

УДК 624.072.1

## РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПЛИТ, ОПЕРТЫХ ПО КОНТУРУ

П.П. ЖУКЬЯН

(Полоцкий государственный университет)

Представлен обзор основных методов расчета прочности железобетонных плит перекрытий, работающих в двух направлениях. Проведены экспериментальные исследования на натурных конструкциях, в ходе которых получены экспериментальные данные о прочности и жесткости плит, что позволило выполнить сравнительный анализ методик расчета с учетом пространственной работы конструкции. Получена удовлетворительная сходимостъ экспериментальных данных и результатов расчета по методу конечного элемента и кинематическому методу, учитывающих пространственную работу железобетонной плиты, свободно опертой по контуру. Установлено, что наиболее объективным вычислительным методом расчета сложных пространственных конструкций на современном этапе расчета является метод конечных элементов, позволяющий оценить работу конструкции как единой пространственной системы.

**Введение.** Одним из основных и важнейших элементов здания является междуэтажное перекрытие. Известны различные методики расчета прочности и жесткости железобетонных плит, работающих на изгиб в двух направлениях, а также множество выполненных работ по их совершенствованию. Проведено большое количество экспериментальных исследований, отражающих особенность действительной работы плит перекрытий, работающих на изгиб в двух направлениях.

Сравнительный анализ представлен для прямоугольных плит ( $L1 / L2 > 2$ ), свободно опертых на недеформируемый контур. Следует отметить, что речь идет о плитах, свободно опертых по контуру, края которых не заземлены, но могут быть прижаты. Данная расчетная схема опирания с целью упрощения принимается для большинства плит перекрытий из сборного железобетона. Такое опирание принимается для экспериментальных исследований и является своего рода эталоном для создания методов расчета с более сложными граничными условиями.

В разделе теории упругости начало созданию теории расчета пластин было положено трудами Кирхгофа, Лява, Навье. Немаловажный вклад в развитие расчета упругих пластин внесли И.И. Безухов, И.Г. Бубнов, Б.Г. Галеркин, Б.Н. Жемочкин, С.П. Тимошенко и другие ученые.

**Основная часть.** Методы и формулы теории упругости с минимальными поправками остаются востребованными и сегодня для расчета железобетонных плит по образованию трещин, а также прогибов в случаях, когда трещины не образуются, т.е. по предельным состояниям второй группы. Что касается прочности, то расчет по формулам теории упругости допустим лишь как исключение, поскольку существуют и применяются более близкие к действительной работе и эффективные методы расчета плит, например, на базе теории предельного равновесия и метода конечных элементов.

Одним из приближенных методов является *метод конечных разностей* (метод сеток). Согласно этому методу вся площадь пластины покрывается сеткой линий. В местах пересечения линий вводятся точки, которые называются узлами. За неизвестные принимаются значения прогибов в узлах сетки. Заменой производных, входящих в дифференциальное уравнение изогнутой поверхности пластины, их приближенными выражениями через конечные разности задача решения дифференциального уравнения сводится к решению линейных алгебраических уравнений относительно прогибов в узлах [1].

Наиболее простым и доступным является *метод предельного равновесия*, первооснователями которого можно считать А.А. Гвоздева и К. Йогансена. Метод основан на рассмотрении условий равновесия конструкций в предельном состоянии, при котором конструкция превращается в геометрически изменяемую систему элементов, соединенных между собой линейными пластическими шарнирами. Пластическим шарниром принято называть сечение, находящееся в предельном состоянии, когда одна из трещин раскрывается, и части, лежащие по бокам трещин, поворачиваются по отношению друг к другу так, как будто они соединены шарниром, расположенным в сжатой зоне над трещиной. Пластический шарнир существенно отличается от идеального шарнира тем, что момент в нем равен не нулю, а предельному моменту [2]. Основные предпосылки метода, принятые А.А. Гвоздевым, К. Йогансеном, состоят в том, что все стержни арматуры достигают предела текучести по некоторым линиями излома, в стержнях возникают лишь нормальные (вдоль оси стержня) напряжения, в процессе деформирования стержни не изменяют своей первоначальной ориентации.

Расчет конструкций методом предельного равновесия может осуществляться двумя способами: кинематическим или статическим. Статический способ метода предельного равновесия основан на условии равенства предельных внутренних сил внешней нагрузке. Расчет статически определимых систем таким способом довольно прост и производится при помощи обычных уравнений равновесия.

Сущность кинематического способа заключается в условии равенства работ внешних и внутренних сил на бесконечно малых возможных перемещениях. Основные положения кинематического способа изложены в [3]. При расчете плит с использованием этого способа сначала задаются различными схемами излома, а затем определяют для каждой из них значение несущей способности. Из всех возможных схем излома расчетной будет та, при которой несущая способность плиты имеет наименьшую величину. Для определения расчетной схемы излома необходимо найти угол наклона линии излома к стороне плиты. Экспериментально подтверждено, что на формирование схемы излома плит, работающих на изгиб в двух направлениях, оказывает влияние распределение арматуры в направлении обоих рабочих пролетов.

При прочностных расчетах сплошных шарнирно опертых по контуру плит перекрытий В.С. Зыряновым [2] предложено учитывать пространственную работу плиты путем введения в формулу расчета несущей способности коэффициента условий работы. Приведем формулу для определения суммарной площади арматуры по [2] в одном из направлений плиты:

$$A_{s1} = \frac{(3\lambda - 1)\lambda q l_1^3 K_{sp}}{24(\lambda + m) R_{s1} h_{01}},$$

где  $\lambda$  – отношение длинного  $l_2$  и короткого  $l_1$  расчетных пролетов  $\left(\lambda = \frac{l_2}{l_1}\right)$ ;  $q$  – полная расчетная нагрузка на единицу площади длины;  $K_{sp}$  и  $m$  – коэффициенты, учитывающие пространственную работу (определяются в зависимости от  $\lambda$ );  $R_{s1}$  – расчетное сопротивление арматуры;  $h_{01}$  – рабочая высота сечения;

Что касается работы железобетонных плит в неупругой стадии, то следует отметить одно из направлений теории упругих анизотропных пластин с введением в уравнение прогибов жесткостных характеристик, учитывающих наличие трещин в бетоне. Наиболее детальные исследования в этом направлении провел Н.И. Карпенко [4]. Им получены выражения для определения значений жесткостных характеристик с учетом различных факторов: характера трещинообразования, работы арматуры внутри трещины и между трещинами, характера работы бетона при образовании трещины и др.

Наиболее мощным вычислительным методом расчета сложных пространственных конструкций на современном этапе развития численных методов является *метод конечных элементов*. В этом методе исследуемая конструкция разбивается на отдельные части – конечные элементы, которые соединены между собой в узлах. Формируется матрица жесткости элемента, связывающая перемещения узлов элемента и силы, действующие на них. Матрица жесткости системы формируется из матриц жесткости элементов. Так как матрица жесткости системы устанавливает связь между силами, приложенными к ее узлам, и перемещениями ее узлов, то, имея построенную матрицу жесткости системы и зная узловую нагрузку, можно найти перемещения всех узлов конечно-элементной схемы.

Одна из вычислительных программ, в которой реализован метод конечных элементов, – вычислительный комплекс SCAD. Следует отметить особенность данного комплекса, состоящую в том, что подбор арматуры в постпроцессоре основан на методике Н.И. Карпенко [4], которая описывает деформирование железобетона с трещинами с помощью модели анизотропного сплошного тела. Для каждого конечного элемента пластины перебором вариантов сочетаний проверяется прочность пластины (определяются ядровые моменты, выясняется возможная схема трещинообразования и т.д.), и если условия прочности не выполняются, увеличивается значение интенсивности армирования. Это выполняется до тех пор, пока не будут удовлетворены условия прочности или же обнаружится, что обеспечить условия прочности, не превосходя заданного максимального процента армирования, невозможно [5]. В вычислительном комплексе SCAD производится увеличение подобранной площади армирования на 5 %, что позволяет учесть возможное возрастание силовых факторов у краев элемента (при подборе арматуры используются значения усилий в центре конечного элемента).

Для подтверждения результатов выбранных методик расчета было проведено экспериментальное исследование на образце железобетонной плиты сплошного сечения, свободно опертой по контуру. Испытания проводились в лаборатории в соответствии с рекомендациями [6]. При этом по контуру образца устанавливались шарнирные подвижные шаровые опоры, а посередине трех сторон плит – шарнирные

подвижные линейные опоры, две из которых, расположенные на противоположных сторонах, допускали поворот в одном направлении, а третья, расположенная на примыкающей стороне, – в противоположном этому направлению. Геометрические размеры исследуемого образца  $1680 \times 2480 \times 70$  мм.

Армирование плиты было выполнено сварными сетками. По профилю поперечного сечения использовалась арматура гладкая  $\varnothing 4$  мм с расчетными характеристиками: нормативное сопротивление растяжению – 656,47 МПа, модуль упругости –  $1,7 \cdot 10^5$  МПа. Физико-механические характеристики бетона по результатам испытаний: призмная прочность бетона – 17,5 МПа, модуль упругости бетона – 28 ГПа.

Вертикальную нагрузку с помощью гидравлического домкрата, запитанного от насосной станции и системы распределительных траверс, передавали на плиту равномерно по площади в 16 точках. Нагрузка прикладывалась поэтапно с выдержкой на каждой ступени.

Расчетный пролет плит в длинном направлении составлял 2380 мм, в коротком – 1580 мм. Минимальная глубина опирания – 50 мм со стороны каждой грани элемента.

Общий вид испытательной установки и образца после испытаний представлены на рисунке 1 и 2 соответственно.

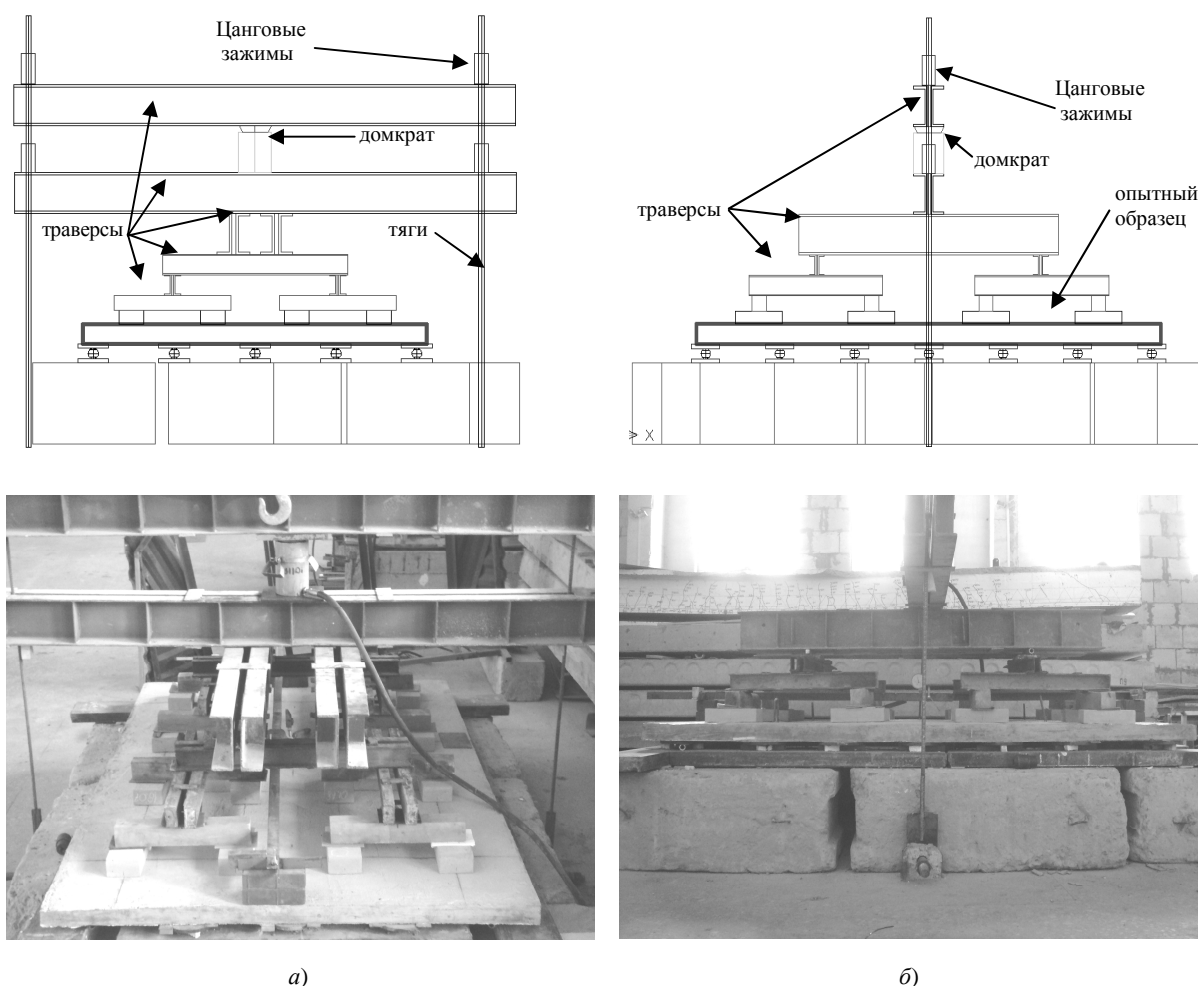


Рис. 1. Общий вид испытательной установки:  
*а* – вид испытательной установки вдоль короткой стороны;  
*б* – вид испытательной установки вдоль длинной стороны

Сравнительный анализ проводился в расчетном комплексе SCAD.

Создана расчетная схема и выполнено компьютерное моделирование сплошной железобетонной плиты, свободно опертой по контуру при равномерном нагружении в упругой стадии. Получены изополя напряжений (рис. 3), подтвержденные наблюдаемой картиной трещинообразования в процессе испытаний. В постпроцессоре подобрано необходимое количество армирования при заданных усилиях (исходя

из прочности экспериментальной плиты) без учета трещиностойкости. Выполнен расчет подбора армирования по методике В.С. Зырянова [2] с учетом пространственной работы конструкции.

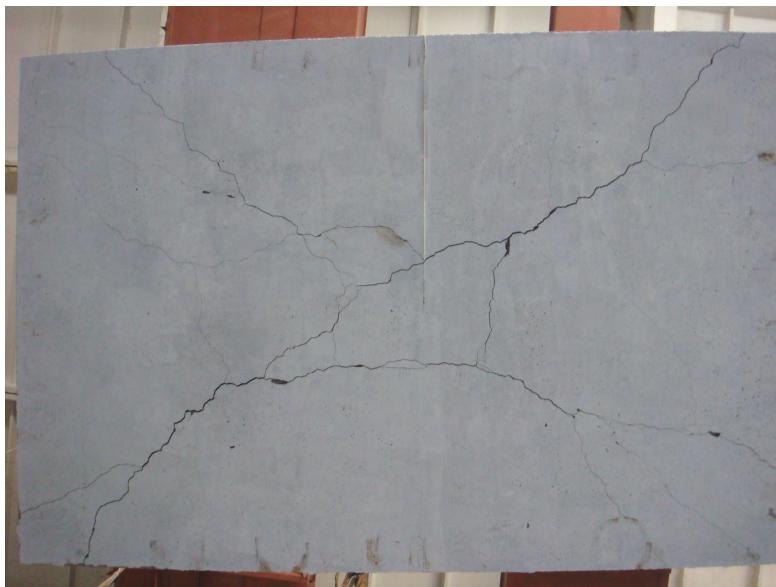
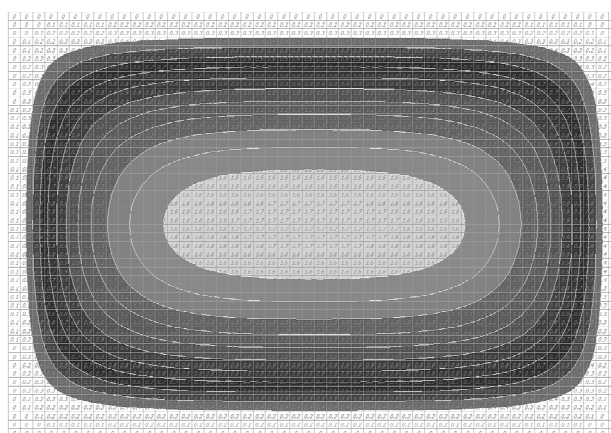
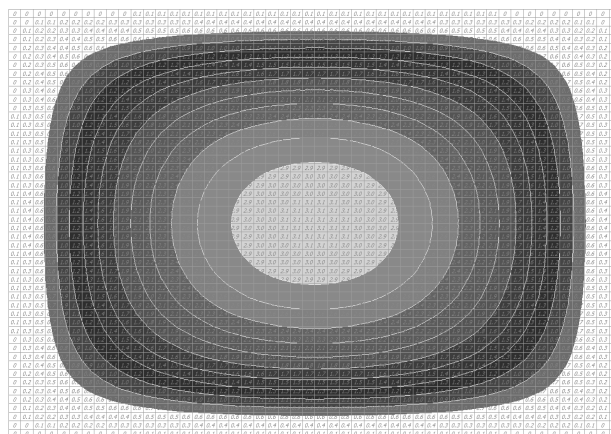


Рис. 2. Общий вид образца после испытаний



$M_x$



$M_y$

Рис. 3. Изополя напряжений в плоскости плиты по SCAD

Сравнение экспериментальных данных, результатов моделирования (МКЭ), расчета с учетом пространственной работы плиты представлено в таблице.

Сопоставление результатов расчета площади арматуры  
вдоль длинной стороны с опытными данными

Опытный образец	Фактическое армирование (см <sup>2</sup> /м)	Требуемая площадь армирования (см <sup>2</sup> /м)		$\frac{A_{s(МКЭ)}}{A_{s(опыт)}}$	$\frac{A_{s(Зырянов)}}{A_{s(опыт)}}$
		метод конечных элементов (SCAD, с учетом 5 %)	кинематический метод (по Зырянову В.С.)		
Железобетонная плита, шарнирно опертая по контуру (1680×2480×70(h) мм)	1,005	1,107	1,057	1,1015	1,0517

Метод конечных элементов является наиболее универсальным, так как позволяет рассчитывать конструкции произвольной геометрии (наличие отверстий в конструкции и т.д.) при сложном характере нагружения. Совершенствование метода расчета как обычных железобетонных плит, работающих в двух направлениях, так и усиленных (например, увеличением поперечного сечения путем наращивания бетона сжатой зоны) сводится к совместному использованию метода конечных элементов и метода расчета по деформационной модели, позволяющих учитывать нелинейные свойства железобетона.

**Заключение.** Наиболее объективным вычислительным методом расчета сложных пространственных конструкций на современном этапе расчета является метод конечных элементов, позволяющий оценить работу конструкции как единой пространственной системы. Получена удовлетворительная сходимость экспериментальных данных и результатов расчета по методу конечного элемента и кинематическому методу, учитывающих пространственную работу железобетонной плиты, свободно опертой по контуру.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Александров, А.В. Основы теории упругости и пластичности / А.В. Александров, В.Д. Потанов. – М.: Высш. шк., 1990. – 400 с.
2. Зырянов, В.С. Пространственная работа железобетонных плит, опертых по контуру / В.С. Зырянов; ЦНИИЭП жилища. – М., 2002.
3. Руководство по расчету статически неопределимых железобетонных конструкций. – М.: Стройиздат, 1975. – 192 с.
4. Карпенко, Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами / Н.И. Карпенко. – М.: Стройиздат, 1976. – 208 с.
5. SCAD OFFICE Вычислительный комплекс / В.С. Карпиловский [и др.]. – М.: Изд-во Ассоциации строительных вузов, 2008. – 592 с.
6. Рекомендации по испытанию и оценке прочности, жесткости и трещиностойкости опытных образцов железобетонных конструкций. – М.: НИИЖБ, 1987. – 36 с.

Поступила 05.06.2014

#### ANALYSIS OF TWO-WAY SLABS

P. ZHUKYAN

*This paper presents an overview of existing methods for calculating the strength of reinforced concrete slabs working in two directions. Experimental studies on full-scale structures were held and experimental data on the strength of the slabs were received, which allowed to perform comparative analysis of the calculation methods taking into account the space behavior of the structure.*