**Лабораторная работа № 12**

**Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений**

1. **Цель работы.**

Уяснить сущность и усвоить методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Овладеть технологией решения обыкновенного дифференциального уравнения средствами *MS Excel*.

1. **Краткие теоретические сведения**

**Дифференциальным уравнением** называется уравнение, связывающее независимые переменные **(x1, x2, x3, …, xm)**,их функцию **(y(x1, x2, x3, …, xm))** и производные (дифференциалы) этой функции. Уравнение с одной независимой переменной **(x)** называется **обыкновенным**, если же независимых переменных больше одной, то уравнение называется **дифференциальным уравнением в частных производных**.

**Порядком** дифференциального уравнения называется наивысший порядок производной, входящей в него. Общий вид обыкновенного дифференциального уравнения **n**-го порядка:

|  |  |
| --- | --- |
| **F*(*x*,* y*’*, y''… ,y*(*n*))=0,*** | ***(1)*** |

где: **x** – независимая переменная, **y** – неизвестная функция, **y’, y'', … , y(n**) – производные этой функции.

Уравнение **n**-го порядка, разрешённое относительно старшей производной, может быть записано в виде:

|  |  |
| --- | --- |
| **y*(*n*)=*f*(*x*,* y*’*, y'',…*,* y*(*n*-1)),*** | ***(2)*** |

**Общим решением** уравнения ([***2***](file:///F%3A%5C%D0%92%D0%9C%D0%B8%D0%9A%D0%9C%5C%D0%9B12-1.htm#ur6.2)) называется такая дифференцируемая функция **y**=**f**(**x**), которая при подстановке в уравнение обращает его в тождество.

Численное решение дифференциального уравнения предполагает получение числовой таблицы приближенных значений **y**iискомой функции **y**=**?**(**x)** для некоторых значений аргумента **xi*Î[*x0*,*b*]***.

Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений, возможно, такими методами, как метод Эйлера, модифицированный метод Эйлера-Коши, которые относятся к семейству методов Рунге-Кутта, собственно методом Рунге-Кутта и другими.

Метод Эйлера ввиду малой точности может быть использован в основном для ориентировочных расчётов, но идеи, положенные в его основу, являются исходными для ряда других более точных методов. Этот метод можно считать примером методов Рунге-Кутта первого порядка.

Модифицированный метод Эйлера-Коши несколько повышает точность решения и его относят к семейству методов Рунге-Кутта второго порядка.

Обеспечивающим необходимую точность решения и наиболее популярным из семейства методов Рунге-Кутта является метод четвёртого порядка. Для получения таблицы приближённых значений искомой функции **y**=**f**(**x**) по этому методу применяются следующие расчётные формулы:

|  |  |
| --- | --- |
| k1=hf(xk,yk), | (3) |
| k2=hf(xk+h/2,yk+k1/2), | (4) |
| k3=hf(xk+h/2,yk+k2/2), | (5) |
| k4=hf(xk+h,yk+k3), | (6) |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

1. **Задания**
2. В ***D1*** ячейку ввести текст ***Лабораторная работа № 5***.
3. В ячейку ***A2*** ввести текст ***Решение дифференциального уравнения методом Рунге-Кутты (Вариант № ХХ)***;
4. В ячейку ***A3*** ввести текст ***Исходные данные:;***
5. В ячейку ***D3*** ввести текст ***Xнач;=;***
6. В ячейку ***E3*** ввести число ***0;***
7. В ячейку ***F3*** ввести текст ***Yнач;=;***
8. В ячейку ***G3*** ввести число ***0;***
9. В ячейку ***H3*** ввести текст ***n=;***
10. В ячейку ***I3*** ввести число ***5;***
11. В ячейку ***J3*** ввести текст ***h=;***
12. В ячейку ***K3*** ввести число ***0,1;***
13. В ячейку ***C4*** ввести текст ***Результаты вычислений;***
14. В ячейку ***A5*** ввести текст ***№ итер;;***
15. В ячейку ***B5*** ввести текст ***x0;***
16. В ячейку ***С5*** ввести текст ***y0;***
17. В ячейку ***D5*** ввести текст ***k;***
18. В ячейку ***E5*** ввести текст ***dk;***
19. В ячейку ***A6*** ввести ***=1;***
20. В ячейку ***B6*** ввести формулу – ссылку на ячейку ***E3*** (***=E3***);
21. В ячейку ***C6*** ввести формулу – ссылку на ячейку ***G3*** (***=G3***);
22. В ячейку ***D6*** ввести формулу ([3](file:///F%3A%5C%D0%92%D0%9C%D0%B8%D0%9A%D0%9C%5C%D0%9B12-1.htm#ur6.3)) для вычисления k1; Например, для варианта № 30 ***=$K$3\*(1-Sin(0,75\*B6+C6^2)*** при этом ссылка на ячейку ***K3*** должна быть абсолютной;
23. В ячейку ***E6*** ввести формулу – ссылку на ячейку ***D6*** (***=D6***);
24. В ячейку ***B7*** ввести формулу ***=B6+$K$3/2*** (ссылка на ячейку ***K3*** – абсолютная);
25. В ячейку ***C7*** ввести формулу ***=C6+D6/2;***
26. В ячейку ***D7*** ввести формулу ([4](file:///F%3A%5C%D0%92%D0%9C%D0%B8%D0%9A%D0%9C%5C%D0%9B12-1.htm#ur6.4)) для вычисления k2; Например, для варианта № 30 ***=$K$3\*(1-Sin(0,75\*B7+C7^2)*** (ссылка на ячейку ***K3*** в абсолютной форме);
27. В ячейку ***E7*** ввести формулу ***=2\*C7;***
28. В ячейку ***B8*** ввести формулу – ссылку на ячейку ***B7*** (***=B7***);
29. В ячейку ***C8*** ввести формулу ***=C6+D7/2;***
30. В ячейку ***D8*** ввести формулу ([5](file:///F%3A%5C%D0%92%D0%9C%D0%B8%D0%9A%D0%9C%5C%D0%9B12-1.htm#ur6.5)) для вычисления k3. Например, для варианта № 30 ***=$K$3\*(1-Sin(0,75\*B8+C8^2)*** (ссылка на ячейку ***K3*** в абсолютной форме);
31. В ячейку ***E8*** ввести формулу ***=2\*C8;***
32. В ячейку ***B9*** ввести формулу ***=B6+$K$3*** (ссылка на ячейку ***K3*** – абсолютная);
33. В ячейку ***C9*** ввести формулу ([8](file:///F%3A%5C%D0%92%D0%9C%D0%B8%D0%9A%D0%9C%5C%D0%9B12-1.htm#ur6.8)) ***=C6+D8;***
34. В ячейку ***D9*** ввести формулу ([6](file:///F%3A%5C%D0%92%D0%9C%D0%B8%D0%9A%D0%9C%5C%D0%9B12-1.htm#ur6.6)) для вычисления k4; Например, для варианта № 30 ***=$K$3\*(1-Sin(0,75\*B9+C9^2)*** (ссылка на ячейку ***K3*** в абсолютной форме);
35. В ячейку ***E9*** ввести формулу – ссылку на ячейку ***D9*** (***=D9***);
36. В ячейку ***D10*** ввести текст ***?y=;***
37. В ячейку ***E10*** ввести формулу ([7](file:///F%3A%5C%D0%92%D0%9C%D0%B8%D0%9A%D0%9C%5C%D0%9B12-1.htm#ur6.7)) ***=1/6\*СУММ(E6:E9)***;
38. Выполнить ещё 3 итерации путём тройного копирования блока ячеек ***B6:E10*** в интервал, расположенный ниже его;
39. В блоке ячеек ***F5:G11*** сформировать таблицу; В ячейки ***F5*** и ***G5*** ввести тексты – имена колонок ***x*** и ***y*** соответственно;
40. В ячейку ***C11*** ввести формулу ([8](file:///F%3A%5C%D0%92%D0%9C%D0%B8%D0%9A%D0%9C%5C%D0%9B12-1.htm#ur6.8)) ***=C6+E10;***
41. Из ячеек ***B6, B11, B16, B21, B26, B31*** последовательно перезаписать значения в ячейки ***F6, F7, F8, F9, F10, F11;***
42. Из ячеек ***C6, C11, C16, C21, C26, C31*** последовательно перезаписать значения в ячейки ***G6, G7, G8, G9, G10, G11;***
43. Выделить блок ячеек ***F6:G11*** и с помощью ***Мастера диаграмм*** построить диаграмму-график.
44. **Индивидуальные задания**

Для всех вариантов ***Xнач=0*** и ***Yнач=0***; Границы отрезка ***[*a*,* b*]*** рекомендуется выбирать в пределах от ***0*** до ***0,5***.

Таблица 1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№ варианта** | **Уравнение** | **№ варианта** | **Уравнение** |
| 1 | y$’$=1+0,2y Sin x-y2 | 16 | y’=Cos(x+y)+0,5(x-y) |
| 2 | y’=y2 Cos(1+x) | 17 | y’=(1-y2)Cos x+0,6y |
| 3 | y’=Cos(x+2)-0,3y2 | 18 | y’=1+0,4y Sin x-1,5y2 |
| 4 | y’=Cos(1,5+x)+0,1y2 | 19 | y’=Cos(1,5x+y)+(x-y) |
| 5 | y’=Cos(1+x)-0,5y2 | 20 | y’=1-Sin(x+y) |
| 6 | y’=Cos x-0,5y2 | 21 | y’=0,6Sin x-1,25y2 |
| 7 | y’=1+Sin x-2y2 | 22 | y’=Cos(x+y)+1,5(x-y) |
| 8 | y’=1+2,2Sin x+1,5y2 | 23 | y’=Cos(1,5x+y)+(x-y) |
| 9 | y’=1-Sin(2x+y) | 24 | y’=1+(1-x)Sin y |
| 10 | y’=Sin(2x+y)-0,3y | 25 | y’=Cos(1,5x+y) |
| 11 | y’=(0,8-y2)Cos x | 26 | y’=(x-1)Sin y |
| 12 | y’=1+2,2Sin x+1,5y2 | 27 | y’=Cos(x+y)+0,5(x-y) |
| 13 | y’=Cos(x+2)-0,3y2 | 28 | y’=1-Sin(1,5x2+y) |
| 14 | y’=Cos(x2+y)-0,5y2 | 29 | y’=Sin(1,5x+y2)-0,5y |
| 15 | y’=Cos(x2-y2)+0,2y | 30 | y’=1-Sin(0,75x+y2) |

1. **Контрольные вопросы:**
2. Сформулируйте задачу приближенного интегрирования;
3. Как происходит интегрирование экспериментальных данных?
4. Назовите методы интегрирования;
5. В чем заключается правило прямоугольников?
6. В чем заключается правило трапеций?
7. В чем заключается правило Симпсона?
8. Сравните метод трапеций и метод Симпсона;
9. Каким интегралом определяется Гамма-функция?