг. XX века заметна тенденция к построению трехмерных (3D) моделей. С одной стороны, это продиктовано решением практических задач, с другой – увеличением мощности вычислительных ресурсов, что необходимо для трехмерного моделирования. Такая модель должна соответствовать отображению трехмерной реальности, по возможности близкой к той, что видит человеческий глаз на местности.

В настоящее время выделилось два основных способа представления трехмерных моделей:

1. *Псевдотрехмерный (2,5D)*, когда в созданной структуре данных значение третьей координаты Z (обычно высота) каждой точки (X, Y) записывается в качестве описательной части представления. Но значение Z может быть использовано в перспективных построениях для создания изображений трехмерных представлений. Такое представление модели дает возможность эффективного решения ряда практически важных описательных и представительских задач.

2. *Истинное (3D)*, в которых местоположение фиксируется в трех измерениях (X, Y, Z) . В этом случае Z – это не описание, а метрический элемент местоположения точки. Такой подход позволяет регистрировать разные данные в точках с одинаковыми координатами X и Y , что делает возможным просто решать ряд метрических задач.

При трехмерном моделировании наряду с регулярными сетками (см. рис. 5.4) используют нерегулярные мозаики. Среди нерегулярных мозаик чаще всего применяют треугольные сети неправильной формы (англ. *Triangulated Irregular Network* – TIN). Сети TIN (рис. 5.5) удобны для создания моделей местности по заданному набору точек с координатами и отметками.

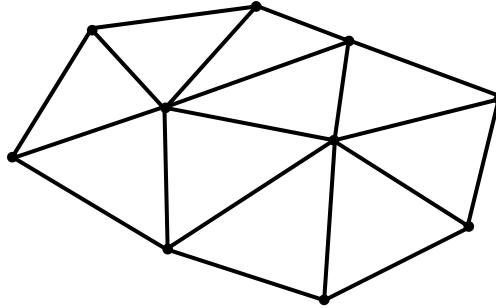


Рис. 5.5. Моделирование на нерегулярной сетке (TIN-модели)

Модель треугольной нерегулярной сети (TIN) в значительной мере альтернативна модели представления, построенной на регулярной сети. TIN-модель была разработана в начале 70-х гг. XX века как простой способ построения поверхностей на основе набора неравномерно расположенных точек для моделирования 3D представления объектов. Опыт показал, что нерегулярная выборка лучше, чем регулярная, отражает характер реального объекта, что является достоинством TIN-моделей.

При построении TIN-модели дискретно расположенные точки соединяются линиями, образуя треугольники. В пределах каждого треугольника поверхность обычно представляется плоскостью. Поскольку поверхность каждого треугольника задается высотами трех его вершин, применение треугольников обеспечивает каждому участку мозаичной поверхности точное прилегание к смежным участкам. Это обеспечивает непрерывность поверхности при нерегулярном расположении точек.

Данная модель позволяет использовать в качестве элементов мозаики более сложные многоугольники, но их всегда можно разбить на треугольники.

Применение трехмерных моделей позволяет строить новые модели и расширяет возможности представления и визуализации объектов, что делает возможным по-новому решать задачи визуализации, метризации и проектирования объектов.

Окончательное представление 3D моделей производится на основе разных способов визуализации, таких как перспективные, на основе освещенности, отмывки, штрихов и т. д.

Генерализация. При переходе от множества крупных объектов к более мелким неизбежно возникает задача обобщения объектов в соответствии с какими-либо правилами. Процедуру обобщения по заданным правилам для отбора и отображения объектов графическим методом будем называть *генерализацией* данных.

Относительно моделирования объектов для их графического представления, генерализация рассматривается как группа методов, сохраняющих объем информации об объектах при уменьшении объема данных о них.

Например, при сокращении числа точек на контуре, остающиеся должны быть выбраны так, чтобы внешний вид линии наименее изменился (рис. 5.6).

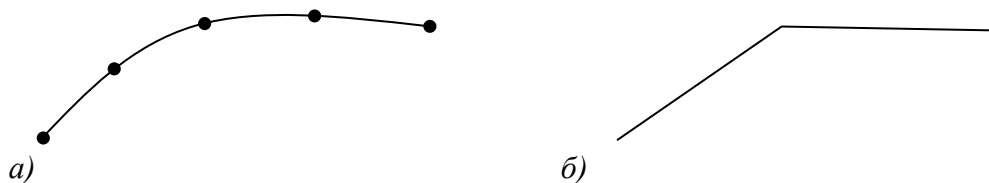


Рис. 5.6. Простая генерализация:
а) исходный контур; б) генерализованный контур

Очевидно, что при процедуре генерализации производится обычное геометрическое манипулирование набором точек с координатами (x_i, y_i) .

Генерализация как процесс включает в себя ряд стандартных процедур, из которых можно выделить следующие как основные:

- *упрощение*, позволяющее убрать лишние или ненужные точки, исходя из определенного геометрического критерия (например, расстояние между точками, смещение от центральной линии);

- *сглаживание*, позволяющее переместить или сдвинуть точки для устранения мелких деталей и выделения наиболее значимых тенденций изменения линии;

- *слияние*, или объединение нескольких объектов при уменьшении масштаба. Например, берега реки или обочины дороги в мелком масштабе сливаются, остров превращается в точку;

- *корректировка*, позволяющая в упрощенных данных снова ввести некоторые детали для придания большего сходства с оригиналом. Например, сглаженная линия может потерять сходство с оригиналом, тогда для улучшения ее вида проводят корректировку в ряде случайных точек.

Методы окончательного представления. После создания модели для окончательного представления данных с сохранением метрики необходимы некоторые дополнительные методы. Обусловлено это тем, что реальные объекты невозможно даже в модельном виде перенести на носитель (лист бумаги, дисплей компьютера) из-за их больших размеров, неопределенности в способе проецирования на плоскость и разнообразия контуров. Определенные трудности существуют и при отображении на плос-

кости третьей координаты объекта. Первым шагом в разрешении этих трудностей является введение понятия *масштаб*.

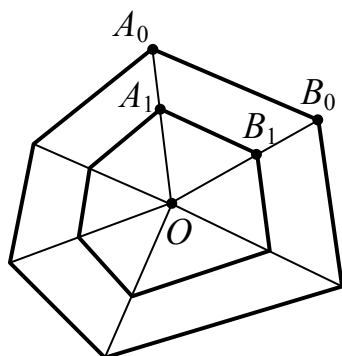


Рис. 5.7. Центральная гомотетия для сжатия объекта

Для представления реального объекта больших размеров на малом носителе (лист бумаги, дисплей компьютера) его необходимо сжать в какой либо пропорции относительно его центра O с сохранением формы, то есть выполнить *гомотетию* (рис. 5.7) в тех пределах, которые позволят отобразить объект.

Из рис. 5.7 видно, что коэффициент сжатия M будет равен

$$\frac{|A_0O|}{|A_1O|} = \frac{|A_0B_0|}{|A_1B_1|} = M, \quad (5.1)$$

то есть, отношению длины отрезка реального объекта к соответствующему отрезку образа (объекта представления).

Например, если длина стороны реального объекта (рис.7) $|A_0B_0| = 100$ м, а представить ее мы хотим на листе бумаги в виде отрезка в 10 см, то из (5.1) коэффициент сжатия должен быть $M = 100 \text{ м} : 0.10 \text{ м} = 1000$.

Очевидно, что коэффициент сжатия величина безразмерная, так как и числитель и знаменатель в (5.1) должны иметь одинаковую размерность.

В геодезии формула (5.1) представляется в несколько ином виде

$$\frac{|A_1B_1|}{|A_0B_0|} = \frac{1}{M}, \quad (5.2)$$

который читается следующим образом: в одной единице образа представления содержится M единиц реального объекта. Очевидно, что для перехода в (5.2) от левой части к правой, необходимо поделить числитель и знаменатель левой части на числитель, то есть M должно равняться (5.1).

Дробь вида (5.2) принято называть *аликвотной*, $1:M$ – *масштабом* представления, а M – знаменателем масштаба, который бывает дробным и определяется до двух значащих цифр.

Например, отрезок на бумаге 11 см на местности имеет 259,35 м. Тогда по (5.2) имеем $\frac{0,11}{259,35} = \frac{0,11:0,11}{259,35:0,11} = \frac{1}{2357,73} = \frac{1}{2400} = 1:2400$ в виде окончательного масштаба представления.

Так как в геодезии реальные объекты в метрах, а их представление обычно в сантиметрах, то используют такое прочтение: в 1 см представления содержится $M:100$ метров реального объекта, которое называется *именованный масштаб*.

Например, для масштаба из предыдущего примера 1: 2400, именованный масштаб будет 1 см – 24 м.

В общем случае, масштабы вида (5.2) носят название *численных*. Кроме численного используется (не очень часто) *линейный масштаб* – графическое представление конкретного численного масштаба с ограниченной точностью. Для этого числовая прямая разбивается на сантиметровые части, которые цифруются в зависимости от знаменателя используемого масштаба M . Сантиметровые деления делятся на 1- или 2-миллиметровые отрезки, которые отделяются каким либо образом друг от друга.

Например, для численного масштаба 1:2000 (именованный масштаб в 1 см – 20 м), линейный масштаб может иметь вид, представленный на рис. 5.8. Здесь каждый миллиметр соответствует 2 метрам, пары делений разделены, а подписано каждое четвертое слева и каждое второе справа.

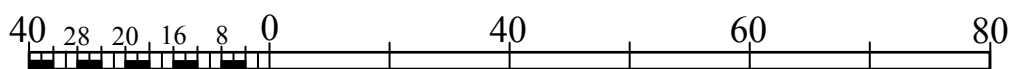


Рис. 5.8. Линейный масштаб 1:2000

При использовании масштабов выделяют две задачи:

- прямая задача, когда численное значение длины реального объекта представляется в виде графического отрезка в масштабе 1: M ;
- обратная задача, при которой графическое представление отрезка масштаба 1: M получают в виде числа, равного длине соответствующего реального объекта.

Для решения прямой задачи по численному масштабу в (5.2) известна длина реального отрезка $|A_0B_0|$ и знаменатель масштаба M , откуда длина образа представления

$$|A_1B_1| = \frac{|A_0B_0|}{M}, \quad (5.3)$$

которая получается в единицах реального объекта.

В геодезии, исходя из именованного масштаба, в формуле (5.3) вместо знаменателя масштаба M используется откорректированное значение в виде $M' = M: 100$, что дает значение длины образа в сантиметрах.

Например, имеем реальную длину 76,18 м. Ее надо представить на носителе в масштабе 1: 2400. Из (5.3) имеем

$$|A_1B_1| = \frac{76,18 \text{ м}}{2400} = 0,0317 \text{ м},$$

что не совсем удобно. Используя вместо M приведенный знаменатель M' , то есть при прочтении не в 1 метре – 2400 м, а в 1 см – 24 м (обычный именованный масштаб), имеем

$$|A_1B_1| = \frac{76,18 \text{ см}}{24} = 3,17 \text{ см}.$$

Откладывая на носителе соответствующую длину отрезка, мы получаем искомое решение.

При решении обратной задачи с носителя как можно более тщательно измерителем (или другим способом) снимают длину образа $|A_1B_1|$. Тогда из формулы (5.2) реальная длина будет

$$|A_0B_0| = |A_1B_1| \cdot M. \quad (5.4)$$

Используя длину отрезка в сантиметрах и именованный масштаб, длину реального отрезка получим сразу в метрах.

Например, длина отрезка образа 3,2 см в масштабе 1:2400 (именованный масштаб в 1 см – 24 м). Тогда реальная длина будет $3,2 \cdot 24 = 76,80 \text{ м}$.

Естественно возникает вопрос о точности решения прямой и обратной задачи. При её расчете исходит из того, что длины принято откладывать измерителем. Толщина накола измерителя в среднем порядка 0,1 мм. Умножив это число на знаменатель масштаба M , получим точность масштаба

$$\Delta_M = 0,1 \text{ мм} \cdot M. \quad (5.5)$$

Например, для масштаба 1: 2400 имеем $\Delta_M = 0,1 \text{ мм} \cdot 2400 = 240 \text{ мм} = 24 \text{ см}$.

Длина на носителе снимается двумя наколами измерителя. Таким образом, точность решения метрических задач с использованием масштаба и измерителя (графическая точность) будет

$$\Delta_\Gamma = 0,2 \text{ мм} \cdot M. \quad (5.6)$$

Для предыдущего примера это 48 см. Очевидно, что это то, что уже потеряно в точности представления, только при использовании измерителя.

Исходя из этих рассуждений и было рекомендовано округлять знаменатель масштаба до 2 значащих цифр, полностью игнорируя дробную часть. Такое округление не приводит к погрешностям в представлении более чем графическая точность.

Например, длина реальная длина объекта 76,18 м. При определении масштаба по формуле (5.2) получили его значение равное 1:2357. Тогда длина образа в этом масштабе (с использованием именованного масштаба 1 см – 23,57 м) будет $\frac{76,18 \text{ см}}{23,57} = 3,232 \text{ см}$. Если округлить знаменатель неверно к виду $M = 2300$, то имеем 3,312 см, а при правильном округлении знаменателя $M = 2400$, получим длину образа 3,174 см. Разности величин между неокругленным (как бы точным) и округленными значениями 0,08 см и 0,06 см, то есть не превосходят графической точности в 0,2 мм.

Очевидно, что длины, полученные таким образом, не годятся для каких либо точных работ, а только для прикидок и более или менее точной визуализации объектов.

Масштабная линейка. Точность снятия и отложения отрезков на бумаге может быть повышена с использованием некоторых дополнительных устройств. Наибольшее распространение получила *масштабная линейка*, в которой более точное отложение использует трансверсальный принцип (см. п. 1.3 «Основные положения метода измерений»). Линейка представляет собой ряды линий, образующих целые основания A_i , (рис. 5.9), десятичные основания B_i и сотые основания C_i . Так как система исчисления линейных объектов десятичная, то десятые и сотые доли основания разбиваются на 10 равных отрезков, хотя это и не принципиально.

Масштабная линейка, у которой целое основание равно 2 см, называют *нормальной*. У большинства масштабных линеек целые основания подобраны так, чтобы они были кратны 10, 100... и т.д. Такие масштабы называют *сотовые*. Так как основные масштабы, используемые в геодезии это 1:5..., 1:2..., 1:1..., 1:25..., то целые основания для сотовых масштабов в этом случае будут 2, 5, 1 и 4 см.

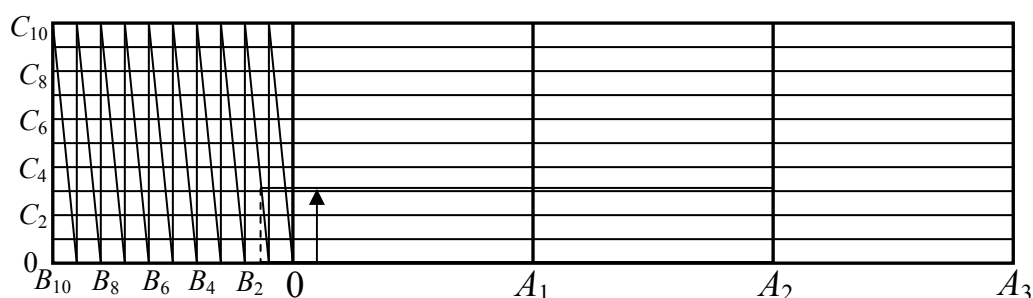


Рис. 5.9. Поперечный масштаб

Задача определения значения длины не вызывает трудностей, если она включает в себя t целых оснований и k десятичных. Зная знаменатель

масштаба и, таким образом, число сантиметров в целом основании, оцифровываем целые основания, десятичные будут на порядок меньше.

Например, масштаб 1:2000 (1 см – 20 м), целое основание 2 см. Значит, для реальной длины целое основание будет $20 \cdot 2$ равное 40 м, а одно десятичное на порядок меньше – $40 : 10 = 4$ м. Тогда полная длина будет $S = t \cdot 40$ м + $k \cdot 4$ м, и чтобы отложить длину 88 м в этом масштабе, необходимо измерителем взять по линейке 2 целых основания ($2 \cdot 40 = 80$ м) и 2 десятичных ($2 \cdot 4 = 8$ м).

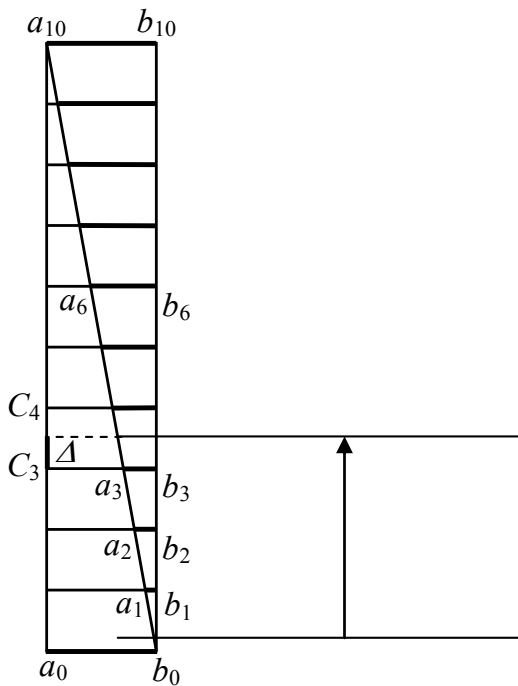


Рис. 5.10. Трансверсальное уточнение отсчета

Если длина попала между i и j десятичными основаниями, то используются имеющиеся у линейки *трансверсали* (наклонные линии со сдвигом на 1, рис. 5.10). Очевидно, что отрезок $|a_0b_0| = |a_{10}b_{10}|$, отрезки $|a_i b_i|$ пробегают все значения с шагом $(1/10) \cdot |a_0b_0|$, то есть от 0 до $|a_{10}b_{10}|$. Здесь 10 – количество сотых оснований (вертикальных делений $a_i b_i$).

Тогда, перенося параллельно определяемую длину (см. рис. 5.9, 5.10) до пересечения ее конца с трансверсалью, мы получим более точный отсчет в промежутке между десятичными основаниями B_i и B_j на основе сотых оснований C_i . Так как конечная точка редко попадает точно

на горизонтальную линию, соответствующую определенному сотому основанию C_i , а чаще между ними, величина сдвига Δ от ближайшего меньшего основания берется на глаз. Таким образом, длина линии будет

$$S = n_1 \cdot A + n_2 \cdot B + n_3 \cdot C + \Delta \cdot C, \quad (5.7)$$

где n_1, n_2, n_3 – число целых, десятичных и сотых оснований соответственно; A, B, C – значение целого десятичного и сотого основания в единицах реального объекта;

Δ – величина сдвига.

Например, для рис. 5.9 мы имеем 2 целых основания, 1 десятичное, 3 сотых и сдвиг в 0,4 от сотого основания. Пусть целое основание имеет длину в 5 см, а масштаб отображения 1:2000 (1 см – 20 м).

Тогда целое основание для реальных длин $A = 20 \text{ м} \cdot 5 = 100 \text{ м}$, десятичное $B = A : 10 = 10 \text{ м}$, сотое $C = B : 10 = 1 \text{ м}$, то есть все основания уменьшаются на порядок. Из формулы (5.7) имеем $S = 2 \cdot 100 \text{ м} + 1 \cdot 10 \text{ м} + 3 \cdot 1 \text{ м} + 0,4 \cdot 1 \text{ м} = 213,4 \text{ м}$.

Из представления (5.7) следует хороший способ отложения реальной длины в масштабе 1: M . Для этого делят реальную длину в метрах S на значение целого основания A и получают:

- целая часть числа – число целых оснований;
- десятая доля числа – число десятичных оснований;
- сотая доля числа – число сотых оснований;
- тысячная доля числа – сдвиг, откладываемый на глаз.

Например, длина 214,60 м, значение целого основания 100 м, имеем $214,60 : 100 = 2,146$, то есть 2 целых основания, 1 десятичное, 4 сотых и 0,6 от сотого на глаз.

Существует и другой способ отложения длины в нормальном (целое основание 2 см), или любом другом масштабе. Для этого и основание и длину пропорционально увеличивают до совпадения основания с сотовым и используют нормальное основание как сотовое, но откладывают измененную длину.

Например, в масштабе 1: 2000 нормальное основание имеет 40 м реальной длины. Сотовое основание для этого масштаба – 5 см. Откладываемая длина 63,27 м. Получаем коэффициент изменения $5 : 2 = 2,5$. Откладываемую длину увеличиваем в 2,5 раз ($63,27 \text{ м} \cdot 2,5 = 158,18 \text{ м}$) и по нормальному основанию откладываем увеличенную длину как по сотовому: $158,18 \text{ м} : 100 = 1,582$. Имеем 1 целое основание, 5 десятичных, 8 сотых и 0,2 от сотого на глаз.

Таким образом, обратная задача масштабирования с помощью масштабной линейки решается в следующей последовательности:

- измерителем с наибольшей тщательностью снимается графическое представление длины;
- правую ножку измерителя помещаем на целое основание, но таким образом, чтобы левая ножка находилась между нулем и последним основанием масштабной линейки;
- передвигаем обе ножки измерителя параллельно до пересечения левой ножки трансверсальной линией в любом месте;
- считаем число целых, десятичных и сотых оснований и умножая их на значения оснований (смотри предыдущий пример), получаем значение длины в метрах реального объекта.

Проецирование и сечение объектов. При представлении на плоскости реальных масштабированных объектов очень важно избежать искажений в форме, размере, положении, то есть в метрике. Это может быть достигнуто использованием оптимального способа переноса объекта на плоскость. Очевидно, что перенести объекты с одной поверхности на другую можно многими способами. Необходимо выбрать такой, который был бы наилучшим для данной процедуры представления. Одним из таких оптимальных способов переноса является процесс *проектирования*.

В самом общем случае под проецированием будем понимать процедуру переноса точки пространства A с центра проецирования O на плоскость проецирования P (рис. 5.11). Точку A' плоскости P называют проекцией (образом) точки A пространства (другой поверхности). Такого рода проекции называют центральные, или конические. Если центр проецирования O удален в бесконечность, то проецирование получило название *параллельного*, или *цилиндрического*. Если плоскость проецирования P перпендикулярна к направлению проецирования, то оно называется *ортогональным* (рис. 5.12).

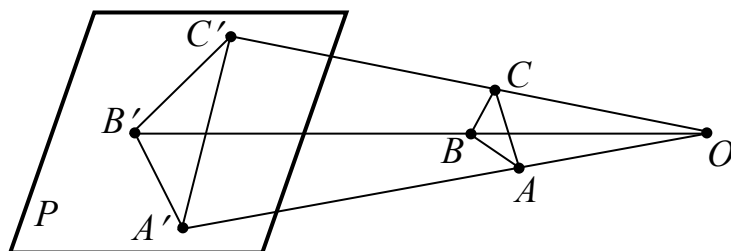


Рис. 5.11. Общая схема проецирования

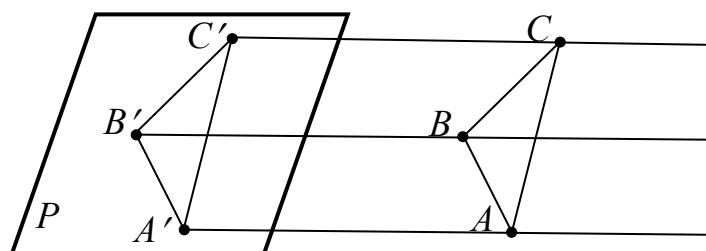


Рис. 5.12. Ортогональное проецирование

Очевидно, что при центральном проецировании уменьшение размеров происходит сразу и зависит от соотношения длин, а при ортогональном требуется предварительное масштабирование проецируемых объектов. И цен-

тральные и параллельные ортогональные проекции получили достаточно широкое применение при представлении геодезических данных.

Например, материалы дистанционного зондирования объектов местности в виде аэро- и космоснимков имеют изначально центральную проекцию, а разного рода топографические планы – параллельную ортогональную.

Следует иметь в виду, что центральные проекции чаще всего только промежуточные, так как имеют на краях неравномерные погрешности представления. Это приводит к искажению формы и размеров объектов представления. Поэтому окончательное представление материалов в геодезии производится преимущественно с использованием цилиндрического ортогонального проецирования, при котором нет искажений формы и размеров представляемого объекта (рис. 5.13).

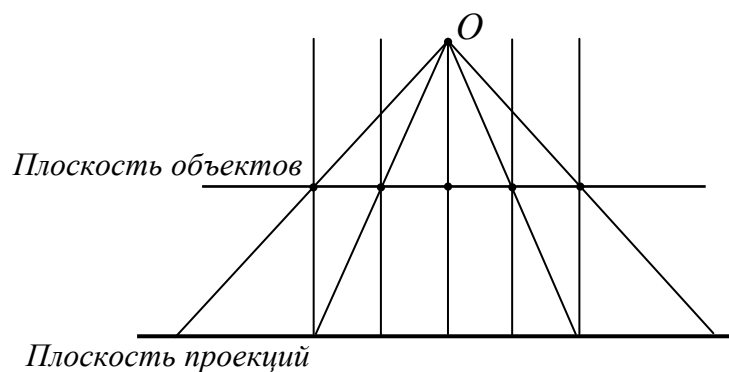


Рис. 5.13. Искажения при разных способах проецирования

Последним необходимым элементом окончательного представления геодезических данных графическим способом является процедура *сечения*. Под сечением обычно понимают контур фигуры, полученной при рассечении одной поверхности другой.

В геодезии обычно в качестве секущих поверхностей принимают плоскости, а сечения такого рода называют *плоскими*. Кроме этого, секущие плоскости могут располагаться горизонтально, вертикально или наклонно. С использованием вертикальных секущих плоскостей представляют данные в виде профилей (рис. 5.14, *а*), ряда связанных профилей, называемых блок-диаграммами (рис. 5.14, *б*) и т. д.

С помощью горизонтальных секущих плоскостей – трехмерные модели на плоскости (псевдотрехмерные) в виде изолиний, или линий одинаковых характеристик.

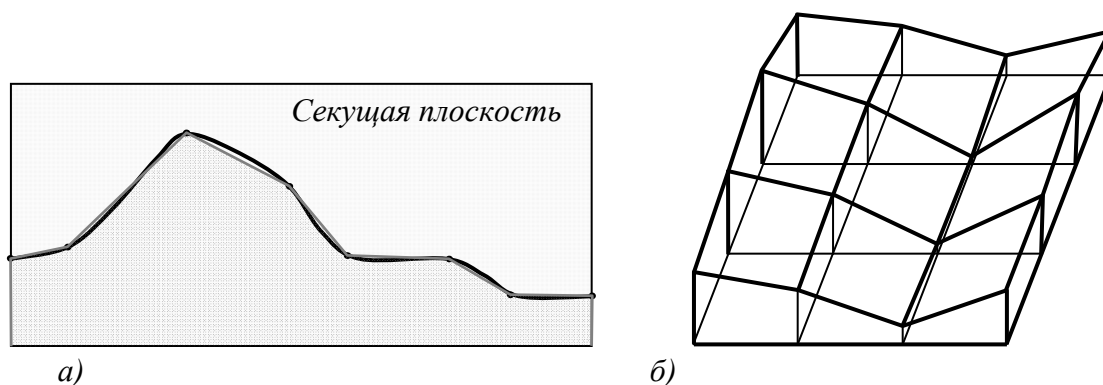


Рис. 5.14. Пример вертикальных сечений:
 а) профиль по точкам перегиба; б) профильная блок-диаграмма

При отображении трехмерных площадных объектов в виде плоских моделей на основе использования горизонтальных сечений, представляемый объект рассекается параллельными плоскостями с последующим ортогональным параллельным проецированием следов от сечения на одну плоскость представления (картинную плоскость). В результате имеем представление 3D модели (рис. 5.15) в виде линий одинаковых характеристик по вертикали, называемых *изолиниями*.

Это представление получило самое широкое распространение при моделировании и отображении высотных контуров местности.

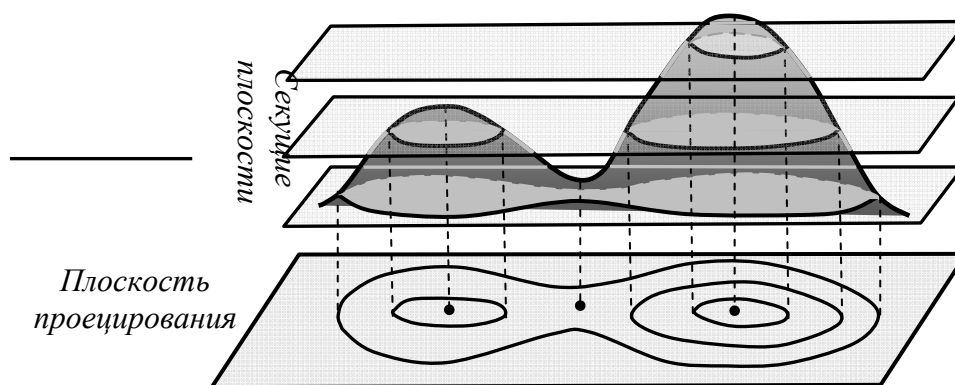


Рис. 5.15. Представление высотных контуров в виде изолиний

Например, при представлении трехмерной модели поверхности в виде изолиний можно на поверхности разбить сетку квадратов и в каждом узле с использованием способов нивелирования получить высотную отметку (выполнить GRID-моделирование). Рассекаем поверхность с сеткой параллельными горизонтальными плоскостями через определенный промежуток по высоте, называемый высотой сечения Δh . Очевидно, что на сторонах сетки получим следы от сечения плоскостями на определенной высоте. Соединив одноименные следы сечений плавной или ломанной линией, получим представление в виде изолиний.

Следы от сечений по линиям получают в результате процедуры, называемой *градуированием* линии. Процедура градуирования заключается в следующем. Пусть есть линия AB длиной S (AB' горизонтальное проложение длиной D) с высотами концов H_1 и H_2 (рис. 5.16) и превышением h . Выбирают высоту сечения Δh и считают количество сечений, кратное высоте сечения.

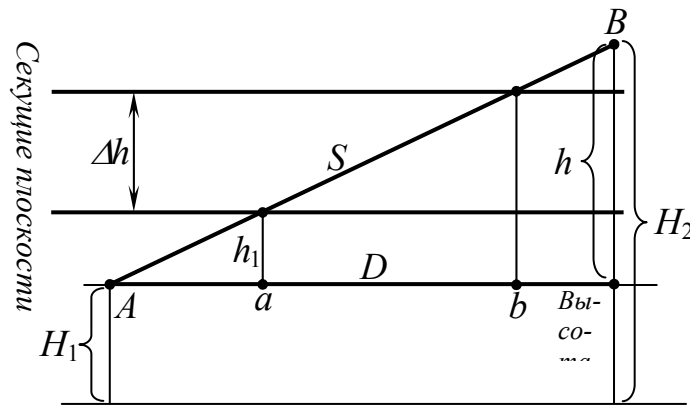


Рис. 5.16. Общая схема градуирования линии, вид сбоку

Например, высоты 117,7 м и 118,9 м, высота сечения $\Delta h = 0,5$ м. Тогда количество сечений между точками, кратное высоте сечения будет 118,0, 118,5 м – равное 2.

Искомые следы от сечений – точки a и b на горизонтальном проложении AB' . Очевидно, что для этого требуется определить расстояния $|Aa|$ и $|ab|$, отложение которых и решает задачу градуирования линии. Из подобия треугольников можно записать

$$\frac{h_1}{|Aa|} = \frac{\Delta h}{|ab|} = \frac{h}{|AB'|} = k. \quad (5.8)$$

Здесь h_1 – разность высот между точкой A и ближайшим сечением;
 h – превышение между точками A и B .

Таким образом, получив коэффициент k как отношение общего превышения к длине горизонтального проложения (или $k' = 1 : k$), вычисляем искомые длины как

$$\begin{cases} |Aa| = \frac{h_1}{k} = h_1 \cdot k' \\ |ab| = \frac{\Delta h}{k} = \Delta h \cdot k' \text{ и т.д.} \end{cases} \quad (5.9)$$

Желательно брать длину горизонтального проложения в сантиметрах отображения, тогда из формул (5.8) и (5.9) ясно, что и искомые расстояния получим в сантиметрах.

Например, на основе предыдущих данных, высоты точек A и B 117,7 м и 118,9 м соответственно, высота сечения $\Delta h = 0,5$ м, количество сечений равно 2 (118,0, 118,5 м). Длина горизонтального проложения 2,8 см. Тогда коэффициент k из (5.8) равен $k = \frac{h}{D_{\text{см}}} = \frac{118,9 - 117,7}{2,8} = 0,43 \frac{\text{м}}{\text{см}}$. Теперь расстояние от точки A до следа ближайшего сечения $|Aa| = \frac{h_1}{k} = \frac{118,0 - 117,7}{0,43} = 0,7$ см, а расстояние, соответствующее

высоте сечения, $|ab| = \frac{\Delta h}{k} = \frac{0,5}{0,43} = 1,2$ см. Отложив соответствующие расстояния от точки A , получим искомые точки следа сечения наклонной линии AB плоскостями на высотах 118 и 118,5 м.

Если на поверхности нанесена сетка квадратов (см. предыдущий пример для представления поверхностей в виде изолиний) и в узлах сетки получены высоты, то проводя градуирование по всем сторонам сетки, получаем поле точек. Соединяя одинаковые высоты от сечений, получаем представление поверхности в виде линий одинаковых высот (изолиний) (рис. 5.17, б).

Очевидно, что градуирование является одним из способов получить след от сечения поверхности параллельными плоскостями для целей представления поверхностей (рис. 5.17, а).

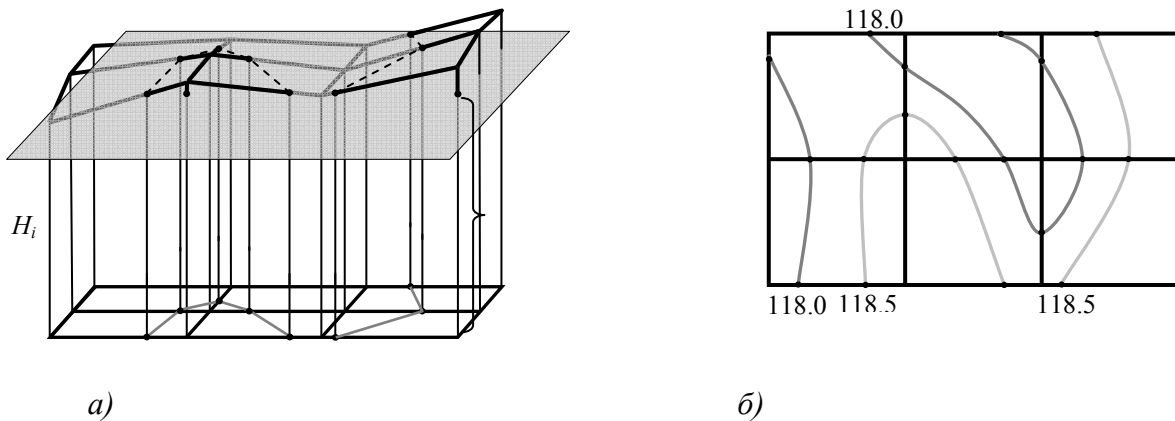


Рис. 5.17. Представление поверхности в виде изолиний на квадратной сетке: а) сечение плоскостями; б) линии одинаковой высоты

Поле точек. Одним из первичных способов представления геодезических данных, который может быть исходным для множества других способов, а также и самостоятельным, является *поле точек* нанесенных по ко-

ординатам. Чаще всего используется прямоугольная, левая декартова система координат в геодезическом представлении: вертикальная ось – X (или север N (*Nord*)), горизонтальная ось – Y (или восток E (*East*)). Очевидно, что для реализации представления необходимо нанести координатную сетку, представляющую собой ряды оцифрованных через определенный промежуток и пересекающихся прямых линий.

В геодезии используют следующие способы построения координатной сетки:

1. Построение на основе *линейки Дробышева*. Суть способа заключается в использовании линейной засечки, со сторонами, равными 2 катетам a и b и гипотенузы c известных размеров. Для построения стандартной геодезической сетки общий размер которой 50×50 см, катеты будут $a = b = 50$ см, а гипотенуза $70,71$ см. Тогда, засекая с концов одного катета (точки A и B) точку C , расстояния до которой 50 см и $70,711$ см мы получаем нужную основу для дальнейшего разбиения сетки (рис. 5.18). На следующем шаге просто повторяют предыдущий, меняя стороны местами, т. е. засекая с точек B и A точку D , получая таким образом квадрат 50×50 см. Дальнейшее разбиение сводится к разбивке по большим сторонам квадрата AB , BC , CD и DA расстояний в 10 см и соединении противоположащих точек, создавая таким образом сетку из $5 \times 5 = 25$ квадратов со стороной 10 см с контролем последней точки.

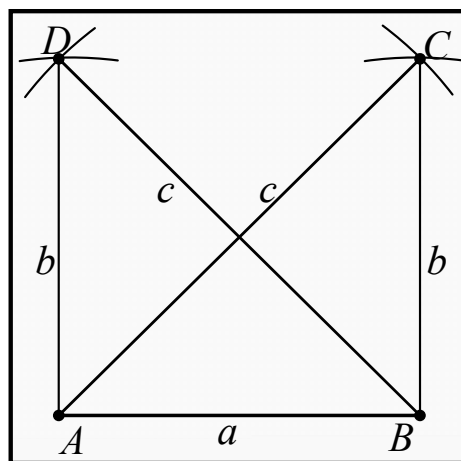
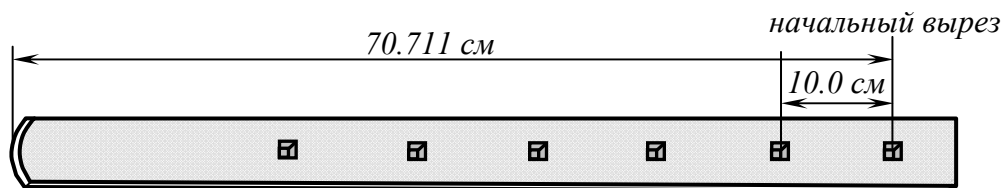


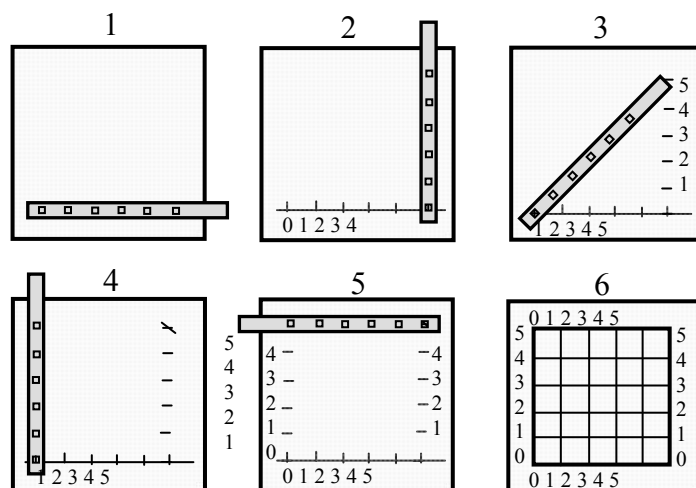
Рис. 5.18. Принцип разбиения сетки на основе линейки Дробышева

Очевидно, что таким образом можно разбить сетку с любым количеством квадратов обычными линейками, используя то, что на расстояниях $50 - 70$ см засекающие дуги (рис. 5.18) в пределах 1 см можно без потери точности заменить прямыми.

Сама линейка Дробышева металлическая (рис. 5.19, а), имеет скошенный край. Через каждые 10 см в ней расположены вырезы, которые имеют скошенные края по дуге окружности. Радиусы окружностей соответствуют расстоянию от нулевого до данного выреза. Начинают построение линейкой Дробышева с проведения первой горизонтальной линии в нижней части листа по скошенному краю линейки твердым, хорошо заточенным карандашом (3Т, 4Т). На этой линии по скошенным краям вырезов делаются короткие засечки – 1-й прием (рис. 5.19, б).



а)



б)

Рис. 5.19. Линейка Дробышева:

а) общий вид; б) последовательность построения, приемы 1-6

Затем линейку устанавливают приблизительно перпендикулярно, совмещая штрих на вырезе линейки с последней засечкой размеченной линии, и вновь по вырезам делают засечки – 2-й прием. В третьем приеме совмещают штрих первого выреза линейки с первой засечкой, полученной при 1-м приеме, а последним вырезом пересекают последнюю засечку, полученную при 2-м приеме. В результате получают первый прямоугольный треугольник. Второй прямоугольный треугольник строится аналогично первому. Эти треугольники имеют общую гипотенузу. В итоге построений получают квадрат (приемы 4, 5, 6-й), стороны которого размечены через 10 см. Соединяют точки, расположенные на противоположных сторонах квадрата (прямоугольника) и получают сетку для прямоугольных координат. Правильность построения сетки проверяют по диагоналям. В случае правильного построения сетки линейка будет проходить через вершины квадратов с отличием не более 0,2 мм. Также проверяют все стороны квадратов сетки и все диагонали. Если расхождение относительно точных размеров сторон квадратов и диагоналей больше допустимой величины, то координатная сетка должна быть построена заново.

От точности построения координатной сетки зависит точность графического представления результатов измерений. Для построения взаимно перпендикулярных линий координатной сетки нельзя применять даже проверенный прямоугольный треугольник.

Для планов небольших размеров координатную сетку можно построить при помощи циркуля-измерителя и масштабной линейки (рис. 5.20).

Вначале с помощью металлической линейки проводят горизонтальную линию, расположенную примерно в середине листа бумаги. На этой линии при помощи циркуля-измерителя откладывают от ее середины O вправо и влево отрезки AO и OB , равные 10 см.

Длина отрезков определяется по масштабной линейке. В точке O строят перпендикуляр к линии AB . Для этого из точек A и B раствором измерителя, большим, чем OA , проводят дуги по обе стороны от линии AB . Получают пересечения дуг в точках C и D . Проводят через них линию, которая должна пройти через точку O без заметных для глаза отклонений. Это является контролем правильности построения перпендикуляра. Затем от точки O в обе стороны по линии CD откладывают отрезки по 10 см и получают точки E и F . Из точки E раствором измерителя, равным 10 см, проводят дуги по обе стороны от линии CD . Вторые засечки проводят тем же раствором циркуля-измерителя из точек A и B . В пересечении этих засечек получают точки G и H . Аналогичные построения засечек выполняют в нижней части листа под линией AB из точек A , B и F . В пересечении дуг получают точки I и K . Контролем правильности построения квадратов служит то, что линия GH должна проходить через точку E , линия IK – через точку F , линия GI – через точку A , линия HK – через точку B в пределах $\pm 0,2$ мм. Для окончательного контроля правильности построения координатной сетки необходимо измерить все диагонали, которые должны быть равны 141,42 мм или отличаться от этой величины не более, чем на $\pm 0,2$ мм.

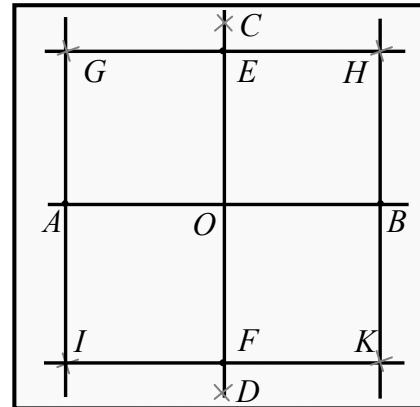


Рис. 5.20. Схема построения сетки координат при помощи масштабной линейки и циркуля-измерителя

Ещё один часто встречающийся способ построения произвольных сеток для координат носит название «способ диагоналей» и заключается в следующем. На листе бумаги тонкими карандашными линиями проводят

две пересекающиеся линии – диагонали (рис. 5.21). Из точки пересечения диагоналей на прочерченных линиях, откладывают циркулем-измерителем равные отрезки с учетом левого и нижнего отступов, которые должны быть не менее 45 мм. Соединяют полученные точки и получают прямоугольник. Из точек A по горизонтали и вертикали, D по вертикали, а B по

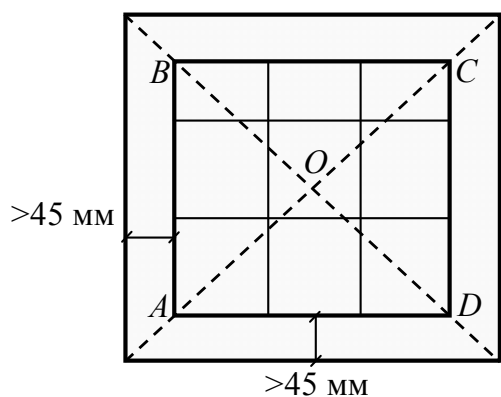


Рис. 5.21. Разбиение сетки способом диагоналей

горизонтали, откладывают стороны сетки (например, 10 см). Соединяя одноименные линии получают сетку для координат. Заметим, что угол в точке A (левый нижний) носит название *младшего угла*.

Возможно получение сетки из целых квадратов, а не как на рис. 5.21. Для этого, задавшись количеством и стороной квадрата, вычисляют длины полудиagonalей $OA = OB = OC = OD$ и откладывают их из центра O . Далее следует процедура, аналогичная описанной выше.

Например, для разбиения сетки квадратов 4×3 (первая цифра – количество вертикальных квадратов) со стороной в 10 см имеем длину полудиagonalей $OA = 0,5 \cdot \sqrt{40^2 + 30^2} = 25$ см, которую и надо отложить от точки O .

Построенную рамку необходимо проверить, измерив длину диагоналей полученного прямоугольника $ABCD$. Расхождение между длинами диагоналей не должно превышать величины графической точности – 0,2 мм. Карандашные линии диагоналей как вспомогательные стирают.

Следующий этап для представления данных в виде поля точек – это нанесение точек по координатам на построенной сетке. Но чтобы сетка квадратов стала координатной, её необходимо оцифровать, то есть каждой линии сетки придать численное значение в зависимости от масштаба. Для этого из всех точек выбирают минимальные значения по оси X и Y , которые округляют в меньшую сторону до числа, кратного стороне сетки в масштабе представления. Эти значения присуждаются координатам младшего угла (точка A на рис. 5.21). Следующие значения изменяются на величину стороны квадрата сетки, выраженного в масштабе.

Например, для рис. 5.21 минимальные координаты (обычно для разных точек) будут $x_{min} = 14673,18$ м, $y_{min} = 23817,56$ м. Масштаб представления 1: 2000 (1 см – 20 м), сторона квадрата 10 см. Сторона в 10 см для реальной длины дает 200 м. Значит ми-

нимальные координаты должны быть округлены в меньшую сторону и быть кратны 200 м. Для оси X это 14600 м, для оси Y – 23800 м. Следующие координатные метки для оси X – 14800, 15000 м и так далее, а для оси Y – 24000, 24200 м и т.д.

После оцифровки сетки производят нанесение на неё точек по координатам. Не путать: в геодезии вертикальная ось – ось X , горизонтальная – ось Y . Первый шаг нанесения, это выбор квадрата в котором будет находиться точка. Очевидно, что все вершины квадрата после оцифровки имеют соответствующие координаты, а левый нижний угол имеет из четырех минимальные координаты (x_m, y_m) и также называется младшим. Вычитаем из текущих координат координаты младшего угла квадрата расположения, получая величины Δx и Δy , которые и требуется отложить от младшего угла по соответствующим осям в масштабе представления. Для удобства работы величины Δx и Δy откладывают по двум противоположащим сторонам квадрата, проводя тонкие линии, пересечение которых и является положением точки.

Например, координаты откладываемой точки из предыдущего примера $x = 14673,18$ м, $y = 23817,56$ м. Квадрат, в котором будет находиться точка, представлен на рис. 5.22.

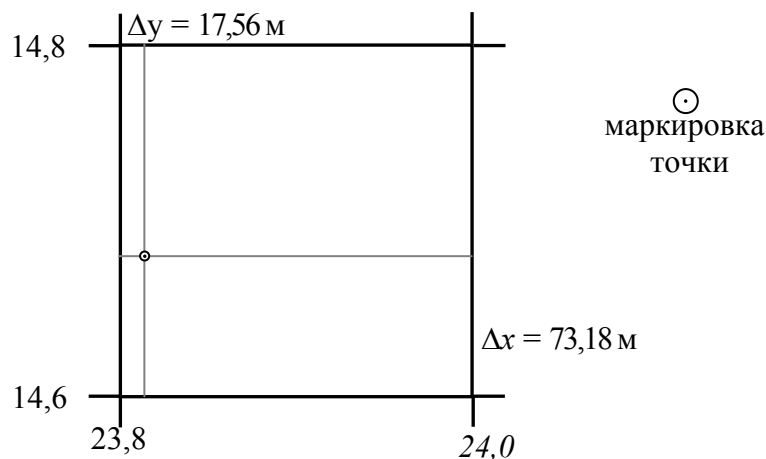


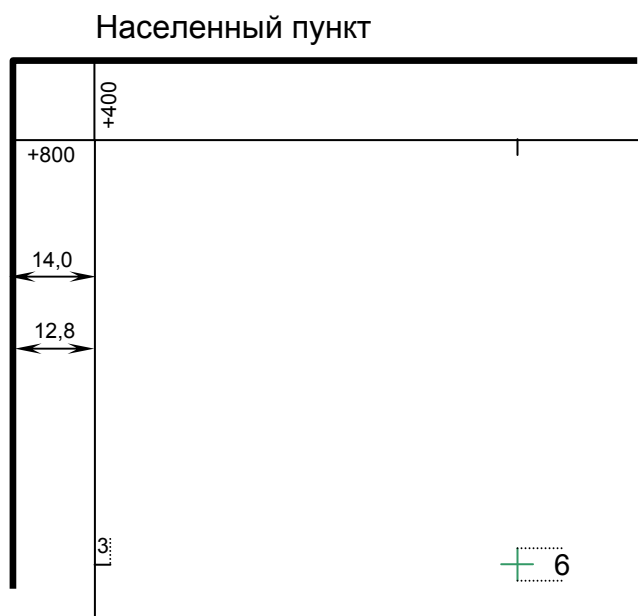
Рис. 5.22. Отложение точки по координатам способом перпендикуляров

Координаты младшего угла (14600, 23800). Заметим, что оцифровку при представлении выполняют как в километрах (см. рис. 5.22, 14,6 км = 14600 м) так и в метрах, в зависимости от масштаба представления. Тогда откладываемые от младшего угла величины будут $\Delta x = 14673,18 - 14600 = 73,18$ м, $\Delta y = 23817,56 - 23800 = 17,56$ м. Эти величины и откладываются в масштабе по основным и противоположащим сторонам, получая на пересечении искомое положение точки (см. рис. 5.22).

Возможны другие способы отложения точек, например, на основе засечек. Окончательный этап представления данных в виде поля точек, это *зарамочное оформление* координатной сетки, которое также зависит от масштаба (рис. 5.23).



а)



б)

Рис. 5.23. Зарамочное оформление координатной сетки:
а) масштаб 1: 2000, 1: 5000; б) масштаб 1:500, 1: 1000

5.2. Определение размеров и формы объектов

Основные вопросы: *Определение размеров. Определение формы. Определение формы элементарными измерениями с шаблоном. Определение формы элементарными измерениями с координированием.*

Определение размеров. Как известно, протяженности (размеры) делят на линейные и угловые, которые в свою очередь могут быть вертикальные, горизонтальные и промежуточные (рис. 5.24).

Из способов определения размеров выделяют:

– *непосредственные* (прямые), при которых определение происходит непосредственно через измерение нужной величины мерным прибором.

Например, для определения углового размера непосредственно измеряют значение угла теодолитом, для определения наклонного линейного размера измеряют расстояние мерной лентой, для определения вертикального расстояния между точками определяют превышение между ними нивелиром.

– *аналитические* (косвенные), когда размеры объектов определяются через математические соотношения при аналитическом (модельном) представлении объекта. Здесь обычно выделяют тригонометрические и координатные методы. При тригонометрическом определении искомая величина должна входить как составная часть в какой-либо более сложный объект и должна быть геометрически связана с другими частями объекта. Тогда, используя тригонометрические соотношения для плоских или пространственных объектов, можно вычислить искомые протяженности, например в виде длины или угла.

Например, в треугольнике известны две стороны и угол между ними. По теореме косинусов можно вычислить противолежащую углу сторону, а, зная три стороны и один угол, по теореме синусов можно вычислить недостающие углы и стороны.

При координатном косвенном определении имеется ряд (поле) точек с известными плоскими, или пространственными координатами. На основе

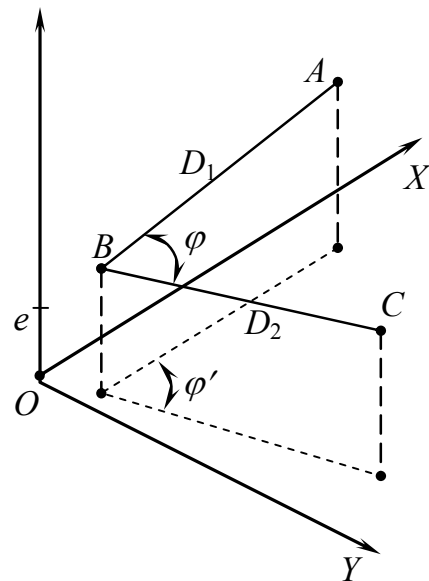


Рис. 5.24. Схема размеров объекта

этих координат и главных геодезических задач (прямой, обратной, о перпендикуляре и трехточечной) получаем необходимые величины.

Например, имея координаты трех точек на плоскости, решая обратную геодезическую задачу, мы получим все расстояния между точками (линейные размеры) и все 3 ориентирных угла. Разность соответствующих ориентирных углов даст нам внутренние углы в треугольнике (угловые размеры). Также эта задача решается и в пространстве, но на основе использования связи прямоугольных и сферических координат.

– графические, при которых необходимые размеры снимаются непосредственно с графического представления объекта, которому они принадлежат.

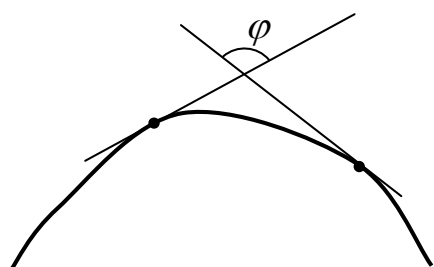


Рис. 5.25. Определение размеров криволинейных контуров

Например, имея графическое представление какого либо прямолинейного изломанного контура в масштабе, используя транспортир и масштабную линейку, мы можем получить все необходимые нам линейные и угловые размеры частей контура. Если контур криволинейный (рис. 5.25), то для определения его угловых размеров используют угол между касательными φ , а для линейных – прибор, называемый курвиметром и другие подходы (см. п. «Задачи, решаемые на топографических планах»).

Графические способы иногда относят к *прямым условным* методам определения размеров.

Самостоятельное использование определения размеров объектов нужно для получения его характеристик (значение длины, угловые размеры, ориентировка), но в основном используются как промежуточные результаты для определения положения и формы.

Определение формы. Под *формой* объекта будем понимать его геометрическую характеристику, отображающую и фиксирующую его внешнюю границу (контур), отделяющую его от других объектов. Все методы определения формы можно отнести к *референтным*, так как в любом из них задается *фигура относимости* (референтная фигура) в виде плоскости, линии и так далее, относительно которой производится фиксация контура объекта. Референтные фигуры бывают практические и теоретические (см. п.3.1 «Общие положения позиционирования»).

Например, задав визирным лучом теодолита референтную вертикальную плоскость, т.е. сориентировав прибор (линия $AB \parallel A'B'$), можно отследить форму горизонтального сечения объекта на каком-либо уровне. Для этого необходимо измерить расстояния от объекта до референтной плоскости горизонтально приставляемой к точкам сечения нивелирной рейкой (рис. 5.26). Рейка устанавливается через одинаковые расстояния либо на точках перегиба. Такая процедура получила название боковое нивелирование.

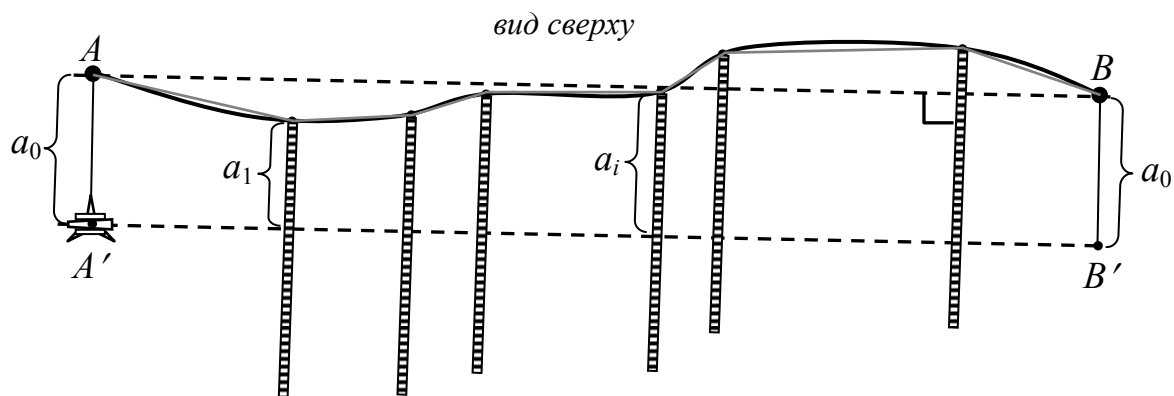


Рис. 5.26. Схема определения формы сечения боковым нивелированием

Рисунок 5.26 представляет процедуру определения формы линейного объекта на основе физической референтной фигуры, которая задается визирным лучом теодолита. Теоретические референтные фигуры образуют разного рода системы координат, в которых позиционируется ряд (поле) точек. На основе закоординированных точек также возможно определение формы объекта. Очевидно, что определена может быть форма только линейного или площадного объекта.

Например (рис. 5.27), у линейного объекта «проселочная дорога» были закоординированы углы поворота в прямоугольной системе координат. Совокупность точек при надлежащем их соединении дает нам представление о форме объекта.

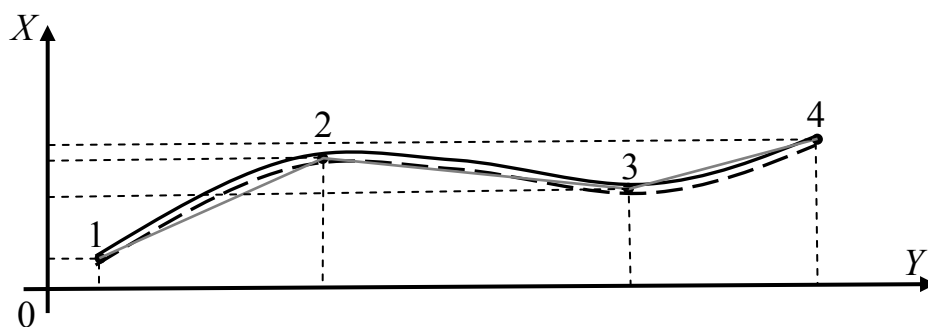


Рис. 5.27. Определение формы координатным методом

Исходя из рассмотренных примеров, общую последовательность определения формы можно осуществить следующими шагами:

- выполнение элементарных измерений для целей определения размеров (длин, углов и т.д.) или координирования;
- если требуется, то представление в каком-либо виде (см. п. 5.1 «Основы представления геодезических данных»).

Несложно заметить, что методы определения формы объектов можно свести к двум основным подходам в рамках референтного: на основе координирования, на основе элементарных измерений. Из этих двух групп выделяются следующие основные группы:

- на основе элементарных измерений:
 - шаблонный способ;
- на основе координирования:
 - дискретно-координатный;
 - координатный способ с восстановлением;
 - аппроксимационно-интерполяционный.

Очевидно, что процедура координирования также требует элементарных измерений.

Последовательность «измерения-представление» является основой определения формы объекта, но очень зависит от вида объекта, а в большей степени от второго этапа – представления (визуализации). В подавляющем большинстве случаев в геодезии этап представления данных для определения формы объекта в зависимости от его вида можно свести к следующим:

- линейные объекты:
 - ряд точек;
 - профиль;
 - контур;
- площадные объекты:
 - поле точек;
 - полигон;
- объемные объекты:
 - каркас (сетка);
 - изолинии;
 - 3D модель с текстурой.

Определение формы элементарными измерениями с шаблоном.
При этом подходе на первом этапе, исходя из моделирования контура объ-

екта набором графических примитивов, выполняется ряд элементарных измерений, которые должны определить примитивы метрически (форму, размер, положение) и связать их между собой. Очевидно, что этот способ наиболее пригоден для определения искусственных объектов, так как их форма наилучшим образом может быть приближена стандартными шаблонами (примитивами) в виде части окружности, прямоугольника, отрезка и т.д.

Например, требуется определить форму протяженной подпорной стены (рис. 5.28). В первую очередь выделяем на ней участки, которые можно заменить простейшими стандартными шаблонами: прямая 1-4, состоящая из отрезков 1-2 длиной S_1 и 3-4, длиной S_4 ; два открытых прямоугольника со сторонами S_2 и S_3 ; дуга 5-6 окружности радиуса r .

Очевидно, что элементарные измерения, связывающие и метризирующие шаблоны это все отмеченные длины, радиус и ориентировка стороны 1-4.

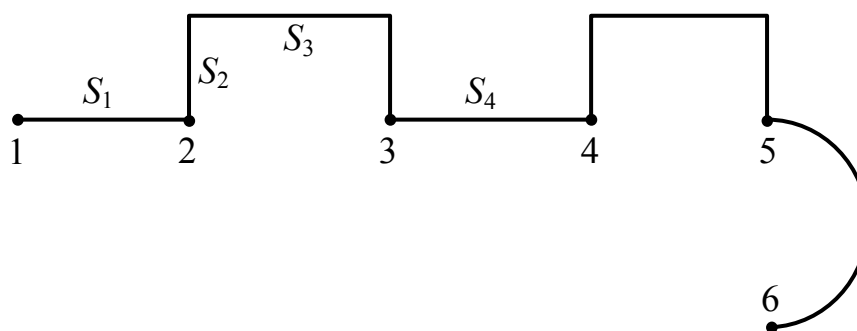


Рис. 5.28. Схема определения формы объекта шаблонами и элементарными измерениями

Возможные модификации – восстановление повторяющейся части шаблона без измерений (2 точки квадрата по двум определенным, полная окружность по её дуге и т.д.). Используется преимущественно для фиксации линейных контуров, а для площадных и объемных – чрезвычайно редко. Представляться может в виде набора точек (точки 1-6 на рис. 5.28), в виде прямолинейной или сглаженной профильной линии определенного вида (пунктир, точки, цвет и т.д.).

Способ используется очень часто при производстве так называемых *плановых съемок*.

Определение формы элементарными измерениями с координированием. В этом подходе вместо шаблонов выбираются так называемые ключевые (характерные) точки, делящие контур на достаточно однород-

ные сегменты в пределах заданной точности отклонения. Обычно находятся на местах перегибов – достаточно резких изменений линейной формы объекта. Замаркированные точки координируются в какой либо системе, на основе производства ряда элементарных измерений. В отличие от первого способа, здесь достаточно важным является второй этап – визуализация. Рассмотрим наиболее часто использующиеся виды визуализации при определении формы объекта на основе элементарных измерений с координированием в геодезии – дискретно-координатный, координатный с восстановлением, аппроксимационно-интерполяционный.

Дискретно-координатный вид подразумевает координирование объекта через заданный промежуток (*дискрет*) с последующим представлением в виде ряда (поля) точек. Заполнение промежутков между точками не предполагается (рис. 5.29, а). При этом возможно представление как линейных, площадных, так и объемных объектов.

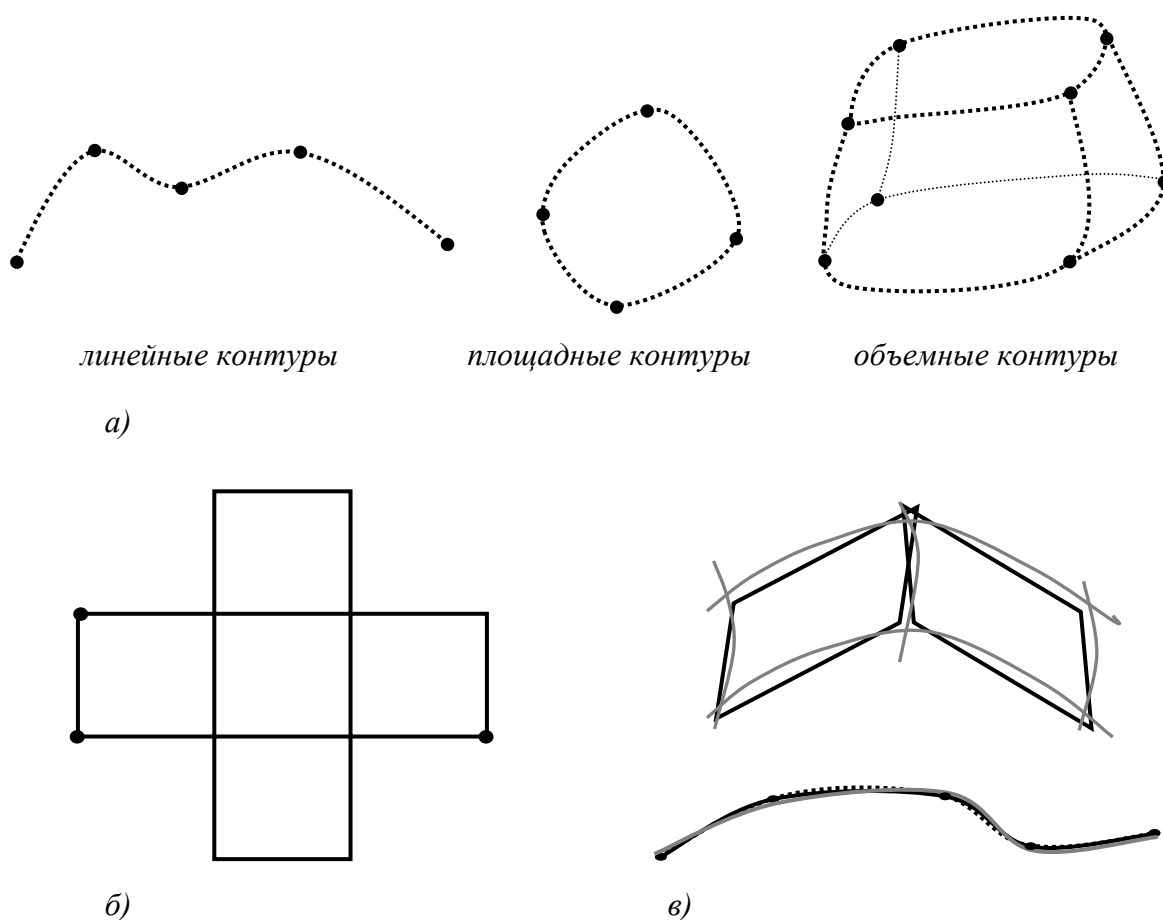


Рис. 5.29. Схемы определения формы координированием:
 а) дискретно-координатный способ; б) координатный с восстановлением;
 в) аппроксимационно-интерполяционный

Координатный с восстановлением вид похож на некоторые модификации шаблонного подхода: координируются характерные точки на участках, образующих какой либо известный примитив (линию, прямоугольник, окружность и т.д.), а другие части формы объекта восстанавливаются на основании знания формы шаблона (см. рис. 5.29, б). Таким образом, производится заполнение промежутков между точками.

Аппроксимационно-интерполяционный подход на первом этапе совпадает с предыдущим: координирование характерных точек объекта, но заполнение участков между точками производится по определенным математическим законам. Это может быть линейное воссоздание формы и нелинейное. Если воссозданная по характерным точкам форма проходит через все характерные точки, то представление называют интерполяционным. Если проходит в достаточной близости от ключевых точек, но на степень отклонения наложены условия (например, сумма квадратов отклонений минимальна), то представление называют аппроксимационным (см. рис. 5.29, в).

Следует иметь ввиду, что в некоторых случаях координаты являются самими элементарными измерениями, например, при использовании полярных, сферических и других систем координат.

Особым и очень распространенным способом определения формы объемных объектов является сеточное моделирование (GRID или TIN-модели) с представлением формы в виде изолиний (рис. 5.30).

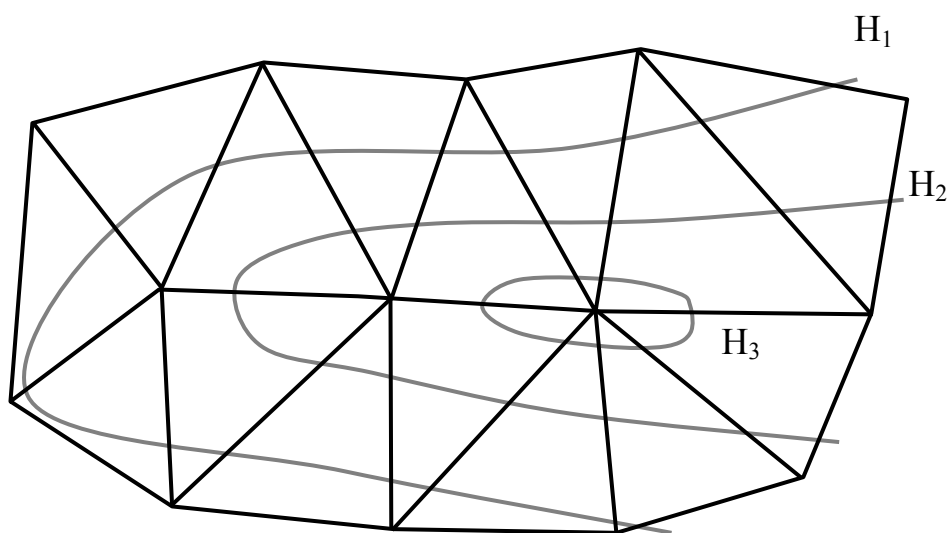


Рис. 5.30. TIN-моделирование с представлением формы в виде изолиний

5.3. Геометрические отношения объектов в геодезии

Основные вопросы: *Отношения связи. Отношения перехода. Отношения, используемые в геодезии.*

К свойствам объектов геодезии относят также *геометрические отношения* (связи) между элементами или множествами. Под геометрическими отношениями в самом общем случае будем понимать процесс связывания или перехода одних элементов с геометрическими характеристиками, в другие. Таким образом, в геометрических отношениях выделяют отношения связи и отношения перехода. Очевидно, это не единственные виды, но наиболее важные и используемые в геодезии.

Отношения связи. Отношения связи подразумевают в структурах однородные области, которые не выпадают из общего, так как связаны функциональной, или иной целесообразностью. Именно эти отношения позволяют объекту существовать и таким образом быть представленным геометрически.

Геометрические отношения связи в объекте возникают тогда, когда объект состоит из более одного геометрического элемента.

Например, линия (один геометрический элемент) отношений связи не имеет, а три линии, образующие треугольник (связанные в треугольник) имеют множество внутренних геометро-математических связей, позволяющих рассчитывать и преобразовывать одни неизвестные элементы по ряду известных.

Отношения связи, или просто связи в объекте формируют его структуру и делают возможным производить разного рода расчеты его геометрических элементов.

Отношения перехода. Этот вид геометрических отношений рассматривает процесс перехода одних элементов объекта в другие. Эти отношения принято делить на *отображения* и *преобразования*. При отображении происходит переход от одного множества элементов к другому с разного рода изменениями их метрических характеристик. При преобразовании – переходы производятся внутри одного множества также с модификацией метрических характеристик. Кроме этого отношения делят на *единичные* (переход одного элемента) и *множественные* (переход множества элементов). Группу, изучающую и использующую введенные геометрические отношения, назовем *методами отношений МО* геодезии.

Отношения, используемые в геодезии. Реализация цели геодезии на основе изучения методов отношений зависит от состава исходных множеств элементов, участвующих в отношении. Очевидно, что состав и размер этих множеств с развитием науки и техники непрерывно меняется.

Например, использование аэрофотоснимков, электронной, компьютерной и космической техники в XIX – XX вв. значительно расширило базу геометрических отношений в геодезии и привело к созданию большого числа новых методов достижения основной цели геодезии как науки. Появились объекты непрерывного представления S_H в виде фотоснимков местности, сканирования и др.

Рассмотрим варианты отображения и преобразования физических $S_\Phi = \{S_E, S_{И}\}$ множеств, состоящих из естественных S_E , искусственных $S_{И}$ объектов и теоретических $S_T = \{S_O, S_{ТБ}, S_A, S_\Gamma, S_H, S_\Pi\}$ множеств, состоящих из описательных S_O , табличных $S_{ТБ}$, аналитических S_A , графических S_Γ и цифровых S_Π объектов (см. п. 1.2 «Теоретические основы геодезии»). В расчет будут братья только отношения, имеющие смысл и подпадающие под цели геодезии.

Если конкретизировать физические $S_\Phi = \{S_E, S_{И}\}$ и теоретические $S_T = \{S_A, S_\Gamma, S_O, S_\Pi\}$ множества и при отношениях брать их элементы, то получим практически все существующие на данный период геодезические работы в более детальной классификации.

Рассмотрим основные из них.

Отображение $\Omega_{\Phi-T}$ множества физических объектов S_Φ в теоретическое S_T :

$$\Omega_{\Phi-T}: S_\Phi \rightarrow S_T \quad (5.10)$$

назовем *съемкой* (старое *привязкой*) объекта. Очевидно, что по своей сути это множественное отображение геодезической метрики физических объектов в цифровой или графический вид, на бумажный или электронный носители. Подразумевает наличие элементарных измерений для определения метрических характеристик реальных объектов и перенос их на носитель.

Например, получив в поле прибором координаты углов здания (геодезическую метрику в виде положения объекта), наносим это здание в виде замкнутой ломаной линии на план в масштабе, т.е. отображаем его на бумажный носитель, что и будет называться съемкой.

Отображение искусственных объектов $S_{И}$ в теоретические, цифрового S_Π или графического S_Γ вида, носит название *исполнительской съемки*.

Отображение физических объектов S_Φ в теоретические, непрерывного S_H вида, носит название *аэрофотосъемка*.

Отображение $\Omega_{Т-Ф}$ множества S_T теоретических объектов в физическое множество $S_Ф$

$$\Omega_{Т-Ф}: S_T \rightarrow S_Ф \quad (5.11)$$

назовем *разбивкой (вынос в натуру)* объекта. Это отображение может быть как единичным, так и множественным, и по своей сути является отображением обратным к съемке. При этом из теоретических объектов выбирают графические или цифровые, а физические получаются в виде точечного контура.

Например, на координатной сетке нанесен проект будущего сооружения (множество теоретических графических объектов). Рассчитав некоторые элементы, которые однозначно определяют положение сооружения в пространстве (углы, линии, разности высот и т.д.) реализуют эти значения на местности, получая, таким образом, положение контура сооружения на земле (в натуре). Если реализуется одиночный элемент (угол, линия, разность высот и т.д.), то отображение считается единичным.

Отображение множества физических объектов $S_Ф$ в цифровой объект $S_Ц$ множества теоретических объектов S_T называют созданием *цифровой модели местности ЦММ*.

Отображение графических и цифровых теоретических объектов в физические естественные S_E называют *проектной планировкой*, тех же объектов в физические искусственные $S_И$ – *воспроизводством проекта*. Очевидно, что оба этих отображения требуют знания метрики объектов и производят их коррекцию, т.е. являются геодезическими задачами.

Из преобразований для геодезии существенны переходы внутри теоретических объектов, а при преобразовании множества $S_Ф$ физических объектов в физические (реконструкция)

$$\Psi_{Ф-Ф}: S_Ф \rightarrow S_Ф \quad (5.12)$$

геодезическая составляющая присутствует, но она минимальна.

Преобразование $\Psi_{Т-Т}$ множества S_T теоретических объектов в теоретическое множество

$$\Psi_{Т-Т}: S_T \rightarrow S_T \quad (5.13)$$

можно назвать *проектировочно-оценочными* работами. Это отображение может быть и множественным и единичным. Выделяют проектирование объектов, когда графические элементы переходят в графические (аналитические, описательные), и оценочные, когда аналитические элементы переходят в аналитические. Очевидно, что процедура проектирования должна выполняться ещё на основе ряда теоретических условий.

Например, на плане (теоретический графический объект) нанесен контур будущего сооружения (также теоретический графический объект) по каким-либо принципам – элемент проектирования; из измеренных 5 раз длин по каким-либо правилам найдено наиболее надежное значение этой длины – элемент обработки.

К другим способам преобразований можно отнести преобразование геометрического объекта S_T теоретического множества S_T в цифровой объект $S_{Ц}$ этого же множества называемого *цифрованием* картматериала или дигитализацией; преобразование геометрического объекта S_T теоретического множества S_T в аналитический объект S_A этого же множества называют *решением метрических задач на графическом материале*; преобразование геометрического объекта S_T в описательный объект S_O – *описательные задачи на графическом материале* и т.д.

Часто процедуру съемки относят к более общему классу преобразований, называемому *моделированием* – процессом представления физических объектов их теоретическими аналогами. Тогда съемка – это последовательность «измерения – моделирование – представление».

Очевидно, что при реализации методов геометрических отношений также используются метрические методы (определение формы, размера, положения), которые в свою очередь сами являются в большинстве своем единичными отображениями или преобразованиями.

Например, измерение – метрический метод, но оно также является единичным отображением элемента геодезической метрики (размер) множества физических объектов $S_{Ф}$ в аналитический объект S_A (число) множества теоретических объектов S_T .

Вопросы для контрольной точки по теоретическому материалу модуля 5

1. Представление геодезических данных. Общие положения.
2. Геометрический способ представления геодезических данных.
3. Способы окончательного представления геодезических данных.
4. Масштабирование.
5. Проецирование и сечение.
6. Определение формы и размеров объектов.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

Определение формы объектов геодезическими методами

Цель: Изучить последовательность основных методов определения формы линейных и площадных объектов.

Время выполнения: 8 часов (4 пары).

Последовательность выполнения

1.1. С использованием теодолита определить форму линейного сечения конструкции, для этого:

- выбрать горизонтальное сечение конструкции не менее 10 м длиной;
- у начальной точки сориентировать теодолит способом приближений, создав референтную вертикальную плоскость;
- разбить участок на 5 отрезков (например, по 1,5 м), выделить на нем точки перегиба и замаркировать все точки (всего не менее 8 точек);
- используя горизонтально поставленную к замаркированным точкам рейку, получить отсчеты по черной a_i и красной b_i сторонам;
- вычислить отклонения Δ_i контура сечения от референтной плоскости с контролем через пятку рейки.

2.2. В масштабах Г: 1 см – 0,5 м, В: 1 см – 5 мм построить профиль сечения, представляя его следующими способами:

- в виде ломаной линии;
- сгладив линию приближенными кривыми на глаз;
- сглаживая и сопрягая точки трехточечной дугой.

3.3. С использованием нивелира определить форму площадного объекта. Для этого:

- выбрать площадной объект в виде горизонтальной или вертикальной поверхности на конструкции;
- разметить условную сетку квадратов (не менее чем 3×2) на выбранном площадном объекте со сторонами, например в 1,5 м и составить схему разметки, пронумеровав вершины;
- установить нивелир так, чтобы были видны все вершины квадратов, привести его в рабочее положение и, приставляя рейку к узлам сетки, снять отсчеты по черной и красной сторонам;
- задав одной из точек условную высоту (например, в зависимости от варианта), рассчитать через горизонт инструмента отметки всех остальных точек с контролем через пятку рейки.

4.4. Зарисовать сетку с вычисленными высотами в масштабе 1 см – 0,5 м и отобразить на ней форму площадного объекта в виде:

– сглаженных на глаз изолиний, полученных с использованием аналитической градуировки по всем сторонам квадрата и высотой сечения 2 – 20 мм;

– сеточной блок-диаграммы.

*Цифры после номера пункта – номер учебной пары.

Состав отчета

1. Описание сути и основных положений определения формы объектов.
2. Описание последовательности и схема определения формы линейного объекта на основе бокового нивелирования.
3. Результаты натурных измерений сечения в виде схемы с таблицей.
4. Результаты вычислений отклонений сечения от референтной плоскости с контролем.
5. Результаты графического представления сечения в виде
 - ломаного профиля;
 - приближенно сглаженного профиля;
 - сглаженного 3-точечными дугами.
6. Схема разбиения сеткой и измерений площадного объекта.
7. Результаты вычислений высот в узлах сетки с контролем.
8. Результаты графического представления (с пояснениями сути и расчетами) формы поверхности в виде:
 - приближенно сглаженных изолиний;
 - сетчатой блок-диаграммы.

После выполнения лабораторной работы студент

– *должен знать:*

1. Суть, основные положения и последовательности главных способов определения формы линейных и площадных объектов.

– *должен уметь:*

1. Определять геодезическими методами на основе натурных измерений формы линейных и площадных объектов основными способами;
2. Визуализировать основными способами формы линейных и площадных объектов.

После выполнения и обязательной сдачи лабораторной работы проводится контрольная точка с целью выяснения степени усвоения студен-

том практических навыков, рассмотренных в работе. Для этого ему предлагается ответить на 15 предложенных вопросов в виде кратких ответов, объяснений или чисел с приложением вычислений.

Все вопросы собраны в отдельные варианты и делятся на пояснительные и вычислительные. Звездочкой отмечены вопросы, оцениваемые в 10 % (в основном вычислительные), а все остальные (в основном пояснительные) оцениваются в 5 %. Сумма оценок из 15 правильных ответов на вопросы составляет 100 %. При ответах вопросы не следует переписывать, обязательно должна быть проставлена фамилия студента, группа и вариант. Рисунки выполняют схематично, но аккуратно. Недопустимо в качестве ответа представлять одну цифра без пояснений или формул. В этом случае процент выполнения снижается, вплоть до нуля.

Примерный вариант вопросов может быть следующим:

Вариант 111

1. Что такое форма объекта?
2. Что такое боковое нивелирование?
3. Зачем нужны точки перегиба (плюсовые) при боковом нивелировании?
4. Произвести аналитическое градуирование между точками с высотами $H_1 = 42,154$ м и $H_2 = 42,181$ м, высота сечения – 0,01 м.
5. Что такое профиль?
6. Способы представления формы площадных объектов?
7. Оценить точность при боковом нивелировании, если $b_{1\text{черн}} = 1040$, $b_{1\text{красн}} = 5728$, $b_{2\text{черн}} = 1084$, $b_{2\text{красн}} = 5742$.
8. Суть представления формы площадного нивелирования в виде изолиний.
9. Что такое изолиния?
10. Вычислить отметки в квадрате 1-2-3-4, если $H_1 = 75,640$ м, а средние отсчеты $a_1 = 1251$, $a_2 = 1250$, $a_3 = 1245$, $a_4 = 1190$.
11. Что такое блок диаграмма?
12. Какой из участков линии 1-2-3 при боковом нивелировании имеет больший наклон, если $\Delta_1 = 12$ мм, $\Delta_2 = 10$ мм, $\Delta_3 = -1$ мм, $d_{1-2} = 0,5$ м, $d_{2-3} = 2,5$ м. Ответ обосновать.
13. Что такое высота сечения?
14. Сколько изолиний будет между высотами 125,3 м и 126,9 м, если высота сечения 0,2 м?
15. Описать процесс ориентирования прибора при боковом нивелировании способом приближений.

МОДУЛЬ 6

Введение

Шестой модуль учебно-методического комплекса содержит 5 теоретических тем, 3 лабораторных работы и 4 контрольных точек для проверки теоретических и практических знаний. Из теоретических тем выделены следующие:

1. Съёмки, общие положения.
2. Горизонтальная съёмка.
3. Планово-высотная съёмка.
4. Высотная съёмка.
5. Другие виды съёмки.

Изучение теоретических тем подразумевает самостоятельную работу студента до начала изложения темы, во время изложения и после окончания изложения, работу с дополнительной литературой, написание проблемных рефератов и проведение разного рода исследований.

Первая лабораторная работа носит название «*Построение плана теодолитной съёмки*», вторая – «*Построение плана тахеометрической съёмки*» и третья лабораторная работа называется «*Высотная съёмка. Нивелирование поверхности по квадратам*». Цель работ закрепить теоретические навыки по практическому использованию основных видов съёмки, используемых в геодезии для небольших участков, простейшими методами. На работы отводится 20 часов (10 пар).

Основная цель модуля – изучить основные методы топографических съёмок на небольших участках и уметь их использовать в геодезической практике.

После изучения модуля студент *должен знать*:

– основные методы топографических съёмок.

После изучения модуля студент *должен уметь*:

– производить предрасчет точности для производства съёмок;

– практически выполнять основные виды топографических съёмок.

– составлять топографические планы по результатам съёмок.

Контроль усвоения материала производится на основе 4 контрольных точек: 1 по теоретическому материалу и 3 по лабораторным работам. По теории предварительно выдается шесть вопросов, на два из которых по вариантам студент должен дать исчерпывающие ответы. В ответах основное внимание уделяется теоретическим аспектам, то есть «*откуда?*» и «*как?*». Наличие рисунков и формул *обязательно*, причем формулы необ-

ходимо получить, а не констатировать. По практической части, после того, как лабораторная работа сдана и принята преподавателем, студент письменно отвечает на 15 вопросов, получая оценку в процентах по выполненной правильно части.

На модуль отводится 5 недель: 6 лекций и 10 пар лабораторных занятий.

6.1. Съёмки, общие положения

Основные вопросы: Съёмка как процесс. Топографические съёмки.

Съёмка как процесс. Съёмки являются, наверное, наиболее часто встречающимся видом геодезических работ. В самом общем случае съёмки это результат измерений, моделирования и представления метрических характеристик объектов. Математически съёмки являются множественным отображением $\Omega_{\Phi-T}$ множества физических объектов S_{Φ} в теоретические S_T (см. (5.10)):

$$\Omega_{\Phi-T}: S_{\Phi} \rightarrow S_T.$$

При этом физические объекты могут отображаться в графические элементы – обычная съёмка; в непрерывные объекты – аэросъёмка (дистанционное зондирование), в цифровые элементы – цифровая модель местности ЦММ.

В состав непосредственно съёмки входят:

- измерения для определения формы, размера и положения объектов;
- представление результатов с обязательным использованием масштабирования, проецирования и, если надо, сечения.

В качестве способа проецирования отмасштабированных объектов используется ортогональный способ. Сечения используют горизонтальные для представления высотных контуров в виде изолиний.

Отличительной чертой съёмки как процесса является использование при визуализации особых геодезических *условных знаков* с целью отличить при представлении один объект от другого.

Из объектов, отображаемых в процессе съёмки, выделяют плановые, высотные и планово-высотные (комбинированные) контуры. Исходя из этого съёмки разделяют следующим образом:

- плановая или горизонтальная съёмка;
- высотная или вертикальная съёмка;
- комбинированная или планово-высотная съёмка.

Кроме этого из съёмок выделяют:

- непосредственные, когда есть прямой контакт со снимаемым объектом (теодолитная, тахеометрическая, мензольная съёмка);
- дистанционные (аэро-, космосъёмка, радарная съёмка, фототеодолитная съёмка, лазерное сканирование), при которых нет непосредственного контакта с определяемым объектом.

Непосредственные съёмки носят дискретный характер, то есть выполняются обычными приборами по набору характерных точек. Материалы дистанционных съёмок носят непрерывный характер в виде разного рода фотоматериалов. Промежутком между ними служат материалы сканирования, которые не совсем непрерывны, но имеют очень плотное «облако точек» при представлении (порядка нескольких миллионов) и чаще относимое к непрерывным методам (или квазинепрерывным).

При полной реализации процесса съёмки её делят на полевые работы (натурные измерения) и камеральные работы (обработка и представление результатов).

Таким образом, в самом общем случае съёмки как процесс можно разделить по следующим позициям:

- съёмки по назначению:
 - топографические;
 - натурные (исполнительские);
 - физические;
- съёмки по способу реализации:
 - непосредственные;
 - дистанционные;
- по методике исполнения:
 - плановые;
 - высотные;
 - комбинированные (планово-высотные).

Топографические съёмки. Основной вид съёмок в геодезии – *топографическая съёмка*. Это комплекс полевых и камеральных работ для представления на носителе (бумага, дисплей) условными знаками в заданном масштабе плановых и/или высотных контуров участка земной поверхности. Топографические съёмки масштабов 1:500 – 1:5000 называют *крупномасштабными топографическими съёмками*. В зависимости от назначения топографические крупномасштабные съёмки делят на основные и специализированные.

При основных топографических съемках снимаются все объекты и контуры, предусмотренные таблицами действующих условных знаков, с определенной точностью и размерами, зависящими от масштаба. Рельеф местности на них изображается в виде изолиний с точностью 0,3 – 0,4 от сечения рельефа.

Специализированные топографические съемки производятся для решения конкретных задач отдельной отрасли или группы смежных отраслей народного хозяйства.

Результатом любых топографических съемок является *топографический план* или *карта*.

Научная дисциплина, занимающаяся изучением земной поверхности в геометрическом отношении и разработкой способов изображения этой поверхности на плоскости в виде *топографических карт* или *планов* посредством производства топографических съемок, называется *топографией*.

При производстве топографической съемки содержание, детальность, технологию и точность топографических деталей определяет масштаб. Таким образом, выбрать оптимальный масштаб съемки – это значит определить необходимое содержание и точность представления.

Для определения масштаба поступают следующим образом. Зная точность масштаба (0,1 мм от знаменателя масштаба) и задав величину минимально отображаемого реального объекта d (мм), знаменатель масштаба съемки M получим как

$$M = \frac{0,1 \text{ мм}}{d \text{ (мм)}}. \quad (6.1)$$

Например, величина минимально отображаемого объекта $d = 0,2 \text{ м} = 200 \text{ мм}$. Тогда знаменатель масштаба съемки M будет $M = \frac{0,1 \text{ мм}}{d \text{ (мм)}} = \frac{0,1}{200} = 2000$, а сам масштаб равен 1:2000.

Для эффективного использования материалов съемок их результаты должны удовлетворять некоторым требованиям в плане и по высоте. Так, погрешности в положении на плане объектов местности относительно ближайших точек с известными координатами не должны превышать 0,5 мм от знаменателя масштаба. Погрешности съемки высотных контуров относительно ближайших точек с известными координатами и высотами (съемочных геодезических сетей) не должны превышать по высоте 1/3 высоты сечения рельефа.

При крупномасштабных топографических съемках определению подлежат здания и постройки, промышленные объекты, линии электропе-

редач и связи, железные, шоссейные, грунтовые дороги, гидрография, растительность, формы земной поверхности, границы.

Минимальные контуры воспроизводимые в процессе съемки 20 мм² от знаменателя масштаба.

Для начала производства топографических съемок в районе работ необходимо иметь определенное число пунктов с известными координатами и высотами – пунктов съёмочного обоснования. Эти пункты являются элементами *съёмочных геодезических сетей* (геодезическое съёмочное обоснование). Съёмочные сети создаются проложением теодолитных, тахеометрических и мензульных ходов, прямыми, обратными и комбинированными засечками. Как правило, одновременно определяется плановое и высотное положение точек. Определенные пункты съёмочной сети закрепляются на местности временными знаками: металлическими костылями, штырями, коваными гвоздями и трубками, деревянными столбами и кольями, а также гвоздями.

Точность определения съёмочных точек относительно пунктов, принятых за исходные, не более 0,2 мм от знаменателя масштаба съемки.

Высоты точек съёмочного обоснования могут быть получены из ходов технического нивелирования.

Для определения высоты точки, полученной засечкой, превышение измеряют тригонометрическим нивелированием.

Крупномасштабные топографические съемки (масштабы 1:5000, 1:2000, 1:1000 и 1:500) выполняются методами аэрофотосъемки, наземной фотосъемки, наземного и воздушного сканирования (дистанционные непрерывные), а также мензульной, тахеометрической, теодолитной съемкой и нивелированием поверхности (непосредственные дискретные методы).

6.2. Горизонтальная съемка

***Основные вопросы:** Общие положения, виды съемок. Теодолитная съемка. Методы теодолитной съемки. Сложные засечки. Полевые работы. Камеральные работы.*

Общие положения, виды съемок. Съемка, при которой отображению и представлению подлежит только плановая составляющая объекта (плоская, вид сверху), называется *горизонтальной съемкой*. Так как производится съемка объектов земной поверхности на участке, который можно принять за плоский, её относят к топографической крупномасштабной съемке. Суть

горизонтальной съемки – определение границ линейных и площадных объектов с последующим ортогональным проецированием результатов на горизонтальную плоскость. Отличия объектов по высоте в этом виде съемки не учитывается. Границы объектов (по сути дела форма) определяются координатным и шаблонным методами. В качестве основы для координатного метода приняты разного рода плановые засечки, или их комбинации, а шаблонного – элементарные, в основном линейные измерения.

Точность определения контуров зависит от масштаба съемки и может быть предрассчитана в зависимости от способа определения положения, но в основном регламентируется существующими нормативными документами.

Как и другие виды съемок, может производиться непосредственными и дистанционными методами, которые могут быть как непрерывными так и дискретными. К основным способам реализации горизонтальной съемки можно отнести:

- непосредственную дискретную в виде теодолитной съемки;
- дистанционную непрерывную в виде аэрофотосъемки.

Съемка состоит из полевых (обмерных) и камеральных (вычислительных) работ. Конечный результат – картографический материал в условных знаках и в масштабе.

Теодолитная съемка. Теодолитная съемка, это основной вид горизонтальной крупномасштабной топографической съемки местности, при производстве которой углы измеряются теодолитом, длина линий – *мерными линейными приборами* или *оптическими дальномерами* с точностью не ниже 1:1500. Для упрощения съемки используются дополнительные средства, такие *экер* (устройство для построения перпендикуляра к прямой), *эклиметр* (устройство для приближенного измерения угла наклона) и *буссоль*. Для начала съемки необходима опорная сеть, которая строится обычно в виде системы теодолитных ходов, а недостающие точки определены засечками. С точек опорной сети *снимают ситуацию*, то есть на основе координатного или шаблонного метода определяют форму, размер и положение плановых контуров местности. Результаты измерений заносят в *абрис* – схематичный чертеж контуров с результатами съемки. На основе абриса составляют камеральным путем *ситуационный план* снятого участка местности.

Иногда производится сочетание теодолитной съемки с нивелирными (высотными) ходами. В этом случае составляется *нивелирный план*, на котором рельеф местности изображается горизонталями.

Методы теодолитной съемки. Теодолитная съемка производится с пунктов, имеющих координаты (например, пунктов съемочного обоснования, пунктов, определенных разного рода засечками). Для эффективного производства съемок густота пунктов съемочного обоснования на 1 км^2 не должна быть менее 8 для масштаба 1:2000, 16 – для масштаба 1:1000 и 32 – для 1:500.

Основой координирования точек контуров при съемке являются засечки. Засечки, используемые при съемке, принято делить на простые и сложные. При простой засечке точка определяется на плоскости 2 измерениями без промежуточных построений (точек). К простым засечкам относят угловую засечку, линейную и полярную, а способы съемки, соответственно, угловой, линейный и полярный.

I. *Способ линейных засечек* используется при съемке объектов с четкими очертаниями. От двух точек съемочного обоснования Т-1 и Т-2 лентой, рулеткой или нитяным дальномером измеряют расстояния S_1 и S_2 до определяемой точки 1 (рис. 6.1, а).

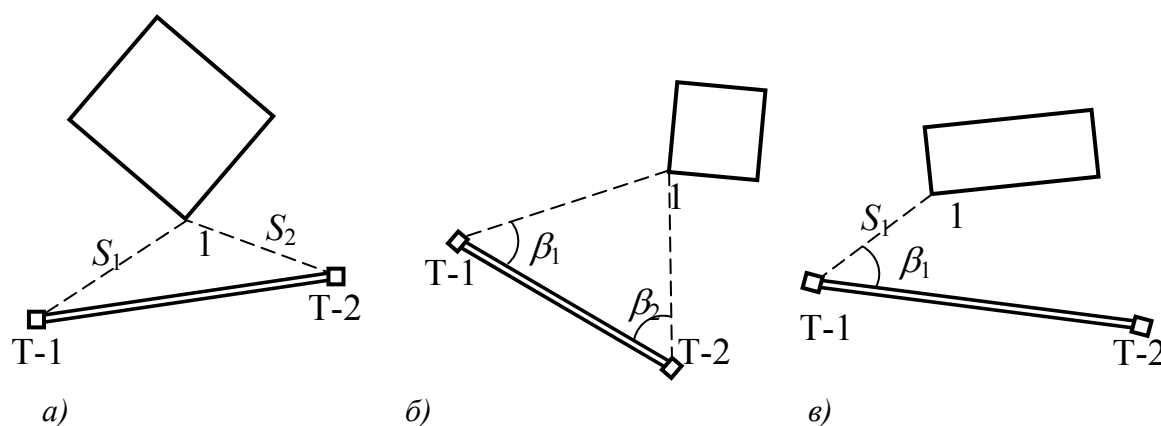


Рис. 6.1. Схемы основных засечек для теодолитной съемки:
а) линейная засечка; б) угловая засечка; в) полярная засечка

Использование того или иного мерного прибора зависит от масштаба и точности определения контуров. Точность определения контуров при съемке относительно пунктов съемочного обоснования не более 0,5 мм от масштаба. Тогда для 1:500 это 0,25 м, 1:1000 – 0,5 м, а 1:2000 будет 1,0 м. Точность измерения длин лентой – 1:2000, нитяным дальномером примерно 1:350. Тогда расстояния до определяемых точек при использовании нитяного дальномера должны быть 1:500 не более 50 м, 1:1000 и 1:2000 – порядка 100 м. Расстояния более 100 м не желательны. При использовании лент и рулеток длина засечек не должна превышать длины мерного прибора (20 – 50 м).

Для предрасчета точности измерений в линейной засечке можно использовать формулу определения точности положения пункта линейной засечкой (см. п. 3.4 «Определение положения точки на плоскости засечками»):

$$m_P^2 = 2 \cdot m_S^2 / \sin^2 \gamma. \quad (6.2)$$

Здесь γ – угол при определяемой точке 1. Приняв в среднем угол $\gamma = 60^\circ$, получим

$$m_S = \frac{\sin(\gamma) \cdot m_P}{\sqrt{2}} \approx 0,6 \cdot m_P, \quad (6.3)$$

откуда, приняв точность определения контуров в 0,5 мм от масштаба, получим достаточно часто используемую формулу

$$m_S = 0,3 \text{ мм} \cdot M. \quad (6.4)$$

Например, для масштабов 1:500 это будет 0,15 м, 1:1000 – 0,3 м, 1:2000 – 0,6 м.

Заметим, что при использовании линейной засечки для создания съемочного обоснования точность их определения относительно исходных пунктов принимается равной 0,2 мм от масштаба. Тогда из (6.3) и (6.4) получаем точность линейных измерений для создания съемочного обоснования.

$$m_S = 0,12 \text{ мм} \cdot M, \quad (6.5)$$

Например, для масштабов 1:500 это будет 0,06 м, 1:2000 – 0,24 м и т.д.

Углы кварталов, опорных зданий и других важных контуров определяют с контролем тремя измерениями линий.

II. *Метод угловых засечек* используется в тех случаях, когда трудно измерить расстояние. Из двух известных точек обоснования Т-1 и Т-2 (см. рис. 6.1, б) измеряют углы β_1 и β_2 между стороной хода и направлениями на определяемую точку 1 одним полуприемом с точностью до 10'. Обусловлено это точностью отложения угла топографическим транспортиром. Угол засечки не должен быть менее 30° и более 150° , а расстояния до определяемых точек обычно не более 100 м.

Для предрасчета точности также можно использовать формулу определения точности положения пункта угловой засечкой (см. п. 3.4 «Определение положения точки на плоскости засечками»):

$$m_P^2 = \frac{m_B^2}{\rho^2} \cdot \frac{S_1^2 + S_2^2}{\sin^2 \gamma}. \quad (6.6)$$

Отсюда точность угловых измерений:

$$m_{\beta} = \frac{m_P \cdot \sin(\gamma)}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}} \cdot \rho. \quad (6.7)$$

Приняв в среднем угол $\gamma = 60^\circ$, $S_1 \approx S_2 = 100$ м, а $m_P = 0,5$ мм · М получим

$$m_{\beta} \approx \frac{0,3 \text{ мм} \cdot M}{100} \cdot \rho \approx (0,011 \cdot M)'. \quad (6.8)$$

Результат округляют до целых минут.

Например, для масштаба 1:2000 погрешность измерения углов порядка 20', а 1:500 – 5'.

Если отложение углов транспортиром затруднительно (см. последний пример), то в этом случае достаточно приемлемый вариант это уменьшать длины сторон. При сторонах порядка 50 м, точность угловых измерений для масштаба 1:500 порядка 10', что в принципе уже можно отложить топографическим транспортиром.

Другой вариант при реализации угловой засечки – отложение углов на основе треугольника (метод хорд). Здесь, для отложения угла β между линиями 1-Р и 1-2 (рис. 6.2) по исходной линии откладывают какую-либо длину (можно оставить 1-2) и рассчитывают длину d стороны 2-Р по теореме косинусов как

$$d = S \cdot \sqrt{2(1 - \cos(\beta))}. \quad (6.9)$$

считая, что по стороне 1-Р будет откладываться та же длина S .

Используя линейную засечку со сторонами S с точки 1 и d с точки 2, получаем вспомогательную точку A , которая лежит на стороне 1-Р под нужным углом β . Для расчета точностных характеристик примем, что длины откладываются с графической точностью 0,2 мм от масштаба и подставим в формулу для оценки точности угловых измерений (6.7) формулу точности определения пункта линейной засечкой (6.2).

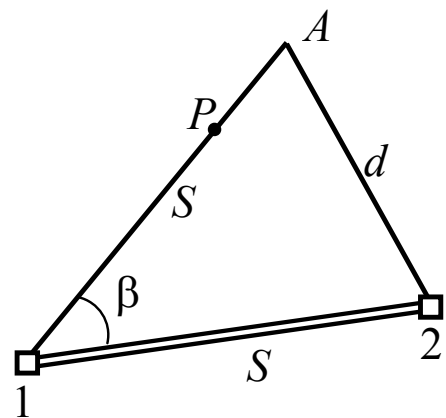


Рис. 6.2. Отложение угла хордами

После сокращения получим:

$$\frac{m_S}{S} \cdot \rho = m_\beta, \quad (6.10)$$

а при принятых допусках на точность линейных измерений:

$$\frac{0,2 \text{ мм} \cdot M}{S} \cdot \rho = m_\beta. \quad (6.10a)$$

Например, для масштаба 1:500, чтобы отложить угол с точностью 5' при соблюдении графической точности линейных измерений, длина, противолежащая углу из (6.10a) должна быть не менее 70 м (14 см представления).

При определении угловой засечкой точек съемочного обоснования, точность угловых измерений предусчитывается по формуле (6.7), используя принятую погрешность точек в 0,2 мм от масштаба.

Например, для масштаба 1:500 и расстояний порядка 100 м имеем $m_\beta \approx 2'$.

Наносить точки съемочного обоснования целесообразнее не по результатам измерений, а по прямоугольным координатам, полученным по результатам измерений.

Для точек съемочного обоснования обязательны контрольные измерения, например в виде вторичного определения точки.

III. *Метод полярной засечки* (полярных координат) состоит в измерении теодолитом одним полуприемом горизонтального угла и расстояния, стальной лентой, или нитяным дальномером со станции хода до определяемой точки. Таким образом, полярный способ съемки – это реализация полярной системы координат. Теодолит устанавливают на пункте съемочного обоснования Т-1, принимая его за начало (полюс) местной полярной системы координат. Полярная ось совмещается с направлением на другой пункт съемочного обоснования Т-2. Измеряемый горизонтальный угол β_1 образуется исходным направлением Т-1–Т-2 и направлением на определяемую точку 1. Расстояние S_1 от точки полюса Т-1 до точки 1 (см. рис. 6.1, в). Очевидно, что способ намного более эффективен, так как не требует перехода на другие точки для своей реализации.

Для расчета точности угловых и линейных измерений при полярном методе съемки при погрешности определения положения контуров $M_K = 0,5 \text{ мм} \cdot M$ воспользуемся полученной ранее формулой определения положения пункта на основе полярной засечки

$$M_P^2 = m_S^2 + S^2 \cdot \frac{m_\beta^2}{\rho^2}. \quad (6.11)$$

Предполагая, что и первое, и второе слагаемое в (6.11) вносят в конечный результат одинаковый вклад (*принцип равных влияний*), имеем

$$\begin{cases} m_S = \frac{M_P}{\sqrt{2}} = \frac{0,5 \text{ мм} \cdot M}{\sqrt{2}} = 0,035 \cdot M \text{ (см)}; \\ m_B = \frac{M_P}{S \cdot \sqrt{2}} \cdot \rho' = \frac{0,05 \text{ см} \cdot M}{S \text{ (см)} \cdot \sqrt{2}} \cdot \rho' = \frac{0,035 \cdot M}{S \text{ (см)}} \cdot \rho'. \end{cases} \quad (6.12)$$

Здесь $\rho' = 3437,75'$ – число минут в радиане;

$$M_K = M_P.$$

Например, для масштаба 1: 500 и расстояния до определяемого пункта 100 м, $M_K = 0,25 \text{ м}$, а по (11) $m_S = 18 \text{ см}$, $m_B = 6'$; для масштаба 1:2000 и того же расстояния, $M_K = 1,0 \text{ м}$, $m_S = 70 \text{ см}$, $m_B \approx 20'$.

При использовании полярной засечки для создания съемочного обоснования, точность которого обычно принимают $M_P = 0,2 \text{ мм} \cdot M$, формулы предрасчета точности очевидно изменятся в 2,5 раза и будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} m_S = \frac{M_P}{\sqrt{2}} = \frac{0,2 \text{ мм} \cdot M}{\sqrt{2}} = 0,014 \cdot M \text{ (см)}; \\ m_B = \frac{M_P}{S \cdot \sqrt{2}} \cdot \rho' = \frac{0,02 \text{ см} \cdot M}{S \text{ (см)} \cdot \sqrt{2}} \cdot \rho' = \frac{0,014 \cdot M}{S \text{ (см)}} \cdot \rho'. \end{cases} \quad (6.12a)$$

Тогда, для масштаба 1:500 и расстояния до определяемого пункта 100 м, $M_P = 0,10 \text{ м}$, по (11a) точность измерений будет $m_S = 7 \text{ см}$, $m_B = 2'$; для масштаба 1:2000 и того же расстояния $M_P = 0,40 \text{ м}$, $m_S = 28 \text{ см}$, $m_B \approx 10'$.

Следует иметь в виду, что точки съемочного обоснования при определении **обязательно требуют контроля**. Определяя точку двумя полярными засечками, длина вектора расхождения 1 и 2 определения не должна быть больше погрешности определения точки этим видом засечки ((6.11) или задана). Общую величину расхождения можно определить как длину вектора из частных расхождений по координатам в виде

$$\Delta P = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}, \quad (6.13)$$

где $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ – результаты 1 и 2 определения точки.

Очевидно, что это правило распространяется на все засечки когда они используются для определения положения точек съемочного обоснования.

Рассмотренные простые засечки, используемые при производстве теодолитной съемки, применяются также для определения жестких контуров (углы капитальных строений и т.п.), которые также могут быть точками съёмочного обоснования.

Частным случаем простой полярной засечки являются способы реализации при фиксированных углах. Если полярный угол равен 0° , то засечка носит название *створной*. Точки, лежащие на одной линии, называют *створными*. Если полярный угол 180° , способ называют *обратный створный* (рис. 6.3, б, в). Выполнение и предрасчет точности измерений такой же, как и у полярной засечки.

Способ створов часто применяют при съемке застроенных территорий, сочетая его со способами перпендикуляров и линейных засечек. Створные линии иногда совмещают с очертаниями крупных зданий. Для обеспечения съемки достаточным числом створных точек их намечают с помощью теодолита на сторонах теодолитных ходов, или между другими несмежными точками через 20 – 60 м.

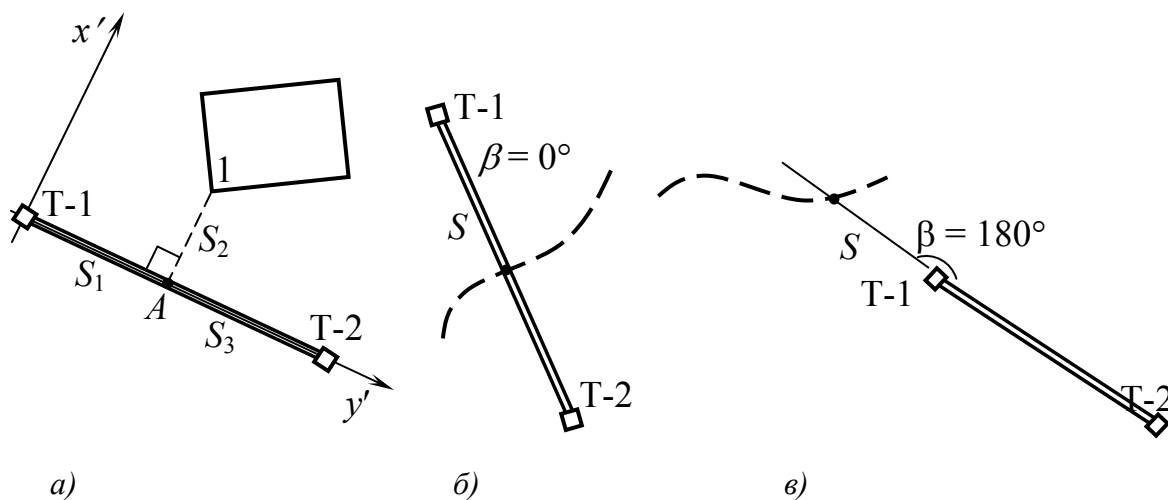


Рис. 6.3. Съёмка способом засечек:

а) способ перпендикуляров; б) способ створов; в) способ обратных створов

Сложные засечки. При реализации сложных засечек используется комбинация нескольких простых (элементарных) засечек, рассмотренных выше. При этом, наибольшее распространение получили комбинации нескольких полярных засечек. Выделяют обычную комбинацию и комбинацию при стандартных углах. Обычная комбинация полярных засечек образует *способ обхода*. Комбинация при стандартных углах дает *способ перпендикуляров* и *способ обмеров*.

IV. *Способ перпендикуляров* (прямоугольных координат) используется для съемки объектов ситуации, расположенных вблизи точек, или линий съемочного обоснования. Способ практически является реализацией обычной прямоугольной условной системы координат. Здесь (см. рис. 6.3, а) линия хода Т-1 – Т-2 является одной осью системы (например, условной y), начало системы точка Т-1, а другая ось расположена перпендикулярно линии Т-1 – Т-2 (например, условная x'). Положение контурной точки 1 определяется путем измерения длины S_2 перпендикуляра (А-1), опущенного из точки на сторону хода Т-1 – Т-2 и расстояния S_1 (или S_3) от точки съемочного обоснования до основания перпендикуляра А.

Таким образом, определение положения точки методом перпендикуляров сводится к 2 операциям:

– откладывания вдоль исходной (базисной) линии Т-1 – Т-2 расстояния S_1 до основания перпендикуляра. Эти точки принято называть *створными*. Створные точки определяются промерами от соответствующих пунктов с точностью не менее 1: 2000.

– откладывания самого перпендикуляра длиной S_2 до определяемой точки 1. Для построения прямого угла можно применить ленту, теодолит, экер и его можно построить на глаз. Приборное построение допускает длину перпендикуляра до 80 м, а при построении на глаз – до 8 м.

Очевидно, что первое действие является полярной засечкой с углом $\beta = 0^\circ$ и длиной S_1 , а второе – полярной засечкой с углом $\beta = 90^\circ$ и длиной S_2 . Имеем сложную засечку, как комбинацию двух полярных, с фиксированными, стандартными углами в 0° и 90° . Несложно заметить, что основную трудность при реализации способа вызывает получение на исходной линии основания перпендикуляра. Основная трудность здесь в том, что кроме того, что точка основания лежит на исходной линии, она должна принадлежать перпендикуляру, проходящему через определяемую точку.

Основные способы получения точки основания перпендикуляра – на глаз и экером.

Экеры бывают зеркальные и призмные. Зеркальный экер состоит из трехгранной коробки, одна из боковых граней которой открыта (рис. 6.4, а). К двум другим граням с внутренней стороны прикреплены зеркала, а над зеркалами вырезаны окошки. Внизу экера имеется крючок для отвеса.

Экер служат для восстановления и опускания перпендикуляров на сторону хода съемочного обоснования на основании следующей схемы (рис 6.4, б). Если экер установлен на линии А-В, то луч от вехи А попадает в зеркало Z_1 , отражается от него, падает на зеркало Z_2 , отражается от него и попадает в глаз наблюдателя, находящегося в точке С. При значении угла

между зеркалами $\gamma = 45^\circ$, угол в точке $C - \beta = 90^\circ$. Таким образом, при закреплении конечных точек A и B , точки D , для которой строится перпендикуляр, вехами для нахождения основания перпендикуляра с помощью экера, поступают следующим образом: перемещаются точно по линии AB с экером, до тех пор, пока изображение вехи A в зеркале Z_2 не совпадает с направлением CD . Произойдет это тогда, когда изображение вехи A в зеркале Z_2 и вехи D в окошке, будут на одной вертикальной линии. Затем при помощи отвеса намечают на земле точку C .

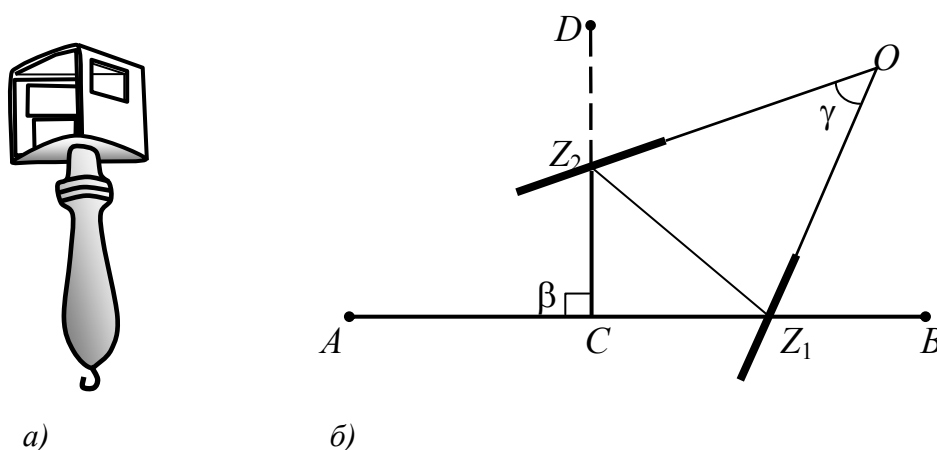


Рис. 6.4. Построение перпендикуляра экером:
а) зеркальный экер; б) схема построения перпендикуляра

Экер считается исправным если угол γ отличается от 45° не больше, чем на $2,5'$. Тогда ошибка построения прямого угла будет не больше $5'$, что на расстоянии в 100 м дает погрешность в плане порядка 14 см.

Рассчитаем точность измерений в способе перпендикуляров. Общая погрешность M_K положения контура в способе перпендикуляров складывается из погрешности измерения расстояния m_1 до основания перпендикуляра, погрешности построения прямого угла и погрешности m_2 измерения самого перпендикуляра S :

$$M_K^2 = m_1^2 + \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \cdot S^2 + m_2^2. \quad (6.14)$$

Применяя к формуле (6.14) принцип равных влияний, получим

$$\begin{cases} m_1 = m_2 = \frac{M_K}{\sqrt{3}} = \frac{0,5 \text{ мм} \cdot M}{\sqrt{3}} = 0,029 \cdot M \text{ (см)} \\ m_\beta = \frac{M_K}{S \cdot \sqrt{3}} \cdot \rho' = \frac{0,029 \cdot M}{S} \cdot \rho'. \end{cases} \quad (6.15)$$

Например, для масштаба 1:500 погрешности длин до основания перпендикуляра и самого перпендикуляра будут по (6.15) $m_1 = m_2 = 14$ см, а погрешность отложения прямого угла $m_\beta \approx 20'$ при длине перпендикуляра 20 м.

V. *Способ обмеров* используется в случае съемки протяженного сложного контура, форма которого изменяется по стандартным углам 0, 90, 180° и т. д. В процессе съемки этим способом, обычной мерной лентой просто обмеряются расстояния между точками перегиба контура на стандартные углы (рис. 6.5). Очевидно, что одна из сторон контура (например, 1-2) должна быть зафиксирована каким либо другим способом (сторона хода, засечка и т.д.).

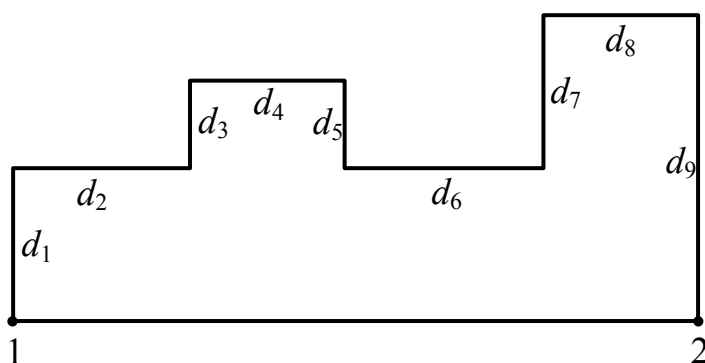


Рис. 6.5. Схема способа обмеров при теодолитной съемке

VI. *Способ обхода* используют при съемке участков площадной формы, для чего прокладывают съемочный теодолитный ход по контуру участка местности с привязкой к пунктам плановой основы (рис. 6.6). Углы измеряют при одном круге до 10', линии – нитяным дальномером.

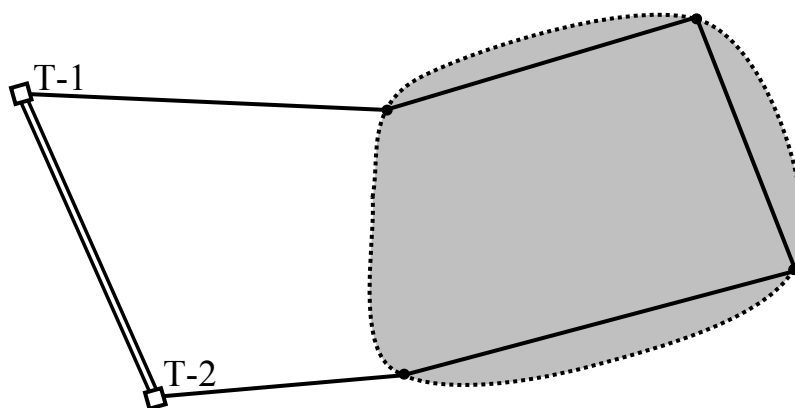


Рис. 6.6. Схема способа обхода

Теодолитная съемка сопровождается ведением схематического чертежа – абриса с использованием карандаша и линейки. На абрисе показываются объекты ситуации с сохранением их взаимного положения на местности и в условных знаках. Масштаб абриса произволен, но достаточно крупный для подробных зарисовок, выписок числовых данных и пояснительных надписей (например, пашня, луг и т.п.). Возможны выноски мелких деталей, не выражающихся на основной части абриса в более крупном масштабе. Объекты ситуации вычерчиваются более жирными линиями, а линии, относящиеся к промерам – тонкими (рис. 6.7). Часто при ведении абриса используется маркировка измерений с целью сделать абрис более читаемым. Абрис составляется для базисной линии и подписывается по точке стояния (первая) и точке ориентировки (вторая).



Рис. 6.7. Пример абриса по линии теодолитной съемки

На абрисе также подписывают названия улиц, переулков, площадей, номера отдельных домов, этажность, школы, клубы и т.д.

Возможно проведения съемок с точек висячего теодолитного хода общей длиной не более 200 м и количеством сторон не более 3.

Полевые работы. Полевые работы начинают с ознакомления с местностью и выявления объектов, подлежащих съемке в зависимости от масштаба съемки с выполнением предварительных абрисов. Если для производства съемки не хватает точек съемочного обоснования, то планируются ходы для сгущения съемочного обоснования, или, если недостающих точек не много, засечки с расчетом точности измерений, исходя из мас-

штаба съемки, и обязательным контролем. Производится также расчет точности измерений при съемке с использованием предварительных абрисов для выполнения допусков на точность определения контуров при производстве съемки определенного масштаба.

Производство съемки ситуации выполняется на основе абрисов и расчета точности. При этом набор измерений оптимизируется: выполняется минимальное количество измерений, по которым можно воспроизвести определяемый контур. Обычная схема заключается в определении начала и конца протяженного контура простыми засечками, а внутренние детали – способом перпендикуляров или обмеров. Часто используется способ съемки *от жестких контуров*, при котором жесткие контуры (например, углы капитальных строений и т.п.) определяется простыми засечками с повышенной точностью и затем сами являются исходными точками для производства съемок, способами створов, линейной засечки, перпендикуляров и других (рис. 6.8).

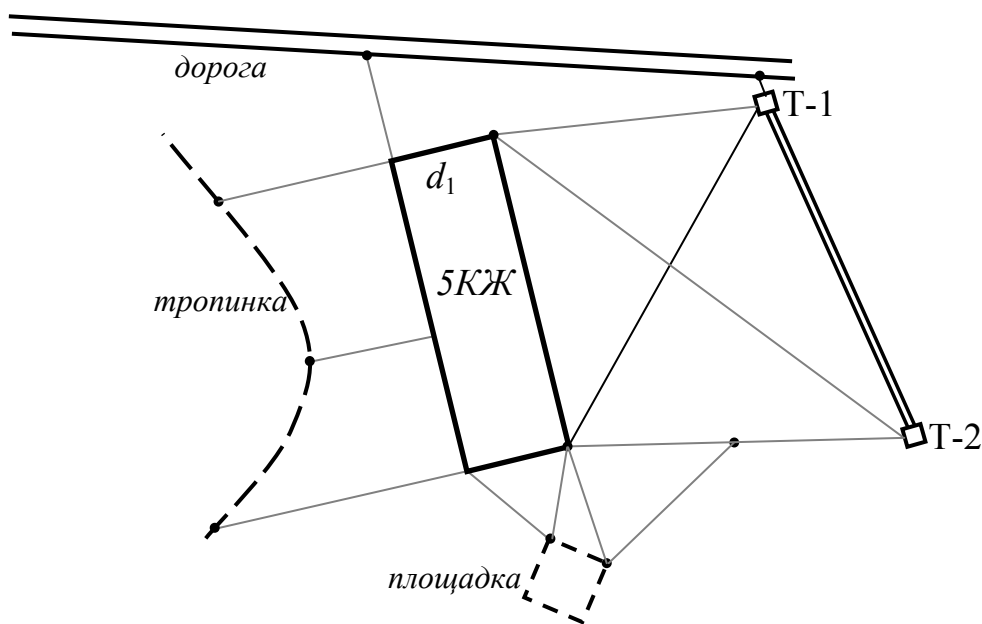


Рис. 6.8. Схема съемки способом от жестких контуров

Линейная засечка может быть выполнена на основе нитяного дальномера (если это не противоречит расчету точности) и лентой (рулеткой) для съемки масштаба 1:500 или для определения точек с повышенной точностью. Угловая засечка целесообразна при съемке удаленных и недоступных контуров.

Достаточно хорошо определенные створные точки также могут служить точками съемочного обоснования. Известно, что в древности съемка

производилась только мерной веревкой и вехой именно на основе создания сети створных точек и способа перпендикуляров.

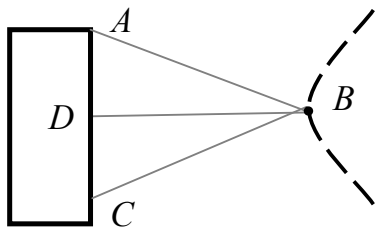


Рис. 6.9. Простейшая схема построения перпендикуляра к контуру

При производстве горизонтальной съемки достаточно часто возникает задача опустить с точки снимаемого контура перпендикуляр на жесткий контур, точки которого используются как исходные (см. рис. 6.8). Самое простое решение заключается в построении равнобедренного треугольника BAC (рис. 6.9), середина основания которого (точка D) и будет искомым основанием перпендикуляра к жесткому контуру с точки.

Не менее значимой задачей является обратная задача: восстановить перпендикуляр из точки жесткого контура к самому контуру (линию DB из точки B на рис. 6.9). Задачи такого рода относятся к разделу геодезии под названием *Практическая геометрия*.

Следует обратить самое серьезное внимание на тщательное ведение абриса – непременное условие эффективного и корректного производства как горизонтальной, так и других видов съемки.

Камеральные работы. В результате полевых работ получают журнал измерений углов, длин сторон теодолитного полигона, засечек (если необходимо) и абриса по линиям съемки ситуации.

Камеральные работы по результатам съемки заключаются в обработке результатов и производстве на основе измерений и абрисов плана участка местности. Составление плана начинают с построения координатной сетки. Координатная сетка необходима для повышения точности построения плана, удобства пользования им при проектировании и перенесении проекта в натуру, а также при нанесении точек на план по координатам. Сетку строят в зависимости от размера участка в виде стандартного планшета 50×50 см со сторонами 10 см с использованием линейки *Ф.В. Дробышева* или способом диагоналей при других размерах. Обязателен контроль построения сетки. Оцифровка сетки производится кратно масштабу съемки и таким образом, чтобы все результаты измерений разместились в пределах сетки. Для этого обычно находят разности между минимальными и максимальными координатами по осям и корректируют их примерно на 100 м (съемка контуров с точек обоснования). Таким образом, получают примерно занимаемую площадь съемки, исходя из чего цифруют сетку так, чтобы определенная область была примерно в середине координатной сетки.

Например, масштаб 1:2000, сетка 3×4 квадрата (600×800 м). Разности минимальных и максимальных координат по осям: $x_{max} - x_{min} = 202$ м, $y_{max} - y_{min} = 376$ м. Тогда примерная площадь съемки будет 400×600 м, то есть занимает 2×3 квадрата. Учитывая это и значения минимальных координат, подбирают соответствующую оцифровку сетки, кратную 200.

Достаточно часто приведенный выше расчет используют для определения размеров листа бумаги, на котором будет строиться план.

Используя метод перпендикуляров, по координатам наносят точки съемочного обоснования из координатной ведомости (или каталога съемочного обоснования). Во избежание ошибок из-за неправильного откладывания циркулем-измерителем расстояний по масштабной линейке обязательно выполняется контроль. По стороне квадрата сетки откладывают два расстояния: первое – от одной вершины, второе – от другой вершины. В сумме эти два расстояния равны длине стороны квадрата сетки (или отличаются не более, чем на 0,2 мм). Если условие выполняется, то точку накалывают и обводят кружком диаметром 1,5 – 2,0 мм. Пара нанесенных точек обязательно контролируется по значению длины между ними, путем сравнения ее со значением из журнала измерений. Расхождение не должно превышать 0,3 мм от масштаба.

На основании абриса, точки контуров и объектов местности наносят на координатную сетку при помощи транспортира (хордоугломера) или по координатам с использованием масштаба представления. Нанесение желательно производить от общего к частному: закоординированные точки углов кварталов или контуры больших природных массивов; внутренние строения кварталов или внутренние контуры массивов (лесочки, луга и т.д.); самые мелкие из отображаемых деталей. При отложении длин линий можно использовать масштабную линейку или численный (именованный) масштаб, так как длины не получают точнее 10 см. Используя линейку для длины, отложение можно производить с точностью 1/3 мм, что не нарушает точностных характеристик воспроизводства контуров.

Например, масштаб 1:1000, длина 56,8 м. Она дает 5,68 см плана, которую можно в пределах 0,3 мм округлить до 5,7 см. Отличие в 0,2 мм от масштаба (при требуемом 0,5 мм) не исказит значительно результаты представления контура.

Следует заметить, что при съемке способом полярных координат, если расстояния до четких контуров превышают 30 м в масштабе 1:500, 60 м в масштабе 1:1000 и 120 м в масштабе 1:2000, то нанесение их производят по координатам.

Для нанесения на план контуров ситуации, снятых по способу прямоугольных координат, используют линейку, треугольник, циркуль-измеритель и масштабную линейку. Треугольником пользуются для построения перпендикуляров. Расстояния до оснований перпендикуляров и длины перпендикуляров можно определять при помощи поперечного, линейного или именованного масштаба.

Точки контуров ситуации, снятые полярным способом, наносят на план при помощи транспортира и циркуля-измерителя. Для нанесения точек при помощи транспортира совмещают его центр с точкой, на которой выполнялась съемка полярным способом. Нулевой диаметр транспортира устанавливают по начальному направлению, то есть по линии полигона, от направления которой начинался отсчет полярных углов. Затем по дуге транспортира отсчитывают величины углов. Соединяют полюс с отмеченными точками тонкими прямыми линиями и откладывают расстояния от полюса до снятых точек в соответствии с абрисом.

Для нанесения на план точек, снятых по способу засечек, используют транспортир. При помощи транспортира на концах линии (базиса) строят соответствующие величины углов. В точке пересечения лучей на плане получают снятую точку.

В процессе нанесения точек на план каждую последующую точку данного контура соединяют с предыдущей точкой согласно абрису. При этом внимательно изучают абрис, чтобы не пропустить точки.

Необходимо помнить, что карандашная работа является вспомогательной, подготовительной для окончательного оформления тушью и красками. Окончательный вариант плана оформляют условными знаками, надписями, зарамочным оформлением.

Составленный план проверяют на местности путем сравнения некоторых его контуров с натурой путем проведения контрольных измерений. Расхождения между расстояниями, взятыми с плана и полученными при контрольных промерах, не должны превышать 0,4 мм в масштабе плана. Отклонения контуров в реальности и на плане не должны быть более точности определения контуров в 0,5 мм от масштаба. По результатам контрольных измерений составляется таблица производства полевого контроля. В ней приводятся номера контрольных точек, расхождения в положении контура, допустимое значение расхождения. Контрольные точки на плане маркируются номером и красным цветом. При наличии недопустимых расхождений проверяют накладку точек и, если не обнаружат ошибку, то повторяют измерения на местности. Если в процессе составления плана обнаруживается несоответствие в измерениях или отсутствуют необходимые обмеры, то уточнение производят непосредственно на местности.

6.3. Планово-высотная съемка

Основные вопросы: Основные положения, виды планово-высотной съемки. Тахеометрическая съемка. Полевые и камеральные работы при тахеометрической съемке. Интерполяция. Построение плана съемки.

Основные положения, виды планово-высотной съемки. Планово-высотная (пространственная) съемка – процесс определения положения контуров в пространстве с последующим их представлением в плане и по высоте. Основные виды планово-высотных съемок можно разделить на прямые и дистанционные. При этом прямые методы съемки обычно используют аналитический или графический способ определения положения контура в плане и аналитический способ по высоте. Преобладающий способ измерений – дискретный. Дистанционные методы подразумевают отсутствие непосредственного контакта в процессе съемки с определяемым объектом. В основном носят непрерывный характер. Делятся на воздушные (космические) и наземные. В последнее время достаточно широко начинают использоваться промежуточные между дискретными и непрерывными видами съемок – методы воздушного и наземного сканирования.

Целью данного раздела является рассмотрение наземных прямых, дискретных способов съемки. Так как планово-высотная съемка производится в трехмерном пространстве, то по общей теории позиционирования для однозначного определения положения точки в этом пространстве необходимо три параметра или выполнить три измерения. При этом для определения высотной составляющей необходимы измерения в вертикальной плоскости: наклонное расстояние или угол наклона (зенитное расстояние). Таким образом, для производства прямой дискретной планово-высотной съемки необходимо скомбинировать и выполнить 3 измерения с одной, двух, реже трех точек. Рассмотрим основные комбинации измерений, используемых для съемки:

– с одной точки И-1 измеряют горизонтальный (ориентирный) угол β , угол наклона ν (или зенитное расстояние z), наклонную длину D на определяемую точку О-3 (рис. 6.10).

– с одной точки И-1 определяют горизонтальный (ориентирный) угол β , угол наклона ν (или зенитное расстояние z), превышение h на определяемую точку О-3 (рис. 6.11).

Возможен вариант измерения длины, превышения и горизонтального угла, но он распространения не получил.

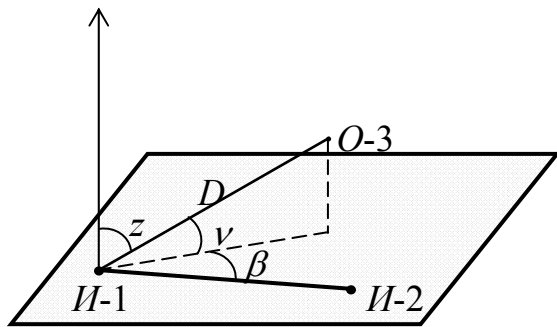


Рис. 6.10. Метод сферических координат при планово-высотной съемке с одной точки

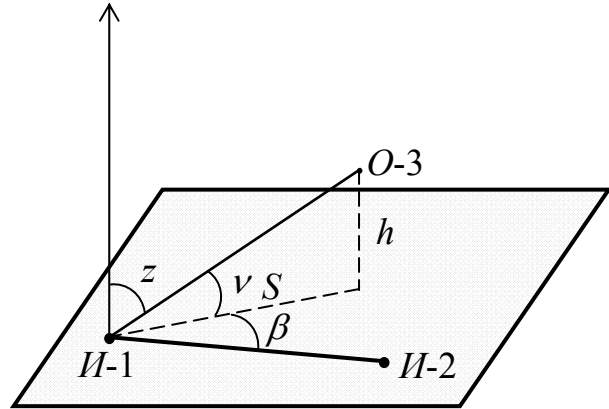


Рис. 6.11. Метод цилиндрических координат при планово-высотной съемке с одной точки

Несложно заметить, что этими комбинациями исчерпываются варианты трех измерений с одной точки и они определяют известные *сферические* и *цилиндрические* системы координат (см. п. 4.3 «Системы координирования в трехмерном пространстве»).

Двухточечные методы планово-высотной съемки в основном являются комбинациями перечисленных выше методов с разнесением измерений по двум точкам в разных комбинациях:

- с одной точки наклонная длина и угол наклона, с другой – вертикальный угол;
- с одной точки горизонтальная длина и угол наклона, с другой – превышение;
- с одной точки наклонная длина, с другой – угол наклона и вертикальный угол и так далее (рис. 6.12).

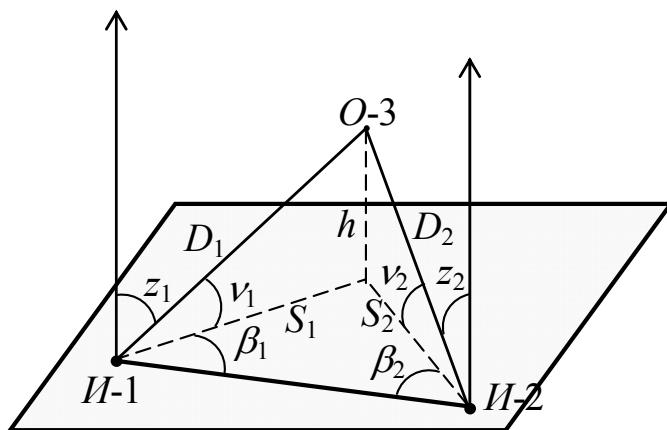


Рис. 6.12. Комбинации при планово-высотной съемке с двух точек

Трехточечные наземные методы съемки практически не используются из-за их непродуктивности. Но комбинация из трех измеренных наклонных дальностей используется в спутниковых *GPS* определениях и носит название *трисферации*. Этот метод является основой *космической съемки* и позволяет получать сразу положение определяемой точки в какой-либо системе координат.

Как и другие виды съемок, планово-высотная съемка делится на полевые и камеральные работы. При полевых работах в первую очередь создается планово-высотное обоснование съемки – набор точек с определенными координатами и высотами заданной точности, с которых будет производиться съемка соответствующего масштаба. Возможен вариант одновременного создания обоснования и производства съемки. Следующий этап полевых работ – это *рекогносцировка* (разведка) участка съемки для выявления его особенностей и примерного назначения снимаемых точек – *пикетов*. Далее следуют собственно съемочные полевые работы.

Камеральные работы сводятся к обработке полевых журналов и воспроизведения результатов съемки. Заметим, что представление материалов планово-высотной съемки производится на основе методов масштабирования, проецирования и сечения в общепринятых условных знаках на бумажном или электронном носителе. Конечный результат – картографический материал в виде топографического плана или карты.

Тахеометрическая съемка. Тахеометрическая съемка (*Tachys* – быстрое, *metreo* – измерение) применяется для создания планов небольших участков, когда требуется выполнить съемку только рельефа на застроенной территории или при выполнении съемки узких полос. Съемка может производиться (как исключение) теодолитами, но в основном *тахеометрами-автоматами*, позволяющими получать значения превышений, расстояний и углов. Теодолит 2Т30 с встроенным нитяным дальномером и нивелирной рейкой может относиться к упрощенным тахеометрам. По сути своей тахеометрическая съемка – пространственная крупномасштабная (масштабы 1:500 – 1:5000) топографическая съемка с сечением рельефа от 0,5 до 2,0 м.

В основу съемки положена простейшая комбинация из трех измерений с одной точки: горизонтальный угол, вертикальный угол, наклонное расстояние, то есть практическая реализация сферической системы координат (см. рис. 6.10). При этом в самом простом случае углы измеряют теодолитом, а длину линии – *нитяным дальномером*. Самый современный способ тахеометрической съемки носит название *электронная тахеометрия* и выполняется электронными тахеометрами, которые в зависимости от режима позволяют получить или значения измерений (углы, расстояния, превышения), или значения прямоугольных трехмерных координат (X, Y, H) в системе координат точки стояния.

Точки, с которых производятся измерения при тахеометрической съемке, носят название *станций*, а точки, которые определяют – *пикеты*. Традиционно пикеты делят на плановые (или контурные) – необходимые только для определения объектов местности в плоскости (X, Y) или в пла-

не, на плоскости; высотные (рельефные) – для определения объектов только по высоте и планово-высотные – определяющие положение точки как в плане, так и по высоте. При этом требуется соблюдать *густоту* пикетов, которая в зависимости от масштаба съемки требует, чтобы расстояние между ними были примерно 15 – 40 м.

Традиционная схема определения точек при тахеометрической съемке может трактоваться как раздельное графоаналитическое определение положения точек. Здесь, в плане положение точки определяется полярной засечкой по горизонтальному углу β и расстоянию D , а высотная составляющая получается из тригонометрического нивелирования по углу наклона ν и расстоянию D (см. рис. 6.10).

Для успешной реализации тахеометрической съемки обязательен предрасчет точности измерений в зависимости от масштаба M съемки. Основа предрасчета – заданная точность съемочных контуров относительно точек съемочного обоснования, равная $0,5 \cdot M$ (мм) и соответствующие формулы оценки точности реализации засечек. Используем для оценки точности точки, полученной полярной засечкой, формулу (3.26) (рис. 6.13).

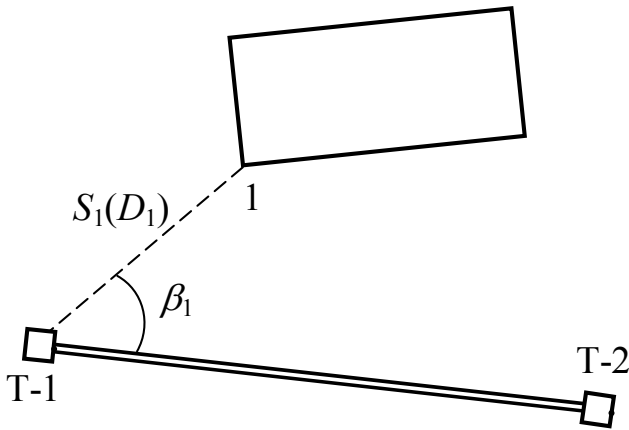


Рис. 6.13. Схема полярной засечки для предрасчета точности

$$M_P^2 = m_S^2 + S^2 \cdot \frac{m_\beta^2}{\rho^2}. \quad (6.16)$$

Тогда на основе принципа равных влияний для точности угловых и линейных измерений

$$m_S^2 \approx S^2 \cdot \frac{m_\beta^2}{\rho^2} = \frac{M_P^2}{2}, \quad (6.17)$$

получим

$$\begin{cases} m_S = \frac{M_P}{\sqrt{2}} = \frac{0,5 \text{ мм} \cdot M}{\sqrt{2}} = 0,035 \cdot M \text{ (см);} \\ m_\beta = \frac{M_P}{S \cdot \sqrt{2}} \cdot \rho' = \frac{0,05 \text{ см} \cdot M}{S \text{ (см)} \cdot \sqrt{2}} \cdot \rho' = \frac{0,035 \cdot M}{S \text{ (см)}} \cdot \rho'. \end{cases} \quad (6.18)$$

Здесь ρ число минут в радиане, равное 3437,75.

Например, для масштаба съемки 1:1000 погрешность определения контуров в плане $M_P = 0,5 \cdot M$ (мм) = 0,5 м. Чтобы реализовать её при определении точки полярной засечкой при расстоянии до точки порядка 100 м, из формул (6.18) рассчитываем соответствующие точности линейных m_S и угловых m_β измерений:

$$\begin{cases} m_S = \frac{M_P}{\sqrt{2}} = 0,035 \cdot M \text{ (см)} = 0,035 \cdot 1000 = 35 \text{ см;} \\ m_\beta = \frac{M_P}{S \cdot \sqrt{2}} \cdot \rho' = \frac{0,035 \cdot M}{S \text{ (см)}} \cdot \rho' = \frac{0,035 \cdot 1000}{10000} \cdot 3437,75' = 12'. \end{cases}$$

При предрассчете высотной составляющей на основе тригонометрического нивелирования воспользуемся инструктивным допуском на точность m_h определения контуров при съемке по высоте: $m_h = 1/3 h_0$, где h_0 – высота сечения рельефа при отображении. Расчеты на основе теории погрешностей измерений показывают, что точность расстояния совершенно достаточна, как и для полярной засечки, а точность измерений углов наклона должна быть порядка 1-3':

$$\Rightarrow \begin{cases} m_S = \frac{m_h}{\tan(\nu) \cdot \sqrt{2}} \\ m_\nu = \frac{m_h \cdot \cos^2(\nu)}{S \cdot \sqrt{2}} \cdot \rho = \dots \end{cases} \quad (6.19)$$

Следует иметь в виду, что различные способы измерений составляющих позволяют получить разные методики тахеометрической съемки. При измерении расстояний нитяным дальномером достигается точность порядка 0,2 м и хуже, в зависимости от расстояния. Поэтому, для съемки в масштабе 1:500 надо использовать при измерении расстояний мерную ленту, а нитяной дальномер редко, только на расстояниях не более 30 м.

При измерении наклонного расстояния нитяным дальномером можно выделить следующие варианты:

- измерение наведением на любой «хороший» отсчет (кратный 10, 100);
- измерение наведением на высоту инструмента.

При измерении сразу горизонтального проложения (если возможно) нитяным дальномером можно использовать:

- точно горизонтальный луч, выставляя по вертикальному кругу отсчет, равный месту нуля (M0);
- чуть наклонный визирный луч (не более 2°) с наведением на «хороший» отсчет.

Измерения угла наклона (точность порядка 2') производят обычно при одном круге, определив предварительно несколько раз место нуля $M0$ и вычисляя его по формуле $v = KЛ - M0$. При этом наведение можно производить:

- на любой «хороший» отсчет;
- на высоту инструмента.

Возможно раздельное и совмещенное определение положения пикета в плане и по высоте.

Рассмотрим основные методики производства тахеометрической съемки на основе перечисленных выше способов измерений.

1. Совмещенный способ. Предназначен для одновременного определения пикета в плане и по высоте, наклонным лучом и наведением на любое место рейки. Расстояние измеряем нитяным дальномером. По горизонтальному углу и расстоянию определяют плановое положение пикета в графическом или аналитическом виде, а превышение по основной формуле тригонометрического нивелирования

$$h = 0,5 \cdot D \cdot \sin(2v) + i - v. \quad (6.20)$$

Здесь D – наклонное расстояние, измеренное нитяным дальномером;

v – угол наклона;

i – высота инструмента;

v – высота наведения на рейке.

– упрощенный, совмещенный, наклонным лучом с наведением на высоту инструмента

$$h = 0,5 \cdot D \cdot \sin(2v). \quad (6.20a)$$

-совмещенный горизонтальным лучом ($v = 0^\circ$ или $M0$):

$$h = i - v. \quad (6.20б)$$

Здесь v – отсчет по рейке при горизонтальном положении визирного луча (обычное нивелирование «вперед», но теодолитом).

2. Раздельный способ. Измеряется расстояние горизонтальным лучом по нитяному дальномеру или лентой, а угол наклона – наклонным лучом, наведением на «хороший» отсчет, или высоту инструмента. Следует иметь в виду, что до 4° наклона горизонтальное проложение S и измеренное наклонное расстояние D для точностей съемки можно считать практически равными.

Из раздельных методов выделяют

– двухнитяная тахеометрия *Шестака* когда нижняя нить дальномера наводится на «хороший» отсчет $v0$, а снимается отсчет v по верхней нити дальномера.

Тогда:

$$h = S \cdot \operatorname{tg}(\nu) + i - v_0 - l/2. \quad (6.21)$$

$$l = \nu - v_0.$$

Метод по производительности тахеометрической съемки теодолитом с нитяным дальномером считается самым производительным.

– метод на основе предрасчитанного наведения. Основан на следующих рассуждениях: высоты пикетов вычисляются как $H_{пк} = H_{см} + h' + i - v$, но величина $H_{см} + i - v = H_0$ – может быть постоянна для станции и тогда высота пикета будет

$$H_{пк} = H_0 + h'. \quad (6.22)$$

Высоту наведения v подбирают так, чтобы величина H_0 была удобным (например, целым) числом.

Например: $H_{см} = 125,18$ м, $i = 1,43$ м. Тогда v может 1,61, а $H_{пк} = 125 + h'$. При наведении на вычисленную величину, число 125 постоянно для станции.

Высоты вычисляют до десятых долей метра и только для съемки масштаба 1: 500 до сотых долей.

Полевые и камеральные работы при тахеометрической съемке.

Полевые работы при тахеометрической съемке делят на предварительные работы и работу на станции. Из предварительных работ выделяют создание (восстановление, дополнение) съемочного планово-высотного обоснования, то есть получения достаточного количества точек с известными координатами и высотами, с которых будет производиться съемка и рекогносцировка (разведка) района съемки.

Плановой и высотной основой для съемки служат точки с известными координатами и высотами, которые могут быть определены теодолитными ходами и засечками в плане, нивелирными ходами и тригонометрическим нивелированием по высоте. При нехватке густоты съемочного обоснования одновременно со съемкой или отдельно прокладывают тахеометрические ходы. Тахеометрические ходы относятся к линейно-угловым построениям для совместного определения планово-высотного положения точек. При этом горизонтальные углы измеряются теодолитом технической точности (например, 2Т30) полным приемом, углы наклона при двух кругах в прямом и обратном направлениях, расстояния по нитяному дальномеру при двух кругах в прямом и обратном направлениях.

Обрабатывается такое построение по обычной схеме отдельного приближенного уравнивания со следующими особенностями:

– вычисленные превышения в прямом и обратном направлениях, не должны превышать 4 см на 100 м хода

– допустимая линейная (абсолютная) невязка (см):

$$f_s = \frac{[S]}{400 \cdot \sqrt{n}}, \quad (6.23)$$

– допустимая высотная невязка (см)

$$f_h = \pm \frac{[S]}{25 \cdot \sqrt{n}}. \quad (6.24)$$

Здесь n – число линий в ходе;

$[S]$ – длина хода в метрах.

Угловая невязка тахеометрического хода как у теодолитного хода

$$f_\beta = 1' \cdot \sqrt{n},$$

где n – число углов.

Относительная невязка тахеометрического хода обычно колеблется в пределах 1/300 – 1/400.

Очевидно, что и по высоте и в плане точки съемочного обоснования должны соответствовать точности обоснования для съемки заданного масштаба.

На этапе рекогносцировки производится осмотр местности, подлежащей съемке с каждой станции, выявляются её особенности, степень застроенности, мешающие съемке факторы. В пределах заданного участка съемки должны быть сняты все объекты ситуации, выражающиеся в заданном масштабе плана и предусмотренные условными знаками.

Работа на станции при тахеометрической съемке сводится к следующей последовательности:

1. Установка, центрирование, горизонтирование и ориентирование теодолита над закрепленной точкой станции. При этом центрирование возможно производить с точностью до 5 см, а ориентирование выставлением нуля лимба на любую видимую точку съемочного обоснования.

2. Определение с контролем место нуля вертикального круга.

3. Выбор контурных и высотных реечных точек (пикетов) на местности, причем так, чтобы с каждой выбранной точки реечник видел трубу прибора.

4. Определение пикетных точек измерением:

– горизонтального угла;

– отсчета по вертикальному кругу;

– наклонного расстояния по нитяному дальномеру.

Измерения выполняют при одном положении круга. По окончании работы на станции проверяют ориентирование лимба: расхождение должно быть не более 2'. В равнинной местности превышения целесообразно получать горизонтальным лучом (выставляя по вертикальному кругу значение места нуля MO).

5. Измеренные на станции расстояния до пикетных точек, горизонтальные и вертикальные углы (или превышения на пикетные точки) записывают в пикетный журнал. В журнале помимо результатов измерений записываются номер станции, точка ориентирования, высота инструмента, высота наведения, место нуля, погода, исполнитель (см. пример в табл. 6.1).

Таблица 6.1

Журнал тахеометрической съемки

Погода <u>пасмурно</u> Исполнитель <u>Петровский А.В.</u> Дата <u>16.08.2008 г</u> Теодолит <u>2Т30</u>															
№ точек	расстояние по рейке $D', м$	высота наведения. v	Отсчеты						Углы наклона, v			Исправленные расстояния $S, м$	Превышения $h, м$		Отметки $H, м$
			гориз. круг		верт. круг		$0,5 \cdot D' \times \sin(2v) + I - v$								
			о	'	±	о	'	±	о	'	±		значение		
Круг <u>КЛ</u> Станция <u>Т.4</u> Ориентировка на станцию <u>Т.2</u> $i = 1.49$ $MO = +1'$ $H_{См.} = 117,68 м$															
1	72,0	1,49	115	50	+	0	17								
1a	172,2	«	156	40	-	0	20								
2	118,4	«	184	30	-	1	06								
3	136,2	«	213	30	-	1	17								
4	69,0	«	238	20	-	1	35								
5	185,0	«	264	10	+	0	39								
6	105,0	«	265	30	+	0	31								
7	89,6	Г	330	20			1,52								
8	67,0	Г	350	10			0,46								
Круг <u>КЛ</u> Станция <u>Т.2</u> Ориентировка на станцию <u>Т.3</u> $i = 1.52$ $MO = -1'$ $H_{См.} = 119,73 м$															
9	102,0	1,52	133	30	+	0	04								
10	178,2	«	161	30	+	0	55								
11	150,0	«	194	20	+	0	57								
12	70,0	«	195	00	+	0	23								
13	159,0	«	216	50	+	0	57								
14	134,8	К	221	30		-	-								
15	133,2	1,52	244	30	+	1	18								
16	57,3	К	244	40		-	-								
16a	144,0	1,52	295	20	+	1	27								
17	43,8	2,9	311	50	+	4	21								

Параллельно с пикетным журналом на каждой станции ведутся *абрисы* (кроки) – сделанные от руки схематичные планы снимаемых участков местности. От качества абрисов зависит правильность изображения на плане ситуации и рельефа местности, поэтому на их ведение должно быть обращено самое серьезное внимание. При этом взаимное расположение на абрисах зарисовок элементов местности должно соответствовать тому, что имеется в натуре.

На абрисах показываются опорные геодезические пункты, пикеты, объекты ситуации, характерные точки и линии рельефа местности, дополненные в необходимых случаях схематическими горизонталями, направления скатов местности. У пунктов и пикетов выписываются их номера, причем нумерация пикетов ведется сплошная в пределах всей снимаемой территории. Заполняющие контурные условные знаки заменяются пояснительными надписями.

Чаще всего используют абрисы по линии (рис. 6.14, а), или круговые (транспортные) (рис. 6.14, б). Очевидно, что плановые (ситуационные) пикеты должны минимальным количеством точек с заданной точностью отображать плановые контура (ситуацию). При этом в плане обязательно должны сниматься:

- все объекты ситуации, выражающиеся в масштабе и предусмотренные условными знаками.
- изгибы меньше 0,5 мм на плане, спрямляются,
- площадные объекты площадью до 10 мм² на плане не снимаются (рис. 6.15).

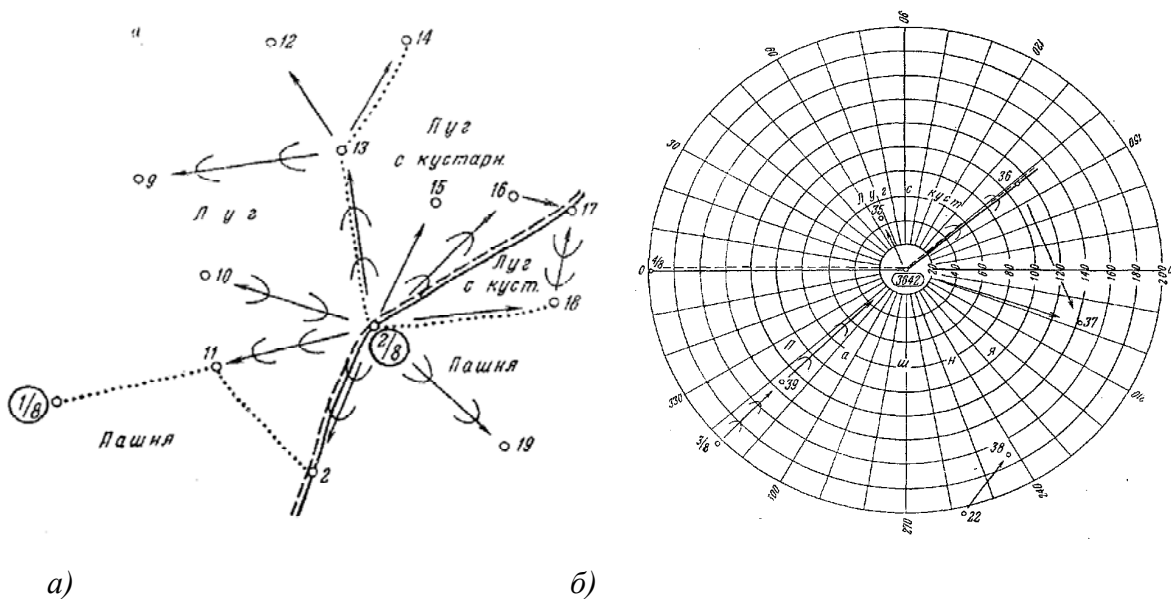


Рис. 6.14. Основные виды абрисов: а) по линии; б) круговой

Высотные пикеты, необходимые для изображения рельефа на плане, должны располагаться на характерных точках и линиях рельефа местности. Из характерных точек выделяют положительные (вершина – точка 5 на рис. 6.16, и т.п.) отрицательные (дно котловины и т.п.), нулевые или точки перегиба (плечевые (точка 3), локтевые (точка 4) на рис. 6.16 и т.п.).



Рис. 6.15. Примеры размещения плановых пикетов при съемке

Из характерных (инвариантных) линий выделяют водораздел (точки 1 – 5 на рис. 6.16), тальвег (точки 7, 8, 15 на рис. 6.16), бровку и подошву (точки 13 – 18 на рис. 6.16).

Также пикетированию для адекватного отображения рельефа подлежат перегибы скатов, переход одной формы рельефа в другую, урезы воды в реках, ручьях, озерах, прудах по правилу, как показано на рис. 6.16.

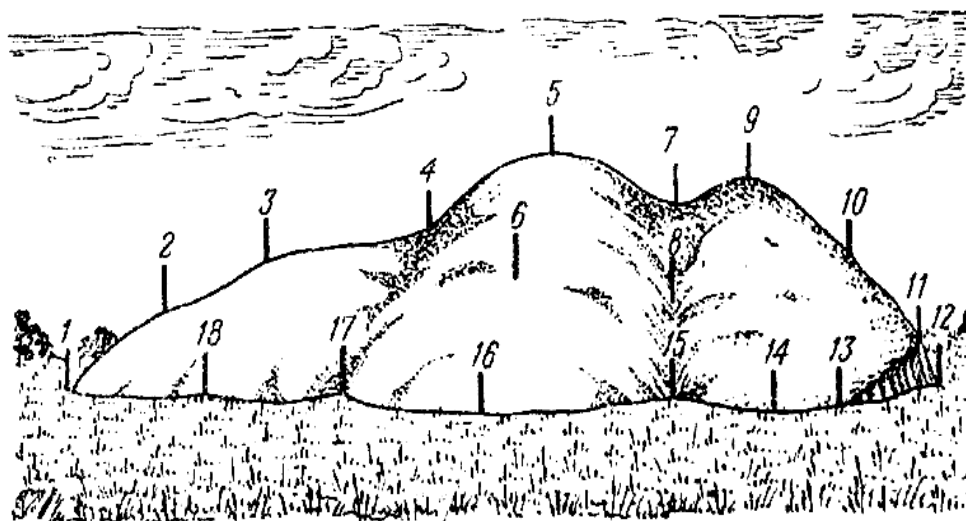


Рис. 6.16. Пример расположения высотных пикетов при тахеометрической съемке

Пикеты, расположенные на таких объектах ситуации, как мосты, плотины, шлюзы, пересечения дорог, колодцы, заметные строения одновременно являются ситуационными и высотными.

Еще одно требование к высотным пикетам, это их густота, которая зависит от следующих факторов:

- от характера рельефа;
- от масштаба съемки;
- от назначения съемки;
- от принятой высоты сечения $h_{сеч}$ рельефа.

Очевидно, чем расчлененнее рельеф, чем крупнее масштаб, чем меньше высота сечения $h_{сеч}$ рельефа, тем чаще должны располагаться высотные пикеты. Такого рода допуски должны быть предварительно рассчитаны и помещены в нормативные документы (инструкции) для дальнейшего использования на практике.

Инструктивные наибольшие расстояния до пикетов и между пикетами для различных сечений рельефа и масштабов съемки приведены в табл. 6.2. Эти величины не сложно рассчитать на основе изложенных выше формул предрасчета точности при производстве съемок.

Таблица 6.2

Масштаб съемки	Высота сечения рельефа, м	Наибольшие расстояния, м			
		до пикетов при съемке			между высотными пикетами
		контуров		рельефа	
		твердых	нетвердых		
1:500	0,5	60	80	100	15
1:1000	0,5	60	100	150	20
1:2000	0,5	100	150	200	40
	1,0	100	150	250	60
1:5000	1,0	150	200	300	80
	2,0	150	200	350	100

Из контуров, подлежащих съемке выделяют твердые и нетвердые контуры. К твердым контурам относятся такие, положение которых на местности долговременно устойчиво (очертания искусственных сооружений, отдельно стоящие фундаментальные предметы и т.п.), а к нетвердым – имеющие тенденцию изменяться либо неотчетливо выраженные (границы сельскохозяйственных угодий, опушки леса, сезонные дороги и т. п.). Очевидно, что точность определения твердых и нетвердых контуров различна и твердые контуры сами могут быть точками как планового, так и высотного обоснования.

Камеральные работы при обработке результатов тахеометрической съемки можно свести к следующей последовательности:

- построение координатной сетки;
- нанесение точек съемочного обоснования по координатам;
- нанесение ситуации и проведение горизонталей;
- проверка плана в поле;
- оформление плана в туши.

Построение координатной сетки выполняют по тем же правилам и теми же методами, что и при теодолитной съемке: в зависимости от масштаба, методом диагоналей или линейкой Дробышева разбивают сетку с квадратами размером 10 см. Сетку квадратов оцифровывают, получая координатную сетку. Методом перпендикуляров, обязательно с использованием масштабной линейки, наносят по координатам точки съемочного обоснования, подписывая их принятым образом.

Нанесение на план речных точек производится в соответствии с абрисами постанционно полярным способом с помощью кругового транспортира и масштабной линейки или *тахеографом*. Особое внимание обращают на части плана, наносимые с двух станций как контроль съемки.

Тахеограф (рис. 6.17) представляет собой круговой транспортир с линейкой из прозрачного материала (целлулоида), по окружности которого нанесены деления через 30', причем оцифровка делений выполнена против хода часовой стрелки. Вдоль нулевого радиуса расположена миллиметровая шкала линейки с начальным штрихом в центре круга, в котором закреплена игла.

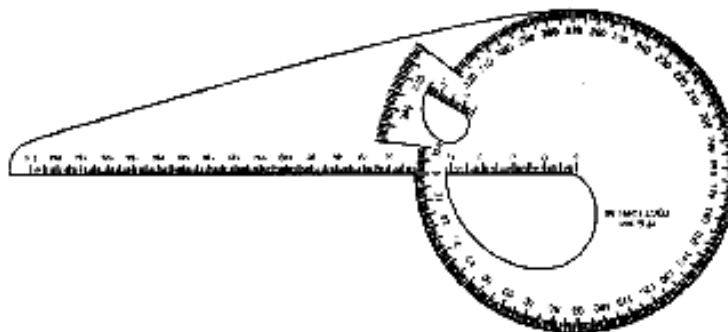


Рис. 6.17. Геодезический тахеограф

Для нанесения речной точки центр круга тахеографа совмещают с точкой станции на плане. Затем поворотом диска совмещают начальное направление на плане с отсчетом, равным полярному углу на съемочную точку. Затем по линейке откладывают в масштабе плана соответствующее полярное расстояние и накалывают точку. Около нанесенных на план речных точек подписывают их номера и отметки. Согласно абрису и примечаниям в полевых журналах вычерчивают контуры и предметы местности. По отметкам речных точек, пользуясь методом графического интерполирования, проводят горизонтали.

Проверка результатов съемки производится в поле путем повторного определения положения контурных и высотных точек (полевой контроль). Для этого необходимо:

- определить контрольную станцию засечкой с передачей высоты;
- набрать контрольных пикетов (как в съемке) и нанести их на план с вычислением высот;
- сравнить положения пикетов с изображением на плане в плане и по высоте. Для высот выполнить интерполяцию по горизонталям;
- создать таблицу контроля (номер, отличие, допуск).

Результаты полевого контроля показываются красным цветом. При этом ошибки в положении на плане четких контуров должны быть не больше 0,5 мм (90 %), а 10 % могут иметь удвоенную ошибку. Ошибки в высотах точек не должны превосходить величины в 1/4 от сечения рельефа при углах наклона до 2° и 1/3 высоты сечения при углах от 2 до 6°.

Интерполяция. Основным способом изображения рельефа земной поверхности на топографических планах в геодезии это построение горизонталей. Вспомним, что горизонталы (изогипсы, изолинии) – линии на плане, соединяющие точки земной поверхности с одинаковой абсолютной высотой (см. 5.1. «Основы представления геодезических данных»). Кроме простоты построения и применения, широкое использование горизонталей для представления рельефа в геодезии обусловлено ещё и тем, что они позволяют достаточно легко решать большое количество практических задач. К таким задачам в первую очередь относят определение абсолютных и относительных высот точек, крутизны скатов, взаимной видимости точек, построение профилей местности, выполнение разного рода вертикальных планировок и другие.

Напомним, что первичным и самым простым представлением высотной составляющей топографического плана является поле точек, нанесенных по каким-либо координатам, с подписанными высотами. Поле точек является основой для проведения процедуры градуирования по линиям, получившей в геодезии математическое название *интерполяция*. Существует достаточно большое количество способов интерполяции, но все они являются практическими реализациями аналитического способа градуирования или интерполяции. Вспомним, что суть аналитической интерполяции заключается в расчете горизонтальных расстояний $A-a$, $a-b$, $b-B$ между следами от сечений плоскостями, по линии с известными высотами концов и высотой сечений рельефа Δh (рис. 6.18).

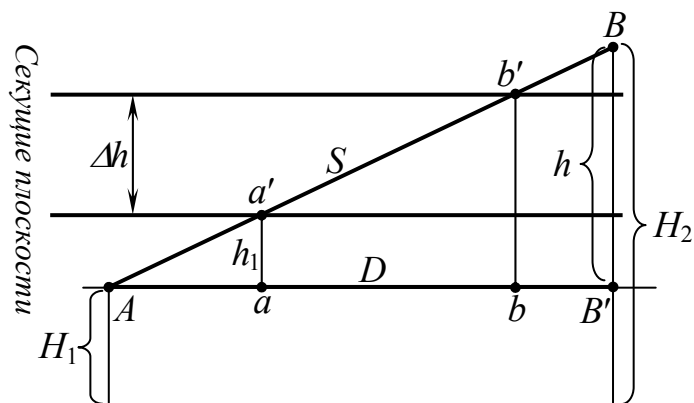


Рис. 6.18. Общая схема аналитической интерполяции

Очевидно, что треугольники $A-a'-a$, $A-b'-b$, $A-B-B'$ и $a'-b'-b$ подобны, откуда следует

$$\frac{h_1}{|Aa|} = \frac{\Delta h}{|ab|} = \frac{h}{|AB'|} = k = \text{tg}(\nu) = i. \quad (6.25)$$

На основании (6.25), положив для простоты $k' = 1:k$, получаем искомые длины $|Aa|$, $|ab|$ и т.д. как

$$\begin{cases} |Aa| = \frac{h_1}{k} = h_1 \cdot k' \\ |ab| = \frac{\Delta h}{k} = \Delta h \cdot k' \text{ и т.д.} \end{cases} \quad (6.26)$$

Наиболее распространенные способы интерполяции, основанные на аналитическом способе; это способ при помощи треугольника и линейки с миллиметровой шкалой и при помощи палетки.

В способе интерполирования при помощи треугольника и линейки с миллиметровой шкалой градуируют деления линейки в зависимости от сечения рельефа. Например, для сечения в 0,5 м можно принять 1 мм шкалы – 0,1 м сечения. Тогда 1 см шкалы составит 1 м сечения и т.д. Приставляют линейку и угольник к одной из точек с учетом выполненной градуировки. Двигают угольник вдоль линейки с поворотом линейки вокруг начальной точки до тех пор, пока сторона угольника с прямым углом не попадет на вторую точку линии интерполяции (рис. 6.19). Двигая угольник по линейке через сантиметр (только при градуировке в 1 мм – 0,1 м), отмечаем стороной угольника на линии положения точек, соответствующих горизонталям, кратным метру. Возможны другие схемы использования линейки и угольника.

Например (рис. 6.19), начальная точка A имеет высоту 167,4, конечная точка B – 170,9. Учитывая, что для линейки 1 мм соответствует 0,1 м высоты (1 см – 1 м высоты), примем, что до 6 см линейки будет 166 м высоты. Тогда 7 см – 167 м, 8 – 168 м, ..., 10 см – 170 м высоты и т.д. Приложим линейку делением 7,4 см (высота 167,4 м) к точке A , а угольник (прямой угол в сторону точки A) к делению 10,9 см (высота 170,9 м). Вращаем вместе линейку и угольник вокруг точки A , до тех пор, пока ребро прямого угла не попадет на точку B . Сдвигая вдоль линейки угольник на деление 10 см, отмечаем на линии AB точку, соответствующую горизонтали 170 м, 9 – 169 м, и т.д.

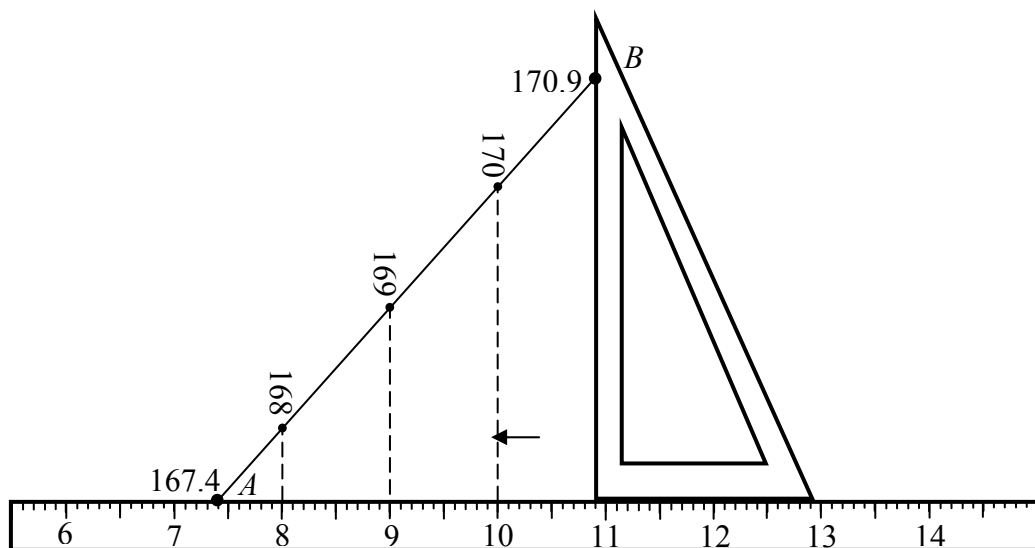


Рис. 6.19. Пример интерполяции с помощью линейки и угольника

При интерполяции с помощью палетки палетку готовят из кальки, разбивая её параллельными линиями через равные промежутки и оцифровывая через высоту сечения таким образом, чтобы все высоты помещались между линиями. Фиксируют одну из точек на палетке и соединяют её с соответствующей точкой на линии интерполяции. Вращают палетку вокруг этой точки до тех пор, пока конечная точка линии не попадет на линию палетки, соответствующую её высоте. Точки пересечения линии интерполирования с точками палетки, кратные сечению рельефа перекалывают измерителем на линию (рис. 6.20).

Следует учесть, что интерполяция проводится по линиям скатов, которые на абрисах в съемочных пикетах показываются стрелками. Такого рода линии носят название скелетных (или характерных, структурных) и являются основой правильного отображения рельефа. После интерполяции по нескольким линиям точки с одноименными высотами соединяются гладкой линией (рис. 6.21). Следует учесть, что в основном соседние горизонталы при отображении повторяют конфигурацию друг друга, то есть как бы «вписываются» друг в друга. Интерполяцию целесообразно начинать с вершинных или котловинных точек.

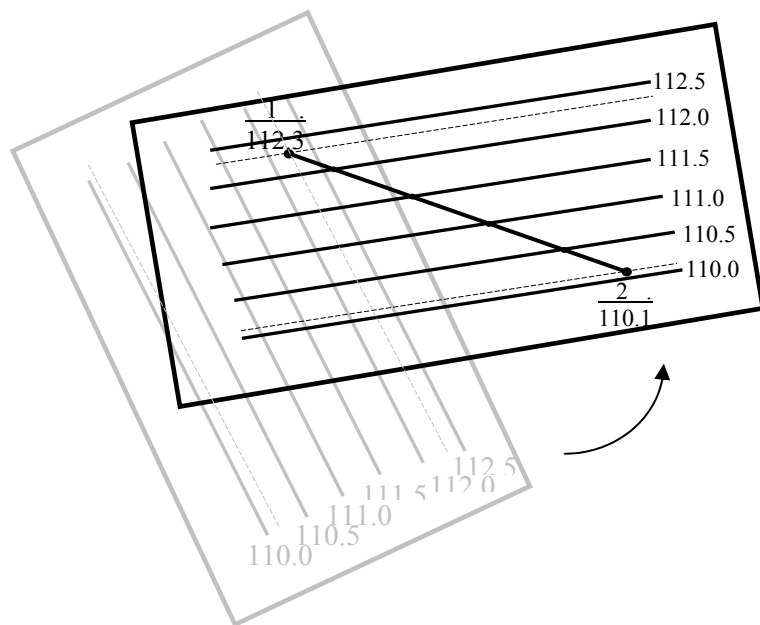


Рис. 6.20. Пример интерполяции с помощью палетки

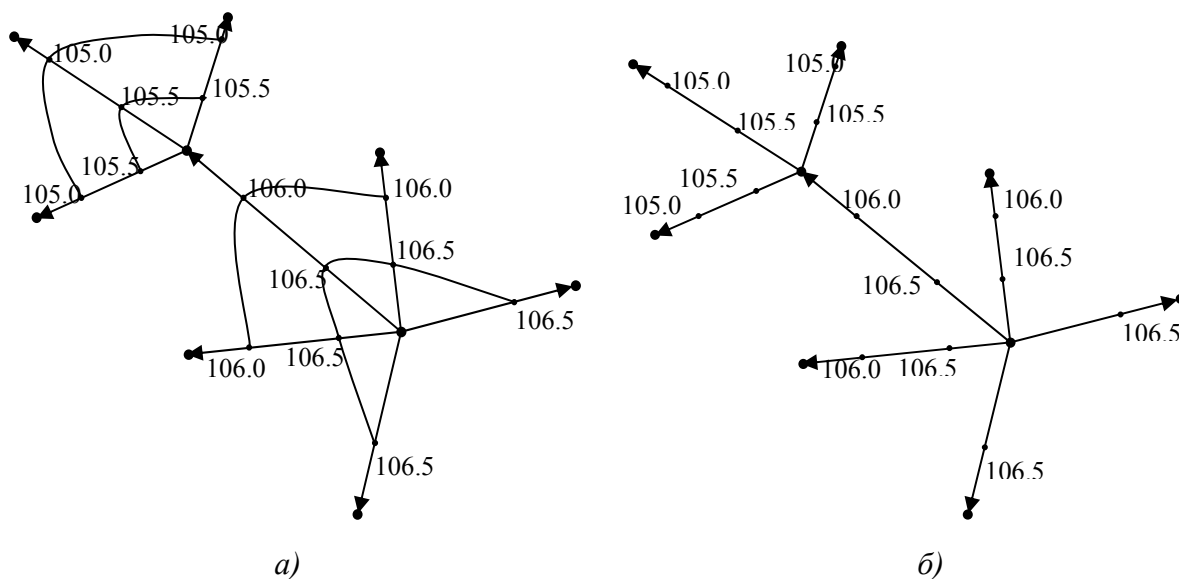


Рис. 6.21. Последовательность интерполяции на основе структурных линий

Ещё одна последовательность интерполяции связана с TIN моделированием, при котором строится система неперекрывающихся треугольников, а интерполяция производится по ребрам этих треугольников с последующим соединением одноименных высот в горизонтали. Подход часто требует дополнения в виде линий тальвегов или водоразделов для более корректного отображения рельефа.

Таким образом, при проведении горизонталей:

- перегибы горизонталей должны находиться на скелетных линиях рельефа;

- горизонтали должны в общем следовать очертаниям таких объектов ситуации, как озера, реки, болота и т.д.;
- горизонтали обрываются при пересечении с искусственными сооружениями (спланированные площадки, строения, улицы, площади, дороги и т.д.);
- при расстояниях между горизонталями, больших, чем 2 см, обязательно проводятся полугоризонтالي.

Построение плана. Построение плана тахеометрической съемки начинают с разбивки координатной сетки как и в любой другой рассмотренной выше съемке. Следующий этап – нанесение на план по абрисам пикетов, соединение их в плановые контуры и производство интерполяции по линиям скатов. Плановые контуры (ситуация) оформляются в условных знаках как и при представлении результатов теодолитной съемки. Некоторые нюансы имеются при оформлении высотной составляющей плана в виде горизонталей. Горизонтали, отстоящие одна от другой на принятую для данной карты высоту сечения рельефа, называют основными. Для изображения деталей рельефа, не выражающихся основными горизонталями, применяются дополнительные горизонтали, проводимые через половину основного сечения и при расстоянии между основными горизонталями не менее 2 см (полугоризонтали). Отдельные формы рельефа, не выражающиеся основными и дополнительными горизонталями, изображаются с помощью вспомогательных горизонталей произвольного сечения – они проводятся на той высоте, какая необходима для наилучшего отображения этих форм. Вспомогательные и дополнительные горизонтали не подписываются. Если уклон местности превосходит 50° (или расстояние между горизонталями порядка графической точности в 0,2 мм от масштаба), то участок считается отвесным и отображается условным знаком обрыва. Для удобства использования горизонталей каждую пятую основную горизонталь

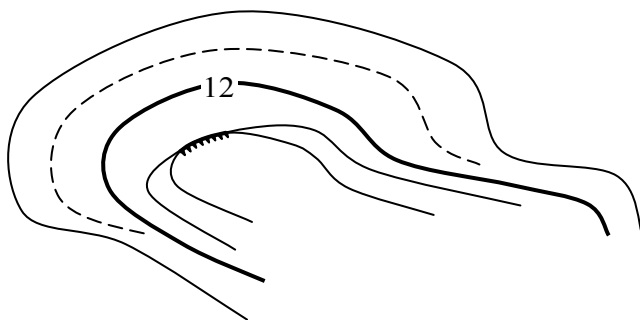


Рис. 6.22. Пример представления рельефа горизонталями

вычерчивают утолщенной линией, на ней ставятся указатели направления скатов (*бергштрихи*) и подписываются значения горизонтали. Подписи располагают в местах, удобных для чтения, но так, чтобы верх цифры был обращен в сторону повышения ската (рис. 6.22).

6.4. Вертикальная съемка

Основные вопросы: Общие положения съемки, основные виды. Нивелирование поверхности по квадратам.

Общие положения съемки, основные виды. Высотная съемка (вертикальная) – процесс определения положения контуров по высоте с последующим представлением. Вертикальная съемка выполняется для застроенных равнинных и всхолмленных территорий нивелирами или горизонтальным лучом теодолита и кипрегеля с уровнем при трубе, или наклонным лучом. Обычно производится после горизонтальной съемки или одновременно со съемкой контуров (рис. 6.23). Может производиться также с целью получения крупномасштабных планов местности с малой высотой сечения рельефа на равнинной местности. Определение точек в плане производят по сетке или траверсам, полигонам, поперечникам.

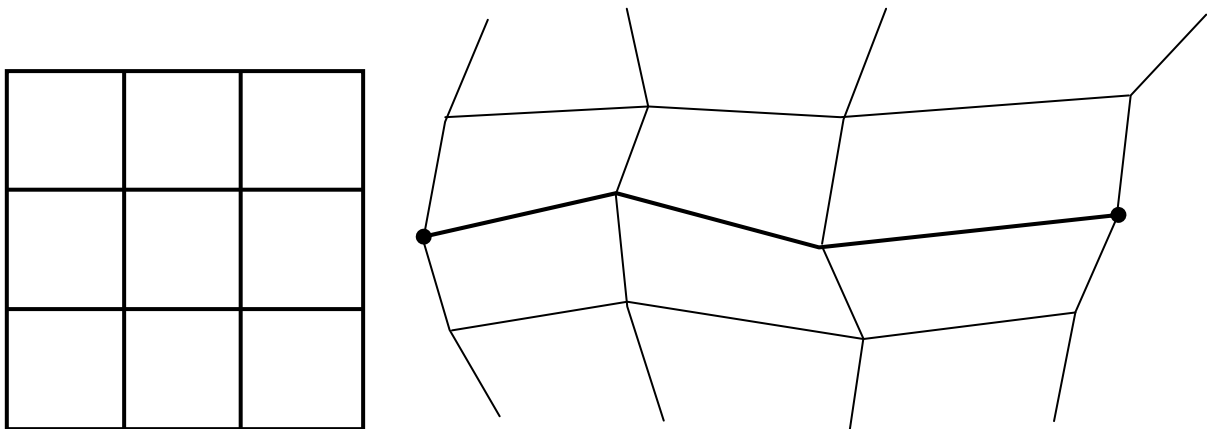


Рис. 6.23. Примеры планового определения точек при высотной съемке

По высоте точки определяют геометрическим или тригонометрическим нивелированием. Для этого весь участок съемки покрывают высотными пикетами не реже, чем через 20 м при съемке в масштабе 1:500, 30 м при 1:1000, 40 м при 1:2000 и 100 м при 1:5000, определив их плановое положение как описано выше. Кроме того, для более реального отображения рельефа используют дополнительные пикеты, которые определены и в характерных местах. Высоты точек определяют по одной стороне рейки. Длина визирного луча не должна быть более 150 м.

Контроль вертикальной съемки производится путем определения со смежных станций высоты общей точки. Расхождения между контрольными высотами, полученными с разных станций, не должны превышать 20 мм.

Рисовка рельефа производится непосредственно в процессе съемки или камерально по составленным абрисам. Одновременно с рисовкой на план выписывают высоты пикетов с точностью 0,01 м для масштаба 1:500 и 0,1 м для других. При плотной застройке на участке съемки допускается не проводить горизонтали, а только подписывать высоты точек.

Используется комбинация, при которой для определения высот точек тригонометрическим нивелированием на участке с выполненной горизонтальной съемкой прибором измеряют только угол наклона. Расстояние для вычисления высоты при этом снимается с карты.

Основные элементы представления вертикальной съемки это масштабирование, проецирование и сечение, в результате чего получают план с высотной составляющей или в виде поля точек, или в виде горизонталей (основное представление, рис. 6.24).

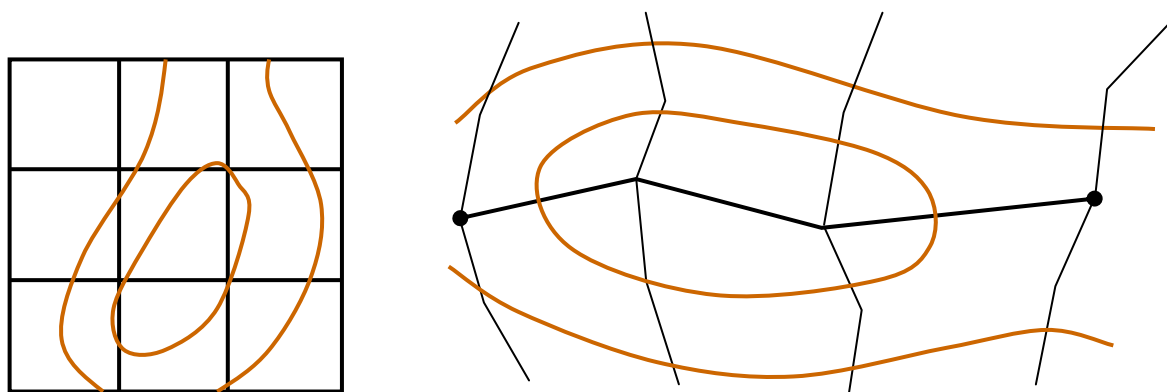


Рис. 6.24. Представление высотной съемки в виде горизонталей

Нивелирование поверхности способом *параллельных линий* или проложением нивелирных ходов по всем характерным линиям рельефа с разбивкой поперечников, применяют в открытой и закрытой местности с равнинным рельефом. Параллельные ходы связываются между собой перемычками не реже чем через 1000 м при съемке в масштабе 1:2000 и через 600 м при съемках в масштабах 1:1000 и 1:500. В обе стороны от параллельных нивелирных ходов разбивают поперечники через 40 м при съемке в масштабе 1:2000 и через 20 м при съемках в масштабах 1:1000 и 1:500. Длины поперечников не должны превышать соответственно 500 и 300 м. Пикетаж разбивают по профильным линиям и в местах перегибов скатов обозначают плюсовые точки. К порядковому номеру поперечника присоединяют номер пикета для определения того, к какому профилю относится речная точка. Поперечники нивелируют каждый в отдельности или одновременно два и более.

Вместе с разбивкой пикетажа по нивелирным ходам и поперечникам производят съемку ситуации одним из способов теодолитной съемки, по результатам которой составляют абрис. Высоты определяют нивелирами типа Н-10 (Н-10КЛ).

Способ полигонов применяют в открытой местности с явно выраженными формами рельефа. Для нивелирования поверхности по характерным линиям рельефа прокладывают теодолитные и нивелирные ходы с разбивкой пикетажа и поперечных профилей.

Полярный способ нивелирования поверхности используют в полузакрытой местности при крутизне скатов, позволяющей проводить геометрическое нивелирование. Для этого применяют нивелир с горизонтальным кругом или наклонной линией визирования. Вершины такого теодолитно-нивелирного хода являются станциями, с которых производят съемку характерных точек ситуации и рельефа, расположенных в радиусе 100 – 150 м. Результаты съемки записывают в журнал и ведут абрис.

Нивелирование поверхности по квадратам. Высотная съемка с высотами сечения рельефа через 0,25, 0,5 и 1 м в равнинной местности, при которой плановое положение точек определяется путем разбиения участка съемки на квадраты определенной длины, зависящей от масштаба съемки, получила название *нивелирование поверхности по квадратам*. Является одним из самых распространенных видов высотной съемки.

Для упрощения разбивки, сначала разбивают сетку со сторонами 200 – 400 м, а затем разбивают квадраты внутри сетки со сторонами 40 м для масштаба 1:2000 и 20 м для съемок в масштабах 1:1000 и 1:500. При разбивке квадратов ведут горизонтальную съемку ситуации и полученные данные заносят в абрис (рис. 6.25). На абрисе стрелками показывают направления скатов. Вершины всех квадратов закрепляют кольями со сторожками.

По внешним сторонам сетки квадратов прокладывают теодолитные и нивелирные ходы, которые привязывают к пунктам государственной геодезической сети. Квадраты со сторонами по 100 м нивелируют каждый отдельно. При этом с нивелиром встают посередине первого квадрата, а рейки последовательно устанавливают на все его вершины и делают отсчеты. Затем переходят в середину второго квадрата и также нивелируют его вершины. Вначале нивелируют в наружных квадратах, а затем во внутренних. Отсчеты записывают на схеме внутри квадрата у соответствующих точек.

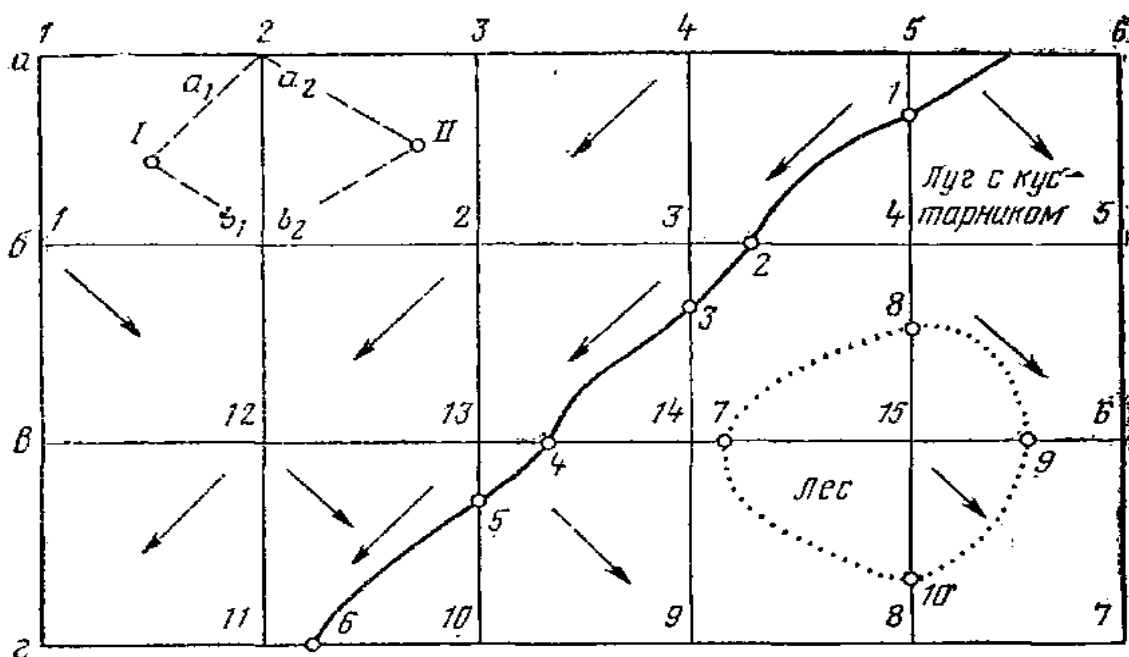


Рис. 6.25. Журнал и абрис нивелирования по квадратам

Контроль проводят следующими способами: на стороне каждого квадрата суммы накрест лежащих отсчетов равны между собой:

$$a_1 + b_2 = a_2 + b_1, \text{ или } a_1 - b_1 = a_2 - b_2, \quad (6.27)$$

а также по разностям горизонтов инструментов на соседних станциях

$$(H_{ги})_2 - (H_{ги})_1 = b_1 - a_1; \quad (H_{ги})_2 - (H_{ги})_1 = b_2 - a_2; \quad (6.28)$$

или

$$a_2 - a_1 = b_2 - b_1. \quad (6.28a)$$

Если расхождения не превышают 5 мм, то вычисляют превышения между угловыми точками внешних сторон квадратов и записывают их средние значения. В сомкнутом полигоне сумма средних превышений должна быть равна нулю. Если полученная невязка не превышает допустимой величины, вычисленной по формуле

$$(f_h)_{\text{доп}} = 10 \cdot \sqrt{n} \text{ мм}, \quad (6.29)$$

где n – число превышений,

то полученную невязку распределяют поровну на все превышения.

По уравненным превышениям вычисляют высоты связующих точек (вершин внешних квадратов), высоты вершин остальных квадратов определяют как промежуточные точки – через горизонт инструмента.

В подавляющем большинстве случаев на практике используют упрощенные схемы производства нивелирования по квадратам, исходя из того, что результаты нужны для отображения рельефа в виде горизонталей, для чего не требуется миллиметровая точность определения высот. Тогда поступают следующим образом. Со станции берутся отсчеты по нивелирной рейке на все вершины квадратов, которые хорошо видны и на точку с известной высотой. На вершины отсчеты берутся по черной стороне рейки, на исходную точку, для контроля, по черной и красной стороне. С контролем вычисляется горизонт инструмента, а через него отметки вершин квадратов. При этом контроль производят на основе пятки рейки, а отсчеты округляют до целых сантиметров. Если остались неопределенные точки, то меняется станция и выполняются все описанные выше шаги для оставшихся точек. Очевидно, что в районе производства съемки должно быть достаточное количество точек с известными отметками, определенными в одной системе высот. Если исходных дат не хватает, съемка производится по первой схеме, с проложением опорного хода.

Возможны варианты блочного определения точек в разных системах высот с последующей «сшивкой» их в одной, нужной системе.

6.5. Другие виды съемок

Основные вопросы: Мензуральная съемка. Дистанционные методы съемок. Глазомерная и исполнительская съемка. Физическая и космическая съемка.

Мензуральная съемка. Из других, все еще встречающихся в геодезической практике съемок можно выделить *мензуральную съемку*. Общая суть съемки – графоаналитическое определение планово-высотных контуров с рисовкой их непосредственно в поле. Относится к наземным непосредственным видам съемок.

По основной идее мензуральная съемка является углоначертательный и основана на графическом определении на планшете взаимного положения точек местности между собой и относительно пунктов геодезической основы при использовании разного рода засечек (прямых, обратных, но в основном полярных). При этом угол на определяемую точку не измеряется, а вычерчивается с помощью кипрегеля. Им же определяют расстояние и превышение на определяемую точку, которая называется пикетом.

В основном мензульная съемка выполняется на небольших участках и в крупных масштабах отдельно или в сочетании с другими видами съемок. Для производства съемки используется мензульный комплект, состоящий из мензулы и кипрегеля (см. 2.5 «Графические измерения. Средства и методы»), на планшетах с квадратной разграфкой и позволяет непосредственно на местности составлять топографический план. Достоинством мензульной съемки является наглядность, так как в процессе съемки план может быть сопоставлен с местностью. Недостатком является то, что основная часть работ проходит в полевых условиях, невозможность работы зимой и в дождливую погоду, громоздкость оборудования.

Планшеты изготавливают из высококачественной чертежной бумаги, наклеенной или припрессованной на алюминий или малодеформирующийся пластик. Такую основу прибивают к мензульной доске. На планшетах известным способом разбивают сетку квадратов со сторонами 10 см, получая квадрат 50×50 см для съемок в масштабах 1:2000, 1:1000 и 1:500 и 40×40 см – для масштаба 1:5000 с выполнением контроля следующих параметров:

- диагонали и стороны всех квадратов должны быть соответственно равны между собой (проверяют измерителем);
- сумма сторон трех квадратов и более не должна отличаться от теоретической более, чем на 0,3 мм;
- длины сторон квадратов прямоугольной сетки не должны отличаться от вычисленных размеров более, чем на 0,2 мм.

На планшет наносят все известные пункты геодезической съемочной основы с контролем по расстояниям между ними. Величина расхождения не должна превышать 0,2 мм. Если расхождения больше, то работу следует переделать заново, проверив накладку пунктов, а затем и построение координатной сетки.

Перед началом полевых работ планшет необходимо отцентрировать над станцией и сориентировать на исходные точки. При ориентировании длина линии не должна быть менее 5 см на плане, а исходные пункты должны располагаться на одном планшете. Выходы ориентировочных линий прочерчивают карандашом и на них подписывают названия направлений.

После выполнения указанных работ составляют кальку высот. Накладывают кальку на планшет и копируют на нее рамку планшета, линии координатной сетки, пункты геодезической основы, выходы ориентировочных линий и подписывают их названия. Все оформление кальки ведется в туши в тех же обозначениях, что и на планшете.

Одновременно с подготовкой планшета проверяют мензульный комплект (см. 2.5 «Графические измерения. Средства и методы»).

При определении расстояний или превышений начальную кривую номограммы наводят на нуль рейки. Измерения производят при круге лево. Перед снятием отсчетов по рейке пузырек уровня на вертикальном круге должен быть приведен в нуль-пункт. Вместо специальной рейки можно использовать обыкновенную нивелирную рейку.

При работе с мензулой ее устанавливают над точкой: центрируют с помощью центрировочной вилки с предельной ошибкой 0.05 мм от масштаба съемки. Например, для съемки масштаба 1:1000 это должна быть величина не более 5 см.

Ориентируют планшет не менее, чем по двум удаленным точкам, при этом в процессе работы и после окончания ее ориентирование проверяют.

Для производства мензульной съемки как правило требуется густая съемочная сеть. Она в зависимости от условий местности и требуемой точности может создаваться аналитически (засечки, теодолитные и тахеометрические ходы) или графически (геометрическая сеть, засечки, мензульные ходы). Пункты следует выбирать на возвышенных местах, чтобы с них раскрывалась видимость местности для съемки.

Порядок работы на станции при производстве мензульной съемки на основе кипрегеля КН:

- центрирование мензулы;
- нивелирование и ориентирование планшета;
- измерение высоты прибора с точностью до 0,01 м;
- определение места нуля кипрегеля и исправления, если полученная величина не в пределах допуска;
- визирование на определяемый пикет и прочерчивание направления для определения планового положения точки;
- отсчитывание по номограммам значений горизонтального проложения и превышения при положении круга лево;
- отложение в масштабе по направлению полученного расстояния с наколом пикета на планшет;
- по отметке станции и полученному превышению вычисление отметки пикета с её подписью на планшете;
- фиксация номера пикета, расстояния, превышения (отметки) и примечания в полевом журнале мензульной съемки;
- присоединение, если пикет является частью планового, или высотного контура его присоединяют к общему контуру прямо в поле.

Следует отметить, что съемку местности можно начинать с любой точки съемочного обоснования, а расстояния до пикетов (реечных точек) регламентируется инструкцией в зависимости от масштаба съемки и высоты сечения рельефа. Например, для съемки масштаба 1:1000 это составит порядка 20 м. Также следует иметь в виду, что при мензульной съемке (как и при любой другой) разрешаются разного рода комбинации. Например, при съемке четких контуров (прямоугольное сооружение) определяют 2 вершины углов, промеряют непосредственно ширину сооружения и остальные углы восстанавливают геометрически; при съемке дорог пикеты берут по одной стороне, измеряют ширину дороги и наносят параллельно вторую сторону, если ширина дороги выражается в масштабе.

Рельеф изображается горизонталями, которые проводят на глаз по высотам пикетов. Высоты пикетов при углах наклона местности до 3° рекомендуется определять горизонтальным лучом кипрегеля.

При съемке рельефа нужно определять линии водоразделов и тальвегов, для чего берут высоты вершин и подошв скатов, устьев лощин, на перегибах седловин и скатов, в котловинах, у берегов рек, озер, прудов на уровне воды.

Кроме высот пикетов, необходимых для проведения горизонталей на плане, нужно определять высоты мостов, труб, пересечения дорог, углов кварталов, верха и подошвы насыпи и выемки, курганов, канав, колодцев и т. д. При высоте сечения рельефа 1 м и более высоты пикетов вычисляют до 0,01 м и выписывают на план с округлением до 0,1 м. При высоте сечения рельефа менее 1 м высоты пикетов вычисляют и выписывают на план до 0,01 м.

В процессе съемки составляют кальку высот и контуров для масштабов 1:5000 и 1:2000, а для планов в масштабах 1:1000 и 1:500 кальку можно не составлять. Кальку вычерчивают тушью. На местности, бедной контурами, можно вести совмещенную кальку. На кальку наносят всю ситуацию и отдельные предметы местности, вместо заполнения контуров условными знаками допускается подписывать их названия. На кальку наносят все пикеты и точки съемочного обоснования с подписями их номеров и высот.

На планах в масштабах 1:5000 и 1:2000 подписывают не менее 10 высот на 1 дм² плана, а на планах в масштабах 1:1000 и 1:500 – высоты всех пикетов. Контроль съемки осуществляют в результате полевой проверки.

Следует отметить, что в настоящее время используются современные аналоги и альтернативы мензульной съемки, такие как цифровая мензула, электронная тахеометрия, GPS-съемка.

Дистанционные методы съемок. В последнее время все большее развитие и применение получают дистанционные методы съемок, такие как:

- наземное и воздушное сканирование;
- аэро- (космо-, наземная) фотосъемка;
- радарная съемка.

Эти виды съемок обычно объединяют под общим названием дистанционное зондирование земли (ДЗЗ, англ. *remote sensing*).

Сканирование как вид съемки является промежуточным между дискретным и непрерывным способом получения картографического материала. Его основа – чувствительные, определенным образомдвигающиеся приемо-передатчики, на основе которых получают достаточно плотный массив точек с определенными трехмерными координатами, так называемое облако точек, на основе которого электронными средствами готовится представление отснятого материала.

Аэрофотосъемка – фотографирование местности с самолета или какого-либо другого летательного аппарата для создания топографических карт по аэрофотоснимкам; изучения и учета лесных и земельных фондов; проектирования инженерных сооружений; при выполнении геологоразведочных работ и для ряда других народнохозяйственных целей. Выполняется специальными аэрофотоаппаратами (АФА) и подразделяется в зависимости от характера залета на одинарную, маршрутную и площадную. После соответствующей фотограмметрической обработки получают фотоплан или ортофотоплан в зависимости от цели и назначения материала.

Метод создания топографических карт по *стереоскопическим парам* фотоснимков, полученных с точек земной поверхности, называется *фототеодолитной съемкой*. Съемка производится комплектом инструментов, состоящим из фотокамеры и теодолита, или *фототеодолитом*, представляющим собой конструктивное объединение фотокамеры и теодолита.

Раздел *топографии*, изучающий и разрабатывающий методы и средства создания топографических карт по материалам аэрофотосъемки, носит название *аэрофототопография*.

Глазомерная и исполнительская съемка. Не редко для очень приближенного отображения местности используется *глазомерная съемка* – упрощенный способ топографической съемки с целью быстрого получения наглядного и выразительного, но приближенного по точности схематического плана участка местности. Выполняется с помощью простейших приборов (компас, визирная линейка, циркуль) на легком планшете – листе

бумаги, прикрепленном к картону или фанере. Планшет ориентируют по компасу; ходовую линию измеряют шагами или по времени движения; расстояния до объектов, лежащих в стороне от ходовой линии, определяют глазомерно или засечками; направления на них прочерчивают по визирной линейке. Рельеф зарисовывают горизонталями, относительные превышения определяют тоже на глаз. В целях картографирования в настоящее время не применяется, но используется иногда в экспедиционных условиях для отображения подробностей местности при отсутствии карты достаточно крупного масштаба, а также при составлении абриса.

К видам съемок иногда относят достаточно большой пласт геодезических работ под названием обновление картографического материала. Под обновлением понимают процесс приведения содержания устаревших топографических карт в соответствие с современным состоянием местности. Обычно производится с использованием аэрофотоснимков, или непосредственными измерениями изменений, причем объекты, возникшие на местности после издания обновляемой карты, наносятся на нее, а исчезнувшие – удаляются. Широко применяется также обновление по картам более крупного масштаба, чем обновляемая.

Ещё один вид непосредственных съемок, достаточно часто используемый в прикладной геодезии, называют *исполнительские съемки*. Исполнительские съемки – процесс определения геометрических параметров воспроизведенных объектов с целью контроля их проектных характеристик. В основном делят на плановые и планово-высотные исполнительские съемки. По сути своей это обычная наземная, непосредственная, дискретная съемка для определенных целей. В результате съемки выдается *исполнительский чертеж*, где отображаются отклонения в плане и (или) по высоте геометрических характеристик воспроизведенного объекта от его проекта.

Физическая и космическая съемки. К физическим видам съемки относят *гравиметрическую съемку* – комплекс полевых и вычислительных работ, производимых с целью определения силы тяжести в точках земной поверхности с заданной плотностью их расположения. Все определения силы тяжести производятся относительно пунктов, в которых она уже известна. В основном используется для уточнения формы Земли как тела и выявления гравитационных аномалий.

Развитие науки и техники позволило создать серию космических летательных аппаратов (КЛА), которые доставляют на Землю ценные материалы для исследований и практического применения в разных отраслях

народного хозяйства. Процесс получения с космического летательного аппарата статического изображения местности на светочувствительном материале или в цифровом виде с помощью приборов в заданных временных и пространственных параметрах получил название *космической съемки*. По спектральному диапазону съемки подразделяют на монохромную (черно-белую) и полихромную (цветную).

Космическая съемка на данный момент является наиболее бурно развивающимся и перспективным видом съемок для геодезии, особенно в различных комбинациях. На данном этапе этот вид съемки позволяет получать материал для создания планов до масштаба 1:2000, и это вероятнее всего не предел.

Вопросы для контрольной точки по теоретическому материалу модуля 6

1. Топографические съемки. Общие положения.
2. Плановые съемки, общие положения. Теодолитная съемка.
3. Планово-высотные съемки, общие положения.
4. Тахеометрическая съемка, полевые и камеральные работы.
5. Методы интерполяции горизонталей.
6. Высотная съемка, общие положения. Нивелирование по квадратам.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7 Построение плана теодолитной съемки

Цель: Изучить основные методы построения плана теодолитной съемки.
Время выполнения: 10 часов (5 пар)

Последовательность выполнения

1-1. С использованием линейки Дробышева разбить сетку квадратов 50×50 см со стороной квадрата 10 см. Провести контроль разбивки (точность 0,2 мм). Провести оцифровку сетки для получения координатной сетки масштаба 1:500.

2-2. В масштабе нанести на планшет точки, используемые в качестве опорных для съемки. Провести контроль нанесения точек по длинам из ведомости до 0,3 мм от масштаба, используя масштабную линейку.

3-3. Используя абрисы теодолитной съемки, нанести контурные точки, соединяя их в контуры с двух станций.

4-4. Используя абрисы теодолитной съемки, нанести контурные точки, соединяя их в контуры с оставшихся двух станций.

5-5. Оформить план в цвете и условных знаках с зарамочным оформлением.

*Цифры после номера пункта – номер учебной пары.

Состав отчета

1. Описание сути и методов теодолитной съемки. Представление каталога исходных координат.

2. Предрасчет точности измерений для основных методов съемки в масштабе 1:1000.

3. Абрисы съемки

4. План теодолитной съемки, оформленный с соблюдением всех требований. Карандашные отметки не допускаются.

После выполнения лабораторной работы студент

– *должен знать:*

1. Принципы разбивки сеток квадратов.

2. Основные методы реализации теодолитной съемки и основы предрасчета точности измерений.

3. Как строится план съемки в масштабе 1:1000.

– *должен уметь:*

1. Разбивать сетку квадратов линейкой Дробышева и оцифровывать её.

2. Наносить на сетку исходные точки в соответствии с точностными требованиями.

3. Наносить на план по абрисам ситуацию в соответствии с точностными требованиями.

4. Оформлять план в условных знаках на основе существующих требований.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8

Построение плана тахеометрической съемки

Цель: Изучить процедуру построения плана тахеометрической съемки.

Время выполнения: 8 часов (4 пар)

Последовательность выполнения

1-1. Обработать журнал тахеометрической съемки с вычислением угла наклона, горизонтального проложения, превышений и высот пикетов. Высоты станций взять из ведомости уравнивания опорного нивелирного хода.

2.1. На основе способа диагоналей разбить сетку квадратов на листе формата A2 со стороной квадрата 10 см. Провести контроль разбивки (точность 0,2 мм). Провести оцифровку сетки для получения координатной сетки масштаба 1:2000.

3-2. В масштабе нанести на планшет точки, используемые в качестве опорных для съемки. Провести контроль нанесения точек по длинам из ведомости до 0,3 мм от масштаба, используя масштабную линейку.

4-3. Используя журнал и абрисы тахеометрической съемки, нанести со станций пикеты, соединяя их в плановые контура.

5-3. Произвести интерполяцию горизонталей между пикетами и соединить одноименные точки в изолинии.

6-4. Оформить план в цвете и условных знаках с зарамочным оформлением.

*Цифры после номера пункта – номер учебной пары.

Состав отчета

1. Описание сути и методов тахеометрической съемки. Представление каталога планово-высотного обоснования.

2. Обработанный журнал тахеометрической съемки с вычислением превышений и отметок пикетов.

3. Выполнение предрасчета точности измерений для основных методов съемки в масштабе 1:2000.

4. Абрисы тахеометрической съемки.

5. План тахеометрической съемки, оформленный с соблюдением всех требований. Карандашные пометки не допускаются.

После выполнения лабораторной работы студент

– *должен знать:*

1. Методы разбивки координатных сеток.
2. Основные методы реализации тахеометрической съемки и основы предрасчета точности измерений.
3. Основные способы интерполяции горизонталей.
4. Как строится план съемки в масштабе 1:2000.

– *должен уметь:*

1. Разбивать сетку квадратов методом диагоналей и оцифровывать её.
2. Наносить на план по абрисам ситуацию в соответствии с точностными требованиями.
3. Интерполировать горизонтали с использованием линейки и угольника и палеточным способом.
4. Оформлять план тахеометрической съемки в условных знаках на основе существующих требований.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9

Построение плана высотной съемки

Цель: Изучить основную последовательность обработки результатов измерений и построения плана высотной съемки методом нивелирования поверхности по квадратам.

Время выполнения: 4 часа (2 пары)

Последовательность выполнения

1-1. Обработать полевой журнал высотной съемки методом нивелирования поверхности по квадратам. Для этого:

- уравнивать опорный высотный ход обычным способом для связи измерительных блоков;
- вычислить горизонт инструмента для каждой станции с контролем;
- вычислить через горизонт инструмента до сантиметров высоты всех вершин квадратов.

- 2.2. Построить план высотной съемки в горизонталях. Для этого:
- построить в масштабе 1:500 сетку квадратов с выписанными до сантиметров отметками вершин;
 - методом профилей провести высотную интерполяцию для построения горизонталей с сечением рельефа 0,5 м.
- 3.3. Оформить план в цвете: сетка и отметки вершин черные, горизонтали коричневые, подписана и утолщена каждая четвертая горизонталь.

Состав отчета

1. Описание сути и методов высотной съемки и в частности нивелирования по квадратам.
2. Журнал полевых измерений высотной съемки со схемой опорного хода с результатами уравнительных вычислений и значениями горизонта инструмента на всех станциях.
3. План высотной съемки в масштабе и цвете.

После выполнения лабораторной работы студент

– *должен знать:*

1. Суть и основные методы высотной съемки.

– *должен уметь:*

1. Обработать полевой журнал при нивелировании поверхности по квадратам.
2. Интерполировать горизонтали методом профилей.
3. Строить план высотной съемки в горизонталях.

МОДУЛЬ 7

Введение

Седьмой модуль учебно-методического комплекса содержит 2 теоретические темы, 1 лабораторную работу и 2 контрольные точки для проверки теоретических и практических знаний. Из теоретических тем выделены следующие:

1. Топографические планы.
2. Задачи, решаемые на топографических планах.

Изучение теоретических тем подразумевает самостоятельную работу студента до начала изложения темы, во время изложения и после окончания изложения, работу с дополнительной литературой, написание проблемных рефератов и проведение разного рода исследований.

Лабораторная работа носит название «*Решение задач на топографических планах*». Цель работы закрепить теоретические знания для практического решения основных видов задач, возникающих в геодезии и решаемых на топографических планах. На работу отводится 10 часов (5 пар).

Основная цель модуля – изучить виды и состав топографических планов и основные геодезические задачи которые могут быть решены на их основе.

После изучения модуля студент должен знать:

- виды и состав топографических планов;
- основные виды задач, решаемых с помощью топографических планов.

После изучения модуля студент должен уметь:

- самостоятельно решать основные виды геодезических задач на топографических планах;
- комбинировать стандартные задачи для получения решения не стандартной задачи.

Контроль усвоения материала производится на основе 4 контрольных точек: 1 по теоретическому материалу и 3 по лабораторным работам. По теории предварительно выдается шесть вопросов, на два из которых по вариантам студент должен дать исчерпывающие ответы. В ответах основное внимание уделяется теоретическим аспектам, то есть «*откуда?*» и «*как?*». Наличие рисунков и формул *обязательно*, причем формулы необходимо получить, а не констатировать. По практической части после того как лабораторная работа сдана и принята преподавателем, студент письменно отвечает на 15 вопросов, получая оценку в процентах по выполненной правильно части.

На модуль отводится 4 недели: 4 лекции и 10 пар лабораторных занятий.

7.1. Топографические планы

Основные вопросы: *Картографический материал, общие положения. Топографические планы. Условные знаки. Отображение рельефа на планах.*

Картографический материал, общие положения. Результатом любого вида съемки является *картографический материал*. В самом общем случае под картографическим материалом будем понимать математически определенное, уменьшенное, спроецированное и обобщенное изображение какой либо поверхности (Земли, планет, объектов), отображенное в принятой системе условных знаков. Основные функции картографического материала – представление (визуализация) с достаточной ясностью и степенью детализации и возможность использования материала для решения прикладных задач.

Картографический материал может отображать как небольшие участки земной поверхности, так и большие, вплоть до всей Земли в целом. Отображение небольшого участка, принимаемого за плоский принято называть *планами*.

Очевидно, что при отображении больших участков земной поверхности необходимо учитывать ее кривизну. В этом случае при проецировании на плоскость необходимо использовать специальный математический подход, который называют *картографической проекцией*. Картографический материал, полученный для таких участков с использованием картографической проекции носит название *карта*.

Таким образом, карта отличается от плана отображением большого участка, где должна быть учтена кривизна Земли, использованием при отображении картографических проекций и более мелких чем для планов масштабов. В основном это масштабы 1:10000, 1:25000, 1:50000, 1:100000 и мельче.

Картографический материал плоских участков, ортогонально спроецированный и выраженный в масштабах крупнее 1:500 называют чертеж (исполнительский план) и обычно к планам не относят.

Весь картографический материал имеет общий состав (содержание), в него входят:

- *математическая основа;*
- *графическое изображение;*
- *легенда.*

Пункты могут быть составные.

Математическая основа, это геометрические законы построения и геометрические свойства картографического материала.

Основные элементы математической основы:

- *картографическая проекция;*
- *связанная с картографической проекцией координатная сетка;*
- *масштаб представления материала;*
- *опорная геодезическая сеть;*
- *рамка материала (зарамочное оформление).*

Картографическая проекция – аналитическая зависимость между координатами точек земной поверхности и её изображением на плоскости. Для плана (проецирование плоского участка на плоскость) – ортогональное проецирование точек.

Связанная с видом проекции *координатная сетка* для отображения точек на карте это сеть *параллелей* и *меридианов*, на плане прямоугольная сетка квадратов (X, Y). В иностранной традиции часто используют (N, E), то есть *север-восток–сетки*.

Масштаб необходим для отображения протяженных объектов на носителе (лист, дисплей) небольших размеров. В основном стандартные масштабы для представления картографического материалы кратны следующим знаменателям: 1:1..., 1:2..., 1:5..., 1:25... . Это стандартный масштабный ряд.

Опорная геодезическая сеть для картографического материала обеспечивает:

- переход от физической поверхности Земли к её отображению на плоскости;
- правильное положение графических элементов материала абсолютно и относительно.

Опорная геодезическая сеть обязательно показывается на картографическом материале.

Координатная сетка материала и масштаб отображения формируют размер картографического изображения. Картографическое изображения и рамка формируют *лист*.

Картографическое изображение является основным элементом картографического материала и являет собой графическое представление реальных объектов на математической основе (формы, размеров и положения) в определенной системе условных знаков.

Легенда – система использованных на картографическом материале условных обозначений и текстовых пояснений к ним.

Для картографического материала составлены специальные таблицы условных знаков, которые обязательны к применению на всех картах и планах соответствующего масштаба.

Топографические планы. Объектом отображения изучаемой части курса геодезии является небольшой, с достаточной точностью принятый за плоский участок земной поверхности, который выражен в стандартных масштабах и ортогонально спроецирован на плоскость. Таким образом, для нас математически определенное, уменьшенное, ортогонально спроецированное и обобщенное изображение небольшого участка земной поверхности, принятого за плоский, отображенное в принятой системе условных знаков будем называть *топографическим планом*. Если при представлении топографических планов используются масштабы 1:500; 1:1000; 1:2000; 1:5000, то такого рода планы называют *крупномасштабными*.

Для крупномасштабных топографических планов отдельно составлены специальные таблицы условных знаков, которые обязательны к применению.

Чтобы план отнести к топографическим, он должен удовлетворять ряду основных свойств:

1. Математический закон построения, то есть достаточно строгий переход от поверхности Земли к плоскости плана.
2. Знаковость изображения – использование особого условного языка картографических символов.
3. Генерализованность плана – отбор и обобщение изображаемых объектов.
4. Системность отображения действительности – передача элементов и связей между ними, отображение иерархии.

Наряду с дискретными, точечно-векторными по сути планами, в последнее время весьма широко для представления картографического материала используются результаты дистанционного зондирования отображаемой поверхности в виде *фотоснимков, скинов* (результатов сканирования) и др.

Фотоснимки – это подробная цветосветовая копия местности, какова она есть. Очень часто фотоснимки имеют проблемы с метричностью, то есть из-за наклонов и разностей масштабов на разных участках снимка (что неизбежно при центральном проецировании) происходит некорректное сохранение формы размеров и положения объектов на снимке по от-

ношению к реальности. Устранение этих дефектов требует (часто достаточно большой) *фотограмметрической* обработки фотоизображений.

В свою очередь план (топографический план) хоть и схематическое изображение местности, но представлен в условных знаках, что во многом обогащает представление. Планы позволяют:

- передать количественные и качественные характеристики объектов (порода леса, ширина и покрытие автодорог и т.д.);
- отразить объекты, недоступные взору человека (рельеф дна океана, строение земной коры на больших глубинах и т.п.);
- наглядно показать даже то, что не воспринимается органами чувств.

Таким образом, теряя в детальности отображения реальности так как она есть, план по отношению к фотоснимку имеет ряд неоспоримых преимуществ использования при производстве на его основе каких-либо работ, но, естественно, теряет в деталях представления. Очевидно, что будущее все же за разумной комбинацией плана и снимка в одном представлении, которое и достаточно информативно и позволяет решать на его основе возникающие задачи.

Некоторые примеры картографического материала в виде планов, карт и снимков представлены на рис. 7.1, а – г и 7.2, а, б. На них можно проследить процесс изменения представления от рисунков до условных знаков, изменение степени наглядности, метричности, детальности, отличие при использовании разных способов получения снимков.



Рис. 7.1, а. Часть карты М. Хельвига 1571 г.

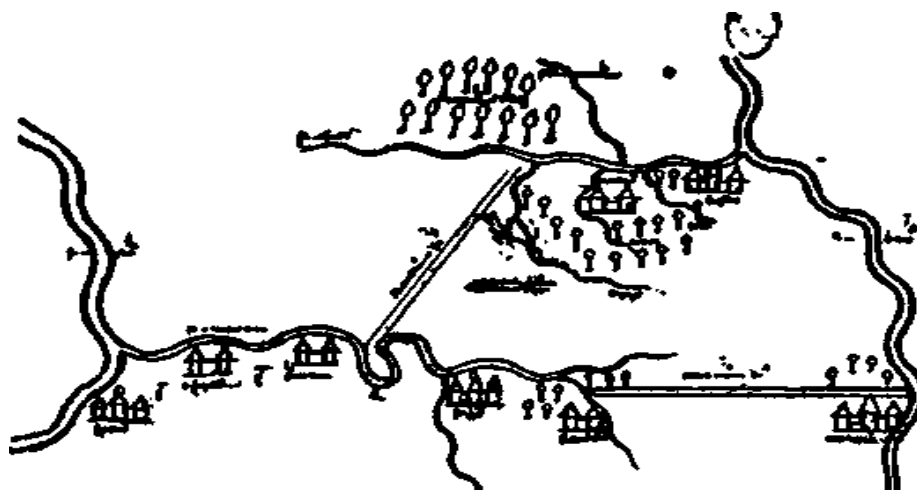


Рис. 7.1, б. Фрагмент русского чертежа XVII в.

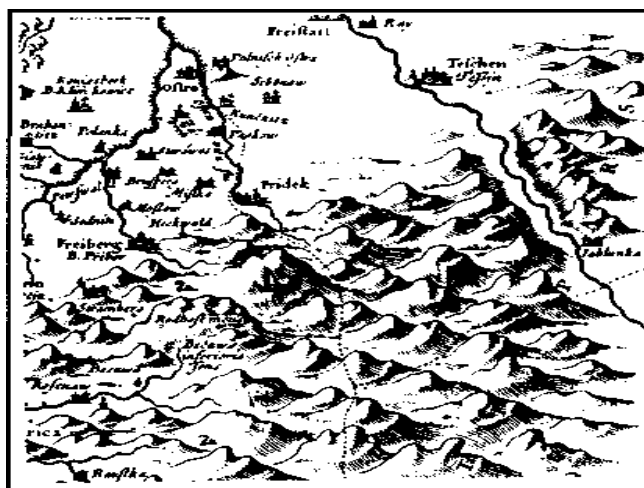


Рис. 7.1, в. Фрагмент карты Моравии с перспективным рисунком рельефа

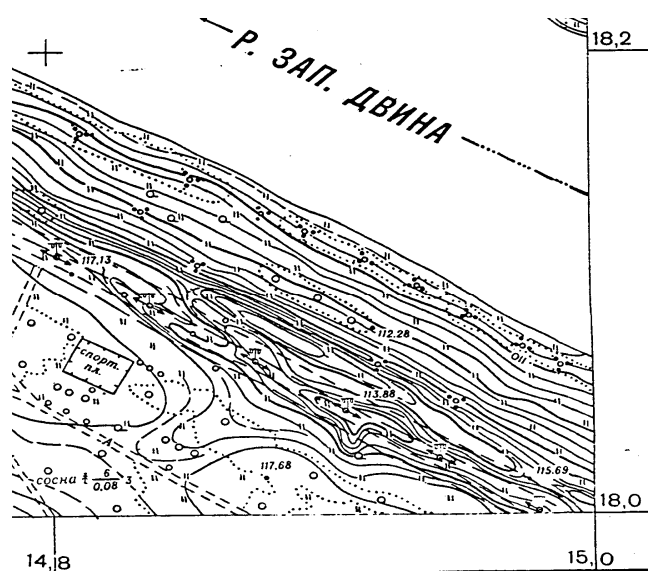


Рис. 7.1, г. Фрагмент современного топографического плана масштаба 1:2000



Рис. 7.2, а. Фрагмент снимка, выполненного на основе аэрофотосъемки



Рис. 7.2, б. Фрагмент снимка, выполненного на основе космической съемки

Условные знаки. Первичное представление отображаемого участка на плане – это однородный графический материал, выполненный по результатам съемки (например карандашом) и не различающий объекты между собой. Для отличия объектов при их индивидуализации необходимо иметь:

- *абрисы* съемки;
- общепринятую систему *условных знаков*.

Условные знаки – набор графических символов для отражения метрики (форма, размер, положение) объектов и их качественных и количественных характеристик в виде подписей.

Использование условных знаков позволяет:

- показывать реальные и абстрактные объекты (реки, дороги, индекс континентальности климата и т.д.);
- изображать объекты, не видимые человеком (палеорельеф древних материков, магнитные поля и др.);
- передавать внутренние характеристики объектов, их структуру (длина моста, высота деревьев, ширина и материал покрытия проезжей части автодороги и т.д),
- отражать взаимные отношения объектов: порядок, иерархию (город, квартал, дом и т.д.);
- показывать динамику явлений и процессов (изменение стока в речных бассейнах по месяцам, измерение температурных полей и т.д.).

Очевидно, что условные знаки значительно повышают информативность планов, наряду с тем, что позволяют четко и однозначно разделять объекты отображения между собой и классифицировать их по каким-либо классам.

По типу основных объектов, позволяющих выполнить их графическое представление – точка, линия, площадь (см. п. 5.1 «Основы представления геодезических данных») выделяют три группы условных знаков:

1. *Внемасштабные*, или *точечные*, отображающие объекты, локализованные в точках и размеры которых на плане всегда значительно больше размеров объектов на местности (рис. 7.3).



Рис. 7.3. Примеры точечных (внемасштабных) условных знаков

Знаки характеризуются только типом значка. Метричны по положению, то есть главное где он расположен, а форма и размеры относятся к типу, который определен таблицей общепринятых условных знаков.

2. *Линейные*, используемые для отображения линейно-протяженных объектов и которые выражаются в масштабе по длине, но немасштабны по ширине (рис. 7.4).



Рис. 7.4. Примеры линейных условных знаков

Знаки этой группы характеризуются формой и типом линии. Метричны по положению и форме, то есть при представлении объектов линейными знаками, важно их положение и их форма. Вид – тип и цвет линии, определяется таблицей условных знаков.

3. *Площадные*, для отображения объектов, форма которых соизмерима по длине и ширине, то есть объектов, сохраняющих на плане свои размеры и очертания (рис. 7.5).

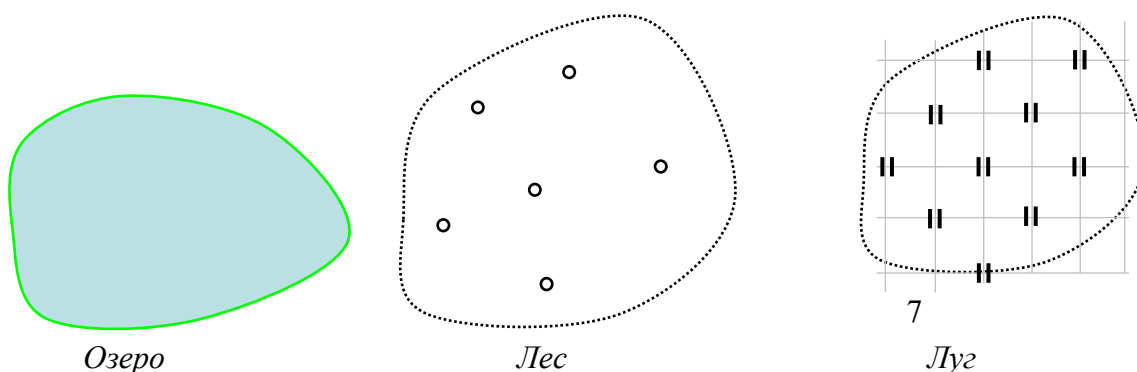


Рис. 7.5. Пример площадных условных знаков

Знаки характеризуются формой, контуром, заполнением. В них контур знака как бы является отдельным встроенным линейным знаком со всей присущей ему атрибутикой. Полностью метричны в плоскости, то есть для отображения важна форма, размер, положение знака. Заполнение знака может быть выполнено на основе однородной цветовой заливки, в

виде дополнительных точечных знаков или их комбинацией. Заполнение точечными знаками может быть ориентирным, например, по линии север-юг, по наибольшей стороне знака и др. Заполнение также может представляться в виде хаотичного расположения точечных знаков внутри площадного знака, или по сетке. В основном сетки представляют собой квадраты со сторонами 3-7 мм, а точечные знаки располагаются или во всех узлах сетки, или через один узел, в шахматном порядке (см. рис. 7.5).

Отдельная группа, условно относящаяся к условным знакам, но не менее необходимая, это *пояснительные надписи*. Пояснительные надписи – это система подписей и цифр для конкретизации характеристик отображаемых объектов. Используется совместно с точечными, линейными и площадными знаками. По сути своей надписи не метричны, то есть их форма и размер сами по себе не существенны, а положение определяется основным знаком. Во многих случаях для отображения имеют стандартные шаблоны. Вид определяется принятым шрифтом (рис 7.6).

$\begin{matrix} \text{ель} & \frac{12}{0,2} & 6 \end{matrix}$	<i>9КЖ</i>	<i>Зап. Двина</i>	<i>ива 1,5</i>
<i>Лес еловый высота 12 м, толщина 0,2, среднее расстояние между деревьями 6 м</i>	<i>Дом 9-этажный каменный жилой</i>	<i>Название реки</i>	<i>Кустарник ива средняя высота 1.5 м</i>

Рис. 7.6. Пример пояснительных надписей

Отображение рельефа на планах. Отображение высотной составляющей на планах в виде *рельефа* плана в исторической ретроспективе проводилась в следующих видах:

– *рисунки* (см. рис 7.1, в), когда все неплоские объекты картографического изображения изображались достаточно схематично по форме и положению, обычно с видом чуть сверху и чуть сбоку;

– *перспективные рисунки* (см. рис 7.1, в, 7.7, а), когда все неплоские объекты картографического изображения пытались изобразить в виде их примерных копий в перспективе, по возможности сохраняя форму, размеры и положение в масштабе. Очевидно, что отображение требовало достаточно высокого художественного таланта, так как появились первые рисованные шаблоны форм рельефа (усложненный, но красивый старинный аналог условных знаков, рис. 7.7, б);

– *гашюрами* (штрихи, рис. 7.7, в), при котором не плоскостность отображаемого объекта подчеркивалась множеством сонаправленных штри-

хов разной толщины, в зависимости от высоты изображаемой части. Также существовали таблицы толщин штрихов в зависимости от высоты. Отображение достаточно наглядное, но трудоемкое при производстве;

– *изолинии* (горизонтали, изогипсы) (рис. 7.7, з), как след от сечения поверхности параллельными плоскостями с одновременным проецированием их на плоскость и масштабированием. До настоящего времени является одним из основных способов отображения на планах высотных контуров, так как является полностью метричным по форме размерам и положению и на этом основании позволяет решать подавляющее большинство возникающих практических задач;

– *отмывка* (рис. 7.7, д), как расширение представления рельефа в горизонталях, при котором промежутки между ними раскрашиваются определенными ранее цветами, определяемыми легендой плана;

– *смешанное* (рис. 7.7, е), основанное в основном на компьютерном представлении картографического материала, при котором, например, на трехмерном аксонометрическом чертеже наносятся горизонтали, триангуляция Делене, отмывка, структурные линии рельефа и так далее;

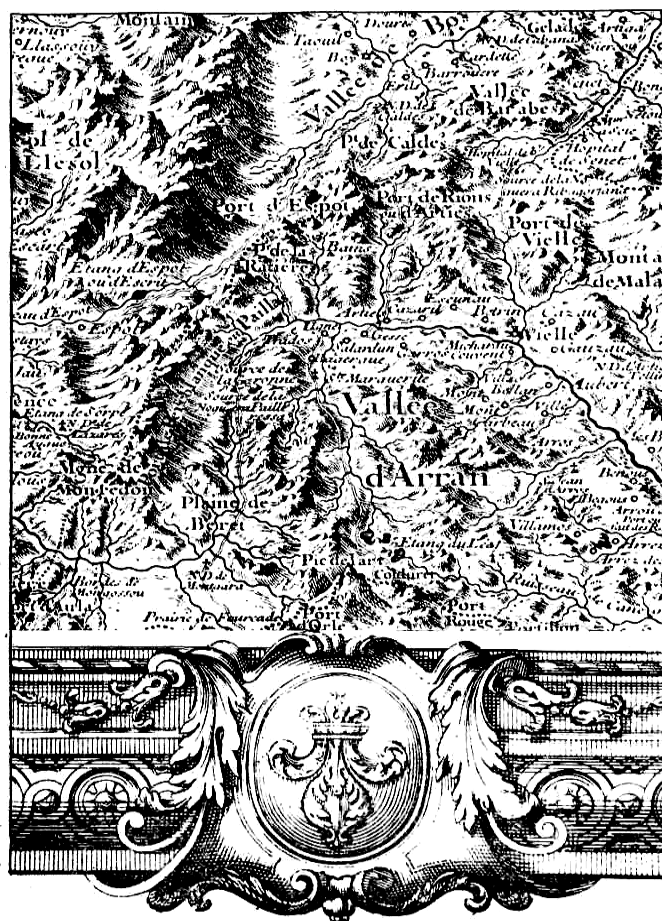


Рис. 7.7, а. Перспективная карта Пиреней, Руссель 1730 г.

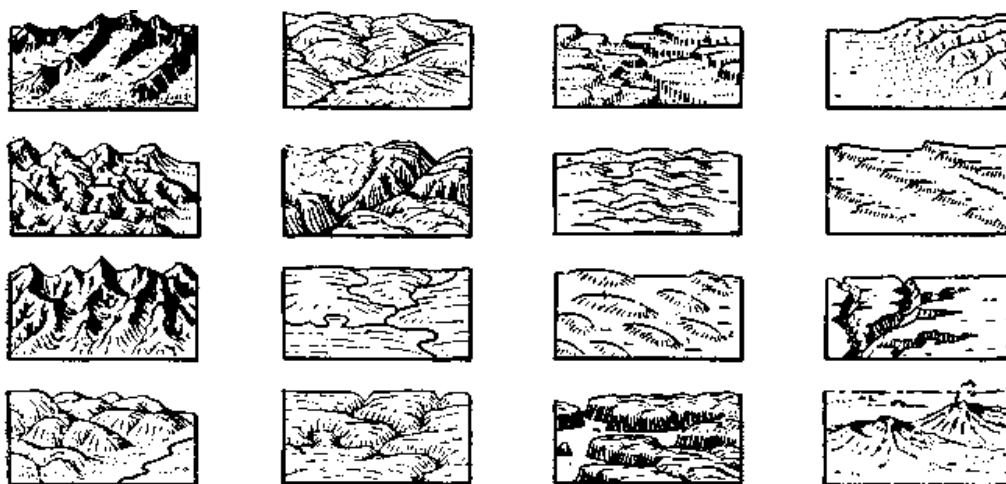


Рис. 7.7, б. Перспективные знаки рельефа

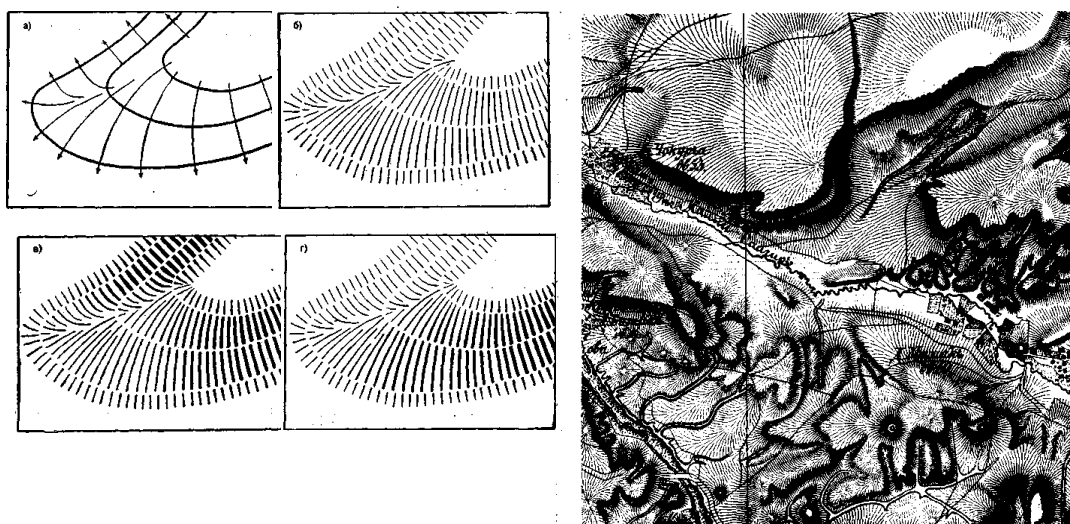


Рис. 7.7, в. Отображение рельефа штрихами (гашюрами)

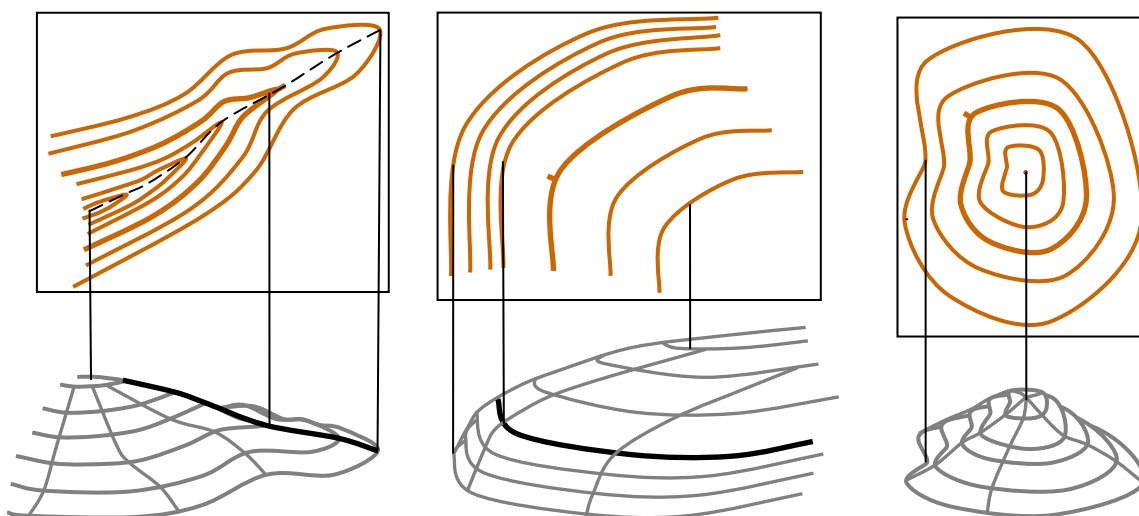


Рис. 7.7, г. Изображение рельефа изогипсами (горизонталями): основные формы

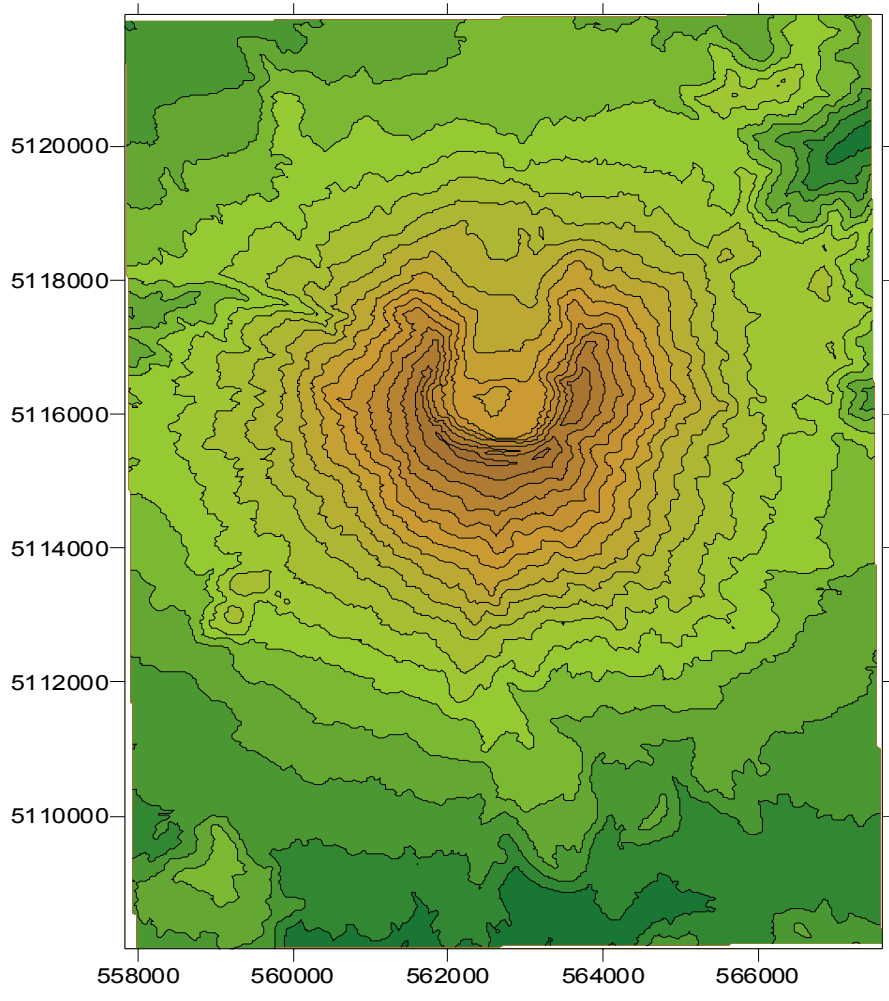


Рис. 7.7, д. Отображение рельефа отмывкой высот

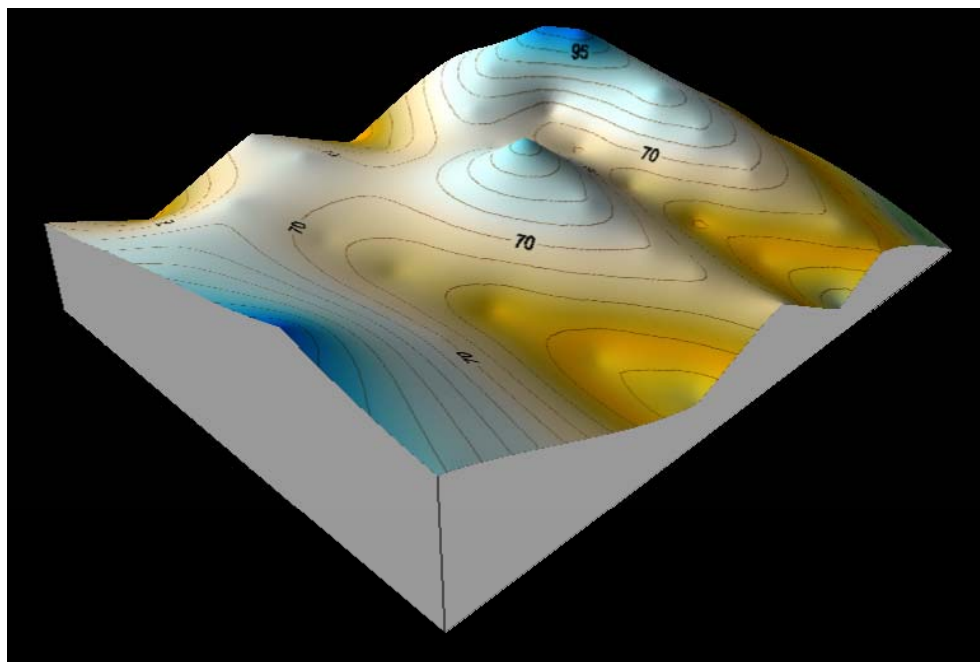


Рис. 7.7, е. Смешанное представление

– *точечное*, основанное на неявном представлении высотных объектов в виде поля точек с координатами (X, Y, H) . Используется, например, при отображении высотной составляющей топографических планов масштаба 1:500 на застроенных территориях. При этом, в точке, нанесенной по плановым координатам только подписывается отметка пункта. Поле точек также является основой для многих других способов представления рельефа на планах.

Очевидно, что для наиболее полного и адекватного отображения рельефа на топографических планах **необходимо** использовать элементы *геоморфологии*.

Следует отметить, что для упрощения и классификации объектов местности, которые следует отображать на планах, их разделили на общепринятые классы:

- 1) математическая основа;
- 2) рельеф;
- 3) гидрография;
- 4) населенные пункты;
- 5) предприятия;
- 6) дорожная сеть;
- 7) растительность и грунты;
- 8) границы и подписи.

Эти классы являются основой для создания таблиц условных знаков, использование которых для отображения объектов на топографических планах является неременным условием. На данный момент для создания крупномасштабных планов общеприняты таблицы под названием «Условные знаки для топографических планов масштабов 1:5000, 1:2000, 1:1000 и 1:500» с годом издания не ниже 1990. Электронные таблицы условных знаков носят название *классификатор*.

7.2. Задачи, решаемые на топографических планах

Основные вопросы: *Виды задач, решаемых на топографических планах. Метрические точечные задачи на топографических планах. Метрические линейные задачи на топографических планах. Метрические площадные задачи на топографических планах. Метрические объемные задачи на топографических планах. Проектировочные задачи, решаемые на планах.*

Виды задач, решаемых на топографических планах. Картографический материал и один из его видов – топографический план – в обязательном порядке должен выполнять какие-либо функции. К ним обычно относят *представительскую функцию*, то есть только отображение объектов местности и возможность на основе планов решать разного рода практические задачи. Задачи, решаемые на планах, можно разделить на три большие группы:

- *описательные*;
- *метрические*;
- *проектировочные*.

Также достаточно часто используются комбинации перечисленных задач.

Описательные задачи – это вид задач на составление словесного описания объектов плана по заданному правилу и в заданной области (маршруту, оси, площади). Используется на стадии изучения участка местности для получения самых предварительных сведений о нем.

Вспомнив класс задач на геометрические отношения между основными множествами геодезии (*физическое* множество объектов и *теоретическое* множество объектов), описательные задачи можно классифицировать как преобразование графических и цифровых объектов топографического плана в вербальные объекты (словесную форму).

Метрические задачи – определение метрики (форма, размер, положение) объектов по линии, на плоскости и в пространстве. Являются одним из основных видов задач, решаемых с помощью топографического плана определенного масштаба и сечения рельефа. В самом общем случае разделяют на три вида:

- *высотные* метрические задачи;
- *плановые* метрические задачи;
- *комбинированные* (планово-высотные) метрические задачи.

В самом общем виде метрические задачи являются процедурами *преобразования* геометрических объектов вида графика – в число (набор чисел) в рамках теоретического множества объектов геодезии.

Задачи проектирования по картографическому материалу в самом общем случае можно трактовать также как отображение графики топографического плана опять в графику, но преобразованную на основе поставленных заранее условий. Таким образом, задача проектирования, это в чистом виде задача, основанная на *геометрических отношениях* основных множеств геодезии в виде *преобразования* графических объектов плана в графические объекты плана, по какому либо правилу.

Обычно, в самом общем виде, задачи проектирования делят на высотные, плановые и комбинированные виды.

Метрические точечные задачи на топографических планах. Основной смысл метрических задач на планах, исходя из данного выше определения, это получение сведений о метрических характеристиках объектов плана (форма, размер, положение) в виде числа или набора чисел. Исходя из набора основных элементарных объектов, на основе которых строится план, метрические задачи также можно разделить на следующие:

- *точечные;*
- *линейные;*
- *площадные;*
- *объемные.*

Все перечисленные виды могут быть как высотными, так и плановыми и комбинированными задачами.

При решении точечных метрических задач следует иметь в виду, что из метрики у них присутствует только составляющая, связанная с положением определяемой точки. О форме и размерах точек говорить не приходится. Исходя из этого, точечные метрические задачи на топографических планах (или любом другом картографическом материале) можно свести к следующим задачам:

- определение координат, как плановое определение положения точки на плане (2D позиционирование);
- определение высот, как высотное определение положения точки на плане (1D позиционирование);
- совместное планово-высотное определение положения точки на плане (3D позиционирование).

При определении координат точек на плане необходимо уточнить систему координат, в которой будет произведено определение. Очевидно, что на плоскости (и на плане) это может быть: *прямоугольная декартова система координат (X_i, Y_i) ; полярная система (S, α) ; биполярная линейная система (S_1, S_2) ; биполярная угловая (β_1, β_2) система координат* (см. п. 3.3 «Системы координирования на плоскости»).

При определении декартовых координат точки на плане выделяют метод *перпендикуляров* и метод *наклонной линии* (рис. 7.8).

Основа определения координат методом перпендикуляров, это аккуратное и точное построение перпендикуляров к координатным линиям в квадрате, которому принадлежит позиционируемая точка (например, точка *C*, рис. 7.8, *a*). Так как транспортир из-за малых сторон для точного решения задачи не приемлем, чаще всего используют способ *равнобедренного*

треугольника. Для этого из точки C аккуратно откладывают два одинаковых наклонных расстояния (возможно использование циркуля) до нижней горизонтальной координатной линии, образуя равнобедренный треугольник. Одним из известных методов разделив пополам нижнее основание треугольника, мы получим приращения координат (Δ_x, Δ_y) в миллиметрах плана относительно младшего координатного угла (то есть угла с минимальными координатами). Переведя приращения через масштаб в метры местности и зная координаты младшего угла A , получаем координаты определяемой точки обычным суммированием. Точность метода зависит от точности построения перпендикуляра и масштаба. Если перпендикуляр построен достаточно аккуратно, то точность снятия координат в основном может быть оценена величиной в 0,2 мм от масштаба. Таким образом, во всех масштабах крупномасштабного ряда определение координат по плану точнее, чем 0,1 м не имеет смысла.

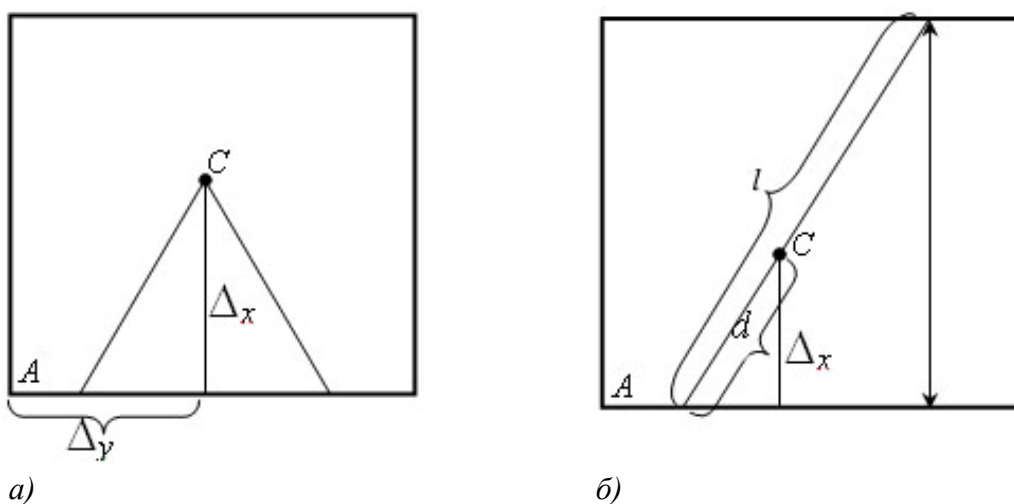


Рис. 7.8. Основные способы определения на плане прямоугольных координат:
а) метод перпендикуляров; б) метод наклонной линии.

Метод *наклонной линии* в своей основе использует теорему о подобии треугольников и поэтому иногда называется методом *пропорций*. При его реализации необходимо провести через определяемую точку наклонную линию, пересекающую горизонтальные координатные линии (для определения координаты X), или вертикальные координатные линии (для определения координаты Y) в любых местах квадрата, в котором находится определяемая точка (рис 7.8, б). Следующий шаг – аккуратно измерить масштабной линейкой два отрезка l и d . Таким образом, имеем два подобных прямоугольных треугольника с гипотенузой l и катетом S в одном, и с гипотенузой d и катетом Δ_x в другом.

Из этого подобия имеем:

$$\frac{S}{l} = \frac{\Delta_x}{d} \Rightarrow \Delta_x = \frac{d}{l} \cdot S \quad (7.1)$$

Такая же процедура проделывается и для определения разности координат по оси Y , получая величину Δ_y .

Имея координаты младшего координатного угла $A (X_A, Y_A)$ координаты точки C получаем обычным суммированием:

$$\begin{aligned} X_C &= X_A + \Delta_x \\ Y_C &= Y_A + \Delta_y. \end{aligned} \quad (7.2)$$

Очевидно, что отрезки l и d должны быть определены в одних единицах, например, миллиметрах плана, а величину S целесообразнее брать в метрах местности, которые зависят от масштаба. Например, для масштаба 1:2000 расстояние между линиями координатной сетки 10 см (или в реальных единицах местности 200 м).

Для повышения точности метода можно измерить наряду с отрезком d верхнюю часть отрезка l , получая на этой основе координату точки C (рис. 7.8, б) как от нижней координатной линии, так и от верхней. Конечный результат – среднее из полученных значений. Но так как точность снятия отрезков с плана принята 0,2 мм от масштаба, то особого повышения точности ожидать не приходится и такой подход в основном используется для контроля получения координат.

Возможны некоторые варианты реализации метода наклонной линии. Например, наклонную линию провести точно через младший координатный угол, продолжая ее до пересечения не только с горизонтальной линией координатной сетки, но и с вертикальной. В этом случае, измеряя соответствующие отрезки l_x , l_y , и d , можно сразу по одной линии получить приращения координат как по оси X , так и по оси Y одновременно (рис. 7.9, а).

Ещё один из возможных вариантов – *графоаналитический* способ снятия координат точек с плана. Для его реализации точно измеряют расстояния S_1 и S_2 (рис. 7.9, б) до координатных меток и, зная длину «базиса» S , используют для получения приращений координат относительно младшего угла A известные формулы линейной засечки в локальном базисе (см. п. 3.4 «Определение положения точки на плоскости засечками»).

Для определения высот точек с плана (*высотные метрические задачи*), на нем непременно должна быть в каком-либо виде высотная составляющая плана. В основном это или поле точек, или представление рельефа местности в виде горизонталей.

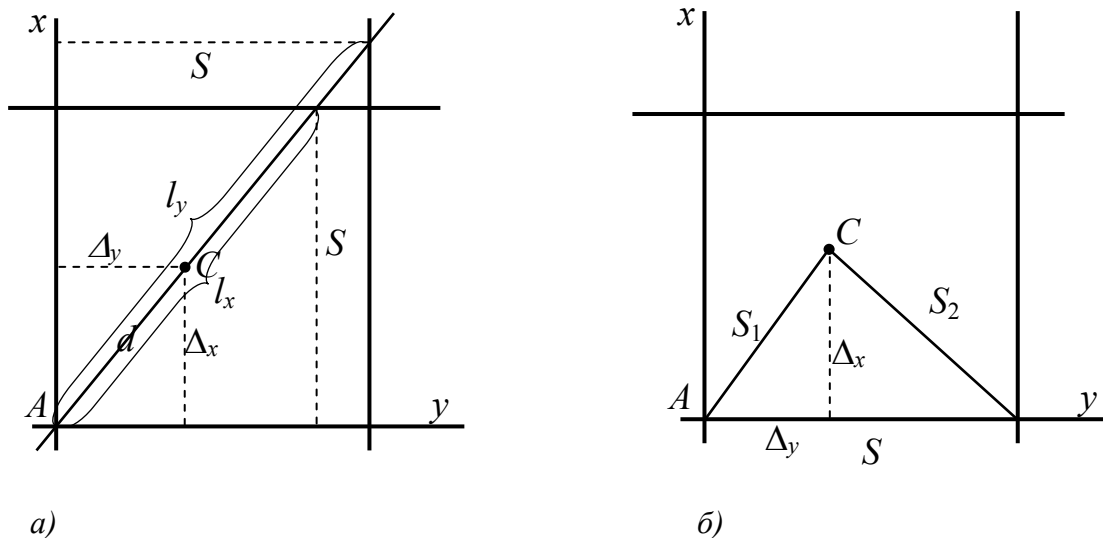


Рис. 7.9. Некоторые варианты определения координат точек на плане

Определение высоты точки по имеющимся горизонталям можно провести *аналитическим* и *графическим (палеточным)* способами. При аналитическом способе необходимо, чтобы определяемая по высоте точка была расположена между горизонталями с известными высотами. Тогда, на основе подобия треугольников (рис. 7.10) будем иметь

$$\Delta h / S = h_{1-A} / l, \quad (7.3)$$

откуда окончательно

$$H_A = H_1 + h_{1-A} = H_1 + \frac{l}{S} \cdot \Delta h = H_1 + \frac{l}{S} \cdot (H_2 - H_1) \quad (7.4)$$

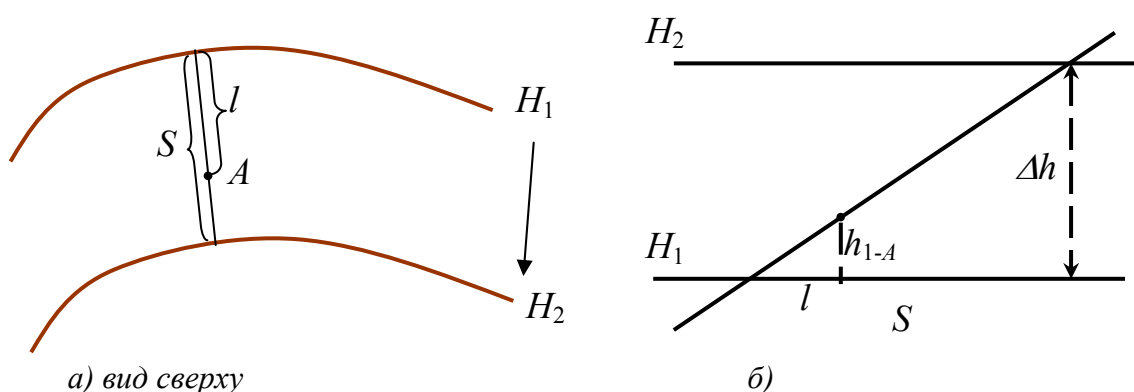


Рис. 7.10. Аналитический способ получения высот точек по горизонталям:
а) вид сверху; б) вид сбоку

Расстояния l и S можно измерить обычной линейкой до целых миллиметров. В большей точности нет необходимости, так как точность пред-

ставления рельефа в виде горизонталей на бумажных планах $1/3 - 1/4$ от сечения рельефа. При этом отрезок длины S должен быть *кратчайшим* из всех возможных, пересекающих обе горизонтали и проходящий через определяемую точку.

При графическом способе определения высоты целесообразно использовать косую палетку, которая строится достаточно просто (рис. 7.11, а), например, для сечения в 0,5 м. Здесь, дуга просто разбивается на 5 одинаковых отрезков любой длины и полученные точки соединяются с центром.

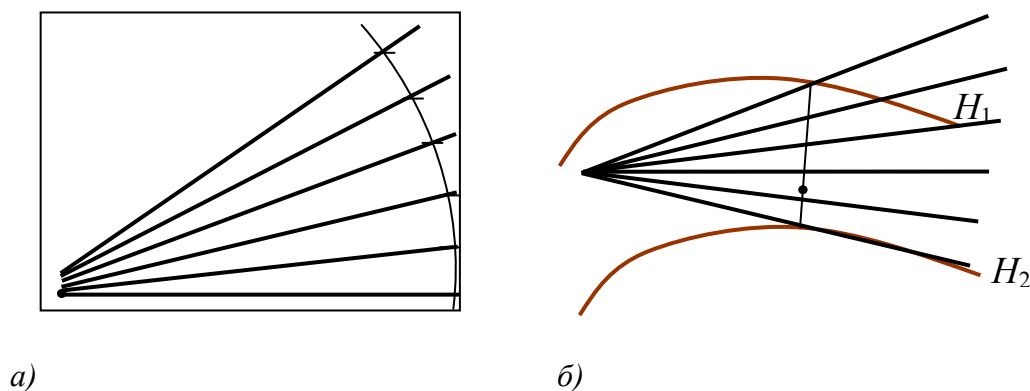


Рис. 7.11. Определение высот косой палеткой

При определении высоты косой палеткой её размещают таким образом, чтобы все её линии попали на кратчайшую линию и образовался равнобедренный треугольник (рис. 7.11, б). Тогда, зная высоту горизонтали H_1 , снимают с палетки значение превышения между этой горизонталью и определяемой точкой. Снятие превышения точнее, чем в 0,5 от минимального промежутка палетки, не целесообразно. Для нашего примера это превышение будет 3,5 единицы или, учитывая сечение в 0,5 м, 0,35 м. Высота определяемой точки равна высоте исходной горизонтали плюс снятое превышение.

При определении высот по полю точек возможны два варианта:

- определяемая точка лежит на линии, концами которой являются точки с известными высотами (рис. 7.12, а) и эти точки ближайшие (точки H_3 и H_4 , определяемая H_A). В этом случае проводится процедура обычного *линейного интерполирования* на основе формул (7.3) и (7.4);

- определяемая точка не лежит на ближайшей линии с известными высотами концов, а находится внутри ближайшего треугольника с известными высотами вершин. В этом случае (рис. 7.12, б) может быть использована следующая последовательность. Соединить одну из сторон треугольника, например, точки H_2 и H_3 , а через оставшуюся точку (у нас это H_1) провести линию до её пересечения с линией H_2-H_3 в точке P и проходящую

через определяемую точку H_A . Последовательность соединения точек произвольная. Далее провести обычную линейную интерполяцию (рис. 7.12, а) между точками 2-3, определяя высоту H_P точки P и второй раз, по линии 1- P получая высоту H_A определяемой точки A .

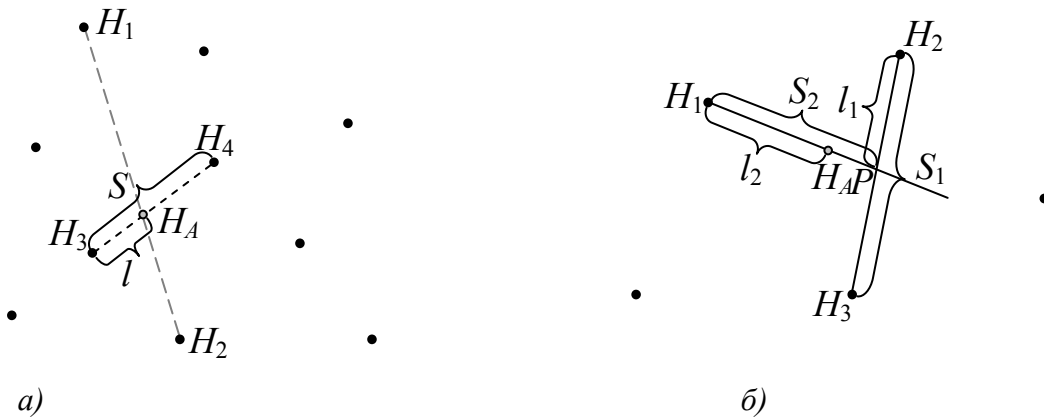


Рис. 7.12. Определение высот по полю точек

Возможно собрать две процедуры интерполяции в одну формулу. Для определенности можно проводить интерполяцию от точки с меньшей высотой к точке с большей высотой. В этом случае имеем

$$\begin{cases} H_P = H_2 + (l_1 / S_1) \cdot (H_3 - H_2), \\ H_A = H_1 + (l_2 / S_2) \cdot (H_P - H_1). \end{cases} \quad (7.5)$$

Заменим разности высот на превышения по общему правилу. Обозначим первое отношение отрезков как k_1 , второе как k_2 и подставляя первое выражение в (7.5) во второе, окончательно имеем один из возможных видов формулы:

$$H_A = H_1 + k_2 \cdot (h_{1-2} + k_1 \cdot h_{2-3}). \quad (7.6)$$

Метрические линейные задачи на топографических планах. Линейные объекты на планах в метрическом отношении имеют форму, размер и положение. Все эти характеристики могут быть предметами определения.

Обычно линейные метрические задачи делят на следующие группы:

- плановые:
 - длина линии;
 - ориентировка линии;
- высотные:
 - определение наклона линии относительно горизонта;
 - определение наклонной длины линии;

- планово-высотные:
- пространственная ориентировка;
- форма линии;
- положение линии.

Длина линии в плоскости определяется в зависимости от того, какую форму имеет линия. Она может быть обычной простой прямой, кривой, или ломаной. Не зависимо от вида линии выделяют прямой (измерительный) и косвенный (функциональный) способы определения длины линии.

Прямой способ определения длины простой линии производится на основе замера её протяженности обычной или масштабной линейкой и переводом единиц плана по масштабу плана в единицы местности. Совершенно так же получают длину ломаной линии. При косвенном определении длины линии, необходимо иметь какие то дополнительные величины, которые функционально связаны с определяемой характеристикой, в нашем случае с длиной линии. Вариантов может быть достаточно, но приемлемыми для практической реализации оказались не многие из них. Одним из самых основных и распространенных является обратная (вторая) геодезическая задача. В ней, как известно, по координатам начала и конца отрезка на основе теоремы *Пифагора* получают длину этого отрезка:

$$S_{1-2} = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2} . \quad (7.7)$$

Очевидно, что длина ломаной будет складываться из суммы вычисленных отрезков.

Если линия имеет криволинейную форму на плане, то её, во-первых, можно заменить ломанной с наименьшими искажениями и использовать перечисленные выше способы. Одна из модификаций способа изломов – пройти по кривой линии измерителем с малым раствором. Сосчитав количество проходов, и учтя остаток, переводят единицы плана в единицы местности на основе масштаба, получая, таким образом, искомую длину.

Возможно также механическое определение длины кривой линии на основе прибора, называемого *курвиметром*. Курвиметр представляет собой обычное колесико, снабженное счетчиком (механическим, электронным) оборотов. Зная сколько единиц длины плана (или переведенные по масштабу в единицы местности) укладывается в одном обороте, по обычной пропорции пересчитывают свое количество оборотов при «прокатке» всей длины в нужные единицы, определяя, таким образом, длину криволинейной линии.

Ориентировка на плане в плоскости также может быть выполнена прямым и косвенным способом. При прямом способе для ориентируемой линии транспортиром замеряют ориентирный угол, приняв какое-либо направление в качестве начального. Например, приняв для линии 1-2

(рис. 7.13, а) в качестве исходного направления северное (вертикальное) направление координатной сетки, ориентирный угол α_{1-2} может быть измерен в двух местах. Полученный в этих условиях угол, как известно, называют *дирекционным углом*.

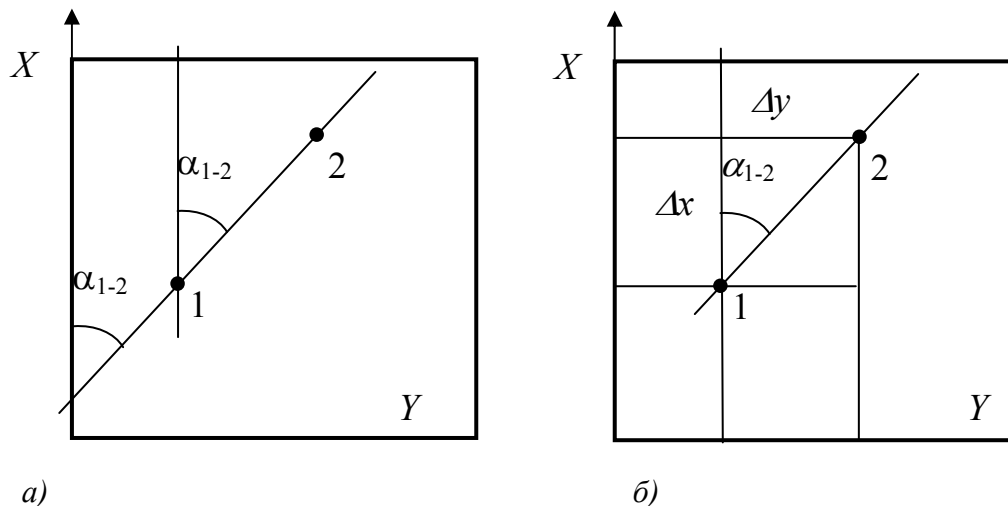


Рис. 7.13. Определение ориентировки линии на плоскости

Косвенное определение ориентировки линии чаще всего производят на основе второй части обратной геодезической задачи, в которой, как известно, по координатам начала и конца линии находят длину и ориентировку этой линии (см. рис. 7.13, б)

$$\alpha_{1-2} = \text{arctg}(\Delta y / \Delta x). \quad (7.8)$$

Здесь Δ – разности координат по правилу между начальной и конечной точкой ориентируемой линии.

Следует иметь ввиду, что ориентировка, полученная по (7.8) может быть представлена в виде *румба* (англ. *bearing*) и *дирекционного угла*.

Определение *наклона* линии относительно горизонтальной плоскости требует знания высот начальной и конечной точек. При этом сам наклон может быть представлен в виде *уклона*, или *угла наклона*, которые непосредственно связаны между собой. Следует иметь ввиду, что для определения наклона линии в каком-либо виде необходимо выбрать **направление движения**.

Пусть (рис. 7.14) направление движения от точки A к точке B (по стрелке). Зная высоты точки A и точки B можно записать

$$i = \tan(v) = \frac{H_B - H_A}{s} = \frac{h_{A-B}}{s}. \quad (7.9)$$

Здесь величина i , выраженная в промилле (тысячных долях числа ‰) и носит название *уклона* линии.

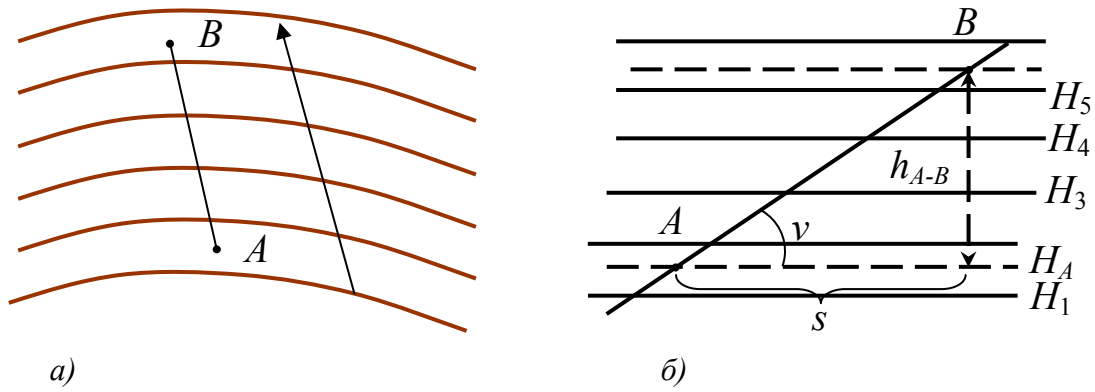


Рис. 7.14. Определение наклона линии относительно горизонта:
а) вид сверху; б) вид сбоку

Из определения уклона по (7.9) видно, что он является *тангенсом* угла наклона v , откуда сам угол наклона, как ещё одна характеристика, может быть определен как

$$v = \arctg(i) = \arctg\left(\frac{H_B - H_A}{s}\right) = \arctg\left(\frac{h_{A-B}}{s}\right). \quad (7.10)$$

Расстояние s вычисляемое из (7.9) в виде

$$s = \frac{H_B - H_A}{i} = \frac{h_{A-B}}{i} = \frac{h_{A-B}}{\operatorname{tg}(v)} \quad (7.11)$$

носит название *заложение* линии и используется при высотном проектировании.

Определение *длины наклонной* линии выполняется исходя из того, что изначально с плана снимается длина плоской линии и в каком либо виде должна иметься высотная составляющая. Возможны следующие варианты (рис. 7.15):

– известна плоская длина линии S и превышение h . Тогда наклонная (реальная) длина линии D может быть получена из теоремы Пифагора как:

$$D = \sqrt{h^2 + S^2}; \quad (7.12a)$$

– известна плоская длина линии S и угол наклона v . В этом случае наклонную длину D получают из соотношения в прямоугольном треугольнике:

$$D = S / \cos(v); \quad (7.126)$$

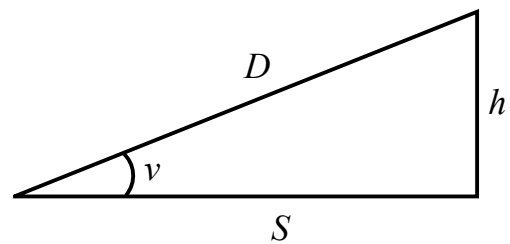


Рис. 7.15. Вычисление наклонной длины по горизонтальному проложению

– известна плоская длина линии S и уклон линии i . Здесь наклонную длину D можно получить, например, в таком виде:

$$D = S \cdot \sqrt{1 + i^2} . \quad (7.12в)$$

Если необходимо с плана получить пространственную (трехмерную, 3D) ориентировку линии, то задачу обычно решают тремя способами.

1 способ. Пространственную ориентировку делят на две части: плановую и высотную. Плановая задается плоскими декартовыми координатами (X, Y) , или полярными (S, α) . Высотная составляющая задается или углом наклона ν , или уклоном i , или превышением h (см. ранее рассмотренные задачи).

2 способ. Пространственная ориентировка линии задается фиксацией положения 2 точек в трехмерном пространстве (3D) в одной из систем координат:

- прямоугольной (X, Y, H) ;
- сферической (α, D, ν) ;
- цилиндрической (S, α, h) .

3 способ. Ориентировка производится путем фиксации линии в пространстве на основе направляющих косинусов (рис. 7.16) по формулам:

$$\begin{cases} \cos(\alpha) = \Delta x / D; \\ \cos(\beta) = \Delta y / D; \\ \cos(\gamma) = \Delta H / D. \end{cases} \quad (7.13)$$

Здесь Δx , Δy , ΔH – разности координат начала и конца линии в плане и по высоте.

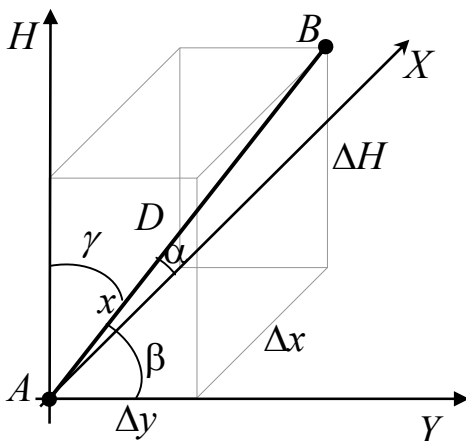


Рис. 7.16. Ориентирование наклонной линии по направляющим косинусам

Определение *формы* линейного объекта на топографическом плане обычно сводят к трем ситуациям: определение формы в горизонтальной плоскости, определение формы в вертикальной плоскости и определение формы в пространстве.

При определении формы в горизонтальной плоскости используют все методы, описанные в части, посвященной методам представления объектов: координатный, шаблонный и т.д. Необходимые элементы получают из рассмотренных ранее задач.

Определение формы линейного объекта в вертикальной плоскости в подавляющем большинстве случаев сводится к построению его *профиля*. Под профилем в этом случае будем понимать след от сечения исследуемой линии вертикальной плоскости на эту плоскость. Вид профиля может быть представлен как сглаженной кривой, так и ломаной линией с заданной степенью дискретности. Для построения профиля необходимо знать в каком-либо виде положение фиксируемых точек в горизонтальной и в вертикальной плоскости. Следует учесть, что профиль предназначен не для отображения формы линии в горизонтальной плоскости, а только в вертикальной.

Если горизонтальный масштаб профиля соответствует масштабу топографического плана, то он может быть быстро «снят» с плана следующим образом:

- к линии будущего профиля на плане приставляется чистый лист бумаги, на который переносятся места пересечения этой линии с соответствующими горизонталями (рис. 7.17). Точки пересечения подписываются значением горизонтали;
- выбирая удобный для отображения вертикальный масштаб, из точек пересечения восстанавливают перпендикуляры длины, равной отметке горизонтали, выраженной в масштабе;
- концы перпендикуляров соединяют гладкой или ломанной линией.

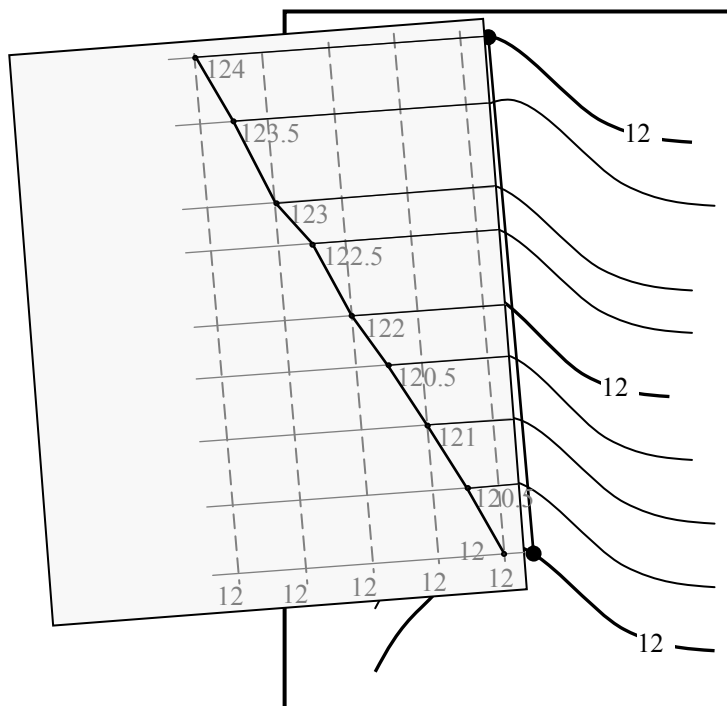


Рис. 7.17. Построение профиля по топографическому плану

Определение пространственной формы линии задача достаточно сложная, но может быть в какой-то мере разрешена на основе комбинации рассмотренных выше задач. Например, путем разложения на плановую и высотную составляющие и использования методов определения формы в плане и по высоте.

Задача *фиксации* положения линии на топографическом плане также решается на основе рассмотренных выше задач с использованием того положения, что определение местоположения точки на плоскости определяется двумя параметрами (координатами, измерениями), а на плоскости – тремя. При этом любая линия на плоскости однозначно фиксируется, если у неё закреплены 2 точки, а в пространстве, если закреплены 3 точки. Таким образом, чтобы определить положение линии любой неизменяемой формы, необходимо закоординировать одним из описанных выше способов любые 2 точки, принадлежащие этой линии и описать форму этой линии (рис. 7.18, а).

Для пространственного определения положения необходимо фиксировать в трехмерном пространстве одним из рассмотренных выше способов определения на топографическом плане положения точки, любые 3 точки, принадлежащие этой линии (рис. 7.18, б). Следует иметь в виду, что эти три точки не должны лежать на одной линии.

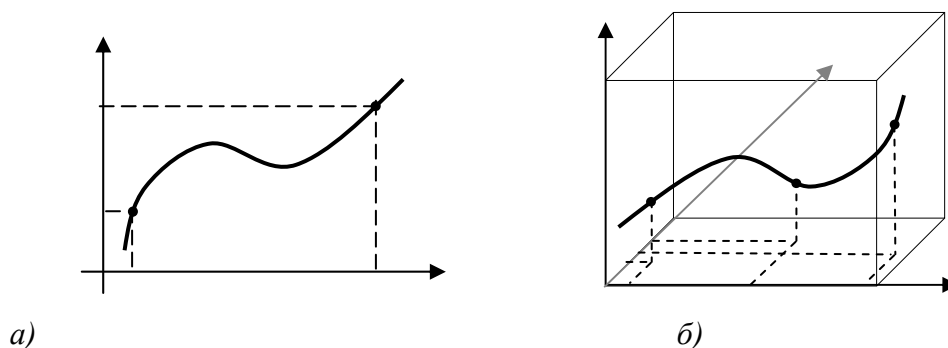


Рис. 7.18. Определение положения линии на плоскости (а) и в пространстве (б)

Метрические площадные задачи на топографических планах. Как и линейные объекты на топографических планах, площадные объекты в метрическом отношении имеют форму, размер и положение. Все эти метрические характеристики, очевидно, могут быть объектами определения при решении разного рода практических задач.

Исходя из вышесказанного, площадные метрические задачи можно разделить на следующие группы:

- определение положения площадного объекта;
- определение формы площадного объекта;

- определение размеров площадного объекта:
- определение периметра;
- определение площади объекта.

Так как площадной объект во многом определяется своей границей, которая по сути, представляет собой линию, то определение положения площадного объекта на плоскости и в пространстве можно свести к определению положения на плоскости и в пространстве линейного объекта по описанным выше методикам: фиксация 2 или 3 точек для плоского и пространственного случая соответственно. Следует иметь в виду, что форма объекта должна быть неизменной и определенной какими-либо величинами (шаблонами, координатами, измерениями) (рис. 7.19).

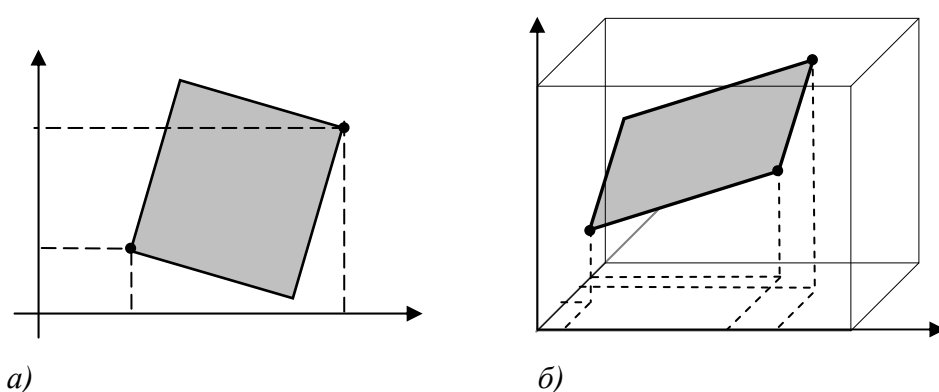


Рис. 7.19. Определение положения линии на плоскости (а) и в пространстве (б)

Все вышесказанное об определении положения площадного объекта относится к определению его формы и размера в виде периметра. При этом определение формы чаще всего сводится к какому-либо виду координирования характерных точек объекта – простое координирование, координирование со сглаживанием, шаблоны, а определение размеров в виде периметра – к определению длины кривой одним из описанных выше способов в зависимости от вида кривой.

Вторая составляющая определения размера площадного объекта – его *площадь*. К основным способам определения площадей на планах обычно относят:

- *графический* способ;
- *аналитический* способ;
- *механический* способ.

При графическом способе определения площадей объектов на плане чаще всего используют следующие виды:

– *прямое определение*, при котором производят непосредственные измерения необходимых для получения площади величин с плана (напри-

мер, длин, углов, их комбинаций) с подстановкой их в соответствующую формулу;

– *составное определение*, когда приходится разбивать сложную, многоугольную фигуру на ряд простых, чаще всего треугольников, производить замеры необходимых величин на плане и использовать соответствующие формулы. Общую площадь получают как сумму составляющих объект фигур (рис. 7.20, а). Для определения площади треугольника используют формулу *Герона* – по трем измеренным сторонам, по 2 сторонам и углу между ними, или, если можно хорошо определить высоту треугольника, формулу по стороне и высоте (см. рис. 7.20, б и формулы (7.14а), (7.14б), (7.14в) соответственно):

$$S_{\Delta} = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)}, \quad p = \frac{a + b + c}{2}; \quad (7.14а)$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot ab \cdot \sin(\gamma) = \frac{1}{2} \cdot ac \cdot \sin(\beta) = \frac{1}{2} \cdot cb \cdot \sin(\alpha); \quad (7.14б)$$

$$S_{\Delta} = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}. \quad (7.14в)$$

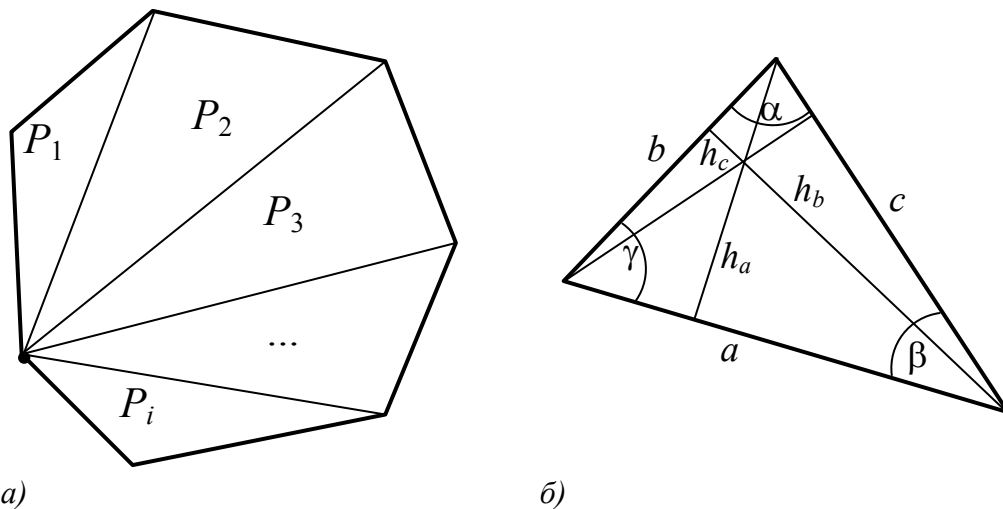


Рис. 7.20. Графическое определение площадей

Вариант с измерением трех сторон треугольника принято считать самым эффективным, так как в нем не требуется измерять углы.

Для определения площадей можно использовать тот факт, что для решения любого n -угольника требуется знать $(2 \cdot n - 3)$ его элементов. При этом, количество известных углов не должно быть больше $(n - 1)$, так как один угол всегда может быть вычислен из известных остальных из формулы $\sum \beta_i = 180^\circ \cdot (n - 2)$.

При определении площади участков графическими способами на топографических планах стороны и высоты треугольников и другие необходимые линейные элементы требуется измерять с помощью поперечного масштаба.

При аналитическом способе определения площадей на планах чаще всего используют формулы, требующие знания координат вершин определяемого объекта. Возможные способы:

- разделение объекта на треугольники и получение их площадей на основе координат вершин с последующим суммированием;
- не делить объект на треугольники, а сразу использовать одну из формул для определения площади многоугольника по известным координатам вершин, например, при помощи самых распространенных формул *Гаусса*.

В первом случае площадь элементарного треугольника с известными координатами вершин (X_i, Y_i) (рис. 7.21) обычно получают через определитель, по известной в линейной алгебре формуле (7.15).

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot \det \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.15)$$

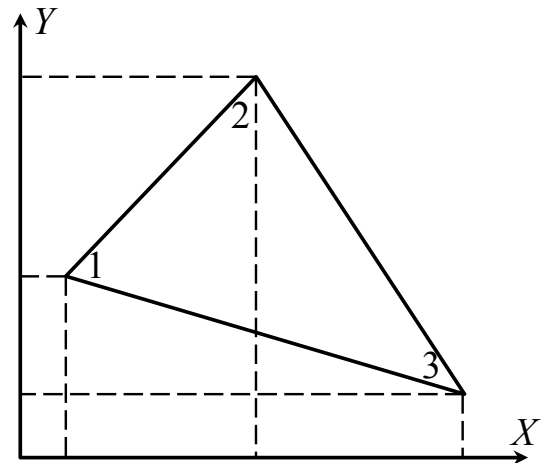


Рис. 7.21. Определение площади треугольника по координатам вершин

Определитель можно вычислить, например на основе правила *Саррюса* когда окончательное значение складывается из суммы произведений 3 величин, но произведения слева-направо берутся в сумме со знаком плюс, а справа-налево – со знаком минус.

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 & 1 & x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 & 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}$$

– +

В принципе, формула Гаусса для многоугольника обобщает использование формулы (7.15) после некоторых преобразований. По-другому формулы Гаусса можно получить следующим образом. Пусть требуется определить площадь произвольного четырехугольника 1-2-3-4 с известными-

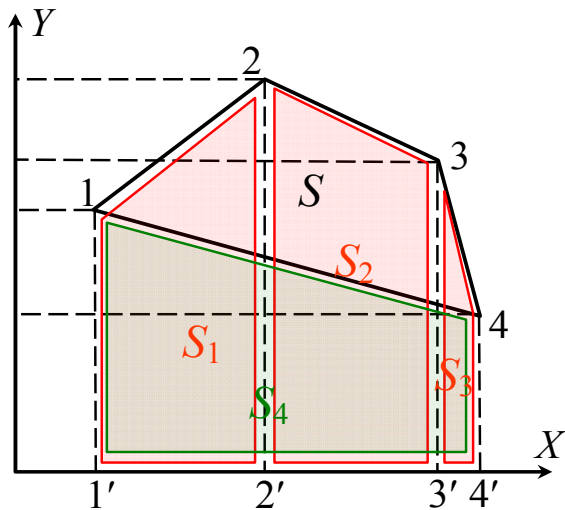


Рис. 7.22. Определение площади фигуры по формулам Гаусса

ми координатами вершин (X_i, Y_i) (рис. 7.22). Опустив с вершин перпендикуляры на горизонтальную координатную ось, мы разделим нашу фигуру на 4 трапеции с площадями S_1, S_2, S_3 и S_4 соответственно. Площадь каждой трапеции может быть вычислена по известной формуле

$$S_i = \frac{a+b}{2} \cdot h,$$

где a, b – длины оснований;
 h – высота соответствующей трапеции.

Теперь выразим нужную нам площадь четырехугольника S через введенные нами площади трапеций S_1, S_2, S_3 и S_4

$$S = S_1 + S_2 + S_3 - S_4. \quad (7.16)$$

Из рис. 7.22 видно, что высоты трапеции есть разность соответствующих координат по оси X : $(X_i - X_j)$. Основания a и b в формуле для площади трапеции есть просто значение соответствующих координат по оси Y . Подставив комбинации координат в формулу для площади каждой из 4 трапеций и собрав их в (7.16) после простейших преобразований получим вторую из формул в (7.17):

$$\begin{cases} S = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \cdot (y_{i+1} - y_{i-1}); \\ S = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n y_i \cdot (x_{i-1} - x_{i+1}). \end{cases} \quad (7.17)$$

Если (см. рис. 7.22) перпендикуляры опускать на вертикальную ось для образования трапеций и проделать все описанные выше шаги, то получим первую формулу в (7.17). Обычно для контроля вычисления производятся по обеим формулам. В качестве промежуточного контроля используют следующие формулы:

$$\begin{cases} \sum (y_{i+1} - y_{i-1}) = 0; \\ \sum (x_{i-1} - x_{i+1}) = 0. \end{cases} \quad (7.17a)$$

Выражения очевидные, так как используют последовательные разности: последующая координата по ходу минус предыдущая в i -той точке для первой формулы и предыдущая координата по ходу минус после-

дующая для второй формулы. При таком суммировании координаты учитываются с противоположными знаками и компенсируют друг друга, приводя к (7.17а).

Очевидно, что объекты на плане, у которых есть необходимость определить площадь, не все являются многоугольником с прямолинейными сторонами. Очень большое количество объектов плана в качестве границы имеет кривую линию. Для определения площадей криволинейных фигур вручную обычно используют следующие способы:

- палеточный;
- механический.

Палетка, это лист прозрачной бумаги, на котором нанесена сетка квадратов, точек или параллельных линий (рис. 7.23).

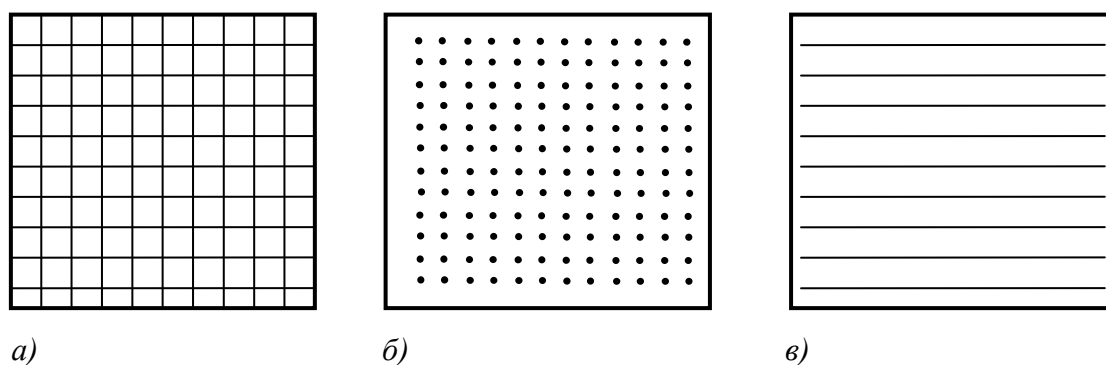


Рис. 7.23. Палетки для графического определения площадей криволинейных фигур: а) квадратная; б) точечная; в) линейная

При определении площади криволинейной фигуры квадратной палеткой используют приближенный и уточненный способы. Но и тот, и другой способ начинаются с определения площади S_0 элементарного квадрата палетки в зависимости от масштаба плана, на котором будет определяться площадь объекта. Для этого необходимо знать достаточно точно сторону квадрата a , перевести её через знаменатель масштаба плана M в единицы местности и все возвести в квадрат:

$$S_0 = (a \cdot M)^2. \quad (7.18)$$

Длину a целесообразно получать в метрах, чтобы площадь также получить в m^2 .

При приближенном способе (рис. 7.24, а) квадратная палетка накладывается на определяемую площадь и считается число n_1 целых квадратов, которые покрывают объект. Тогда площадь фигуры будет примерно равна

$$S \approx S_0 \cdot n_1. \quad (7.19a)$$

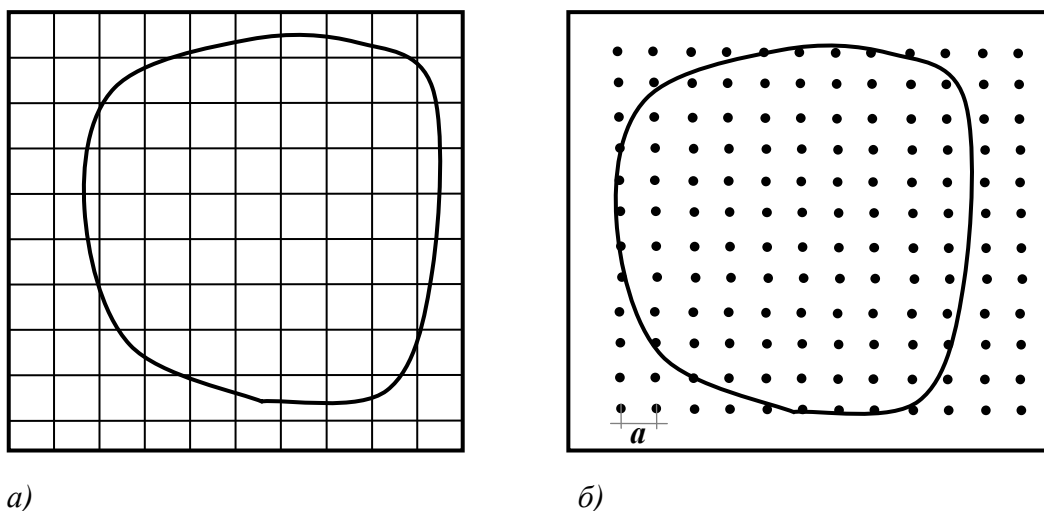


Рис. 7.24. Определение площадей криволинейных фигур:
а) квадратной палеткой; б) точечной палеткой

Для некоторого уточнения результата считают число n_1 не только целых квадратов, но и n_2 половинок квадратов и даже можно n_3 четвертинок квадратов, которые покрывают объект (см. рис. 7.24а). Тогда уточненное значение площади будет

$$S \approx S_0 \cdot n_1 + 0,5S_0 \cdot n_2 + 0,25S_0 \cdot n_3. \quad (7.19б)$$

Очень часто сторону квадрата берут равной 1 – 2 мм. Тогда для определения площади используется (7.19а) или только два члена в (7.19б).

При определении площади точечной палеткой со стороной a считают число точек n , попавших в определяемую площадь (см. рис. 7.24, б). Теперь площадь по точечной палетке можно определить как

$$S = a^2 \cdot n. \quad (7.19в)$$

Точечная палетка используется достаточно редко.

Наибольшее распространение получила *линейная палетка*, которая состоит из параллельных линий с известным расстоянием между ними (рис. 7.25).

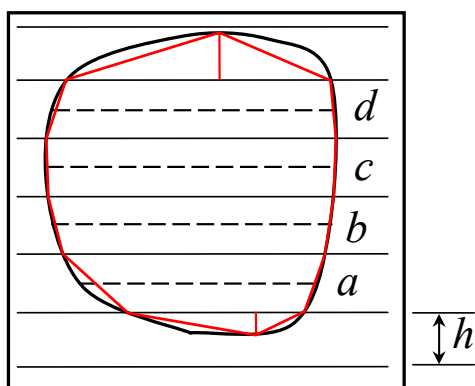


Рис. 7.25. Определение площади линейной палеткой

Если соединить криволинейные отрезки по вертикали между соседними линиями при наложении палетки на определяемый площадной объект, то вся площадь разобьется на ряд трапеций, верхний и нижний треугольник. Для определения площади трапеции необходима полусумма оснований, которую обычно сразу измеряют в виде средних длин линий a , b , c и

так далее, как на рисунке. Кроме всего, для треугольников необходимо измерить нижние и верхние основания и высоты. Тогда вся площадь криволинейной фигуры будет иметь вид

$$S = (a + b + c + \dots) \cdot h + S_{\Delta_n} + S_{\Delta_b}. \quad (7.20)$$

Очевидно, что для использования формулы (7.20) целесообразнее перевести длины всех измеряемых отрезков по масштабу представления объекта в реальные метры местности, чтобы получить площадь в реальных метрах квадратных. Расстояние между линиями палетки обычно выбирают порядка 2 – 5 мм. При реализации измерений иногда используют метод накопления суммы, чтобы на масштабной линейке сразу получить величину суммы реальных длин в формуле (7.20).

При определении площадей палетками с крупномасштабных топографических планов нет необходимости удерживать десятичные знаки, достаточно **целых** метров.

Механический способ определения площади подразумевает измерение на плане площади участка с произвольными границами при помощи специальных приборов. Чаще всего используется прибор, называемый *планиметром*. Наибольшее распространение получил *полярный планиметр*, схема которого представлена на рис. 7.26. Прибор имеет два основных рычага: *полюсный* R_1 и *обводной* R_2 . Точка O полюсного рычага является *полюсом* планиметра и на нем крепится игла или небольшая лупа с маркером для удобства обвода контура. Другой конец полюсного рычага шарнирно соединен с *обводным рычагом* в точке b . На одном рычаге обводного рычага имеется счетное колесо K , которое располагается перпендикулярно рычагу, на другом конце рычага находится обводная точка f . Для механического счета числа оборотов счетного колеса имеется счетный механизм. Счетный барабан разделен на сто частей и сбоку от него имеется верньер на одну десятую деления.

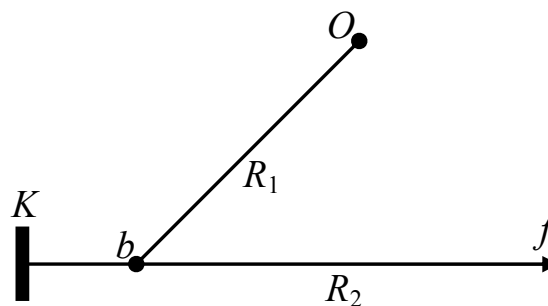


Рис. 7.26. Общая схема полярного планиметра

Измерение площади сводится к обводу по контуру участка на плане обводной точкой f . При этом берут отсчет по счетному механизму до обвода контура n_1 и после обвода n_2 . Площадь участка вычисляют по формуле:

$$P = c \cdot (n_2 - n_1), \quad (7.21)$$

где c — цена деления планиметра.

Цену деления планиметра определяют, измеряя известную площадь, например, площадь квадрата координатной сетки по обычной методике на основании формулы (7.21), когда площадь фигуры и разность отсчетов известны.

Внешний вид полярного планиметра изображен на рис. 7.27. На обводном рычаге 7 размещены: основная каретка 1 с отсчетным устройством, состоящим из полюсного рычага 3, полюса 4, стеклянной пластинки с обводной точкой 6, шарнирного соединения 8, счетчика полных оборотов 9, счетного колеса 10, верньера 11.

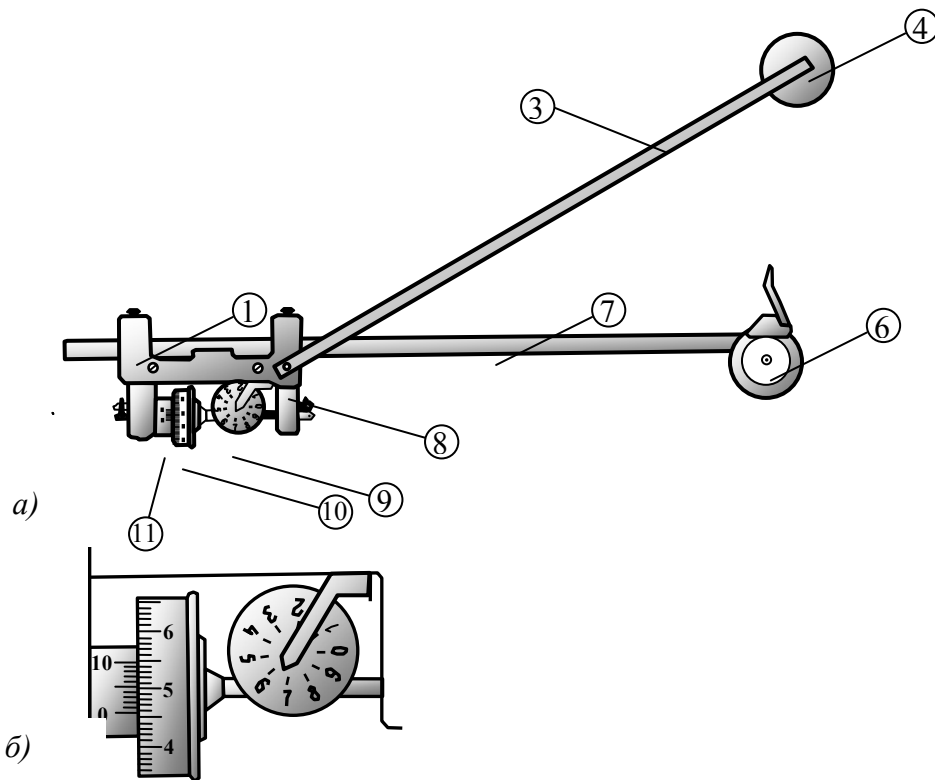


Рис. 7.27. Внешний вид полярного планиметра (а) и его отсчетного устройства (б)

Отсчет по планиметру состоит из 4 цифр: первая – по счетчику полных оборотов 9 (цифра 6 на рис 7.27, а), вторая – между какими цифрами шкалы счетного колеса 10 находится ноль верньера 11 (цифра 4 на рис 7.27, а), третья – между какими индексами шкалы счетного колеса 10 находится ноль верньера 11 (цифра 5 на рис 7.27, а), четвертая – совпадающий индекс верньера и шкалы (цифра 9 на рис 7.27, а). Окончательный отсчет: 6459. Очевидно, что при снятии отсчета используется принцип линейки.

Обычно последовательность определения площади планиметром сводят к следующим шагам:

1. Определение цены деления c .

2. Обвод участка со снятием начального и конечного отсчета с контролем в виде двойного обвода.

3. Определение площади по формуле (7.21). При этом разность отсчетов не должна при двух обводах превышать 5 единиц и только в этом случае берется среднее, которое и используется в формуле.

При обычной методике – двукратный обвод участка – относительная ошибка определения площади может колебаться от 1/100 до 1/300. Величина площади определяется также до *целых* метров квадратных.

При работе с планом достаточно часто приходится иметь дело с *наклонными* площадями. В одном из возможных вариантов по проекции площади, снятой с плана, углам наклона, превышениям или уклонам восстанавливается пространственное положение объекта, лежащего в какой-либо наклонной плоскости (рис. 7.28). Далее площадь определяется обычными способами, описанными выше.

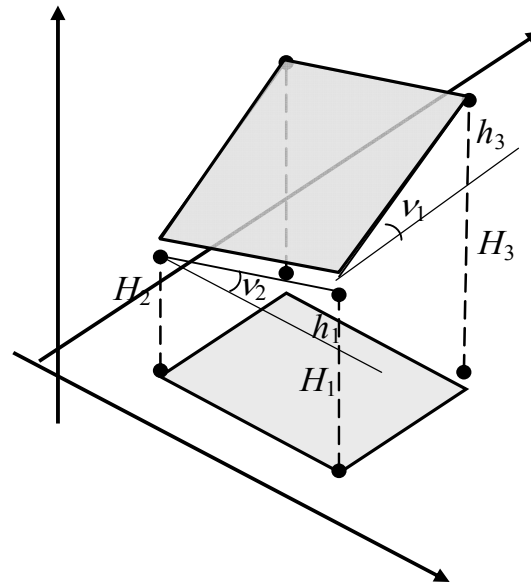


Рис. 7.28. Определение наклонных площадей

На практике достаточно часто приходится определять площадь профильного сечения (рис. 7.29). Очевидно, что площадь сечения *ABCD* целесообразнее всего определять как сумму площадей *i* трапеций, в основании которых отметки H_i , а высоты трапеций – расстояния S_i . В этом случае общая площадь будет

$$S_{сеч} = (H_{cp})_1 \cdot S_1 + (H_{cp})_2 \cdot S_2 + \dots, \quad (7.22)$$

где $(H_{cp})_i$ – средняя отметка в *i*-той трапеции.

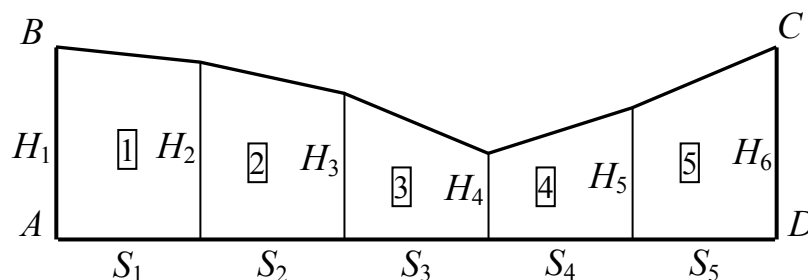


Рис. 7.29. Определение площади сечения по профилю

Метрические объемные задачи на топографических планах. Из метрических объемных задач обычно не выделяют отдельно задачи на определение положения и формы объекта. В большинстве случаев их можно решить на основе описанных выше задач. Из задач на определение размеров выделяют задачи определения объемов пространственных фигур, отображаемых на топографических планах в виде реальных или проектных горизонталей. Из способов определения объемов обычно выделяют:

- *графический* способ;
- *аналитический* способ.

В основе определения объемов линейных или криволинейных фигур графическим способом лежит разделение основной фигуры на некоторые элементарные фигуры с легко вычисляемым объемом. В качестве элементарных фигур обычно используют:

- *прямоугольные n-угольные призмы* с формулой объема:

$$V_{пр.} = S_{осн} \cdot H_{ср}, \quad (7.23а)$$

где $H_{ср}$ – среднее из высот ребер призмы;
 $S_{осн}$ – площадь основания призмы (рис. 7.30, а).

- *цилиндрообразные* фигуры с формулой объема:

$$V_{цил.} = S_{осн} \cdot h, \quad (7.23б)$$

где h – высота образующей цилиндра;
 $S_{осн}$ – площадь основания цилиндра (рис. 7.30, б).

- *усеченноконические* фигуры с формулой объема

$$V_{ус.кон.} = 0,5 \cdot (S_1 + S_2) \cdot h, \quad (7.23в)$$

где h – высота между сечениями;
 S_1, S_2 – площади верхнего и нижнего сечения соответственно (рис. 7.30, в).

- *конусообразные* фигуры с формулой объема

$$V_{кон.} = \frac{1}{3} \cdot S_{осн.} \cdot h, \quad (7.23г)$$

где h – высота конусообразной фигуры;
 $S_{осн.}$ – площадь основания фигуры (рис. 7.30, г).

– *эллипсоидальные (полуэллипсоидальные)* фигуры с формулой объема:

$$V_{пол.элл} = \frac{2}{3} \cdot \pi abc, \quad (7.23д)$$

где a, b, c – полуоси эллипсоида (рис. 7.30, д).

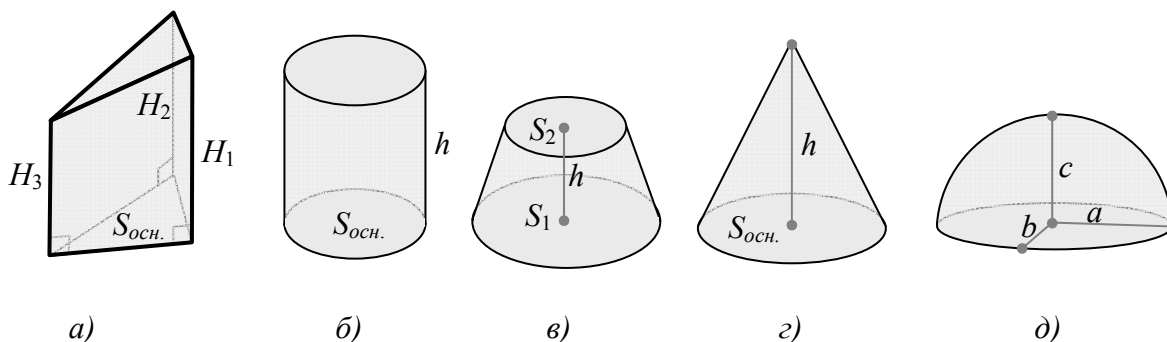


Рис. 7.30. Элементарные объемные фигуры: а) прямоугольная призма; б) цилиндр; в) усеченный конус; г) конус; д) полуэллипсоид (полусфера)

Площади оснований могут быть получены с использованием палетки или механически.

При практической реализации определения объемов пространственных объектов на топографических планах выделяют следующие подходы:

- определение объема посредством деления объекта на элементарные фигуры с последующим их суммированием;
- определение объема путем разбивки объекта профилям;
- определение объема на основе сеточного моделирования.

При первом подходе, объемную фигуру, определенную по высоте горизонталями делят на ряд цилиндроподобных фигур с одинаковой высотой образующей h и площадями оснований S_i (рис. 7.31, а). Тогда общий объем V определяется как сумма объемов V_i , определенных по формуле (7.23б). Так как высота образующей конуса, она же высота сечения рельефа h , для всей фигуры одинакова, то формулу обычно представляют в виде

$$V = h \cdot (S_1 + S_2 + \dots) + V_{вер}, \quad (7.24)$$

где $V_{вер}$ – объем вершинной фигуры, которая может быть конусообразная, или эллипсоидообразная с формулами объема (7.23г), или (7.23д) соответственно.

Так как способ по форме весьма похож на численное дифференцирование методом прямоугольников, то его часто называют *методом прямоугольников* определения объемов.

Более точный способ при первом подходе можно получить, используя в качестве элементарных фигур усеченные конусообразные шаблоны (рис. 7.30, в, б). Теперь суммарный объем получают на основе формулы (7.23в), который из-за равенства высоты сечения может быть представлен как

$$V = 0.5 \cdot h \cdot (S_1 + 2S_2 + 2S_3 + \dots + S_n) + V_{вер}. \quad (7.25)$$

Здесь $V_{вер}$ определяется также как и в предыдущем случае. Этот способ часто называют *методом трапеций*.

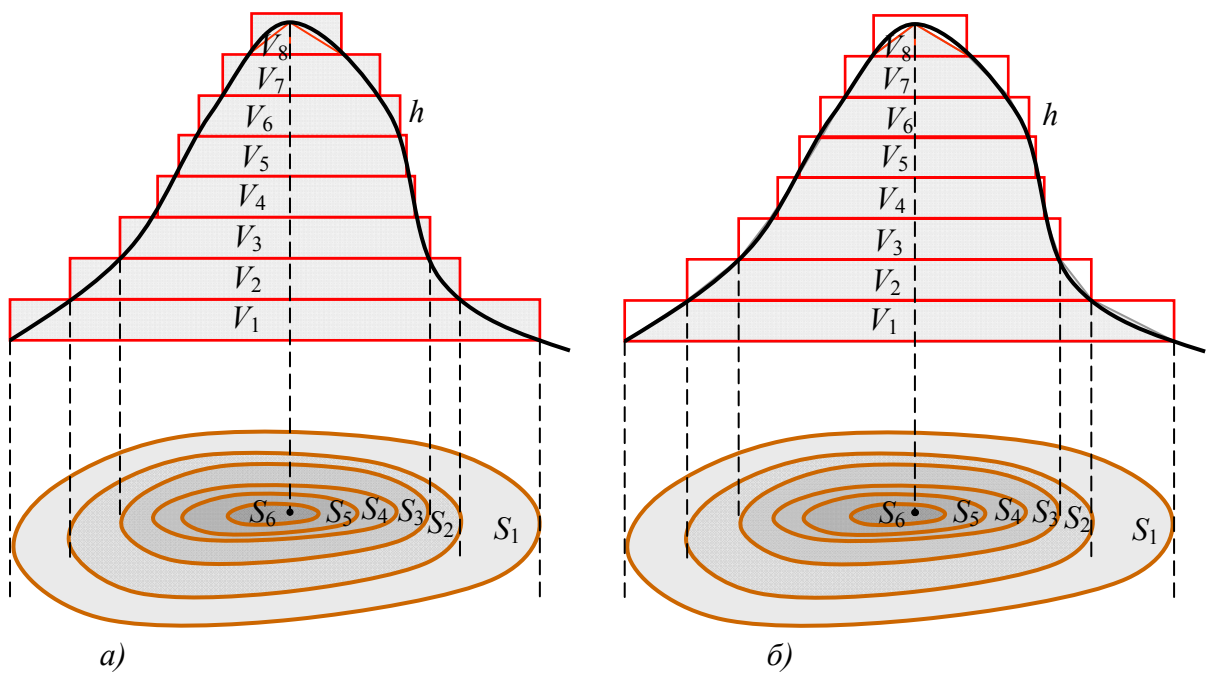


Рис. 7.31. Определение объемов фигур:
а) методом прямоугольников; б) методом трапеций

При определении объемов по профилям используют аналоги формул для прямоугольной призмы и усеченноконических фигур. Если площади вертикальных сечений будут S_i , а расстояние между ними d , то имеем формулу

$$V = d/2 \cdot (S_1 + 2S_2 + S_3), \quad (7.26)$$

как частный случай для трех сечений и одинаковых расстояний между ними (рис. 7.32).

При вычислении объемов на основе сеточного моделирования, участок, для которого вычисляется объем, делится на регулярные плоские фигуры.

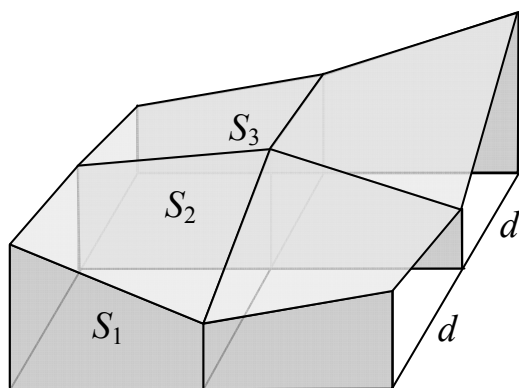


Рис. 7.32. определение объемов по профилям

В основном это квадраты или прямоугольные треугольники. Задавшись высотой нижней горизонтальной плоскости (в общем случае не обязательно горизонтальной, но при наклонной сильно усложнится алгоритм), всю задачу сводят к определению объемов 3- или 4-угольных прямоугольных призм на основании формулы (7.23а) с последующим суммированием (рис. 7.33).

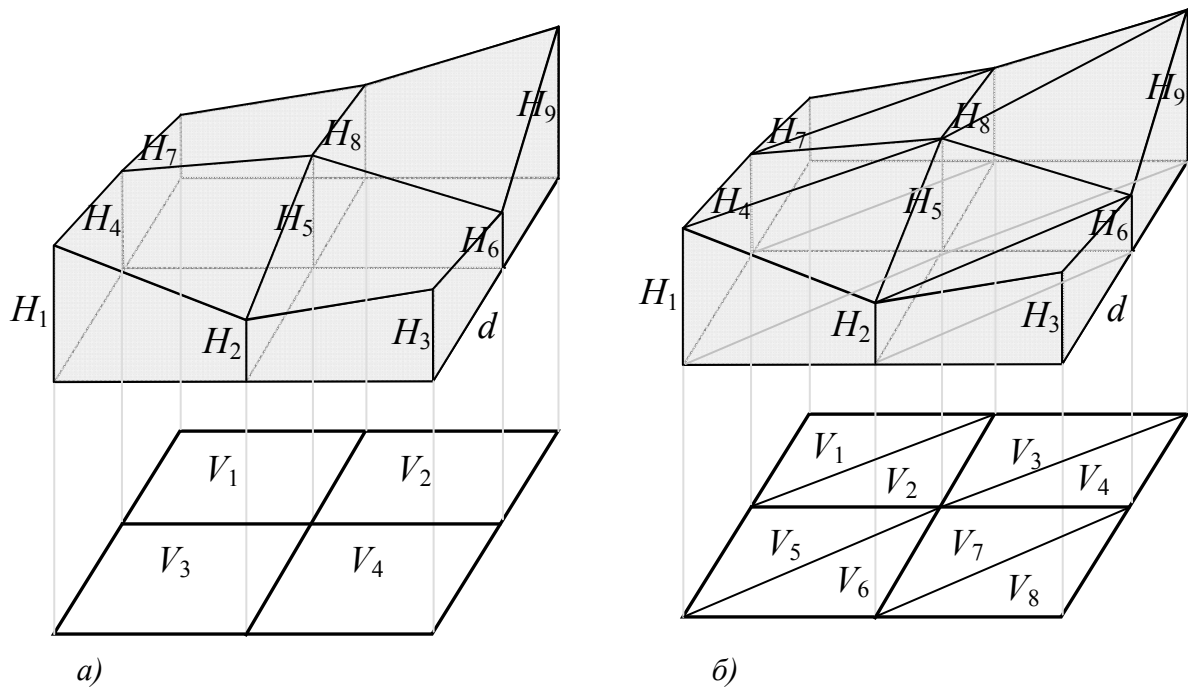


Рис. 7.33. Определение объемов на основе сеточного моделирования:
 а) по 4-угольным призмам; б) по 3-угольным призмам

Тогда для 4-угольных призм будем иметь (см. рис. 7.33, а):

$$V = \sum_{i=1}^n (S_{осн} \cdot H_{cp.})_i = d^2 \cdot \sum_{i=1}^n (H_{cp.})_i = \frac{d^2}{4} \cdot (\sum H_I + 2\sum H_{II} + 4\sum H_{III}). \quad (7.27a)$$

Здесь n – число квадратов в основании фигуры;

$H_I, H_{II},$ и H_{III} – отметки H_i вершин, принадлежащих 1, 2 и 4 квадратам соответственно (то есть по краям, по периметру кроме краев и в середине).

Для 3-угольных призм получим (см. рис. 7.33, б).

$$\begin{aligned} V &= \sum_{i=1}^{2n} (S_{осн} \cdot H_{cp.})_i = \frac{d^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^{2n} (H_{cp.})_i = \\ &= \frac{d^2}{6} \cdot (\sum H_I + 2\sum H_{II} + 3\sum H_{III} + 6\sum H_{IV}) \end{aligned} \quad (7.27б)$$

Здесь n – число квадратов в основании фигуры ($2n$ – число треугольников);

H_I, H_{II}, H_{III} и H_{IV} – отметки H_i вершин, к которым сходятся 2, 3, 4 и 6 ребер соответственно (то есть по краям, по периметру кроме краев и в середине).

Следует иметь в виду, что 4-угольные призмы желательно использовать для монотонных поверхностей (в пределах квадрата все высоты возрастают или убывают) чтобы получить более достоверное значение объема. Заметим также, что большинство формул достаточно приближенные и поэтому считать объемы следует до целых метров кубических.

Проектировочные задачи, решаемые на планах. Под процедурой проектирования в самом общем смысле будем понимать процесс отображения графических элементов плана в графические элементы, преобразованные на основании каких-либо условий. Например, преобразовать участок реального рельефа, представленного горизонталями в наклонную плоскость с уклонами i_x и i_y при условии, что объем земляных масс над проектной плоскостью равен объему пустот под этой плоскостью (проектирование плоскостей с балансом земляных работ). Очевидно, что проектирование в такой трактовке основано на работе с графическими элементами: точками, линиями, плоскостями и телами. Чтобы отличать реальные элементы от проектных элементов, к проектным будем добавлять индекс «П»:

- для i -той точки $(P_{П})_i$ с проектными координатами $(X_{П}, Y_{П}, H_{П})_i$;
- для линии $a_{П}$ и т.д.

Исходя из перечисленных графических элементов, проектировочные задачи можно разделить на точечные, линейные, плоскостные и телесные. При этом следует учитывать, что преобразование может производиться по следующим группам:

- реальные графические элементы в проектные элементы;
- проектные графические элементы в проектные элементы;
- получение каких-либо характеристик проектных графических элементов.

Из точечных проектировочных задач, исходя из того, что мы работаем с прямыми и плоскими графическими элементами, можно выделить следующие:

- получение высоты точки, которая находится на проектной линии на расстоянии S от её начала;
- получение высоты точки, которая находится на пересечении двух проектных (или проектной и реальной) линий;
- получение высоты точки, которая принадлежит проектной плоскости, заданной какими-либо элементами;

Решение всех задач напрямую зависит от того, каким образом задавались проектные графические элементы. Выделим три самых распространенных группы задания элементов:

- 1) точка задается парой своих координат в декартовой (x, y) или полярной (α, d) системе;
- 2) линия задается или координатами двух её точек в любой системе, или координатами начала и ориентирным углом;
- 3) плоскость может быть задана или координатами трех её точек, или двумя пересекающимися линиями.

Очевидно, что это не все возможные варианты, а самые распространенные в геодезии.

При задании проектной линии двумя точками $(X_{II}, Y_{II}, H_{II})_1$ и $(X_{II}, Y_{II}, H_{II})_2$ решение первой точечной задачи может быть следующим: высота точки H_0 , принадлежащая проектной линии (рис. 7.34), будет:

$$H_0 = H_1 + h_{1-0}. \quad (7.28)$$

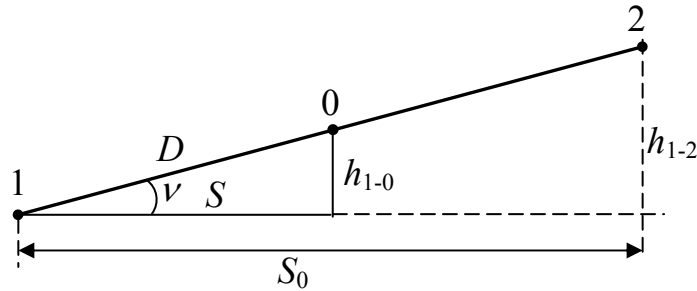


Рис. 7.34. Решение первой точечной задачи проектирования

Превышение h вычисляется в зависимости от того, какая длина, наклонная D или горизонтальное проложение S , задано и какие элементы вычислить проще. Возможная последовательность:

1) вычислить по приращениям общее горизонтальное проложение S_0 , если оно не задано;

2) вычислить уклон (или тангенс угла наклона) по высотам точек 1 и 2 и общему горизонтальному проложению S_0 :

$$i = \tan(v) = \frac{H_2 - H_1}{S_0}.$$

3) зная горизонтальное проложение S до точки 0, вычисляем требуемое превышение как $h = i \cdot S$. Если задано наклонное расстояние D , то проще привести его к горизонту через известный уклон, например, как

$$S = \frac{D}{\sqrt{1 + i^2}}$$

и опять воспользоваться определенной выше формулой для превышения.

Следует иметь в виду, что если точка 0 – середина линии 1-2, то её высота равна средней высоте вершин линии. Более общий подход на этой основе (то есть через обычную пропорцию) можно представить как (рис. 7.34):

$$\frac{h_{1-2}}{D_{1-2}} = \frac{h_{1-0}}{D} \Rightarrow h_{1-0} = h_{1-2} \cdot \frac{D}{D_{1-2}}. \quad (7.29)$$

При решении второй точечной задачи проектирования имеем две пересекающиеся линии a_1 и a_2 с одинаковыми горизонтальными проложениями S , но разными наклонами. Пусть линии также заданы парой трехмерных координат. Тогда, для получения высоты точки O пересечения двух линий можно поступить следующим образом (рис. 7.35):

1) решая обратную задачу, определяем общее расстояние S между концами линий и разность h_1 и h_2 высот краевых точек линии, а также уклон i , например, для линии 1-2;

2) используя теорему о подобии треугольников (см. рис. 7.35) можно записать, что

$$\frac{h_1}{S_0} = \frac{|h_1| + |h_2|}{S} \rightarrow S_0 = \frac{h_1}{|h_1| + |h_2|} \cdot S, \quad (7.30)$$

откуда превышение $h_0 = i \cdot S$, а высота пересечения $H_0 = H_1 + h_0$.

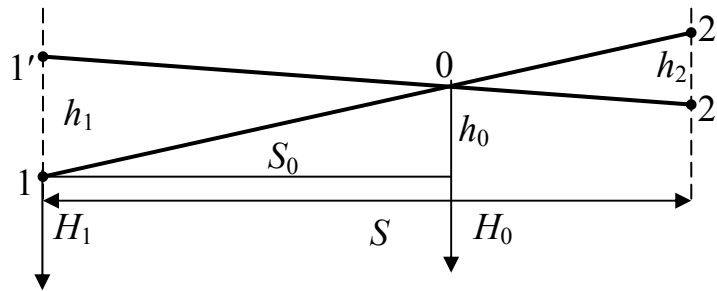


Рис. 7.35. Решение второй точечной задачи проектирования

Решение третьей точечной задачи в общем виде достаточно трудоемко, а сама она в таком виде встречается редко, но часто используется следующий частный случай: дан квадрат со стороной S и высотами в вершинах H_1 , H_2 и H_3 . Очевидно, что три точки образуют плоскость. Требуется восстановить высоту H_4 в четвертой вершине квадрата, но чтобы точка принадлежала определенной выше плоскости (рис. 7.36).

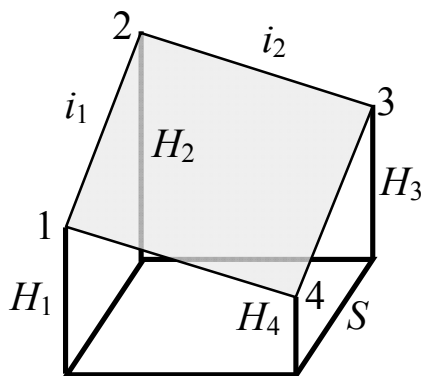


Рис. 7.36. Восстановление 4-й точки в квадрате

Требуется восстановить высоту H_4 в четвертой вершине квадрата, но чтобы точка принадлежала определенной выше плоскости (рис. 7.36).

Задача достаточно просто решается, исходя из следующих рассуждений: так как у квадрата стороны взаимно параллельны, то уклоны у этих сторон в пространственном аналоге очевидно одинаковы и превышения между ними также одинаковы. Для рис 7.36 превышение по стороне 1-2 ($H_2 - H_1$) равно превышению между сторонами 4-3 ($H_3 - H_4$); превышение по стороне 2-3 ($H_3 - H_2$) равно

превышению по стороне 1-4 ($H_4 - H_1$). Из сказанного следует, что превышения по сторонам 1-2 и 2-3 известны, так как известны высоты точек 1, 2 и 3 и высота точки 4 равна:

$$H_4 = H_1 + h_{1-4} = H_1 + (H_3 - H_2). \quad (7.31)$$

Линейные задачи проектирования в основном сводятся к проложению на топографическом плане линии заданного проектного уклона i . При этом уклон может быть интервальным в виде от i_1 до i_2 . Достаточно часто возникает похожая задача нахождения на проектной плоскости линии уклона i .

Задача проложения линии заданного проектного уклона на топографическом плане с горизонталями решается следующим образом. По значению уклона i и высоте сечения рельефа Δh вычисляют величину заложения s (см. формулу (7.11))

$$s = \Delta h / i.$$

Если откладывать измерителем вычисленное расстояние от начальной горизонтали до следующей (рис. 7.37) с касанием, то в результате мы получим линию заданного уклона. На рисунке штрихами показаны симметричные альтернативные варианты в каждой точке.

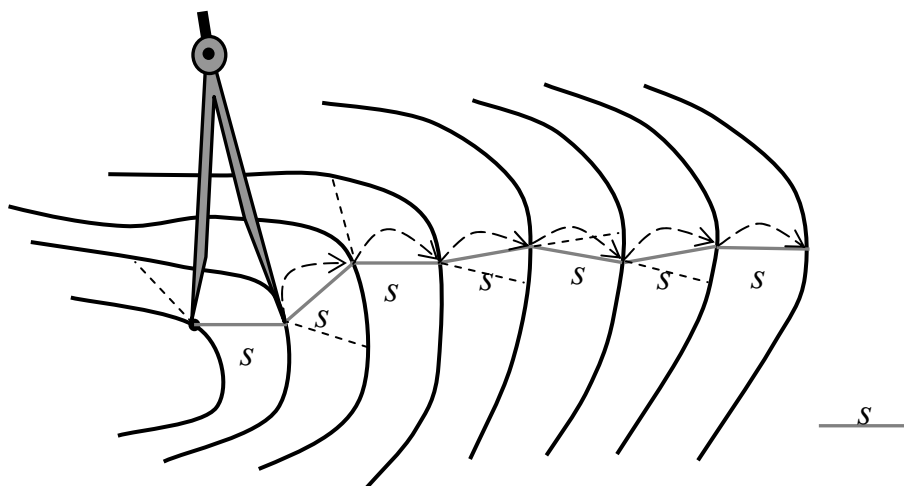


Рис. 7.37. Отложение линии заданного уклона

Очевидно, что решение не однозначное. При этом, если величина рассчитанного заложения s меньше расстояния между горизонталями, то точки соединяют по кратчайшему расстоянию.

Если требуется на проектной плоскости, заданной тремя точками с начальной точкой 1 и уклонами по осям i_x и i_y получить направление α проектного уклона i_{np} , то поступают следующим образом. Предположим, что на плоскости точка 0 для проектного уклона i_{np} существует (рис. 7.38).

Тогда, чтобы определить её отметку H_0 относительно исходной точки 1 с отметкой H_1 через известные уклоны, два раза совместно используем формулу (7.28)

$$H_0 = H_1 + i_x \cdot d_1 + i_y \cdot d_2. \quad (7.32)$$

Переносим H_1 в левую часть и относим обе части к общему расстоянию d , получим

$$i_{np.} = i_x \cos(\alpha) + i_y \cdot \sin(\alpha). \quad (7.32a)$$

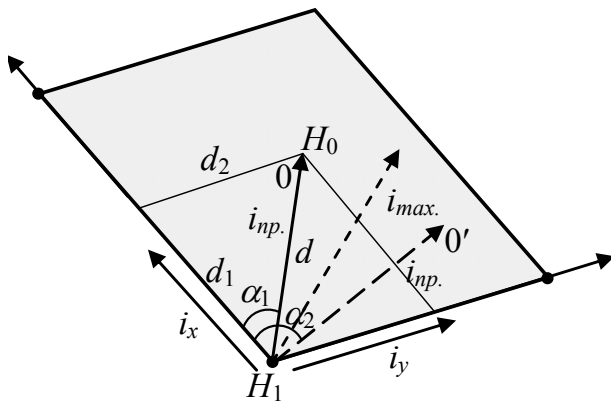


Рис. 7.38. Определение направления проектного уклона на плоскости

Решая уравнение (7.32a) относительно α любым известным способом (например, сведением тригонометрических функций к тангенсу) получим два решения (α_1, α_2) относительно оси симметрии, характеризующей максимальный уклон на поверхности $i_{max.} = i_y / i_x$ (см. рис. 7.37, альтернативные варианты).

При интервальном задании уклонов задача решается проще,

опять же на основе рассмотренной выше методики.

При *проектировании плоскостей* выделяют:

- проектирование горизонтальной плоскости на проектной высоте H_0 с балансом и без баланса земляных работ;
- проектирование наклонной плоскости с балансом и без баланса земляных работ;
- проектирование планировки участка местности на топографическом плане набором пересекающихся плоскостей.

Для начала изложения уясним, что горизонтальная плоскость горизонталями не отображается. Отображение наклонных плоскостей и некоторых из часто встречающихся их комбинаций представлено на рис. 7.39.

При проектировании на участке одной проектной горизонтальной плоскости при условии, что объем земли над плоскостью равен объему пустот под плоскостью (с балансом земляных работ) необходимо вычислить высоту проектной плоскости, по которой выполняется заявленное условие. Такая высота (иногда её называют *среднее площадное*) может быть проще всего получена при сеточном квадратном моделировании поверхности. Пусть (рис. 7.40) проектируемый участок разбит на квадраты со стороной S и имеет отметки вершин i и j сечений H_i^j .

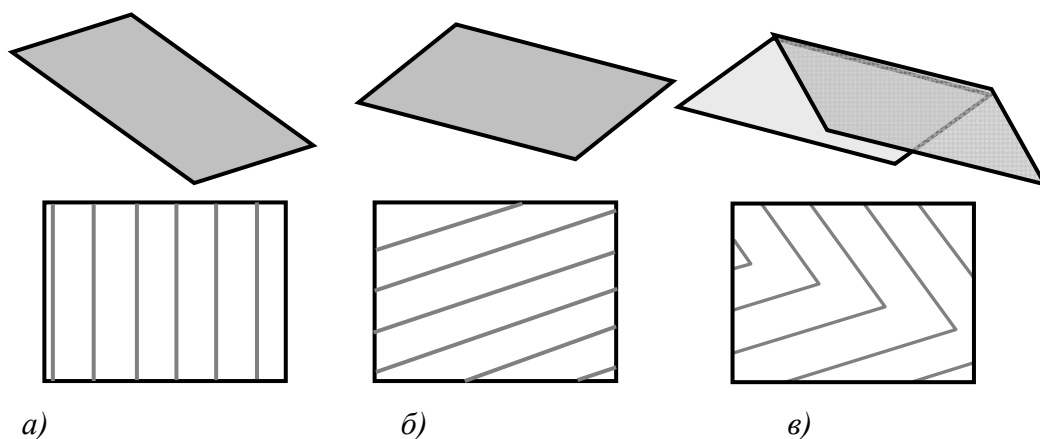


Рис. 7.39. Отображение в горизонталях некоторых проектных элементов:
 а) проектная плоскость наклонена в одном направлении; б) проектная плоскость наклонена в двух направлениях; в) наклонное уголковое пересечение двух плоскостей

H_1^I	H_1^{II}	H_1^{III}	H_1^{IV}
1	2	3	
H_2^I	H_2^{II}	H_2^{III}	H_2^{IV}
4	5	6	
H_3^I	H_3^{II}	H_3^{III}	H_3^{IV}
7	8	9	
H_4^I	H_4^{II}	H_4^{III}	H_4^{IV}

Рис. 7.40. Схема вычисления проектной отметки при вертикальной планировке одной плоскостью с балансом земляных работ

На первом шаге находят обычное среднее арифметическое в каждом квадрате

$$\left. \begin{aligned}
 H_1 &= \frac{H_1^I + H_1^{II} + H_2^I + H_2^{II}}{4} \\
 H_1 &= \frac{H_1^{II} + H_1^{III} + H_2^{II} + H_2^{III}}{4} \\
 &\dots
 \end{aligned} \right\} \cdot \quad (7.32)$$

На следующем шаге находят среднее из средних, полученных по (7.32)

$$H_0 = \frac{H_1 + H_2 + H_3 + \dots + H_n}{n} \quad (7.33)$$

Полученная высота H_0 и является искомой величиной, которую называют проектной отметкой при проектировании горизонтальной плоскости с балансом земляных работ. Если сгруппировать отметки в вершинах в формуле (7.33) по числу их использования, то получим другой, тоже часто используемый, вид формулы для проектной отметки:

$$H_0 = \frac{1 \cdot \sum H_{(1)} + 2 \cdot \sum H_{(2)} + 4 \cdot \sum H_{(4)}}{4 \cdot n}, \quad (7.33a)$$

где $H_{(1)}$, $H_{(2)}$, $H_{(4)}$ – отметки, принадлежащие 1, 2 и 4 квадратам соответственно, или участвующие в формуле (7.33) 1, 2 и 4 раза;

n – число квадратов.

Очевидно, в самой общей формуле вида (7.33a) будет также сумма отметок, принадлежащих 3 квадратам $H_{(3)}$, в случае разрыва однородности, то есть когда например, на рис 7.40 одна или несколько высот не участвуют по каким либо причинам в определении проектной отметки.

При проектировании наклонной плоскости с балансом земляных работ на участке как рис. 7.40 на первом этапе также необходимо получить по (7.33) или (7.33a) проектную отметку, но не всей плоскости (напоминаем, она наклонная), а центра тяжести поверхности который определяется точкой со средними координатами $(X_{cp.}, Y_{cp.})$ по осям из всех вершин (рис. 7.41). Таким образом, проектируемая плоскость на первом этапе фиксируется своим центром тяжести на высоте проектной отметки H_0 . Оче-

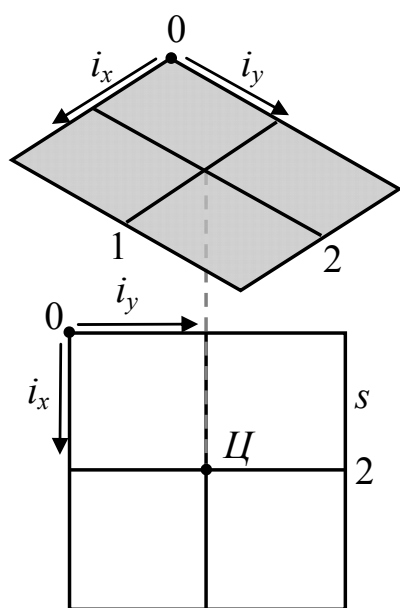


Рис. 7.41. Схема проектирования наклонной площадки с балансом земляных работ

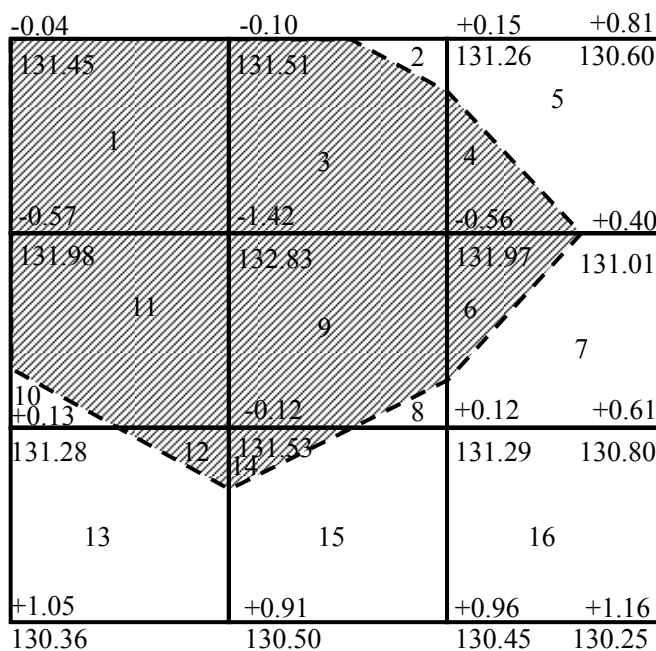
видно, что в каком либо виде должны быть заданы величины, характеризующие наклон плоскости относительно горизонтальной по оси X и Y . Чаще всего это составляющая задается в виде уклонов по осям, совмещенным с краями проектируемой плоскости, условными i_x и/или i_y , относительно вершины, выбранной за исходную (рис. 7.41, точка 0).

Учитывая, что у параллельных линий на плоскости уклоны одинаковы и зная длину стороны квадрата s и отметку центра тяжести $Ц$, не сложно вычислить на основе решения задачи определения высоты по проектной линии на расстоянии s (формулы (7.28) или (7.29)) отметки точек 1, 2 и т.д.

Основной графический документ при проектировании (в данном случае процесс чаще называют *вертикальной планировкой*) – *картограмма земляных работ*. Картограмма представляет собой план участка в масштабе (чаще 1:500 – 1:2000) в зависимости от размеров участка. На ней нанесены фактические (черные) отметки вершин квадратов, проектные (красные) отметки и разность между проектной высотой и фактической или рабочая (синяя) отметка, а также линия нулевых работ, которая является линией пересечения проектной и фактической плоскостей (рис. 7.42). Расстояние до точек нулевых работ (точка есть только между разнознаковыми рабочими отметками по стороне квадрата), совокупность которых определяет линию нулевых работ, вычисляется на основе решения задачи на нахождение точки пересечения двух прямых линий (см. формулу (7.30)). Таким образом, получаем линию раздела между насыпью (рабочие отметки «+») и выемкой (рабочие отметки «-»).

Если необходимо подсчитать объемы земляных работ насыпи и выемки, то используют метод четырехгранных призм (формула (7.27а)) или метод трехгранных призм (формула (7.27б)) с заменой (при необходимости) отметок на рабочие отметки.

Проектирование производилось с условием баланса земляных работ, то есть общий объем насыпи V^+ в пределах допуска должен быть равен общему по участку объему выемки V^- . В качестве допуска используют следующее отношение



$H_0 = 131.41$ Сторона квадрата 20 м

Рис. 7.42. Картограмма земляных работ

$$f_{\text{отн.}} = \frac{|\left(\sum V^+\right) - \left(\sum V^-\right)|}{\left(\sum V^+\right) + \left(\sum V^-\right)} \cdot 100\% \quad (7.34)$$

При проектировании участка шаблонами, например, комбинацией плоскостей с разными уклонами, которое в этом случае называют *планом организации рельефа* на топографических планах масштабов 1:500 – 1:1000,

в виде отметок должны быть заданы проектные высоты, определяющие будущий вид проекта. Для отображения проектируемого рельефа используют проектные горизонтали с высотой сечения h_0 0,1 – 0,5 м. Вычислив по проектным отметкам проектный уклон i_{np} между точками (если он не задан), рассчитывают расстояние a между проектными горизонталями, которые имеют вид прямых и перпендикулярны линии уклона:

$$a = \frac{h_0}{i_{np} \cdot M}, \quad (7.35)$$

где M – знаменатель численного масштаба плана.

Таким образом получают одну из *оформляющих плоскостей* проекта. Поступая таким же образом для других точек получаем общий план организации проекта рельефа в виде оформляющих плоскостей, представленных проектными горизонталями (рис. 7.43).

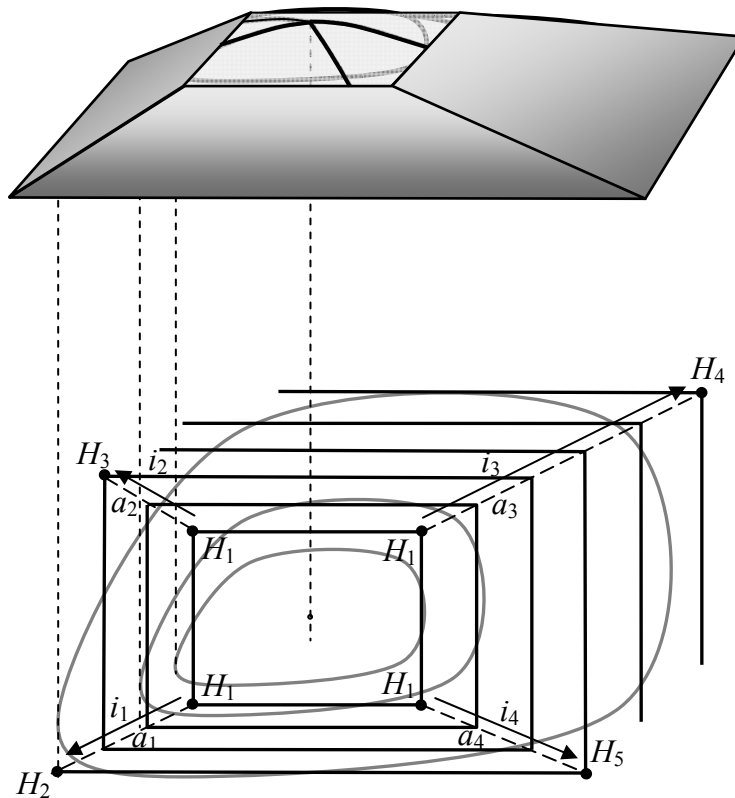


Рис. 7.43. Проектирование рельефа оформляющими плоскостями

На рисунке i_i , a_i , H_i – соответственно проектные уклоны, заложение между проектными горизонталями по линии (см. (7.35)) и проектные отметки. Проектные горизонталы отображаются на плане черным цветом.

Вопросы для контрольной точки по теоретическому материалу модуля 7

1. Планы и карты, общие положения.
2. Условные знаки, их необходимость и виды.
3. Задачи, решаемые на планах. Общие положения.
4. Метрические точечные и линейные задачи на планах.
5. Метрические площадные и объемные задачи на планах.
6. Задачи проектирования на планах.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 10 Решение задач на топографических планах

Цель: Изучить и уметь практически использовать основные виды задач, решаемых в геодезическом производстве на топографических планах.

Время выполнения: 12 часов (6 пар).

Последовательность выполнения

- 1.1. Выполнить описательную задачу на плане по маршруту, выданному преподавателем.
- 2.1. Выполнить метрические точечные задачи:
 - определение прямоугольных координат точек методом перпендикуляров и наклонных линий;
 - определение высот точек по горизонталям плана, используя численное интерполирование и косую палетку;
- 3.2-3. Выполнить метрические линейные задачи:
 - определение дирекционных углов линий прямыми измерениями и контролем по полученным выше прямоугольным координатам точек;
 - определение длин линий прямыми измерениями и контролем по полученным выше прямоугольным координатам точек;
 - определение угла наклона и уклонов по линиям;
 - определение величин наклонных линий и контролем по полученным прямоугольным координатам и высотам точек;
 - проведение линии заданного уклона между 2 точками, выданными преподавателем;

– построение продольного профиля между двумя точками в масштабе плана.

4.4. Выполнить метрические площадные задачи:

– определение площади полигона по координатам методом Гаусса;

– определение площади криволинейного контура планиметром;

5.5. Выполнить метрические объемные задачи:

– определение объемов криволинейных фигур методом прямоугольников и методом трапеций;

– определение объемов криволинейных фигур методом прямоугольных призм;

6.6. Выполнить следующие задачи на проектирование:

– горизонтальной площадки с балансом земляных работ;

– оформляющими плоскостями заданного преподавателем участка на плане и заданными проектными значениями.

*Цифры после номера пункта – номер учебной пары.

Состав отчета

1. Описать суть, методы и основные подходы при решении геодезических задач на топографических планах.

2. Таблица выполнения описательной задачи на плане по маршруту.

3. Результаты определения прямоугольных координат точек методом перпендикуляров и наклонных линий с рисунками и пояснением.

4. Результаты определения высот точек по горизонталям плана с использованием численного интерполирования и косо́й палетки с рисунками и пояснением.

5. Результаты определения дирекционных углов и длин линий прямыми измерениями с их контролем по полученным выше прямоугольным координатам точек.

6. Результаты определения углов наклона, уклонов и наклонных линий с контролем.

7. Участок плана с проведенной линией заданного уклона между 2 точками.

8. Продольный профиль, построенный на миллиметровой бумаге между двумя точками в масштабе плана (вертикальный масштаб на порядок ниже горизонтального).

9. Ведомости определения площади полигона по координатам методом Гаусса и определения площади криволинейного контура планиметром

(с обязательным представлением результатов определения цены деления планиметра).

10. Результаты вычислений объемов криволинейных фигур методом прямоугольников, трапеций и методом прямоугольных призм.

11. Графические материалы по проектированию горизонтальной площадки с балансом земляных работ.

12. Графические материалы по проектированию заданного участка на плане по заданным проектным значениям оформляющими плоскостями.

Перед выполнением пункта *обязательно* его краткое описание.

После выполнения лабораторной работы студент

– **должен знать:**

1. Суть и основные методы постановки и решения задач на топографических планах.

– **должен уметь:**

1. Самостоятельно решать основные виды задач на топографических планах.

2. Комбинировать решения стандартных задач для эффективного решения поставленной нестандартной задачи.

3. Выполнять задачи проектирования с альтернативными вариантами и их анализом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баканова, В. В. Практикум по геодезии / В. В. Баканова, Я. Я. Карклин, Г. К. Павлова [и др.]. – М. : Недра, 1983. – 456 с.
2. Баран. П. И. Применение геодезических засечек, их обобщенные схемы и способы машинного решения / П. И. Баран, В. И. Мицкевич, Ю. В. Полищук [и др.]. – М. : Недра, 1986. – 166 с.
3. Геодезия. Топографические съемки: справ. пособие / под ред. В. П. Савиных. – М. : Недра, 1991. – 317 с.
4. Дьяков Б. Н. Геодезия / Б. Н. Дьяков/ – Новосибирск : ЦИТ СГГА, 2002. – 186 с. /http://www.ssga.ru/metodich/geodesy_ep/authors.html
5. Инженерная геодезия /под ред. П. С. Закатова. – М. : Недра, 1976. – 583 с.
6. Лысов, Г. Ф. Поверки и исследования теодолитов и нивелиров в полевых условиях / Г. Ф. Лысов. – М. : Недра, 1978. – 96 с.
7. Маслов, А. В. Геодезия / А. В. Маслов, А. В. Гордеев, Ю. Г. Батраков. – М. : КолосС, 2006. – 598 с.
8. Перфилов, В. Ф. Геодезия / В. Ф. Перфилов. – М. : Высш. шк., 2006. – 350 с.
9. Поклад, Г. Г. Геодезия / Г. Г. Поклад, С. П. Гриднев. – М. : Академический проспект, 2007. – 592 с.
10. Практикум по геодезии / под ред. Н. И. Модринского. – М. : Недра, 1973. – 368 с.
11. Условные знаки для топографических планов масштабов 1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500. – М. : Недра, 1989. – 284 с.
12. Федотов, Г. А. Инженерная геодезия / Г. А. Федотов. – М. : Высш. шк., 2006. – 463 с.

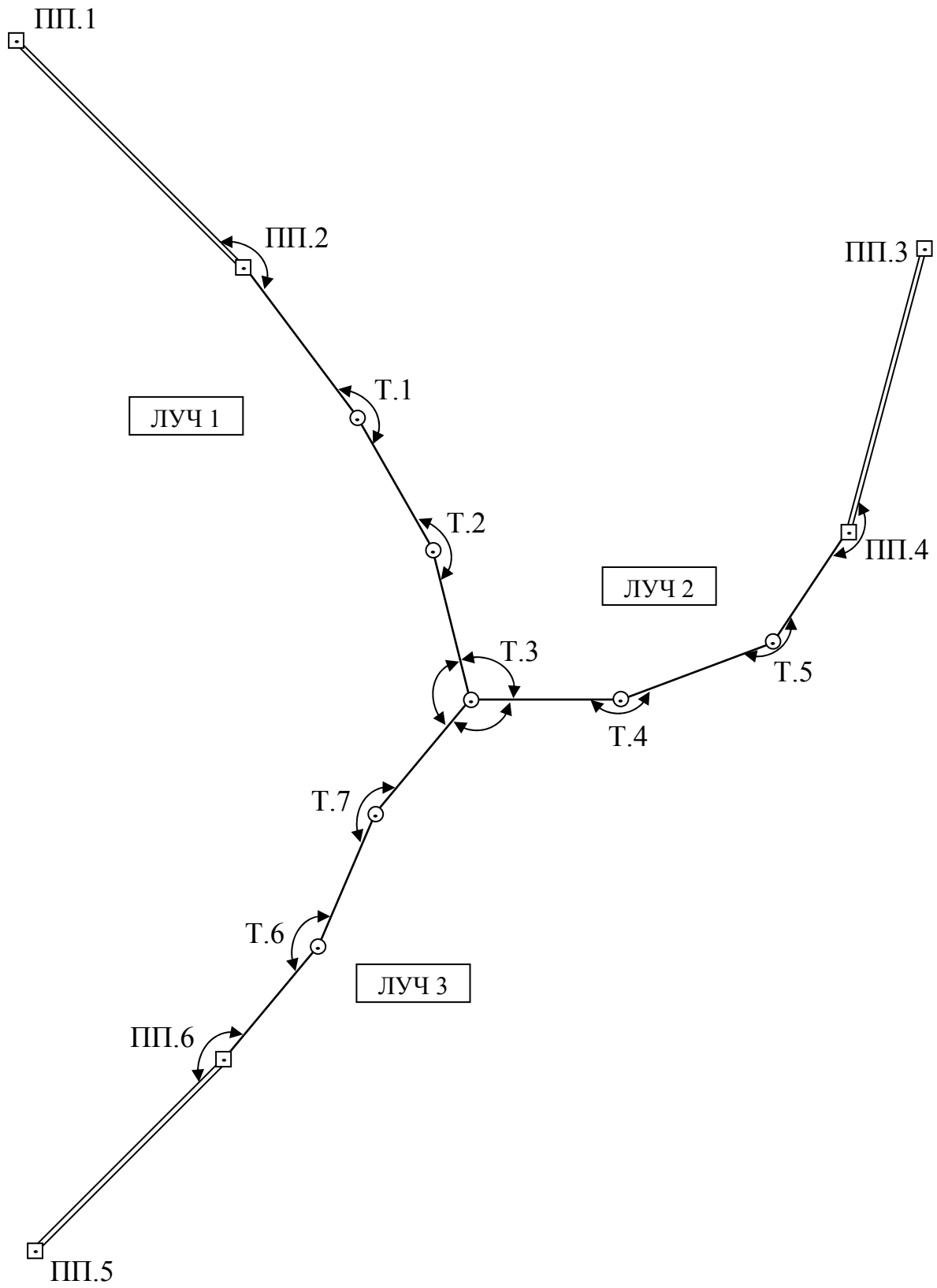
ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Журнал измерения углов

№ станции	круг	№ точек наведения	отсчеты ГК ° ' "	из полуприема ° ' "	среднее ° ' "	отсчеты ВК			угол на-клона		
						±	° ' "	±	° ' "		
1	2	3	4	5	6	7			8		
	КЛ										
	КП										
	КЛ										
	КП										
	КЛ										
	КП										
	КЛ										
	КП										
	КЛ										
	КП										
	КЛ										
	КП										
	КЛ										
	КП										
	КЛ										
	КП										
	КЛ										
	КП										
	КЛ										
	КП										

Схема сети с одной узловой точкой



Журнал тахеометрической съемки

Абрис

Станция _____
 Ориентировка _____
 Место нуля _____ Круг _____
 Высота инструмента _____

Теодолит _____
 Дата _____
 Наблюдал _____
 Записывал _____

№ точек	Расстояние по рейке D , м	Высота наведения, v	Отсчеты					Углы наклона v			Исправленные расстояния S , м	Превышения		Отметки H , м
			гориз. круг		верт. круг			±	о	'		±	h , м	
			о	'	±	о	'							

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
Модуль 1	5
Введение	5
1.1. Геометрический метод познания как основа геодезии	6
1.2. Теоретические основы геодезии.....	13
1.3. Основные положения метода измерений	22
1.4. Средства угловых измерений	35
1.5. Методы угловых измерений	60
Вопросы для контрольной точки по теоретическому материалу модуля 1	73
Лабораторная работа № 1. Работа с теодолитами технической точности	73
Модуль 2	78
Введение	78
2.1. Общие положения высотных измерений.....	79
2.2. Средства высотных измерений.....	82
2.3. Методы высотных измерений.....	94
2.4. Линейные измерения. Средства и методы	102
2.5. Графические измерения. Средства и методы.....	118
2.6. Элементы оценивания результатов измерений.....	127
Вопросы для контрольной точки по теоретическому материалу модуля 2	133
Лабораторная работа № 2. Высотные измерения и приборы	133
Лабораторная работа № 3. Изучение мензурного комплекта.....	134
Модуль 3	137
Введение	137
3.1. Общие положения позиционирования.....	138
3.2. Позиционирование со степенями свободы на плоскости	141
3.3. Системы координирования на плоскости.....	145
3.4. Определение положения точки на плоскости засечками.....	151
3.5. Позиционирование с использованием ходов	162
3.6. Определение положения точек сетями.....	180
Вопросы для контрольной точки по теоретическому материалу модуля 3	183
Лабораторная работа № 4. Методы определения положения точек на плоскости	183
Расчетно-графическая работа. Обработка линейно-угловой сети с одной узловоей точкой	185
Модуль 4	188
Введение	188
4.1. Простейшая трансформация систем координат.....	189
4.2. Определение высот точек ходами и сетями	194

4.3. Системы координирования в трехмерном пространстве	203
Вопросы для контрольной точки	
по теоретическому материалу модуля 4	207
Лабораторная работа № 5. Обработка хода	
технического нивелирования	208
Модуль 5	210
Введение	210
5.1. Основы представления геодезических данных	211
5.2. Определение размеров и формы объектов	237
5.3. Геометрические отношения объектов в геодезии	244
Вопросы для контрольной точки	
по теоретическому материалу модуля 5	247
Лабораторная работа № 6. Определение формы объектов	
геодезическими методами	248
Модуль 6	251
Введение	251
6.1. Съёмки, общие положения	252
6.2. Горизонтальная съёмка	255
6.3. Планово-высотная съёмка	271
6.4. Вертикальная съёмка	289
6.5. Другие виды съёмки	293
Вопросы для контрольной точки	
по теоретическому материалу модуля 6	299
Лабораторная работа № 7. Построение плана теодолитной съёмки	299
Лабораторная работа № 8. Построение плана тахеометрической съёмки	301
Лабораторная работа № 9. Построение плана высотной съёмки	302
Модуль 7	304
Введение	304
7.1. Топографические планы	305
7.2. Задачи, решаемые на топографических планах	317
Вопросы для контрольной точки	
по теоретическому материалу модуля 7	353
Лабораторная работа № 10. Решение задач	
на топографических планах	353
Литература	356
Приложения	357
Приложение 1. Журнал измерения углов	357
Приложение 2. Схема сети с одной узловой точкой	358
Приложение 3. Журнал нивелирования	359
Приложение 4. Ведомость вычисления координат точек,	
определённых теодолитным ходом	360
Приложение 5. Журнал тахеометрической съёмки	361

Учебное издание

ДЕГТЯРЕВ Александр Михайлович

ГЕОДЕЗИЯ

Учебно-методический комплекс
для студентов специальности 1-56 02 01 «Геодезия»
и слушателей ИПК УО «ПГУ» специальности 1-56 02 71
«Прикладная геодезия и геодезическое обеспечение кадастра»

В 2 частях

Часть 1

2-е издание, переработанное и дополненное

Редактор *Ю. В. Мацук*

Дизайн обложки *В. А. Виноградовой*

Подписано в печать 31.07.10. Формат 60x84 ¹/₁₆. Бумага офсетная.
Ризография. Усл. печ. л. 21,11. Уч.-изд. л. 20,88. Тираж 95 экз. Заказ 1314.

Издатель и полиграфическое исполнение:
учреждение образования «Полоцкий государственный университет».

ЛИ № 02330/0548568 от 26.06.2009 ЛП № 02330/0494256 от 27.05.2009

Ул. Блохина, 29, 211440 г. Новополоцк.