

МОДЕЛЬ ГЕОИДА НА ОСНОВЕ КУБИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЭРМИТА

Васильков Д.М.

(Белорусский государственный университет, Минск);

Пигин А.П.

(СП «Кредо-Диалог», Минск)

Исходными данными для построения модели геоида являются значения аномалий высот ζ_z , заданные в узлах регулярной сетки:

$$G=(b_p, l_p), i = l, \dots, m; J = 1, n.,$$

Узлы сетки находятся в местах пересечения параллелей b_i и меридианов l_p заданных с фиксированным шагом. Под моделью геоида будем понимать функцию $\zeta=Z(b, l)$, вычисляющую значения аномалий в любой точке из интервала $-90^\circ \leq b \leq 90^\circ, 0^\circ \leq l \leq 360^\circ$. В эквивалентной формулировке модель геоида можно определить как поверхность Z_1 проходящую через заданные точки трехмерного пространства (b_p, l_p, Q_p) и удовлетворяющую определенным естественным условиям. Одним из таких условий является, в частности, гладкость поверхности, или непрерывность первых частных производных функции Z .

В программном продукте CREDO_ТРАНСКОР модель аномалий высот реализована в виде кусочно-кубической поверхности Z , состоящей из локальных четырехугольных кубических поверхностей h в форме Эрмита [1]. Для каждого прямоугольного домена $\{(s,t): 0 \leq s,t < 1\}$ локальная поверхность Эрмита $Q = h(s,t)$ задается значениями функции Z , ее частных и смешанных производных в четырех вершинах поверхности:

$$Z=(s,t), Z_i=(s,t), Z_{ij}=(s,t), Z_{ijl}=(s,t), s,t = \{0,1\},$$

и вычисляется как бикубический полином

$$h(s,t) = H(s)MH(t)',$$

где

$$M = \begin{pmatrix} Z(0,0) & Z_s(0,0) & Z_t(0,0) & Z_{st}(0,0) \\ Z(1,0) & Z_s(1,0) & Z_t(1,0) & Z_{st}(1,0) \\ Z(0,1) & Z_s(0,1) & Z_t(0,1) & Z_{st}(0,1) \\ Z(1,1) & Z_s(1,1) & Z_t(1,1) & Z_{st}(1,1) \end{pmatrix}$$

$$H(x) = (H^1_a(x) > H^3_\lambda(x), \frac{1}{8}(x), \#'(x)) \blacksquare$$

Через $H^3_i(x)$ обозначены кубические полиномы Эрмита:

$$7\mathcal{J}^3(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1;$$

$$H^3_1(x) = x - x^3;$$

$$\mathcal{J}^3_2(x) = -x^2 + x^3;$$

$$H^3_3(x) = 3x^3 - 2x^3.$$

Значения функции Z в вершинах локальной поверхности известны и равны значениям аномалий в узлах сетки G . Значения производных не известны и их приходится вычислять приближенно на основе значений аномалий в узлах по следующим формулам:

$$Z_i(\frac{1}{8}, Z_7) = | (Z^{\%00}_0, Z_{\cdot}) - Z^{\%00}_0, Z_I);$$

$$Z_i(\frac{1}{8}, \frac{7}{7}) = | (Z(\frac{1}{8}, \frac{7}{7+1}) - Z(\frac{1}{8}_M, Z_{\Lambda 1}));$$

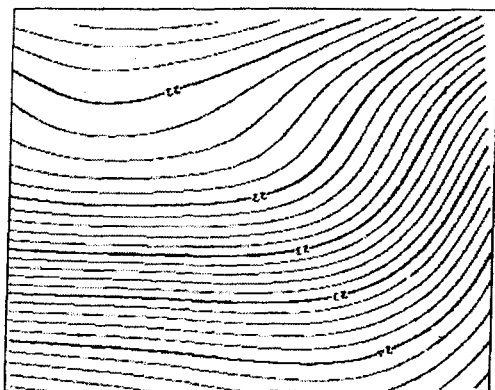
$$Z_w(\frac{1}{8}, Z_y) = | (Z^{\%00}_0, Z^{\wedge}_1) - (Z^{\%00}_0, Z_{y+1}) - Z^{\%00}_0, Z_{y \cdot 1} + Z^{\%00}_0, Z_{y+1})).$$

Для проверки качества модели был проведен следующий эксперимент. Из сетки геоида EGM2008, представленной в [2] с шагом Γ по широте и долготе, сделана выборка сетки точек на участке в районе Мозыря размера 1° по широте и $40'$ по долготе. Достаточно изменчивый характер модели геоида на этом участке представлен на рисунке.

Для этих точек с помощью системы CREDO_ТРАНСКОР произведен расчет аномалий на основе сетки геоида EGM2008, заданной с шагом $2,5'$ по широте и долготе.

Общее число точек, участвовавших в эксперименте - 1631. При этом для чистоты эксперимента из анализа исключены интерполированные точки, широты и долготы которых кратны $5'$, то есть точки, координаты которых совпадают в обеих сетках.

Разности аномалий высот, полученных из 1-минутной сетки и интерполированных с помощью кусочно-кубической модели по значениям 2,5-минутной сетки, статистически обработаны, результаты представлены в таблице 1.



Карта аномалий высот в районе Мозыря,
полученная на основе кусочно-бикубической модели

Таблица 1

Анализ качества интерполяции в CREDO	
Среднее	0,00000
Стандартная ошибка	0,00001
Медиана	0,00000
Мода	0,00013
Стандартное отклонение	0,00029
Дисперсия выборки	0,00000
Экспесс	-1,23225
Асимметричность	0,00195
Интервал	0,00100
Минимум	-0,00050
Максимум	0,00050
Сумма	0,00028
Счет	1631
Уровень надежности (95,0 %)	0,00001

Как видно из таблицы 1, СКП интерполяции составила 0,29 мм.

Кроме того, проведено сравнение качества интерполяции по 2,5-минутной модели для широко применяемой в производстве при обработке спутниковых измерений системы Pinnacle и результатов, полученных в CREDO. Для этого в высотный калькулятор Pinnacle была загружена

сетка геоида EGM2008 $2,5' \times 2,5'$ и полученные аномалии высот сравнивались с данными интерполяции в CREDO.

Результаты статистической обработки приведены в таблице 2.

Таблица 2

Параметры статистики	CREDO	Pinnacle
Среднее	0,00003	-0,00003
Стандартная ошибка	0,00004	0,00007
Медиана	0,00005	0,00000
Мода	-0,00036	0,00030
Стандартное отклонение	0,00028	0,00052
Дисперсия выборки	0,00000	0,00000
Эксцесс	-1,12916	-0,65376
Асимметричность	-0,15807	-0,21358
Интервал	0,00097	0,00210
Минимум	-0,00049	-0,00110
Максимум	0,00048	0,00100
Сумма	0,00162	-0,00200
Счет	61	61

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы:

- 1) бикубическая интерполяция обеспечивает высокую точность выборки из регулярных моделей поверхности и может эффективно применяться в программных продуктах, использующих модели геоидов;
- 2) бикубическая интерполяция обеспечивает более высокую точность при выборке данных из моделей геоидов, чем используемые сейчас программы, в которых, как правило, применяется билинейная интерполяция [3];
- 3) программа CREDO_АНСКОР обеспечивает высокую точность и надежность при выполнении операций с моделями геоидов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Farin, G. Curves and surfaces in CAGD / G. Farin. - Academic press, 1997, -429 p.
2. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/index.html>.
3. Непоклонов, В.Б. Определение высот с использованием модели геоида / В.Б. Непоклонов // Автоматизированные технологии изысканий и проектирования. - 2007. - № 3 (26). - С. 56 - 60.