

## 17. РАЗВЕРТКИ ПОВЕРХНОСТЕЙ. АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ

17.1 Построение развертки наклонных призматических, цилиндрических и конических поверхностей способом нормального сечения.

17.2. Построение развертки наклонных призматических, цилиндрических и конических поверхностей способом триангуляции.

17.3 Построение развертки поверхности сферы

17.4 Аксонометрические проекции

### 17.1 Построение развертки наклонных призматических, цилиндрических и конических поверхностей способом нормального сечения.

Способ нормального сечения применим в том случае, когда ребра призмы или образующие цилиндра параллельны одной из плоскостей проекций, т.е. проецируются на нее в натуральную величину.

На рисунке 17.1 дано построение развертки поверхности трехгранной наклонной призмы способом нормального сечения.

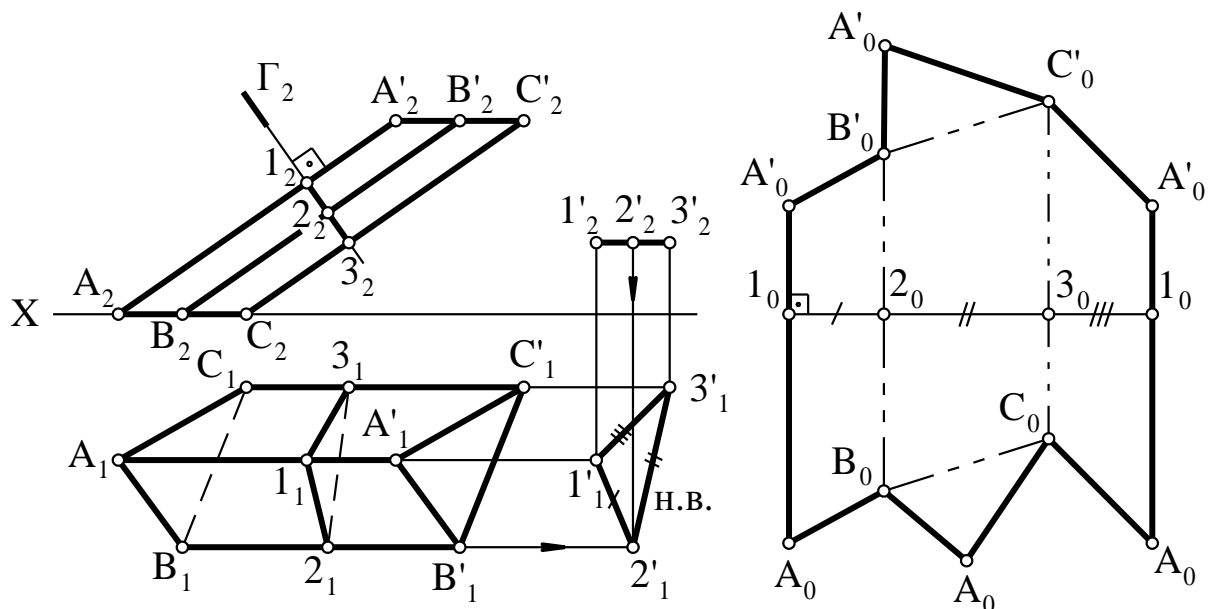


Рис. 17.1

Построения выполняют в следующем порядке:

- 1) призму пересекают нормальной (перпендикулярной к ее ребрам) плоскостью  $\Gamma$ . Так как ребра призмы параллельны фронтальной

плоскости проекций и на нее проецируются в натуральную величину, то нормальная плоскость будет являться фронтально-проецирующей плоскостью;

- 2) строят проекции и определяют натуральную величину нормального сечения. На рисунке 17.1 фронтальная проекция фигуры нормального сечения  $1_2 2_2 3_2$  совпадает со следом плоскости  $\Gamma$ . Натуральную величину фигуры сечения  $1_1' 2_1' 3_1'$  строят способом плоскопараллельного перемещения. Для этого плоскость  $\Gamma$  располагают параллельно горизонтальной плоскости проекций, чтобы фигура сечения проецировалась на плоскость проекций  $\Pi_1$  в натуральную величину;
- 3) натуральную величину фигуры нормального сечения на свободном поле чертежа разворачивают в прямую линию  $1_0-1_0$  и через вершины сечения перпендикулярно к линии  $1_0-1_0$  проводят прямые;
- 4) на перпендикулярах по обе стороны откладывают длины соответствующих отрезков ребер призмы. Их величины измеряют от линии сечения до оснований в обе стороны и откладывают на перпендикулярах. Полученные точки  $A_0 B_0 C_0 A_0$  и  $A_0' B_0' C_0' A_0'$  соединяем отрезками прямых;
- 5) пристраивают к полученной фигуре основания. Их строят по трем сторонам.

На рисунке 17.2 построена развертка поверхности наклонного цилиндра с круговым основанием.

Образующие цилиндра параллельны плоскости проекций  $\Pi_2$ , поэтому и в этом примере применяют способ нормального сечения. Для этого выполняют следующие построения:

- 1) делят основание цилиндра на 12 частей;
- 2) проводят через точки деления основания образующие;
- 3) проводят плоскость  $\Gamma$ , перпендикулярную к образующим цилиндра;
- 4) находят натуральную величину нормального сечения. В данном примере сечение оно найдено способом плоскопараллельного перемещения;
- 5) на свободном поле чертежа натуральную величину линии сечения разворачивают в прямую линию  $1_0-1_0$ ;
- 6) через точки деления проводят перпендикулярно прямой  $1_0-1_0$  отрезки, на которых откладывают длины образующих от линии се-

чения до оснований. Длину образующих берут на фронтальной плоскости проекций;

- 7) полученные точки соединяют плавной кривой. Образованная фигура является разверткой боковой поверхности наклонного цилиндра.

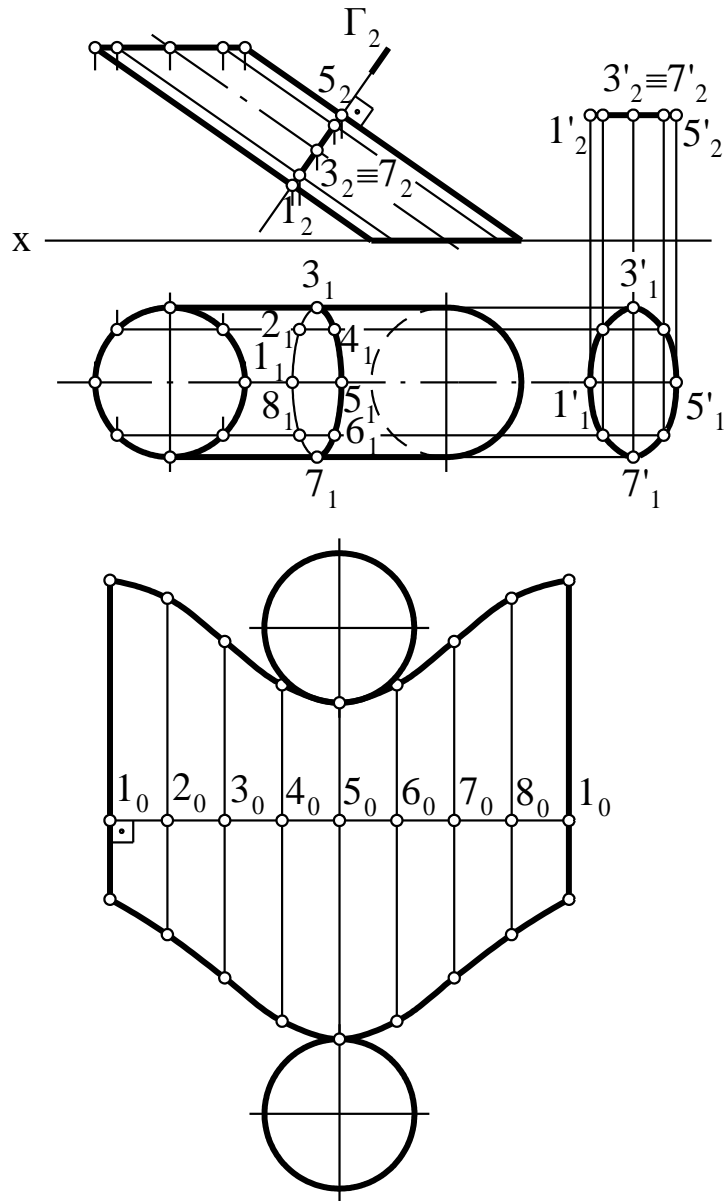


Рис.17.2

## 17.2. Построение развертки наклонных призматических, цилиндрических и конических поверхностей способом триангуляции.

Сущность способа триангуляции (треугольников) состоит в том, что каждая грань многогранника разбивается диагональю на два треугольника, далее определяют натуральную величину всех сторон треугольников, которые последовательно в натуральную величину вычерчиваются на свободном поле чертежа.

На рисунке 17.3 дано построение развертки поверхности наклонной призмы.

Построения выполняют в следующем порядке:

- 1) каждую грань  $ABB'A'$ ,  $BCC'B'$  и  $CAA'C'$  разбивают диагоналями на два треугольника. Затем определяют натуральную величину всех сторон треугольников, одной из сторон любого треугольника будет являться ребро призмы, второй – диагональ, а третьей – сторона основания наклонной призмы. Основание призмы принадлежит плоскости проекций  $\Pi_1$ , поэтому проецируется на нее в натуральную величину;
- 2) все ребра призмы одинаковы, поэтому находят натуральную величину одного из ребер ( $AA'$ ) призмы любым из способов преобразования. В данном случае применяют способ вращения вокруг прямой, перпендикулярной плоскости проекций  $\Pi_1$  и проходящей через точку  $A_1$ ;
- 3) находят натуральную величину диагоналей способом плоскопараллельного перемещения;
- 4) на свободном поле чертежа последовательно в натуральную величину вычерчиваются треугольники  $A_0A_0'B_0'$ ,  $A_0B_0B_0'$ ,  $B_0B_0'C_0'$ ,  $B_0C_0C_0'$ ,  $C_0A_0C_0'$  и  $A_0A_0'C_0'$  по трем сторонам;
- 5) для построения полной развертки поверхности наклонной призмы к любой грани пристраивают два основания.

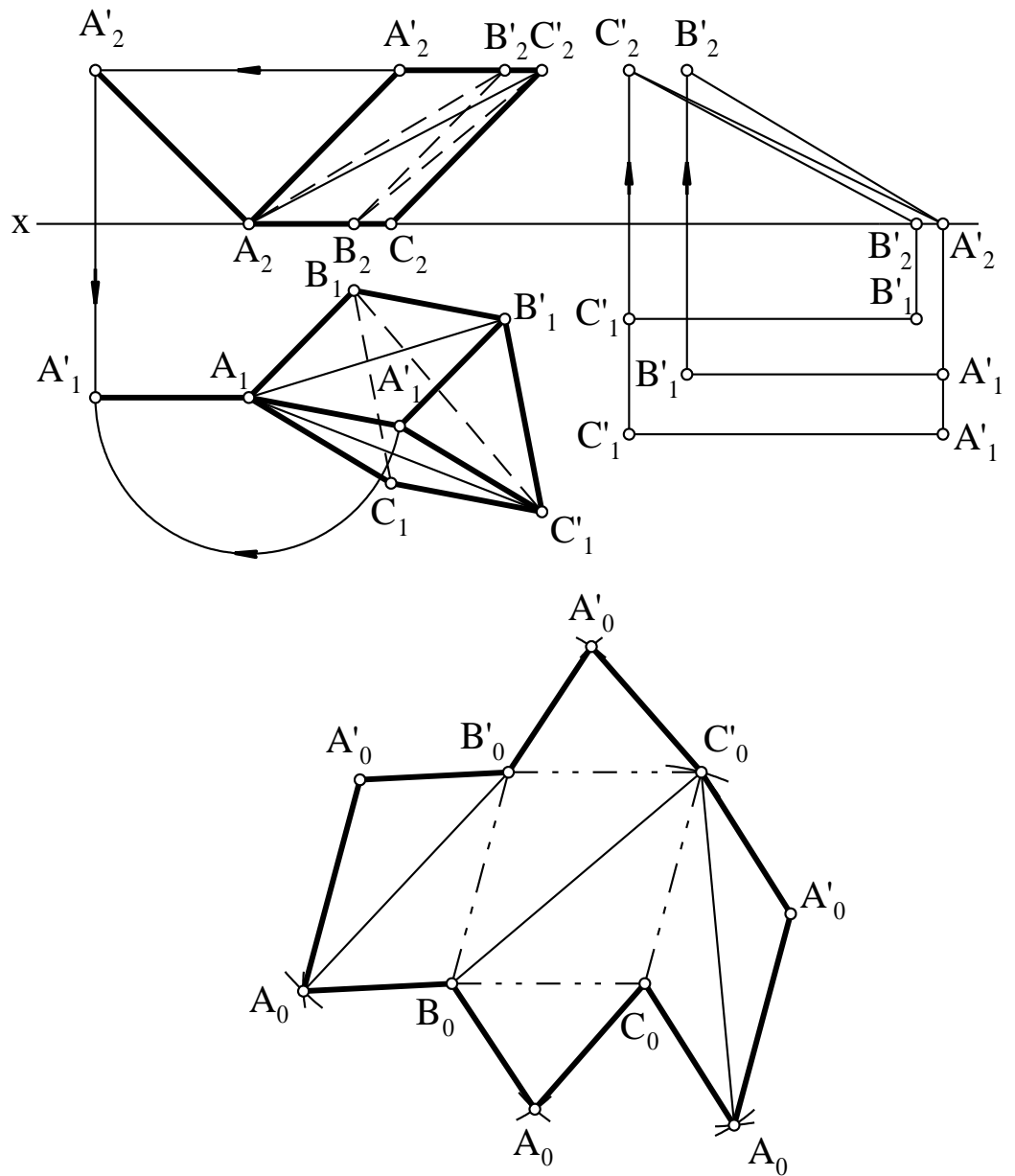


Рис. 17.3

На рисунке 17.4 дано построение развертки поверхности наклонного конуса.

Построение развертки конической поверхности выполняется также, как в случае построения развертки боковой поверхности пирамиды – способом триангуляции (треугольников).

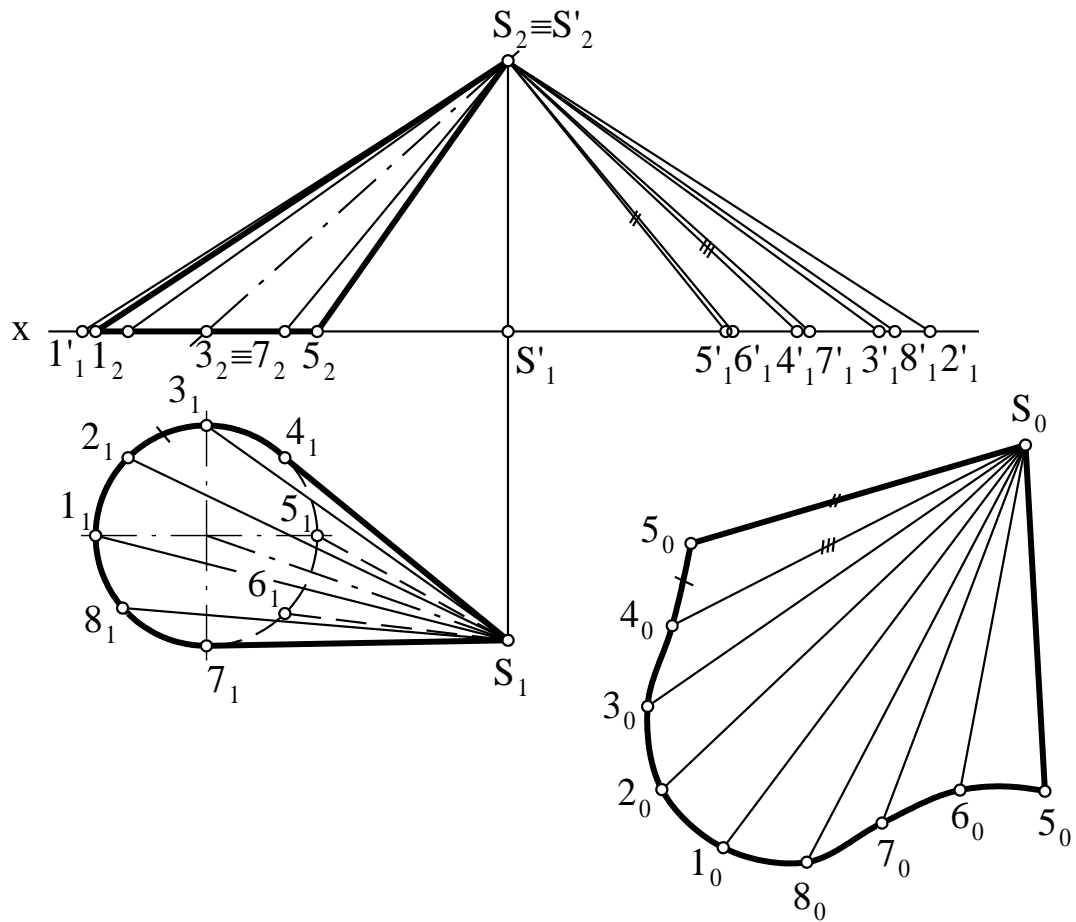


Рис. 17.4

Для этого заменяют поверхность конуса вписанной восьмигранной или двенадцатигранной пирамидой. Определяют длину всех образующих любым из методов преобразования, а затем строят треугольники в определенном порядке так, чтобы они примыкали друг к другу. Фигура  $S_0 5_0 4_0 3_0 2_0 1_0 8_0 7_0 6_0 5_0$  является приближенной разверткой поверхности наклонного конуса.

Для построения развертки боковой поверхности наклонного усеченного конуса (рис. 17.5) выполняют следующие построения:

- 1) вписывают в конус многогранную усеченную пирамиду;
- 2) разбивают диагоналями каждую грань вписанной пирамиды на два треугольника;
- 3) определяют натуральную величину всех сторон треугольников (натуральную величину ребер и диагоналей) способом плоскопараллельного перемещения. Нижнее и верхнее основания конуса на горизонтальную плоскость проекций проецируются в нату-

ральную величину, поэтому величины третьих сторон треуголь-  
 ников определяют на плоскости проекций  $\Pi_1$ . Крайние образую-  
 щие конуса в данном примере  $11'$  и  $55'$  проецируются в натураль-  
 ную величину на фронтальную плоскость проекций;

- 4) на свободном поле чертежа строят по трем сторонам треугольник  $1_0 2_0 1_0'$ , пристраивают к нему треугольники  $1_0' 2_0' 2_0$ ,  $2_0 3_0 2_0'$ ,  $2_0' 3_0' 3_0$ ,  $3_0 4_0 3_0'$ ,  $3_0' 4_0' 4_0$ ,  $4_0 5_0 4_0'$ ,  $4_0' 5_0' 5_0$  и т.д.;
- 5) полученные точки соединяют плавными кривыми линиями.

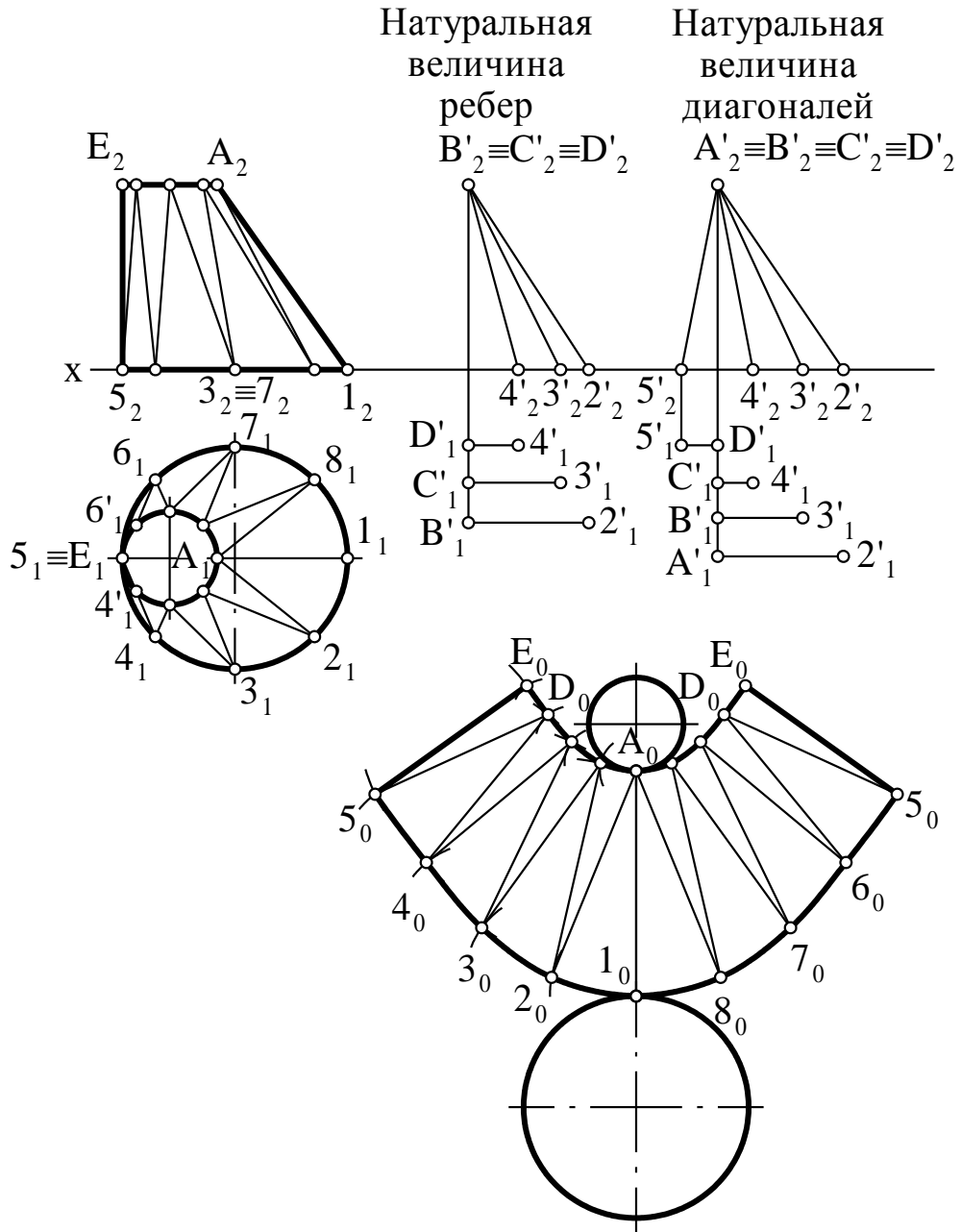


Рис.17.5

Так как наклонный усеченный конус имеет ось симметрии, то можно построить только половину его развертки.

### 17.3. Построение развертки поверхности сферы

Построение развертки поверхности сферы выполняется способом вспомогательных цилиндров (рис. 17.6). Этот способ заключается в следующем: заданная поверхность сферы разбивается с помощью меридианов на равные между собой части или доли. Каждая доля заменяется цилиндрической поверхностью, которая касательна к поверхности сферы в точках главного меридиана доли.

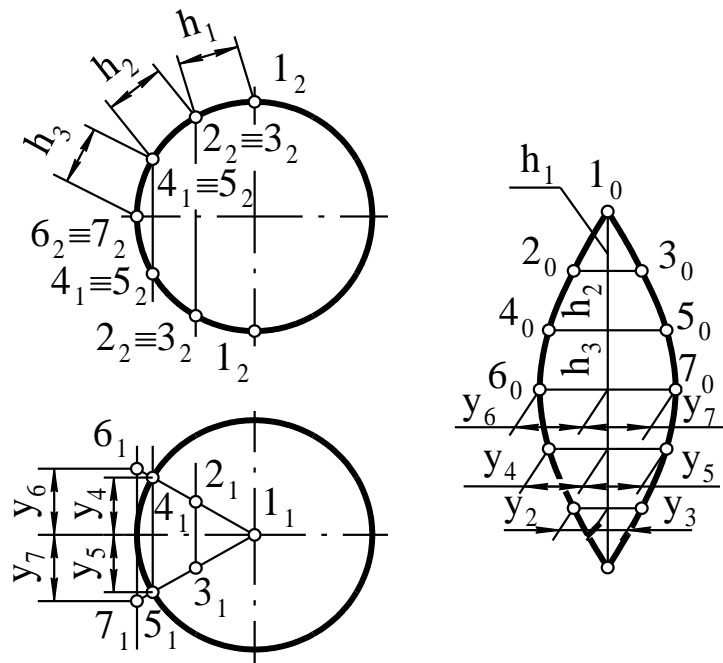


Рис. 17.6

Развертка поверхности сферы выполняется в следующем порядке:

- 1) поверхность сферы делят на 6 частей горизонтально-проецирующими плоскостями, которые являются меридианами;
- 2) описывают вокруг сферы цилиндрическую поверхность, ось которой проходит через центр сферы перпендикулярно к  $\Pi_2$ , таким образом, часть сферы заменяют частью цилиндрической поверхности  $\Phi$ . На горизонтальную плоскость проекций она проецируется в виде треугольника  $1_1, 6_1, 7_1$ , а на фронтальную – в виде дуги окружности;



- 3) делят фронтальную проекцию дуги окружности на 6 равных частей. Величина отрезков  $h$ ,  $h_2$ ,  $h_3$  будет натуральной на плоскости проекций  $\Pi_2$ . Строят горизонтальные проекции образующих, проходящих через соответствующие точки деления;
- 4) находим натуральную величину образующих  $2_1-3_1$ ,  $4_1-5_1$  и  $6_1-7_1$  на плоскости проекций  $\Pi_1$ , так как образующие параллельны горизонтальной плоскости проекций;
- 5) для построения развертки главный меридиан разворачивают в прямую линию и на ней откладывают вверх и вниз отрезки, равные  $h_1$ ,  $h_2$  и  $h_3$ , а через полученные точки откладывают вправо и влево отрезки, равные  $u_6 - u_7$ ,  $u_4 - u_5$ ,  $u_2$  и  $u_3$ ;
- 6) соединив плавной кривой концы отрезков, получают развертку одной доли, т.е.  $1/6$  части поверхности сферы. Полная развертка поверхности сферы будет состоять из 6 одинаковых долей.

#### 17.4 Аксонометрические проекции

Ортогональные проекции чертежей позволяют точно изобразить форму, нанести размеры предмета, но они имеют недостаточную наглядность. Чтобы облегчить представление о детали, ее элементах применяют наглядные изображения. Для построения наглядных изображений применяют аксонометрические проекции. Название «аксонометрия» – слово греческое, в переводе на русский язык означает «осемерия», т.е. измерение по осям.

Теорию аксонометрии рассматривают в курсе начертательной геометрии. В данном пособии приведены лишь практические рекомендации по построению аксонометрических изображений.

Сущность аксонометрического проецирования заключается в том, что изображаемый предмет вместе с осями координат  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , к которым этот предмет отнесен в пространстве, проецируется параллельными лучами на некоторую плоскость  $\Pi'$ . Данная плоскость называется аксонометрической или картинной. Полученное наглядное изображение на этой плоскости называется аксонометрическим.

Если проецирующие лучи направлены перпендикулярно к аксонометрической плоскости, то такие аксонометрии называют прямоугольными, если под углом (не перпендикулярно) – косоугольными.

Проекции осей координат на плоскость  $\Pi'$  называют аксонометрическими осями.

Рассмотрим образование аксонометрической проекции на примере проецирования параллелепипеда (рис. 17.7, а) на аксонометрическую плоскость  $\Pi'$  (рис. 17.7, з). Направление проецирования (стрелка  $S'$ ) не должно совпадать с направлением координатных осей  $X, Y, Z$ . На рис. 17.7, в, д также показано построение фронтальной и горизонтальной проекций параллелепипеда, которые представляют плоские фигуры и по наглядности значительно уступают изображению, полученному на аксонометрической плоскости.

Так как в данном примере ни одна из координатных осей  $X, Y, Z$  не параллельна плоскости проекций  $\Pi'$ , то на аксонометрической проекции форма параллелепипеда и размеры его граней оказались искаженными. Степень искажения определяется отношением длины аксонометрической проекции отрезка к его действительной величине (например,  $E'F':EF$  или  $B'F':BF$ ). Это отношение называется показателем или коэффициентом искажения.

Если коэффициенты искажения по всем трем осям равны, то такая аксонометрическая проекция называется изометрической, если коэффициенты равны по двум осям, – диметрической.

ГОСТ 2.317-69 рекомендует применять в чертежах всех отраслей промышленности и строительства для наглядных изображений следующие пять видов аксонометрических проекций: две прямоугольных (изометрическую и диметрическую) и три косоугольных (фронтальную и горизонтальную изометрические и фронтальную диметрическую).

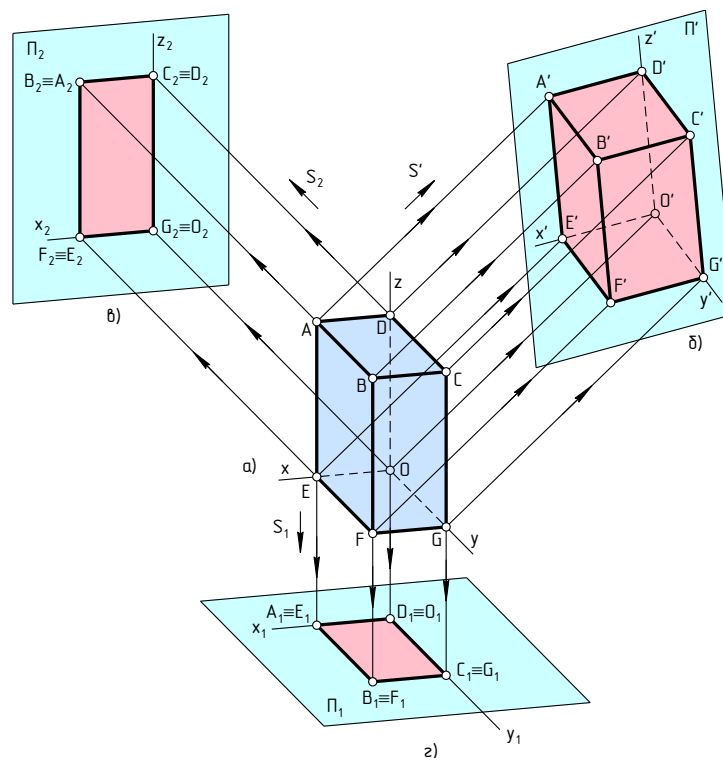


Рис. 17.7

Наиболее широкое применение в инженерной графике получили аксонометрические проекции: прямоугольная изометрическая (изометрия) и прямоугольная диметрическая (диметрия), обеспечивающие хорошую наглядность изображений.

При одинаковом наклоне осей координат ( $X, Y, Z$ ) к аксонометрической плоскости проекций оси  $X', Y', Z'$  (аксонометрические оси) образуют между собой углы, равные  $120^\circ$ .

При этом ось  $Z'$  располагают вертикально, тогда оси  $X'$  и  $Y'$  составляют с горизонтальной прямой углы в  $30^\circ$  (рис. 17.8, *а*). Угол в  $30^\circ$ , определяющий положение осей в изометрии, можно найти при помощи циркуля (рис. 17.8, *б*) или построением прямоугольного треугольника с соотношением катетов  $4:7$  ( $\operatorname{tg} 30^\circ = 4/7$ ) (рис. 17.8, *в*), или при помощи транспортира.

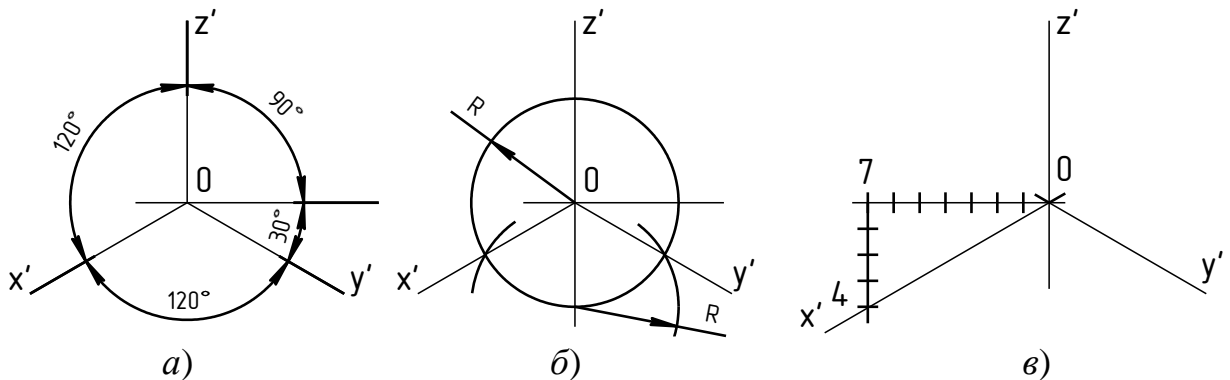


Рис. 17.8

Коэффициент искажения размеров по всем трем осям равен  $0,82$ . Однако с целью упрощения построения коэффициенты искажений округлены до единицы, что приводит к увеличению аксонометрической проекции в  $1,22$  ( $1:0,82=1,22$ ) раза по сравнению с действительными размерами предмета. При построении изометрии откладывают по аксонометрическим осям действительные размеры предмета.

Так как изображаемые предметы в своем большинстве состоят из прямых линий и плоских фигур, то целесообразно остановиться на построении их в изометрии.

На рис. 17.9, *а* показаны ортогональные проекции отрезка  $AB$ , а на рис. 17.9, *б* – изометрическая проекция данного отрезка.

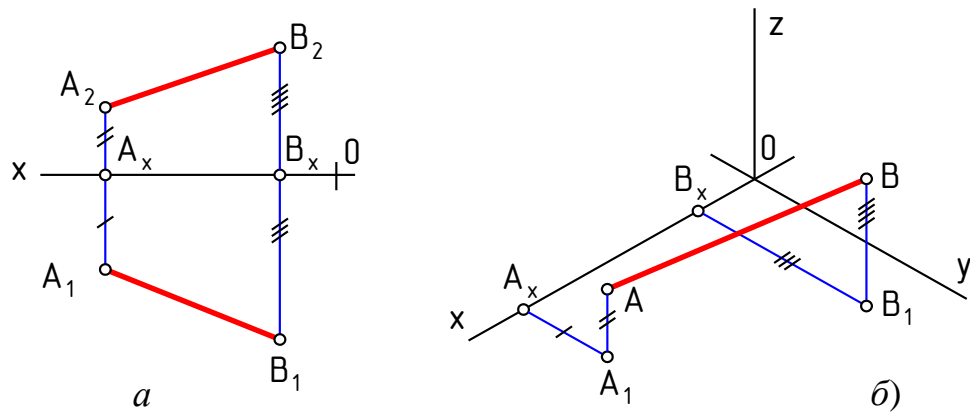


Рис. 17.9

Построение аксонометрических изображений плоских многоугольников сводится к построению проекций их вершин, которые соединяют между собой отрезками прямых линий.

На рис. 17.10 изображены две проекции ( $1_1 2_1 3_1$  и  $1_2 2_2 3_2$ ) треугольника ( $123$ ), расположенного в плоскости проекций  $\Pi_1$ , а на рис. 17.10, б показано построение изометрической проекции (изометрии) этого треугольника в горизонтальной плоскости проекций.

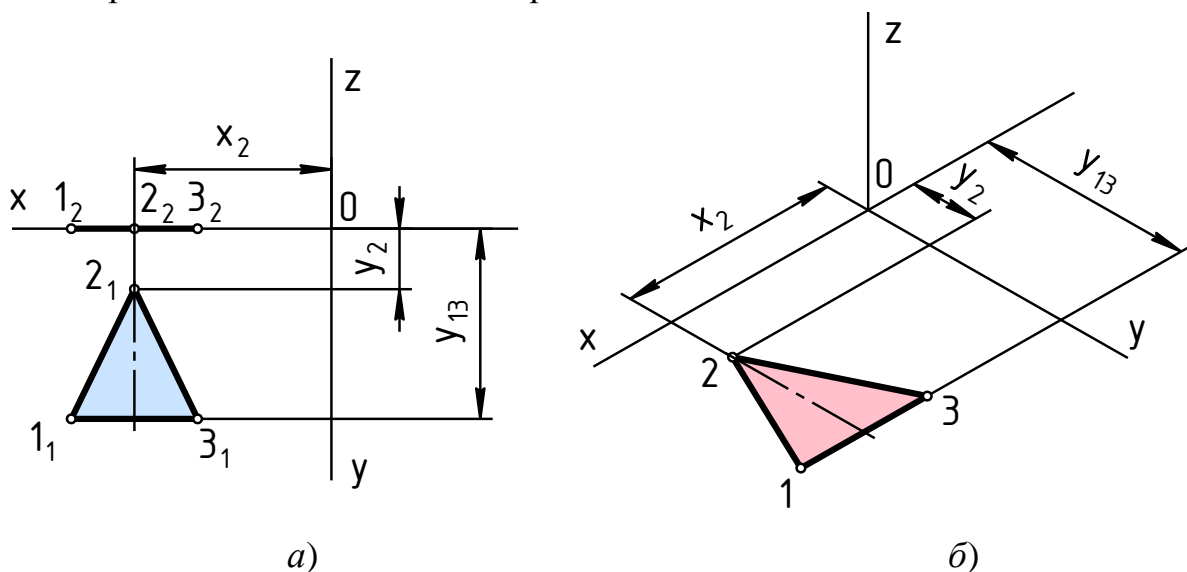


Рис. 17.10

На рис. 17.11, а изображены две проекции ( $1_3 2_3 3_3 4_3$  и  $1_2 2_2 3_2 4_2$ ) квадрата, расположенного в профильной плоскости проекций, а его изометрия представлена на рис. 17.1., б.

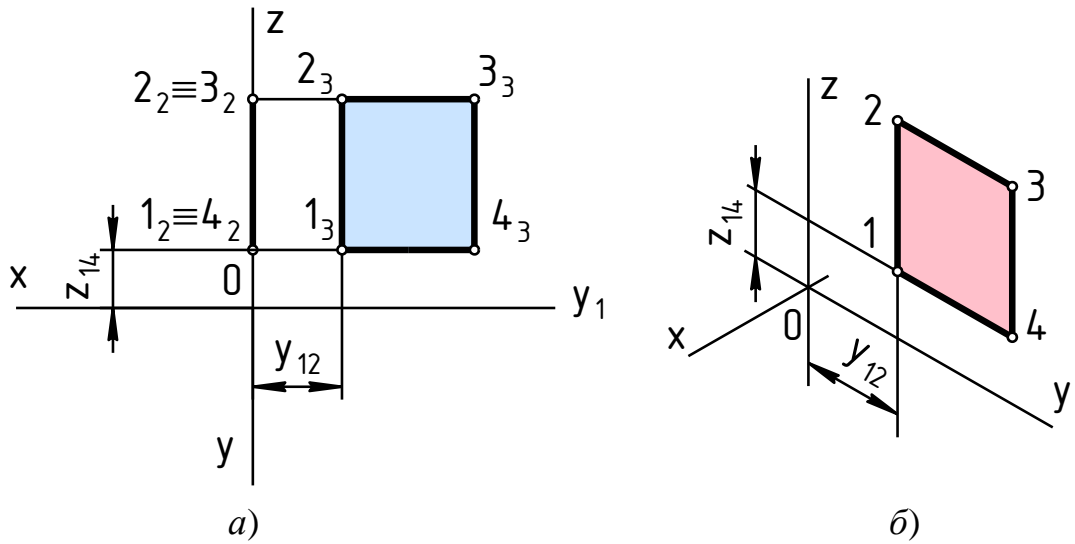
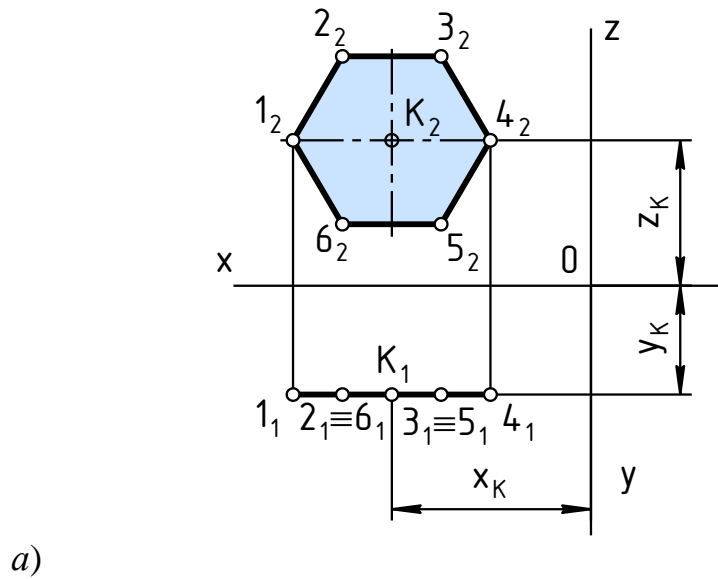


Рис. 17.11

Проекции шестиугольника (123456), расположенного параллельно фронтальной плоскости, изображены на рис. 17.12, а, а его изометрия представлена на рис. 17.12, б.



а)

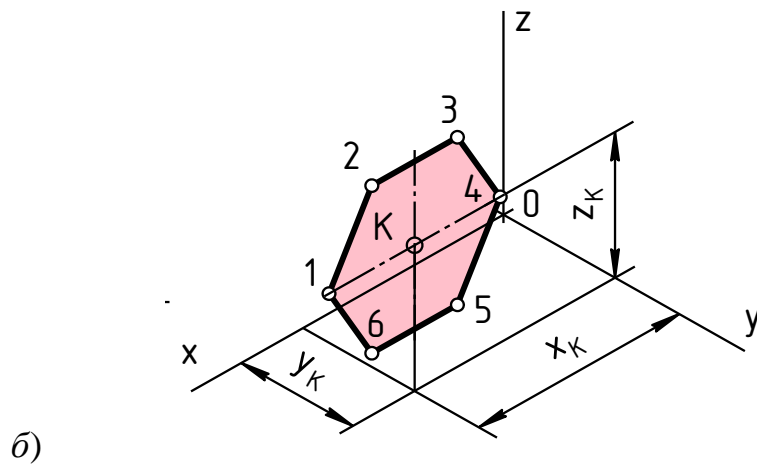
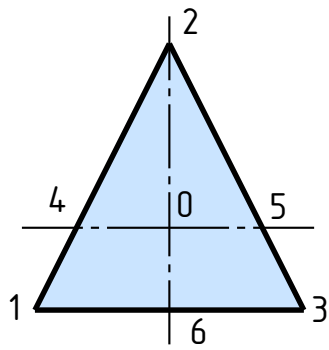


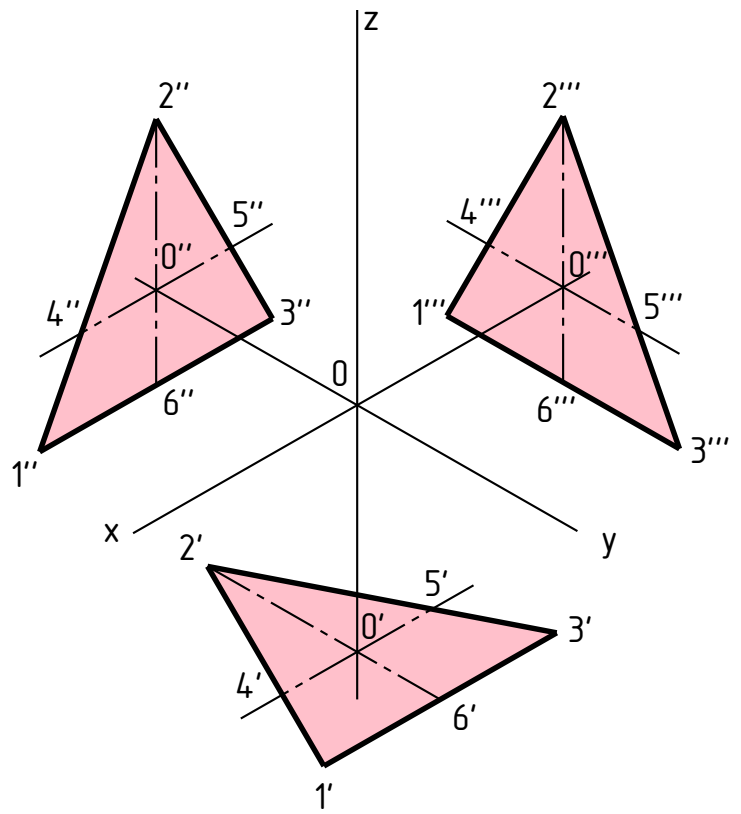
Рис. 17.12

Изображение плоских геометрических фигур (треугольника, квадрата, шестиугольника, круга), находящихся в различных плоскостях проекций или им параллельных, представлено соответственно на рис. 17.13 – 17.16.

Так, если треугольник (123) расположен в горизонтальной плоскости проекции  $\Pi_1$  или параллельно ей, то и в изометрии он изобразится фигурой (1' 2' 3'). Если же он будет расположен в  $\Pi_2$  или параллельно ей, то в изометрии он изобразится фигурой (1'' 2'' 3''). Треугольник, расположенный в профильной плоскости проекций  $\Pi_3$  или параллельно ей, изобразится фигурой (1''' 2''' 3''').

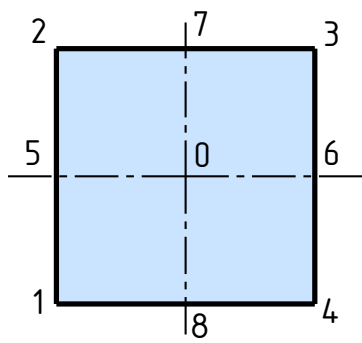


a)

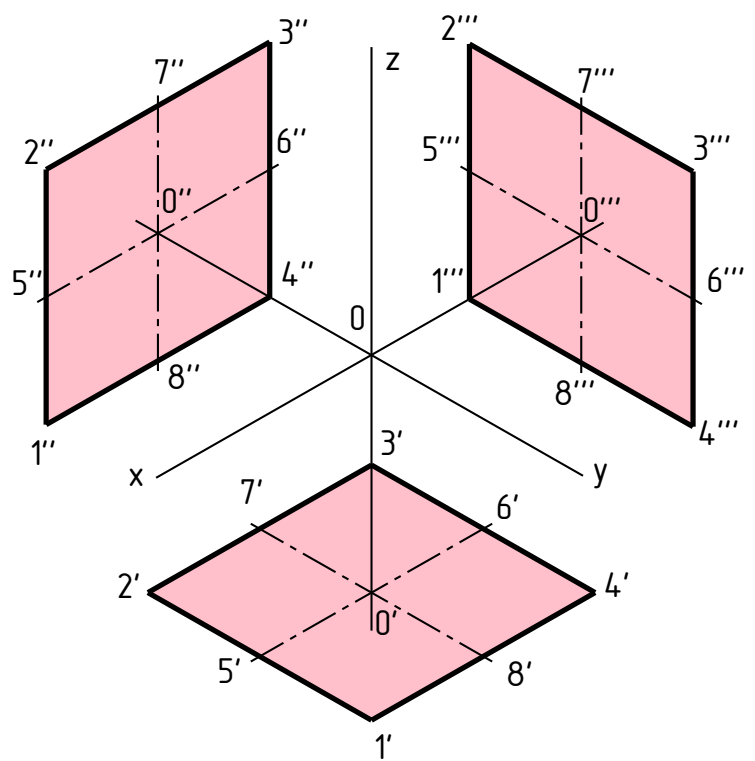


б)

Рис. 17.13



a)



б)

Рис. 17.14

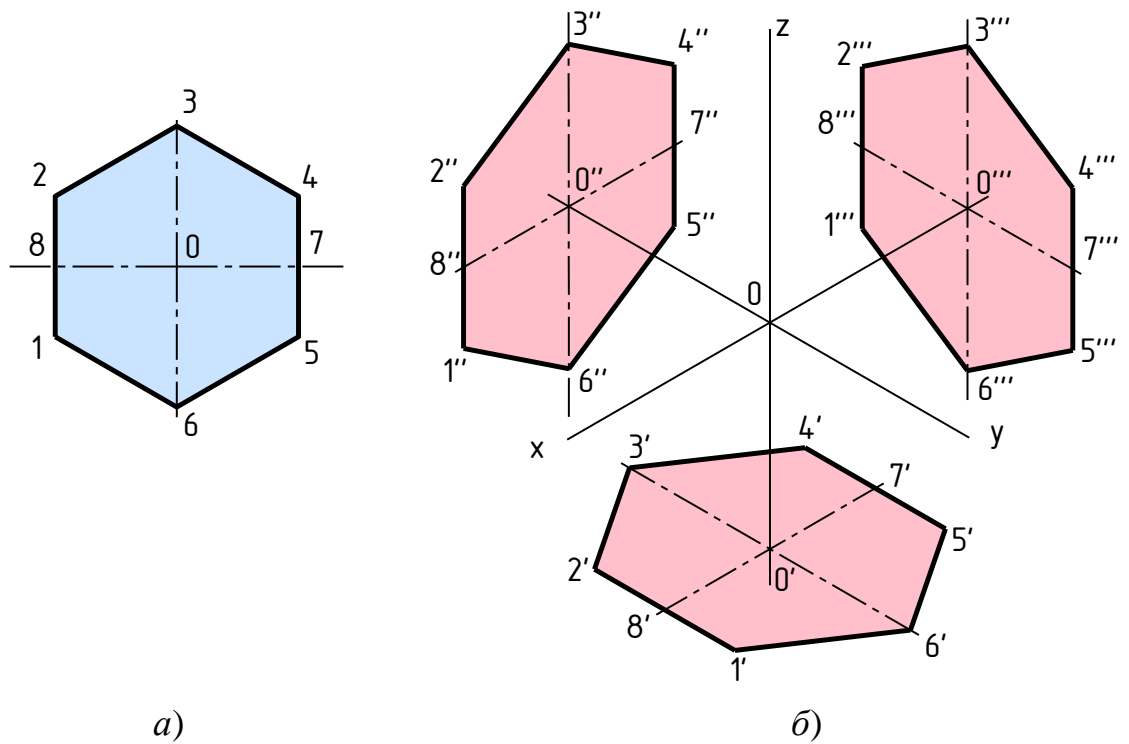


Рис. 17.15

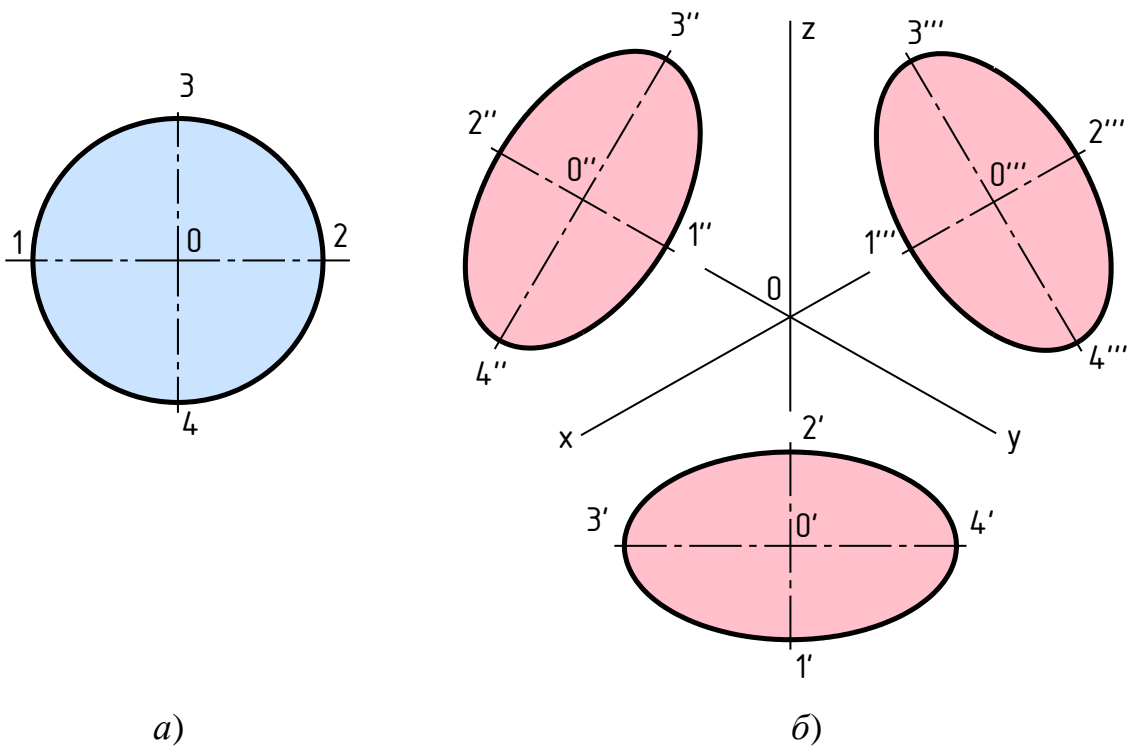


Рис. 17.16

Построение изометрических проекций геометрических фигур: призмы с цилиндрическим отверстием, пирамиды, полого цилиндра, конуса и сферы показаны соответственно на рис. 17.17 – 17.21.



Для призмы по осям  $X$  и  $Y$  строят верхнее основание, затем из вершин шестиугольника  $1 \dots 6$  проводят линии, параллельные оси  $OZ$ , на которых откладывают отрезки, равные высоте призмы  $H$ . Полученные точки соединяют между собой (рис. 17.17). Цилиндрическое отверстие призмы изобразится в виде эллипса, который заменяют овалом.

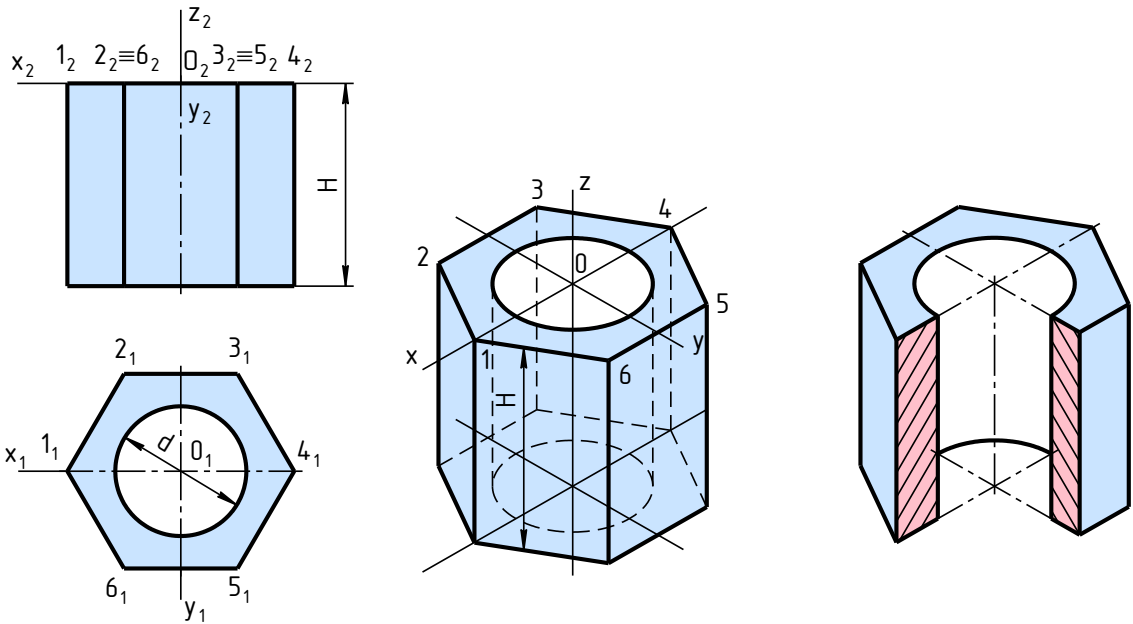


Рис. 17.17

Построение наглядного изображения пирамиды начинают с ее основания в плоскости  $XOY$ . Полученные точки  $1 \dots 6$  соединяют последовательно между собой, а затем с вершиной  $S$  пирамиды (рис. 17.18).

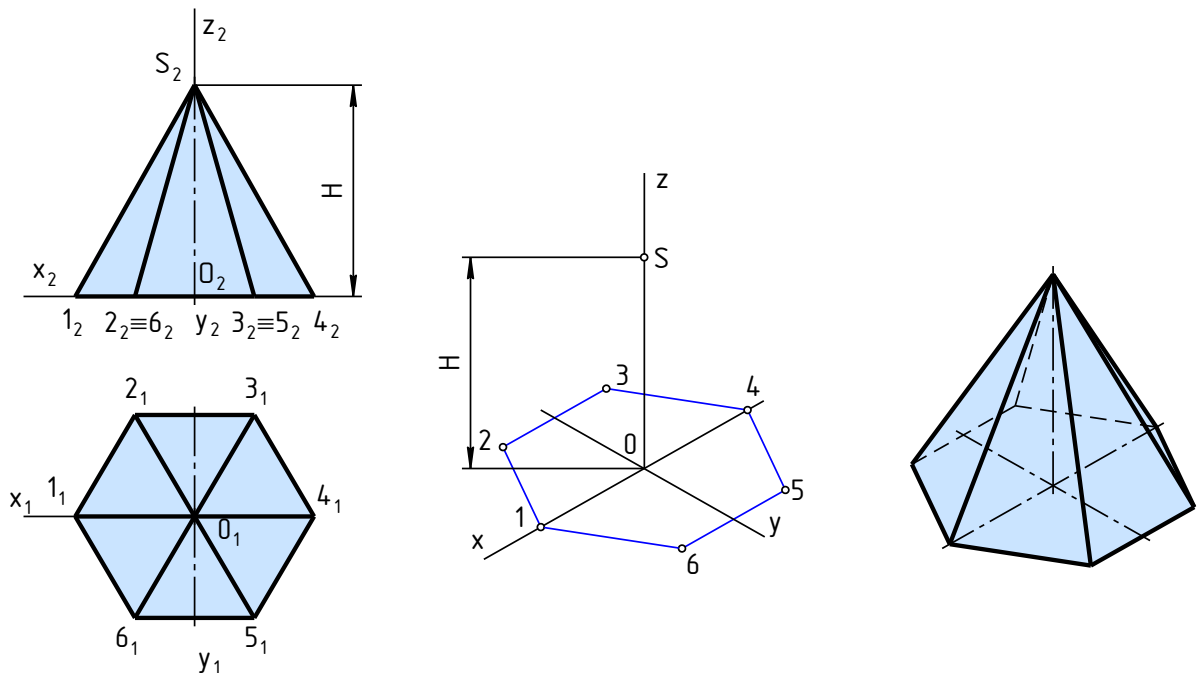


Рис. 17.18

Наглядное изображение полого цилиндра (рис. 17.19) строится аналогично призме, но в основаниях строят овалы вместо эллипсов и проводят очерковые образующие.

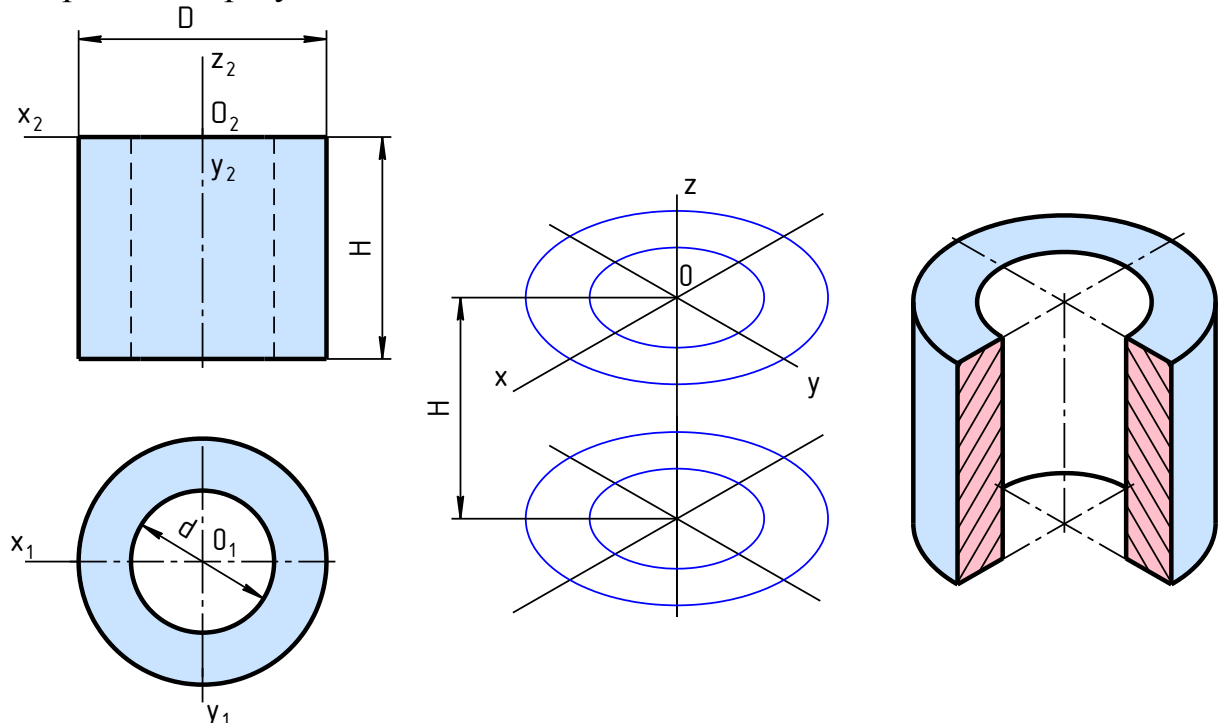


Рис. 17.19

Построение наглядного изображения конуса (рис. 17.20) начинают с его основания (овала) в плоскости  $XOY$ . Из центра  $O$  откладывают высоту конуса  $OS$ . Из точки  $S$  проводят образующие конуса (касательные к овалу).

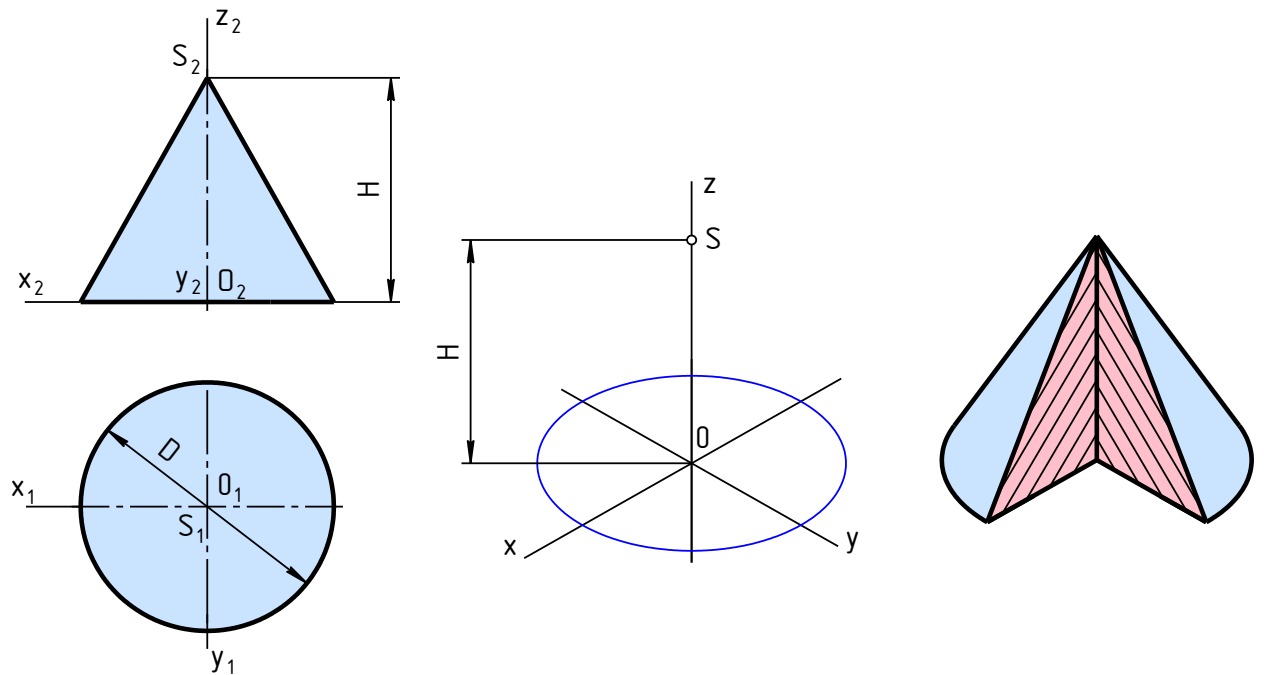


Рис. 17.20

Построение сферы (шара) в изометрии начинают с окружности с центром в точке  $O$  диаметром  $1,22d$ , где  $d$  – диаметр сферы (рис. 17.21). Она является очерком сферы в изометрии, но для большей наглядности изображения строят во всех трех координатных плоскостях овалы в изометрии и делают вырез по осям.

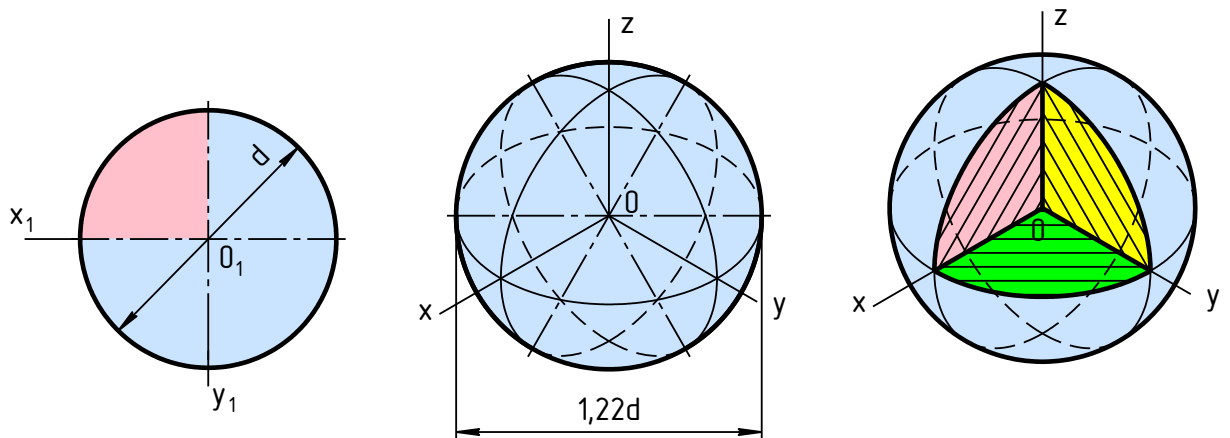


Рис. 17.21

Из плоских фигур наиболее сложной для построения в аксонометрии является окружность. Окружности, расположенные в плоскостях проекций ( $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$ ) или им параллельных плоскостях, проецируются в аксонометрии в эллипсы.

Учитывая, что построение эллипса сравнительно сложно, то его заменяют четырехцентровым овалом, близким по форме и размерам к эллипсу.

На рис. 17.22, *a* показаны фронтальная и горизонтальная проекции куба. В горизонтальной проекции в грань куба вписана окружность. Рассмотрим расположение эллипсов в зависимости от нахождения окружностей в различных плоскостях проекций ( $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$ ) на примере построения куба, в грани которого вписаны окружности.

Как видно из аксонометрии куба (рис. 17.22, *б*), грань I расположена параллельно горизонтальной плоскости проекций, грань II – параллельно фронтальной плоскости проекций, грань III – параллельно профильной плоскости проекций.

Следует заметить, что квадрат в аксонометрии спроецировался в ромб.

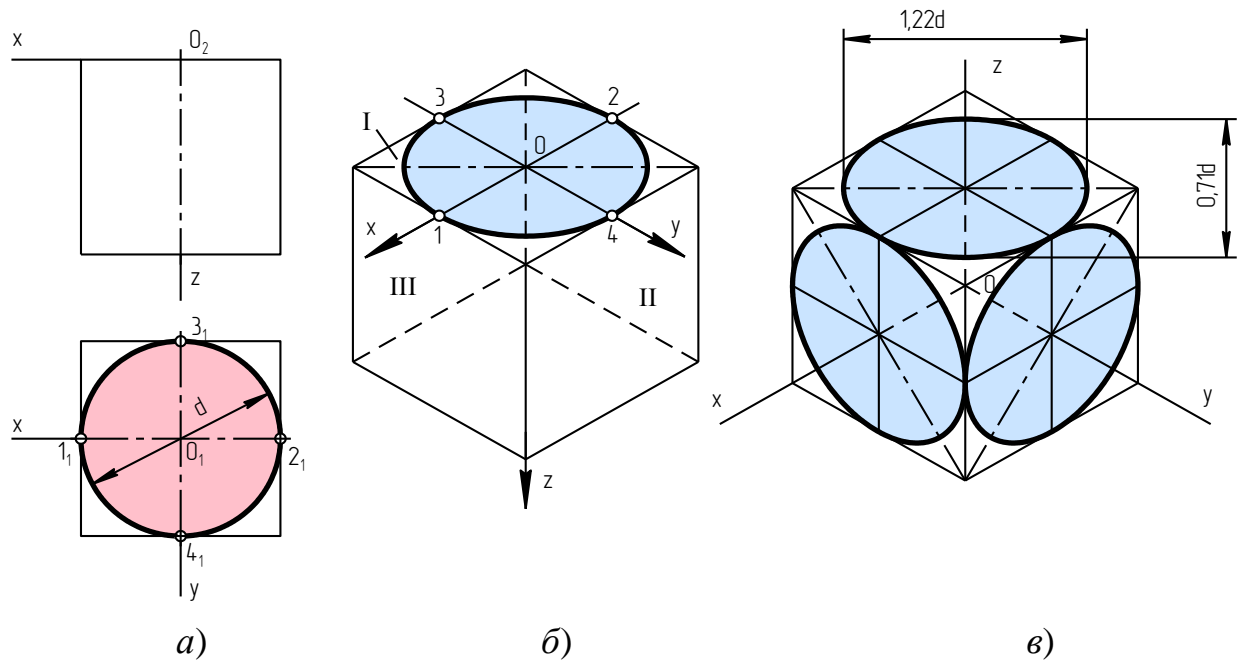


Рис. 17.22

Как видно из рис. 2.57, в, большая ось эллипса, расположенного в горизонтальной плоскости проекций, имеет горизонтальное направление, т.е. перпендикулярна оси  $Z$ ; малая ось перпендикулярна большой. Большие оси эллипсов, расположенные в плоскостях  $ZOX$  (фронтальной) и  $ZOY$  (профильной), соответственно перпендикулярны к оси  $Y$  и оси  $X$ . Малые оси перпендикулярны большим осям.

Более подробно опишем построение овала (вместо эллипса) в горизонтальной грани куба (рис. 17.23), оси которых равны между собой.

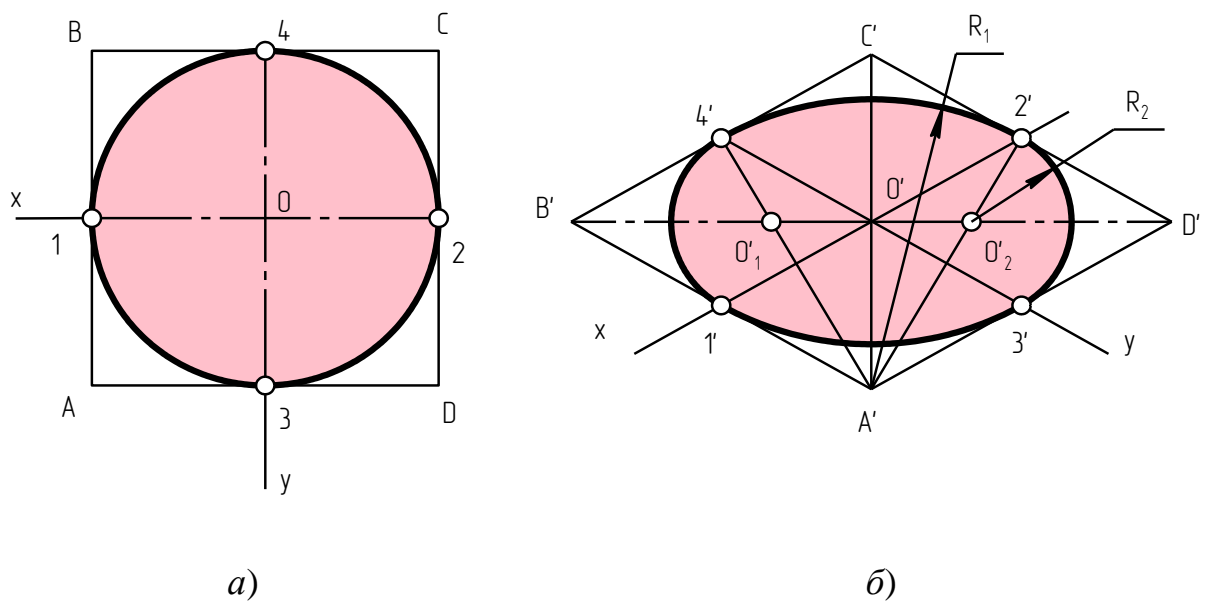


Рис. 17.23

Построение изометрии квадрата, описанного вокруг окружности (рис. 17.23, *a*), выполняют в следующей последовательности. По осям  $X$  и  $Y$  от точки  $O'$  в обе стороны откладывают отрезки, равные половине диаметра окружности (например,  $O1$ ). Отрезки  $12$  и  $34$  равняются диаметру окружности. Из точек  $1'$ ,  $2'$  и  $3'$ ,  $4'$  проводят линии соответственно параллельно оси  $Y$  и оси  $X$  до их взаимного пересечения. Получают ромб  $A'B'C'D'$ . Направление осей овала совпадает с направлением диагоналей  $B'D'$  и  $A'C'$ . Радиусом  $A'2'$ , как из центра  $A'$ , описывают дугу между точками  $4'$  и  $2'$ . Затем из точки  $C'$  - дугу между точками  $1'$  и  $3'$ . Соединив точки  $A'$  с  $2'$  и  $A'$  с  $4'$  получают на пересечении с диагональю ромба  $B'D'$  центры ( $O'_1$  и  $O'_2$ ) радиусов двух других дуг. Проводя из центров  $O'_1$  и  $O'_2$  радиусом  $R_2$  дуги до точек сопряжения ( $1', 4'$  и  $2', 3'$ ), получим овал.

В изометрии размер большой оси овала равен  $1,22d$ , а малой –  $0,71d$ , где  $d$  – диаметр окружности.

Расположение овалов для различных координатных плоскостей и им параллельных представлено на рис. 17.24, *a*. Здесь же показаны аксонометрии втулки с вырезом четвертей. На рис. 17.24, *б* приведена схема направлений линий штриховки в различных плоскостях сечений для изометрии. От начала осей координат по осям  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  откладываются одинаковые отрезки и затем соединяются между собой в отдельных координатных плоскостях.

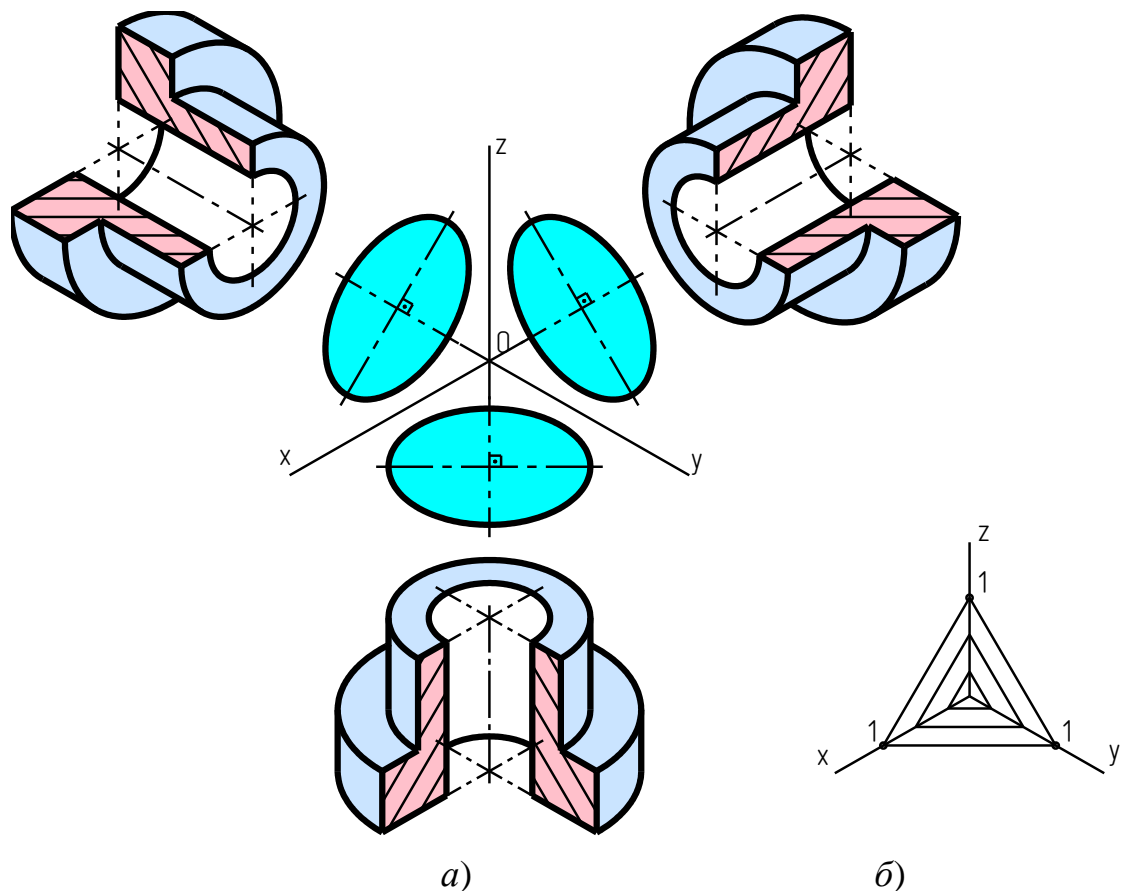


Рис. 17.24

Рассмотрим еще несколько методов построения овалов в изометрии.

Для построения овала в горизонтальной плоскости проекций через точку  $O$  (рис. 17.25, *a*), отмеченную на свободном поле чертежа, проводят горизонтальную и вертикальную прямые. Через точку  $O$  проводят прямые, параллельные осям координат  $X$  и  $Y$ , т.е. под углом  $30^\circ$  к горизонтальной оси. На этих прямых откладывают отрезки 1-2 и 3-4, равные диаметру окружности, для которой строят изометрию. На вертикальной прямой от точки  $O$  вверх и вниз откладывают отрезки, равные  $\frac{1}{2}$  диаметра окружности. Это будут центры радиусов больших дуг  $O_1$  и  $O_2$ , соединяющих точки 1 и 3, 2 и 4 (рис. 17.25, *б*). Для определения центров дуг, проходящих через точки 1, 4 и 2, 3, проводят прямые из точки  $O_2$  до точек 2 и 4 (рис. 17.25, *в*). На пересечении этих прямых с большой осью овала будут находиться центры малых дуг (1, 3 и 2, 4). Радиусом  $R_2$ , равным  $O_31$  и  $O_42$ , проводим дуги до точек сопряжения и завершаем построение овала.

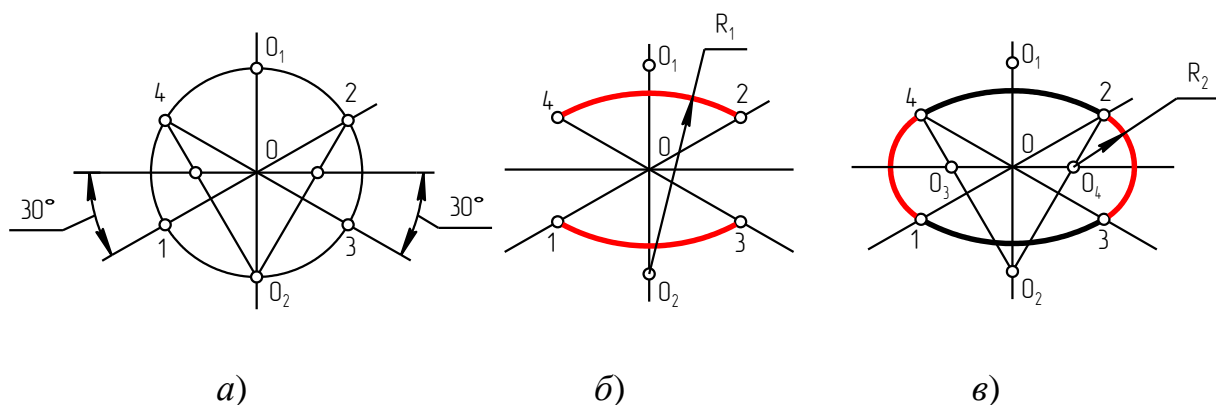


Рис. 17.25

Построение овалов параллельных фронтальной и профильной плоскости проекций осуществляют аналогично.

При построении овала по второму способу через точку  $O$  проводят горизонтальную и вертикальную прямые (рис. 17.26, *a*). Из центра  $O$  радиусами, равными половине большой и малой осей овала, проводят окружности тонкой линией. В пересечении большой окружности с вертикальной осью получают центры больших дуг овала  $O_1$  и  $O_2$ . В пересечении малой окружности с горизонтальной осью – центры  $O_3$  и  $O_4$  малых дуг овала. Чтобы найти точки сопряжения дуг овала, соединяют прямыми центры дуг  $O_1$  с  $O_3$  и  $O_4$ ,  $O_2$  – с  $O_3$  и  $O_4$ . На продолжении этих прямых будут находиться точки сопряжения. Из центров  $O_1$  и  $O_2$  радиусом  $R_1$  проводят две дуги до этих прямых, получают точки сопряжения. Замыкают овал, проводя дуги радиусом  $R_2$  из центров  $O_3$  и  $O_4$  (рис. 17,26, *б*).

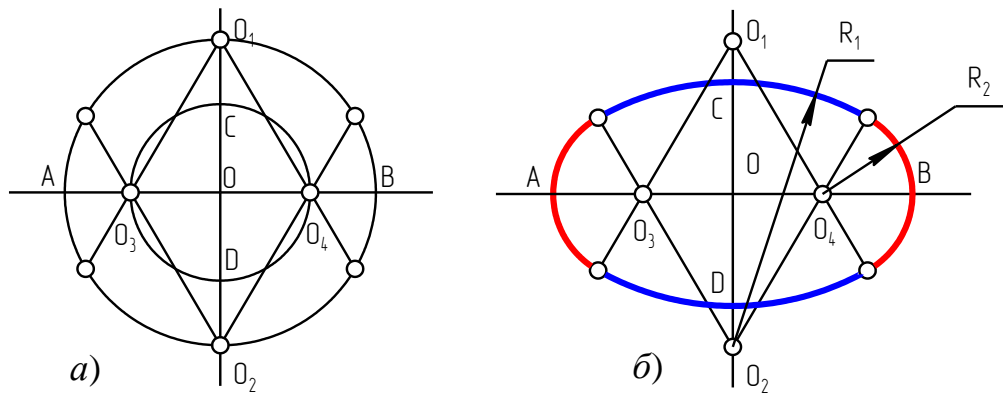


Рис. 17.26

Рассмотрим построение изометрической проекции плоского контура, расположенного в горизонтальной плоскости проекции и имеющего более сложную конфигурацию. Чтобы построить его изометрию (рис. 17.27, а), на горизонтальной проекции наносят ряд произвольных точек ( $1_1 \dots 16_1$ ). Построение этих точек в изометрии рассмотрим на примере построения точки 4. По оси  $OX$  откладывают от центра расстояние  $x_4$ , а по оси  $OY$  – расстояние  $y_4$ . Из точки  $4_x$  проводят линию параллельно оси  $OY$ , а из точки  $4_y$  – параллельно оси  $OX$ . На их пересечении находится точка 4. Таким образом, построив все 16 точек, соединяют их сплошной основной линией при помощи лекала (рис. 17.27, б). Остальные построения видны из чертежа. На рис. 2.62, в показано наглядное изображение кулачка такой же формы, как и плоский контур.

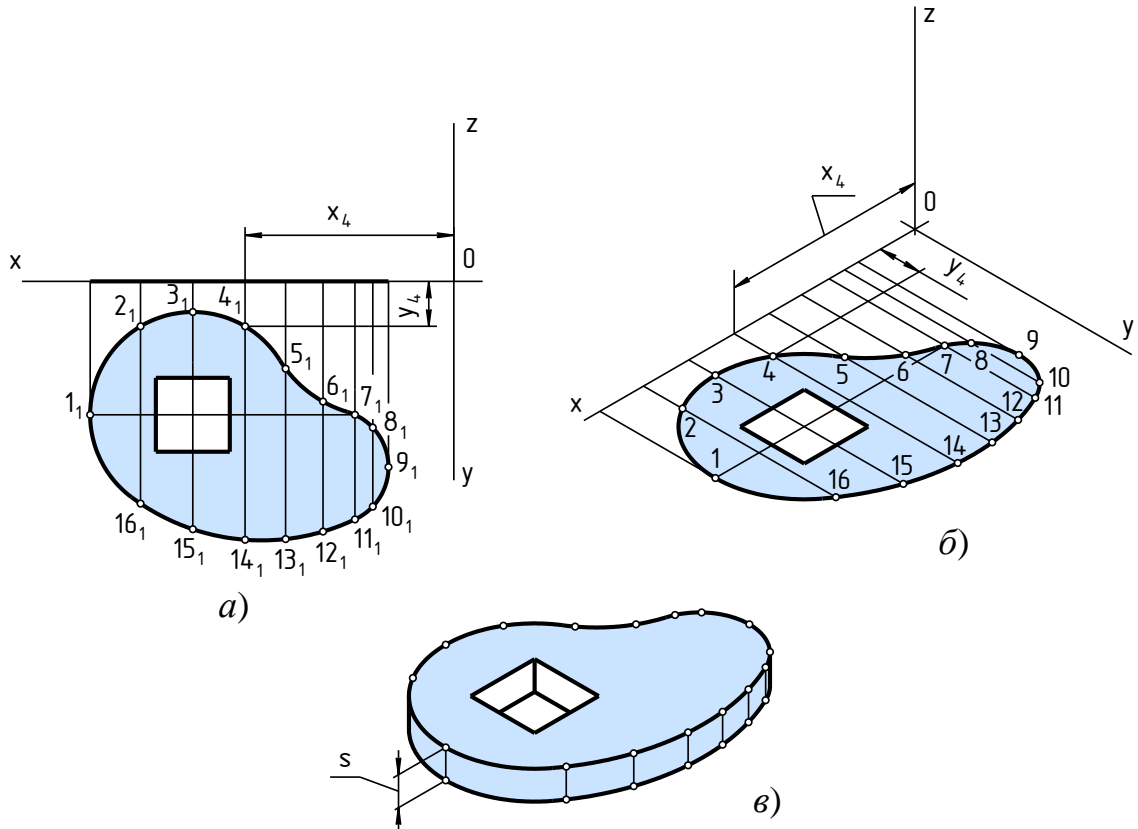


Рис. 17.27

Построение изометрии плоского контура, расположенного во фронтальной плоскости проекций (рис. 17.28, *а*), показано на рис. 17.28, *б*. Определение точек на наглядном изображении плоского контура показано на примере нахождения точки 14. Остальные точки строят аналогично. На рис. 17.28, *в* показана аксонометрия кулачка такой же конфигурации, как и плоский контур.

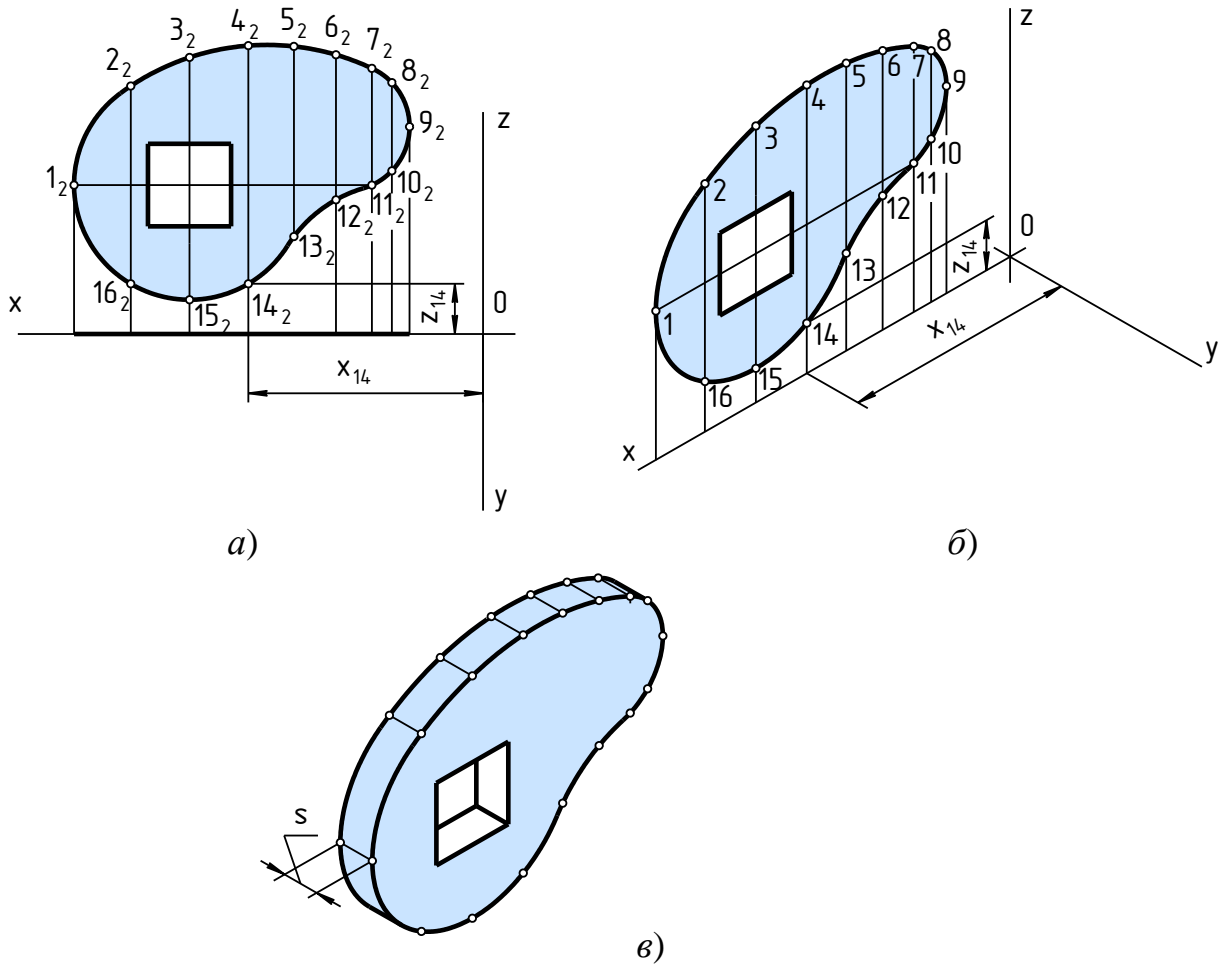


Рис. 17.28