

УДК 621.384

## ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД ОЦЕНКИ КОЭФФИЦИЕНТА ИСКАЖЕНИЯ СИНУСОИДАЛЬНОСТИ НАПРЯЖЕНИЯ ПО ПОКАЗАНИЯМ ВОЛЬТМЕТРОВ

канд. техн. наук, доц. А.С. ВЕРШИНИН,  
канд. техн. наук, доц. В.П. АВДЕЙКО, В.В. БАЗЕГСКИЙ  
(Полоцкий государственный университет)

*Предложен простой метод приближенной оценки коэффициента искажения синусоидальности напряжения по измеренным с помощью вольтметров действующему значению искаженного синусоидального напряжения и амплитудному значению этого напряжения. Получено аналитическое выражение для вычисления коэффициента искажения синусоидальности напряжения. Представлены результаты исследования методической погрешности вычисления коэффициента искажения синусоидальности напряжения при использовании полученного выражения. Исследования проведены численными методами в пакете MathCad для двух видов искаженного синусоидального напряжения с заранее известными гармоническим составом и значением коэффициента искажения синусоидальности напряжения. По полученным результатам сделаны выводы и сформулированы ограничения по применению предложенного выражения для оценки коэффициента искажения синусоидальности напряжения, также сформулированы требования к метрологическим характеристикам используемых вольтметров.*

**Введение.** Важной задачей современной электроэнергетики является контроль и поддержание показателей качества электроэнергии (ПКЭ) в соответствии с требованиями ГОСТ 13109-97 [1], так как несоответствие ПКЭ установленным требованиям приводит к значительному экономическому ущербу [2].

Для объективной оценки показателей качества электроэнергии количественные значения ПКЭ следует измерять инструментально с помощью соответствующих средств измерений. Измерение ПКЭ возможно частично с помощью измерительных приборов общего назначения [3] либо с помощью специальных средств измерений ПКЭ [4, 5]. Специальные измерители ПКЭ выгодно отличаются тем, что они универсальны, измеряют практически весь спектр ПКЭ, имеют соответствующие требованиям ГОСТа метрологические характеристики, способны регистрировать и накапливать информацию об измеренных ПКЭ и т.д. В то же время это приборы сложные, дорогостоящие, чаще предназначены для стационарной установки и не всегда мобильны. Поэтому в случае необходимости и при отсутствии специальных приборов для измерения ПКЭ ГОСТ 13109-97 допускает измерение некоторых ПКЭ с помощью приборов общего назначения [1].

Действительно, измерители ПКЭ – это приборы, которые собственно измеряют напряжения, т.е. по своему исходному назначению являются вольтметрами. Однако не все ПКЭ можно измерить с помощью вольтметров. Кроме того, для измерений ПКЭ необходимы частотомеры и спектроанализаторы [3].

С помощью вольтметров могут быть измерены такие ПКЭ, как установившееся отклонение напряжения  $\delta U_y$ , глубина провала напряжения  $\delta U_n$ , несимметрия напряжений по обратной последовательности K2U и по нулевой последовательности K0U [6]. Сведения об измерении коэффициента искажения синусоидальности напряжений с помощью вольтметров в технической литературе не встречаются.

Цель данной работы – найти сравнительно простой метод приближенной оценки коэффициента искажения синусоидальности напряжения по измеренным с помощью вольтметров действующему значению напряжения и его амплитудному значению, а также провести метрологические исследования этого метода и определить границы его применимости.

**Обоснование метода.** Согласно [1] коэффициент искажения синусоидальности напряжения определяется как отношение суммарного действующего значения высших гармоник  $U_{vg}$  искаженного междуфазного (фазного) напряжения к действующему значению междуфазного (фазного) напряжения основной частоты (первой гармоники):

$$K_{Ui} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{40} U_{(n)i}^2}}{U_{(1)i}} \cdot 100 \%, \quad (1)$$

где  $U_{vg} = \sqrt{\sum_{k=2}^{40} U_{(k)i}^2}$  – суммарное действующее значение высших гармоник искаженного напряжения;  $U_{(1)i}$  – действующее значение междуфазного (фазного) напряжения основной частоты для  $i$ -го наблюдения, В (кВ).

Оценку коэффициента искажения синусоидальности напряжения по результатам измерений с помощью вольтметров логично построить на несоответствии соотношения амплитудного и действующего значения искаженного напряжения известному соотношению указанных величин для строго синусоидального напряжения [7]:

$$U_{1m}/U_1 = \sqrt{2}. \quad (2)$$

Для идеального синусоидального напряжения выражение (2) выполняется строго, и поскольку высшие гармоники отсутствуют ( $U_{vg} = 0$ ), то коэффициент искажения синусоидальности  $K_{Ui}$  такого напряжения равен нулю.

Для искаженного напряжения действующее значение  $U_H$  определяется следующим образом [7]:

$$U_H = \sqrt{U_1^2 + \sum_{k=2}^{40} U_k^2} = \sqrt{U_1^2 + U_{vg}^2}, \quad (3)$$

где  $U_1$  – действующее значение первой (основной) гармоники искаженного напряжения;  $U_k$  – действующее значение  $k$ -й высшей гармоники искаженного напряжения;  $U_{vg}$  – суммарное действующее значение высших гармоник искаженного напряжения.

Таким образом, согласно (3) действующее значение искаженного синусоидального напряжения  $U_H$  всегда больше действующего значения первой (основной) гармоники  $U_1$ , входящей в состав искаженного напряжения:

$$U_H > U_1. \quad (4)$$

Амплитуда искаженного напряжения  $U_{Hm}$  представляет собой максимум алгебраической суммы мгновенных значений напряжений всех гармоник, включая первую, действующих со своими фазами и амплитудами. Поэтому измеренная величина амплитуды искаженного напряжения  $U_{Hm}$  может быть как меньше, так и больше амплитуды  $U_{1m}$  первой гармоники напряжения.

Пусть искаженному синусоидальному напряжению с действующим значением  $U_H$  соответствует некоторое чисто синусоидальное эквивалентное напряжение с таким же действующим значением  $U_{\Sigma} = U_H$ , тогда амплитуда этого синусоидального эквивалентного напряжения  $U_{\Sigma m}$  будет равна:

$$U_{\Sigma m} = \sqrt{2} \cdot U_H. \quad (5)$$

При этом для искаженного синусоидального напряжения логично предположить, что амплитуда эквивалентного синусоидального напряжения  $U_{\Sigma m}$  не будет равна амплитуде искаженного синусоидального напряжения  $U_{Hm}$ :

$$U_{\Sigma m} \neq U_{Hm}. \quad (6)$$

Тогда возможно предположить, что по разности указанных амплитуд напряжений приближенно можно судить о коэффициенте искажения синусоидальности искаженного синусоидального напряжения, так как последний будет пропорционален разности вида

$$\Delta U_m = (U_{\Sigma m} - U_{Hm}). \quad (7)$$

Рассматривая  $\Delta U_m$  как амплитуду некоторого другого эквивалентного синусоидального напряжения, действующее значение которого равно суммарному действующему значению высших гармоник  $U_{vg}$ , можно с учетом (1) получить приближенную формулу для оценки коэффициента искажения синусоидальности напряжения:

$$K_{Ui} = \left| \frac{U_{Hm}}{\sqrt{2} \cdot U_H} - 1 \right| \cdot 100 \%, \quad (8)$$

где  $U_{Hm}$  – амплитуда искаженного синусоидального напряжения, измеренная с помощью вольтметра;  $U_H$  – действующее значение искаженного синусоидального напряжения, измеренное с помощью вольтметра.

Выражение (8) является приближенным и требует проведения метрологического исследования с целью оценки методической погрешности полученного выражения, его уточнения и определения преде-

лов применения. Для этого в качестве искаженного синусоидального напряжения следует взять напряжение с заранее известным гармоническим составом и известным значением коэффициента искажения синусоидальности.

Кроме того, необходимо исследовать влияние погрешностей вольтметров на точность определения коэффициента искажения синусоидальности напряжения с целью обоснования требований к метрологическим характеристикам используемых вольтметров.

**Методика метрологического исследования.** Для оценки методической погрешности выражения для коэффициента искажения синусоидальности напряжения в виде (8) следует в качестве тестового искаженного напряжения использовать напряжение с заранее известным гармоническим составом, действующим значением напряжения, его амплитудным значением и известным точным значением коэффициента искажения синусоидальности.

Выберем в качестве тестового искаженного переменного напряжения трапецеидальное напряжение с амплитудой  $U_{Tm}$  и с изменением угла  $\alpha$  трапецеидальной функции в диапазоне от  $40^\circ$  до  $60^\circ$ . В пользу такого выбора можно отнести то, что такая форма наиболее близка к синусоидальной и обладает коэффициентом искажения синусоидальности, близким к реальным значениям.

Оценку методической погрешности выражения (8) будем проводить численным методом в программной среде Mathcad и представлением информации в графическом виде.

Таким образом, искажённая функция переменного напряжения представляется как [8]

$$u = \frac{4U_{Tm}}{\pi\alpha} \cdot \left[ \sin(\alpha) \cdot \sin(\omega t) + \frac{1}{3^2} \cdot \sin(3\alpha) \cdot \sin(3\omega t) + \frac{1}{5^2} \cdot \sin(5\alpha) \cdot \sin(5\omega t) + \dots \right], \quad (9)$$

где  $U_{Tm}$  – амплитудное значение напряжения;  $\alpha$  – угол излома трапецеидальной функции.

Действующее значение трапецеидального напряжения

$$U_T = U_{Tm} \sqrt{1 - \frac{4\alpha}{3\pi}}. \quad (10)$$

Амплитуда первой гармоники трапецеидального напряжения равна [8]

$$U_{1m} = \frac{4U_{Tm} \cdot \sin(\alpha)}{\pi\alpha}. \quad (11)$$

Суммарное действующее значение высших гармоник найдем из следующего выражения:

$$U_{vg} = \sqrt{U_T^2 - U_1^2}, \quad (12)$$

где

$$U_1 = \frac{4U_{Tm} \cdot \sin(\alpha)}{\sqrt{2} \cdot \pi\alpha}. \quad (13)$$

Точное значение коэффициента искажения синусоидальности трапецеидального напряжения

$$K_{UT} = \frac{U_{vg}}{U_T} \cdot 100 \%. \quad (14)$$

Приближенное значение коэффициента искажения синусоидальности трапецеидального напряжения согласно (8) будет иметь вид

$$K_{UП} = \left| 1 - \frac{U_{Tm}}{\sqrt{2} \cdot U_T} \right| \cdot 100 \%. \quad (15)$$

Пусть  $U_{Tm} = 100$  В, а  $\alpha$  изменяется от  $40^\circ$  ( $4\pi/18$ ) до  $60^\circ$  ( $\pi/3$ ) с шагом  $1^\circ$  ( $\pi/180$ ).

С помощью пакета Mathcad получим результаты вычисления точного значения коэффициента искажения синусоидальности (14) и приближенного значения того же коэффициента (15) в виде графиков, представленных на рисунке 1.

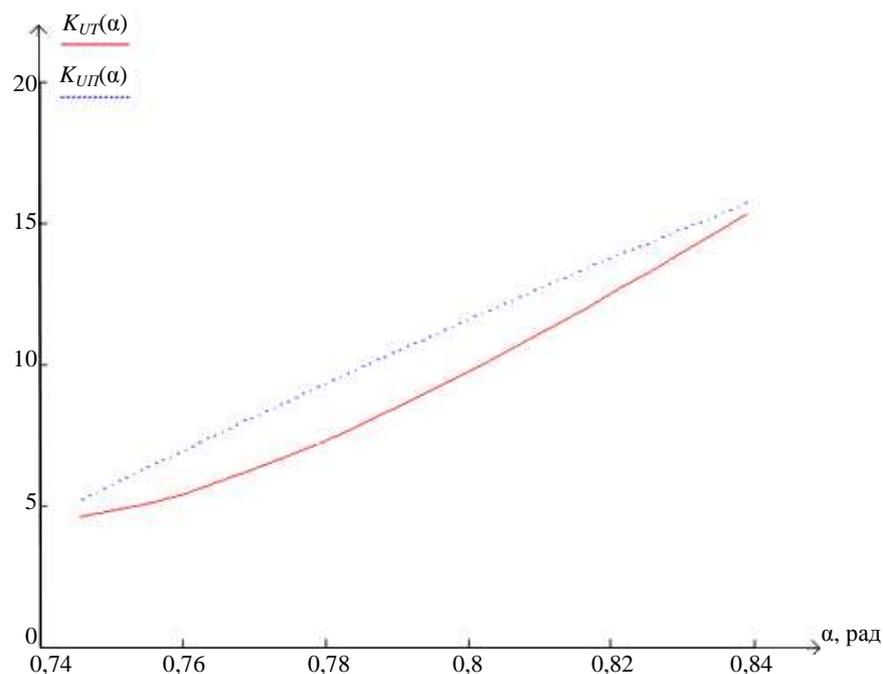


Рис. 1. Зависимости точного  $K_{UT}(\alpha)$  и приближенного  $K_{UП}(\alpha)$  коэффициентов искажения синусоидальности напряжения от параметра  $\alpha$  трапецидальной функции

Зависимость разности точного и приближенного значения коэффициента искажения синусоидальности для трапецидального напряжения при изменении угла  $\alpha$  в тех же пределах отображена на рисунке 2.

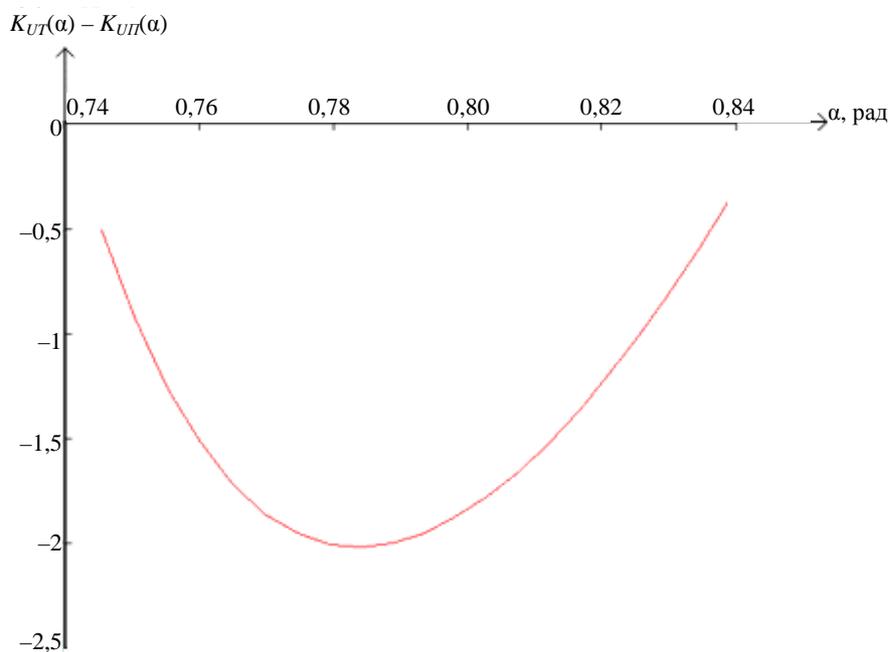


Рис. 2. Зависимость разности точного  $K_{UT}(\alpha)$  и приближенного  $K_{UП}(\alpha)$  значений коэффициентов искажения синусоидальности напряжения от параметра  $\alpha$  трапецидальной функции

Полученная зависимость и представляет собой абсолютную методическую погрешность вычисления искомого коэффициента искажения синусоидальности напряжения для выражения (8). Для уменьшения этой погрешности в выражение (8) целесообразно ввести смещение и усреднить величину этой

погрешности. Тогда в соответствии с рисунком 2 уточненную формулу для вычисления коэффициента искажения синусоидальности напряжения можно представить в виде

$$K_{U_i} = \left| 1 - \frac{U_{Um}}{\sqrt{2} \cdot U_H} \right| \cdot 100 \% - 1,3. \quad (16)$$

Повторив вычисления приближенного коэффициента искажения синусоидальности напряжения по уточненной формуле для тех же исходных данных трапецидальной функции напряжения, получим результаты в виде графиков, приведенных на рисунке 3.

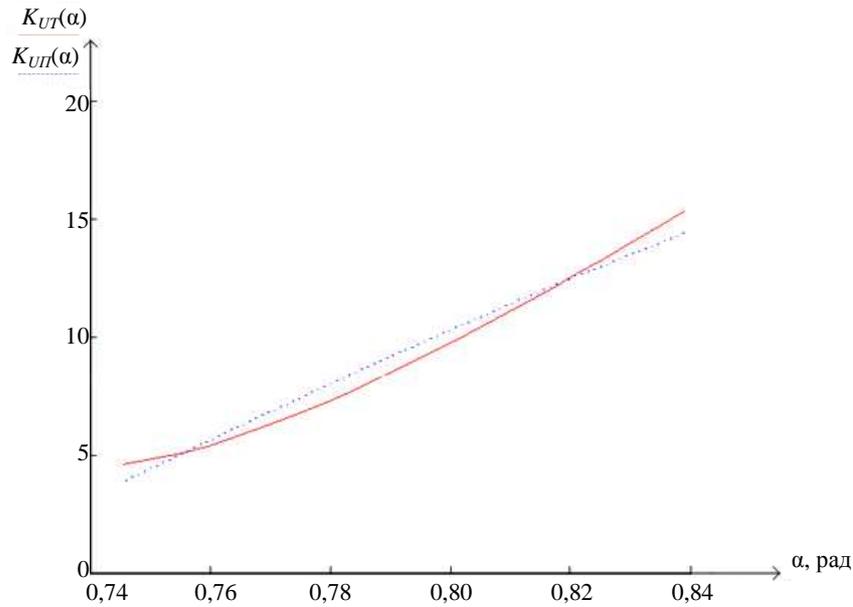


Рис. 3. Зависимости точного  $K_{UT}(\alpha)$  и уточненного приближенного  $K_{UП}(\alpha)$  коэффициентов искажения синусоидальности напряжения от параметра  $\alpha$  трапецидальной функции

Зависимость разности точного значения (14) и приближенного значения (16) коэффициента искажения синусоидальности для трапецидального напряжения при изменении угла  $\alpha$  в тех же пределах приведена на рисунке 4.

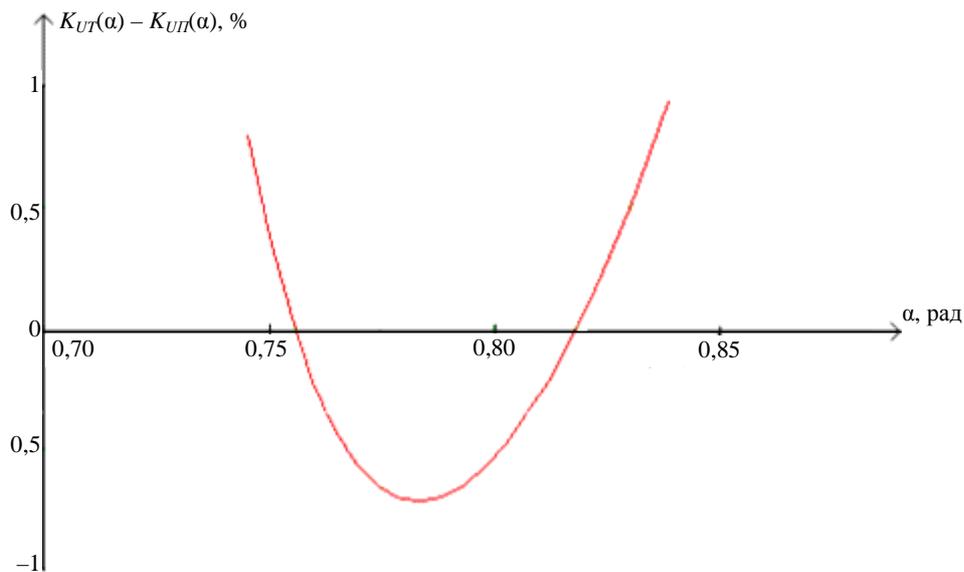


Рис. 4. Зависимость разности точного  $K_{UT}(\alpha)$  и уточненного приближенного  $K_{UП}(\alpha)$  значений коэффициентов искажения синусоидальности напряжения от параметра  $\alpha$  трапецидальной функции

Из анализа графика (рис. 4) следует, что при изменении угла  $\alpha$  трапецидальной функции в пределах от  $40^\circ$  ( $4\pi/18$ ) до  $60^\circ$  ( $\pi/3$ ) с шагом  $1^\circ$  ( $\pi/180$ ) методическая погрешность определения коэффициента искажения синусоидальности не превышает  $\pm 1,3\%$ .

С целью дополнительной проверки работоспособности выражения (16) при определении искомого коэффициента искажения синусоидальности в качестве тестового искаженного переменного напряжения возьмем смесь суммы нечетных гармоник до 11-й гармоники включительно:

$$u = U_{1m} \sin(\omega t) + U_{3m} \sin(3\omega t) + U_{5m} \sin(5\omega t) + \dots + U_{11m} \sin(11\omega t). \quad (17)$$

Тогда действующее значение искаженного напряжения получим в виде:

$$U_{II} = \sqrt{\sum_{k=1}^{11} \frac{U_{km}^2}{2}}. \quad (18)$$

Суммарное действующее значение высших гармоник найдем в виде:

$$U_{vg} = \sqrt{\sum_{k=1}^{11} \frac{U_{km}^2}{2}}. \quad (19)$$

Тогда точное значение коэффициента искажения синусоидальности напряжения согласно [1] найдем из следующего выражения:

$$K_{UT} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_{vg}}{U_{1m}} \cdot 100\%. \quad (20)$$

Амплитуду искаженного напряжения приближенно будем определять как сумму амплитуд гармоник в виде:

$$U_{IIm} = \sum_{k=1}^{11} \frac{U_{km}}{2}. \quad (21)$$

Приближенное значение коэффициента искажения синусоидальности напряжения будем вычислять по формуле (16).

Задавая различные значения амплитуды одной из высших гармоник в пределах от 0 до 5 % от амплитуды первой гармоники с шагом 0,2 % от амплитуды первой гармоники и накладывая амплитуды других высших гармоник в сумме до 3 % от амплитуды первой гармоники, выполнив вычисления в программной среде Mathcad по выражениям (8) и (12), получим результаты в виде графиков, приведенных на рисунке 5.

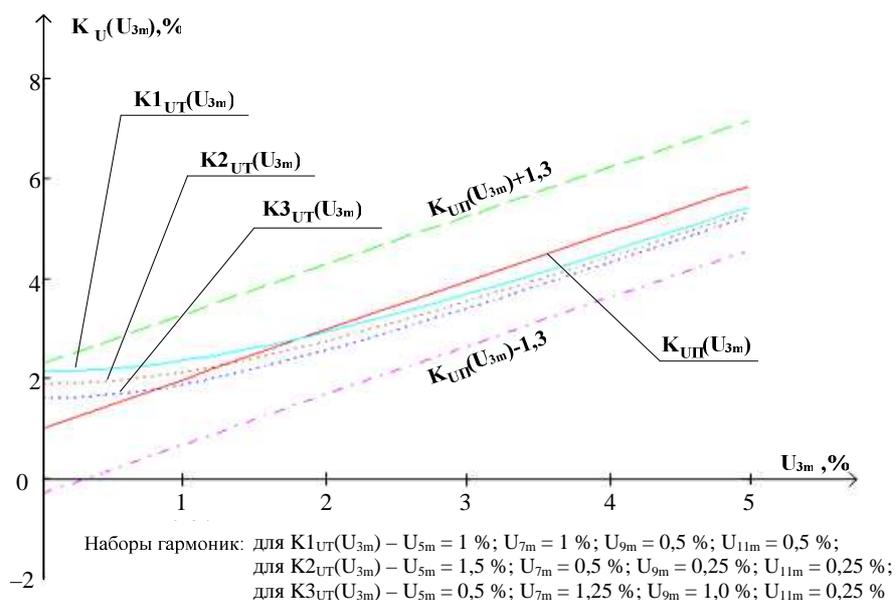


Рис. 5. Точные и приближенные зависимости коэффициентов искажения синусоидальности искаженного напряжения в виде сумм различных смесей гармоник

При указанных выше ограничениях, как следует из анализа рисунка 5, абсолютная погрешность приближенного вычисления коэффициента искажения синусоидальности напряжения по формуле (8) не превышает 1,3 %.

Таким образом, если в искаженном напряжении  $U_{II}$  сумма одновременно действующих амплитуд высших гармоник  $A_3 + A_5 + A_7 + A_9 + A_{11}$  меньше или равна 8 % от амплитуды первой гармоники, то коэффициент искажения синусоидальности напряжения не превышает 7 %, а абсолютная погрешность его определения по формуле (8) не более 1,3 %. При коэффициенте искажения синусоидальности напряжения до 7 % предложенная формула определения указанного коэффициента работает и позволяет оценить искажение синусоидальности напряжения с абсолютной погрешностью не более 1,3 %.

Это проверено и на трапецидальной форме кривой напряжения в диапазоне изменения угла от 40 до 60°, и на напряжении в виде произвольной смеси гармоник до  $k = 11$  включительно.

**Влияние погрешностей вольтметров.** При использовании выражения (16) для вычисления коэффициента искажения синусоидальности напряжения погрешности измерения действующего значения  $U_{II}$  и амплитуды  $U_{IIm}$  искаженного напряжения вносят дополнительную погрешность в конечный результат.

Погрешность измерения амплитудного значения  $U_{IIm}$  искаженного напряжения  $\delta_A$  вносит дополнительную абсолютную погрешность  $\Delta K_{UA}$ :

$$\Delta K_{UA} = \frac{\partial K_{U_i}}{\partial U_{IIm}} \cdot \delta_A = \frac{U_{Amp} \delta_A}{\sqrt{2} \cdot U_{II}}, \% \quad (22)$$

где  $U_{Amp}$  – предел измерения вольтметра, измеряющего амплитуду искаженного напряжения;  $\delta_A$  – приведенная относительная погрешность того же вольтметра.

Погрешность измерения действующего значения  $U_{II}$  искаженного напряжения  $\delta_D$  вносит дополнительную абсолютную погрешность  $\Delta K_{UD}$ :

$$\Delta K_{UD} = \frac{\partial K_{U_i}}{\partial U_{II}} \cdot \delta_D = \frac{U_{IIm} U_{Dmp} \delta_D}{\sqrt{2} \cdot U_{II}^2}, \% \quad (23)$$

где  $U_{Dmp}$  – предел измерения вольтметра, измеряющего действующее значение искаженного напряжения;  $\delta_D$  – приведенная относительная погрешность того же вольтметра.

Считая эти погрешности независимыми, полную дополнительную погрешность определения коэффициента искажения синусоидальности  $\Delta K_U$ , вносимую вольтметрами, можно оценить как

$$\Delta K_U = \sqrt{(\Delta K_{UA})^2 + (\Delta K_{UD})^2}. \quad (24)$$

Из анализа выражений (22) и (23) следует, что вносимые погрешности превышают погрешности самих приборов, так как пределы измерений вольтметров превышают измеряемые величины. Поэтому к метрологическим характеристикам вольтметров следует предъявлять достаточно жесткие требования. Учитывая значительную величину методической погрешности при использовании выражения (16) порядка 1,3 %, класс точности вольтметров должен быть не ниже 0,2. Тогда дополнительная погрешность, вносимая вольтметрами, будет меньше методической примерно на порядок.

В заключение проведенного исследования можно сделать следующие **выводы**:

1) выражение (16) может быть использовано для приближенной оценки коэффициента искажения синусоидальности  $K_{U_i}$  периодического напряжения по измеренным значениям действующего значения напряжения  $U_{II}$  и его амплитудного значения  $U_{IIm}$  с абсолютной методической погрешностью не более 1,3 %, если реальный коэффициент искажения синусоидальности напряжения не превышает  $\pm 7$  %. За пределами этого диапазона погрешность больше;

2) класс точности вольтметров (приведенная относительная погрешность), измеряющих амплитудное значение  $U_{IIm}$  и действующее значение  $U_{II}$  искаженного синусоидального напряжения, должен быть не ниже 0,2.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения: ГОСТ 13109-97. – Минск: Изд-во Межгосстандарт, 1997. – 30 с.

2. Железко, Ю.С. Влияние качества электроэнергии на экономические показатели работы промышленных предприятий / Ю.С. Железко. – М.: ВНИИЦ, 1987. – 93 с.
3. Жежеленко, И.В. Показатели качества электроэнергии на промышленных предприятиях / И.В. Жежеленко. – М.: Энергия, 1977. – 127 с.
4. Суднова, В.В. Качество электрической энергии / В.В. Суднова. – М.: ЗАО «Энергосервис», 2000. – 80 с.
5. Electromagnetic compatibility (EMC). – Part 4-30: Testing and measurement techniques – Power quality measurement methods (MOD): IEC 61000-4-30: 2008.
6. Железко, Ю.С. Определение симметричных составляющих напряжений с помощью вольтметра / Ю.С. Железко, А.В. Артемьев. – Изв. вузов. Энергетика. – 1985. – № 2. – С. 10–15.
7. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л.А. Бессонов. Ч. 1. – М.: Высш. шк., 1978. – 528 с.
8. Бронштейн, И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – 13-е изд., испр. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит, 1986. – 544 с.

Поступила 13.12.2013

#### AN APPROXIMATE METHOD OF EVALUATION OF THE DEFORMATION RATIO OF THE STRAIN HARMONICITY ACCORDING TO VOLTMETER READINGS

A. VERSHINYN, V. AVDEYKO, V. BAZEGSKY

*The simple method of evaluation of the deformation ratio of the strain harmonicity according to the working value of the deformed sinusoidal voltage and crest value of this strain (measured with the help of a voltmeter) is suggested. An analytical expression for calculation of the deformation ratio of harmonicity strain is obtained. Survey results of the systematic error of the calculation of the deformation ratio of the strain harmonicity with the use of the found expression are presented. The research is carried out with a numeric procedure in MathCad for two kinds of the deformed sinusoidal voltage with previously known harmonic composition and previously known value of the deformation ratio of the harmonicity strain. According to the findings conclusions are drawn and limitations in the application of the suggested expression for the estimation of the deformation ratio of strain harmonicity as well as the requirements to metrological performance of the used voltmeters are formulated.*