

РЕШЕНИЕ МНОГОКРАТНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ЗАСЕЧКИ НА ЭЛЛИПСОИДЕ

1. Нахождение приближенных координат определяемого пункта методом слепого поиска

Многократная линейная засечка на эллипсоиде показана на рис. 1.

Для каждого варианта даны измеренные длины сторон, редуцированные на эллипсоид S_j (между определяемым и исходным пунктом № 1), S_2 и S_3 .

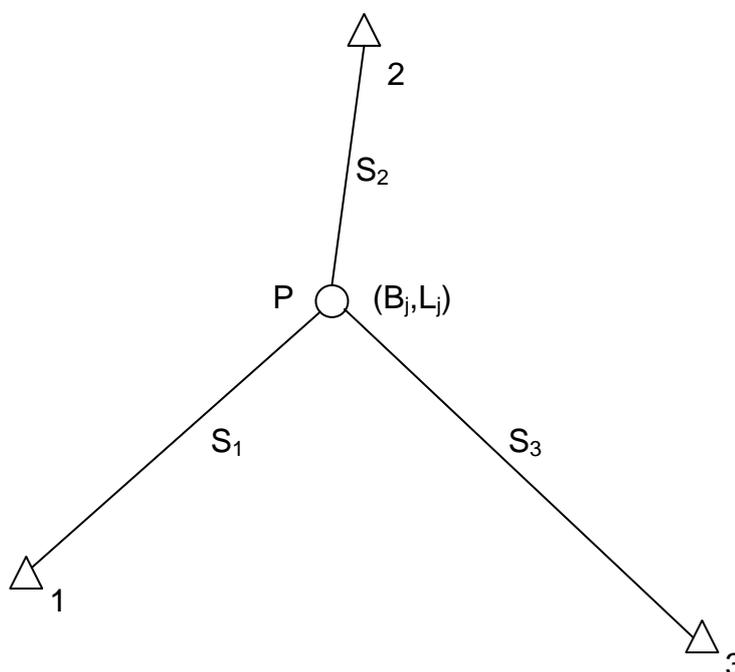


Рис. 1. Многократная линейная засечка

Полагая измерения равноточными, для решения засечки будем отыскивать минимум целевой функции

$$\Phi_j(B_j, L_j) = \sum_{i=1}^3 (S_i^{еыч} - S_i^{изм})^2, \quad (1)$$

где B_j, L_j – координаты определяемого пункта в j -том приближении.

Вводим S_i, B и L из ответа; считаем по программе *uroksfeg* и получаем Φ_j , близкое к нулю.

Например, для варианта $S_1 = 17472,38$ м; $S_2 = 646,03$ м; $S_3 = 19648,22$; $B = L = 550035,337$ в градусах, минутах и секундах; $\Phi_j = 0,0001$. Если значение целевой функции в контрольной точке не совпадает с малым значением, то проверяют введенные в ЭВМ числовые данные.

В методе слепого поиска используют регулярную сетку, помещая центральный узел сетки в точку с координатами, равными среднему арифметическому из наибольшего и наименьшего значений координат исходных пунктов. Поскольку V_i и L_i для исходных пунктов 1, 2, 3 во всех вариантах одинаковы, то и регулярная сетка будет в каждом варианте одной и той же. Расстояние между узлами сетки примем $10''$, а количество узлов $6 \times 6 = 36$. Регулярная сетка показана на рис. 2. Для каждого узла сетки необходимо вычислить значение целевой функции и записать его рядом с узлом. Затем найти узел с наименьшим значением целевой функции и вокруг него вычертить изолинии $\Phi(B, L) = \text{const}$. На рис. 2 показаны изолинии $\Phi(B, L) = 100000$ и $\Phi(B, L) = 200000$. Центральная точка изолинии $\Phi(B, L) = 100000$ будет искомой.

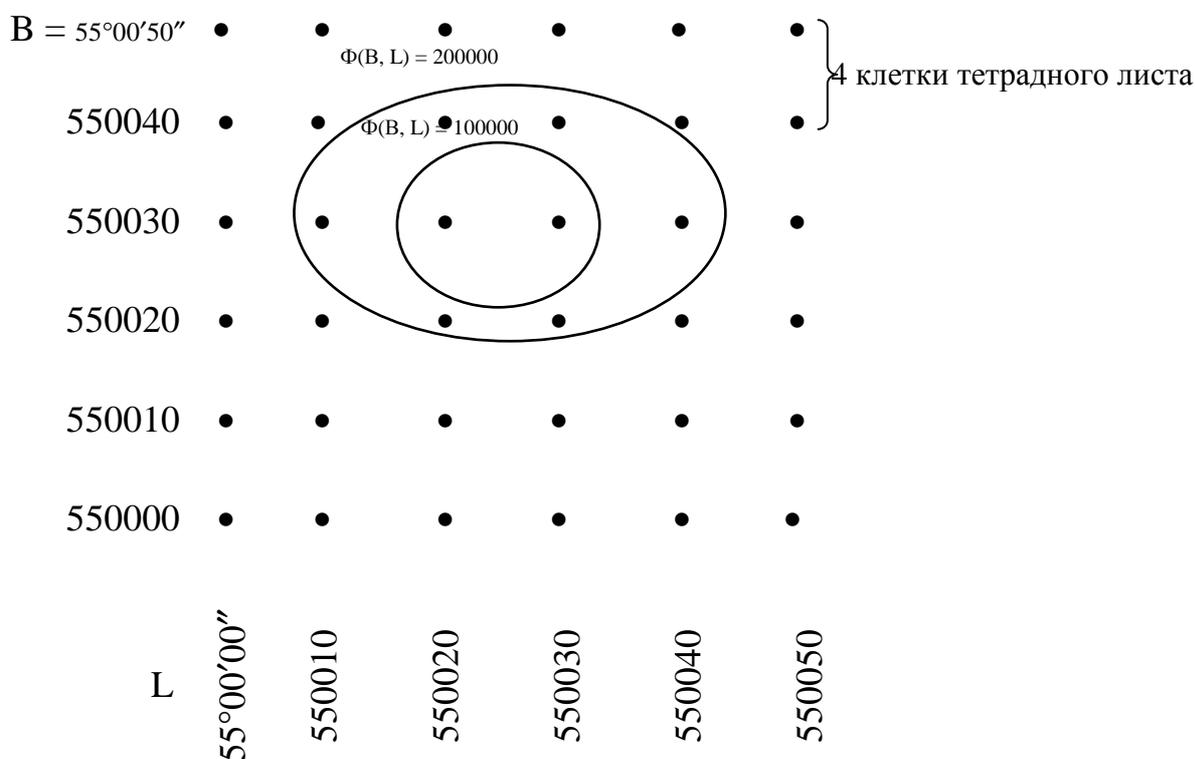


Рис. 2. Регулярная сетка

Методом слепого поиска получаем $V_j = 55^\circ 00' 30''$; $L_j = 55^\circ 00' 30''$; $\Phi_j(V_j, L_j) = 54926$.

2. Применение метода релаксации

На рисунке 3 показаны четыре точки релаксации, в которых вычисляются значения целевой функции и записываются в одну строку табл. 1.

Таблица 1

Траектория минимизации по методу релаксации

j	B_j	L_j	λ''_j	Φ_j	Значение Φ в точках релаксации			
					1	2	3	4
					$B_j + \lambda_j$ L_j	$B_j - \lambda_j$ L_j	B_j $L_j + \lambda_j$	B_j $L_j - \lambda_j$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	550040	550010	10	235239	828185	138209	<u>131055</u>	390024
2	550040	550020	10	131055	689634	<u>69323</u>	71020	235239
3	550030	550020	10	69323	131055	448596	<u>54926</u>	138209
4	550030	550030	10	<u>54926</u>	71020	461222	86157	69323
5	550030	550030	5	54926	<u>3883</u>	211733	65732	55692
6	550035	550030	5	3883	71020	54926	<u>254</u>	17054
7	550035	550035	2	<u>254</u>	6965	12787	1032	678
8	550035	550035	1	<u>254</u>	1157	4164	502	306

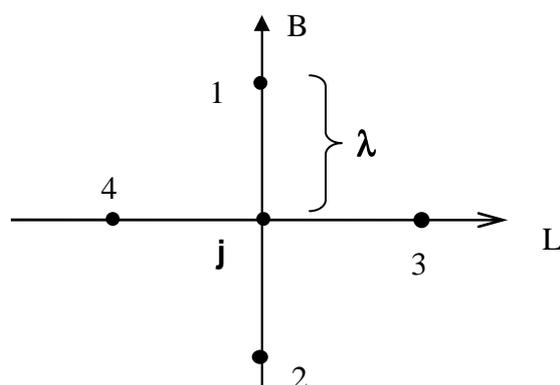


Рис. 3. Система координат и точки релаксации

В первой колонке табл. 1 (см. приложение) указывают номер приближения j ; во второй и третьей колонках записывают B_j и L_j для центральной точки P_j , откуда производятся шаги релаксации λ ; в пятой колонке указывают значение целевой функции Φ_j для центральной точки; в колонках 6 – 9 записывают значения целевой функции в точках релаксации. Из точки B_j, L_j переходят в ту точку релаксации, где значение целевой функции минимально. В первой строке табл. 1 видно, что $\Phi_j(B_j, L_j) > \Phi_j(B_j, L_j + \lambda)$, потому что во втором приближении центральная точка релаксации перемещается в новую точку с координатами $B_2 = B_1$; $L_2 = L_1 + \lambda$. Если во всех точках релаксации значение целевой функции больше, чем в центральной точке, то шаг релаксации уменьшают вдвое без изменения координат центральной точки.

Для всех вариантов предлагаем начать вычисления с центральной точки релаксации с координатами $B_{j=1} = 55^\circ 00' 40''$; $L_{j=1} = 55^\circ 00' 10''$ при $\lambda_{j=1} = 10''$. На первых итерациях удобно пользоваться регулярной сеткой (см. рис. 2), для которой шаг так же равен $10''$.

Предлагаем выполнять вычисления до тех пор, пока $\lambda_j \geq 1''$. С этой точностью будут найдены координаты определяемого пункта. На ЭВМ методом релаксации можно получить координаты с любой точностью.

3. Вычисление координат определяемого пункта градиентным методом спуска

В градиентном методе спуска итеративный процесс выполняется по следующим формулам:

$$B_{j+1} = B_j - \frac{\partial \Phi}{\partial B} \cdot \lambda_j, \quad (2)$$

$$L_{j+1} = L_j - \frac{\partial \Phi}{\partial L} \cdot \lambda_j,$$

где

$$\lambda_j = \frac{\Phi(B_j, L_j)}{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial B}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial L}\right)^2}, \quad (3)$$

а приближенные значения частных производных вычисляют по формулам

$$\frac{\partial \Phi}{\partial B} = \frac{\Phi(B_j + \delta, L_j) - \Phi(B_j, L_j)}{\delta} = \frac{\Phi_{\delta,0} - \Phi_{0,0}}{\delta}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial L} = \frac{\Phi(B_j, L_j + \delta) - \Phi(B_j, L_j)}{\delta} = \frac{\Phi_{0,\delta} - \Phi_{0,0}}{\delta},$$

где малый шаг δ можно вычислить из выражения

$$\delta'' = \frac{\sqrt{B''}}{10^{\frac{n}{3}}}, \quad (5)$$

в зависимости от n – числа разрядов в сетке ЭВМ. В нашем случае $B = 55^\circ 00' 00'' = B'' = 198000''$, $n = 8$, поэтому $\delta = 1''$. Величина δ будет во всех вариантах одинаковой.

Во всех вариантах предлагаем итерации начать с точки (табл. 2): $B_1 = 55^\circ 00' 50''$; $L_1 = 55^\circ 00' 00''$. Поскольку вычисления выполняются вручную, то $\Delta B = -\frac{\partial \Phi}{\partial B} \cdot \lambda_j$ и $\Delta L = -\frac{\partial \Phi}{\partial L} \cdot \lambda_j$, входящие в формулу (2), предлагаем вычислять до целых долей секунды.

Таблица 2

Траектория минимизации градиентным методом спуска

j	B_j	L_j	$\Phi(B_j, L_j)$	$\partial\Phi/\partial B$	$\partial\Phi/\partial L$	λ_j	$\Delta B''$	$\Delta L''$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	550050	550000	1012967	90722	- 20686	0,000117	- 11	+ 2
2	550039	550002	320932	33866	- 16513	0,000226	- 8	+ 4
3	550031	550006	171480	- 5838	- 12070	0,000954	+ 5	+ 12
4	550036	550018	63438	13869	- 7171	0,000260	- 3	+ 7
5	550033	550025	18914	- 3249	- 2531	0,000112	+ 3	+ 3
6	550036	550028	12566	9458	- 2716	0,000130	- 1	+ 4
7	550035	550032	1388	2574	- 709	0,000015	-	-

4. Вычисление уравненных координат пункта по методу Гаусса (метод линеаризованных итераций)

Здесь так же, как и в методе Ньютона, предусматривается итеративный процесс

$$\begin{aligned} B_j &= B_{j-1} + \Delta B; & L_j &= L_{j-1} + \Delta L; \\ \begin{pmatrix} \Delta B \\ \Delta L \end{pmatrix} &= -R^{-1} \cdot B \end{aligned},$$

где R – матрица коэффициентов нормальных уравнений; $R = \begin{pmatrix} [aa] & [ab] \\ [ab] & [bb] \end{pmatrix}$;

B – вектор свободных членов нормальных уравнений; $B = \begin{pmatrix} [al] \\ [bl] \end{pmatrix}$.

Коэффициенты a , b и свободные члены параметрических уравнений поправок l вычислим и запишем в табл. 3. При этом $l_i = S_i^{6\text{вч}} - S_i^{uzm}$, i – номер исходного пункта, а B_0, L_0 – приближенные координаты, такие же, как и в методе Ньютона (B_0, L_0 взять из ответа до целой секунды). В нашем случае $B_0 = L_0 = 55^\circ 00' 35''$. Найдем $S_i^{6\text{вч}}$ (м) в файле К, создаваемом программой *uroksfeg*. Там же находим $S_i^{6\text{вч}}$ (м) для точки с координатами $B_0 + \Delta B$ и $S_i^{6\text{вч}}$ (м) для точки с координатами $L_0 + \Delta L$ при $\Delta B = \Delta L = 1''$. В этом случае $a_i = S_i^{6\text{вч}}$ (м) из колонки 2 минус $S_i^{6\text{вч}}$ (м) из колонки 6, а $b_i = S_i^{6\text{вч}}$ (м) из колонки 3 минус $S_i^{6\text{вч}}$ (м) из колонки 6. При этом l , м равно разности $S_i^{6\text{вч}}$ (м) из колонки 6 и S_i^{uzm} (м) из колонки 7.

Таблица 3

Коэффициенты и свободные члены параметрических уравнений поправок

I	$S_i^{6\text{вч}}$, м для ($B_0 + \Delta B$)	$S_i^{6\text{вч}}$, м для ($L_0 + \Delta L$)	a_i	b_i	$S_i^{6\text{вч}}$, м для B_0 и L_0	S_i^{uzm} , м	l , м
1	2	3	4	5	6	7	8
1	17452,28	17483,82	- 30,91	0,63	17483,19	17472,38	10,31
2	665,01	630,17	22,68	- 12,16	642,33	646,03	- 3,70
3	19668,04	19637,29	30,92	0,17	19637,12	19648,22	- 11,10

$$[aa] = 2426; \quad [ab] = - 290; \quad [bb] = 148,3; \quad [al] = - 745,8; \quad [bl] = 49,6.$$

По коэффициентам нормальных уравнений вычисляем элементы обратной матрицы $Q = R^{-1}$, используя известные формулы. Тогда получим сами неизвестные

$$\Delta B = -(Q_{11} \cdot [al] + Q_{12} \cdot [bl]) = 0,3491,$$

$$\Delta L = -(Q_{12} \cdot [al] + Q_{22} \cdot [bl]) = 0,3482$$

и найдем уравненные координаты $B_1 = 55^\circ 00' 35,3491''$, $L_0 = 55^\circ 00' 35,3482''$.

5. Применение метода Ньютона

Рассмотрим основные формулы для вычислений применительно к случаю двух переменных.

Итеративный процесс будем выполнять по формулам

$$\begin{aligned} B_j &= B_{j-1} + \Delta B; & L_j &= L_{j-1} + \Delta L; \\ \begin{pmatrix} \Delta B \\ \Delta L \end{pmatrix} &= -H^{-1}(B, L) \nabla \Phi(B, L) \end{aligned}, \quad (6)$$

где $h(B, L) = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix}$ – матрица Гессе, $\nabla \Phi(B, L) = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \end{pmatrix}$ – градиент целевой функции. Его компоненты будем получать численным методом по формулам

$$\begin{aligned} g_1 &= \frac{1}{12\delta} \cdot (-\Phi_{2\delta,0} + 8\Phi_{\delta,0} - 8\Phi_{-\delta,0} + \Phi_{-2\delta,0}); \\ g_2 &= \frac{1}{12\delta} \cdot (-\Phi_{0,2\delta} + 8\Phi_{0,\delta} - 8\Phi_{0,-\delta} + \Phi_{0,-2\delta}) \end{aligned}, \quad (7)$$

где $\Phi_{k,0} = \Phi(B_j + k, L_j)$, а $\Phi_{0,k} = \Phi(B_j, L_j + k)$, величину δ примем равной $1''$.

Элементы матрицы Гессе также найдем численным методом по формулам

$$\begin{aligned} H_{11} &= \frac{1}{12\delta^2} \cdot (-\Phi_{2\delta,0} + 16\Phi_{\delta,0} - 30\Phi_{0,0} + 16\Phi_{-\delta,0} - \Phi_{-2\delta,0}) \\ H_{22} &= \frac{1}{12\delta^2} \cdot (-\Phi_{0,2\delta} + 16\Phi_{0,\delta} - 30\Phi_{0,0} + 16\Phi_{0,-\delta} - \Phi_{0,-2\delta}) \end{aligned}; \quad (8)$$

$$H_{12} = H_{21} = \frac{1}{4\delta^2} \cdot (\Phi_{\delta,\delta} - \Phi_{\delta,-\delta} - \Phi_{-\delta,\delta} + \Phi_{-\delta,-\delta}), \quad (9)$$

где $\Phi_{k,i} = \Phi(B_j + k, L_j + i)$.

Введя обозначения $H^{-1}(B,L) = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{pmatrix}$, запишем известные формулы по обращению матрицы второго порядка

$$Q_{11} = \frac{H_{22}}{\Delta}; \quad Q_{12} = Q_{21} = -\frac{H_{12}}{\Delta}; \quad Q_{22} = \frac{H_{11}}{\Delta}, \quad (10)$$

где определитель матрицы Гессе получим по формуле

$$\Delta = H_{11} \cdot H_{22} - H_{12}^2. \quad (11)$$

Тогда согласно формуле (6) окончательно получим

$$\begin{aligned} \Delta B &= -(Q_{11} \cdot g_1 + Q_{12} \cdot g_2); \\ \Delta L &= -(Q_{12} \cdot g_1 + Q_{22} \cdot g_2). \end{aligned} \quad (12)$$

На практике начнем приближение с точки, находящейся вблизи минимума и найденной выше методом скорейшего спуска. При $j = 1$ имеем

$$B_0 = L_0 = 55^\circ 00' 35; \quad \Phi_{0,0} = 253,67990.$$

Необходимые для вычислений g_1 , g_2 и $H(B,L)$ значения целевой функции запишем в табл. 4.

Таблица 4

Значения целевой функции для вычисления g_1 , g_2 и $H(B, L)$

Приращения k	Переменная B ; $\Phi_{k,0}$	Переменная L ; $\Phi_{0,k}$
2δ	6964,9149	1032,2351
δ	1156,9129	502,9998
$-\delta$	4164,1740	306,45249
-2δ	12787,0897	678,8397

Для вычисления H_{12} найдем

$$\Phi_{\delta,\delta} = 830,6064; \quad \Phi_{\delta,-\delta} = 1775,9228; \quad \Phi_{-\delta,\delta} = 5009,1705; \quad \Phi_{-\delta,-\delta} = 3631,4172.$$

Найдем числовые значения матрицы Гессе и обратной матрицы

$$H_{11} = 4814,6; \quad H_{22} = 302,48; \quad H_{12} = -580,77.$$

Окончательно получим

$$g_1 = 1519,7; \quad g_2 = 101,58; \quad \Delta B = 0,358''; \quad \Delta L = 0,352'';$$

$$B_1 = 55^\circ 00' 35,358''; \quad L_1 = 55^\circ 00' 35,352''; \quad \Phi(B_1, L_1) = 0,0035.$$

Поскольку приращения малы, выполним только одно приближение. Контролем может служить неравенство

$$\Phi(B_1, L_1) < \Phi(B_0, L_0).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Вычислительная математика / В.А. Вергасов [и др.]. – М.: Недра, 1976. – 230 с.
2. Мицкевич, В.И. Математическая обработка геодезических сетей методами нелинейного программирования / В.И. Мицкевич. – Новополоцк: ПГУ, 1997. – 64 с.
3. Подшивалов, В.П. Высшая геодезия: сфероидическая геодезия, теоретическая геодезия: учеб.-метод. комплекс / В.П. Подшивалов. – Новополоцк: ПГУ, 2010. – 192 с.
4. Применение геодезических засечек, их обобщенные схемы и способы машинного решения / П.И. Баран [и др.]. – М.: Недра, 1986. – 166 с.

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ПО ВАРИАНТАМ

ВАРИАНТ=	1	S1=	18519.37	S2=	1197.94	S3=	18593.97
ОТВЕТ B=L=			550001.136				
ВАРИАНТ=	2	S1=	18484.71	S2=	1163.81	S3=	18628.21
ОТВЕТ B=L=			550002.258				
ВАРИАНТ=	3	S1=	18458.80	S2=	1138.53	S3=	18653.83
ОТВЕТ B=L=			550003.097				
ВАРИАНТ=	4	S1=	18420.29	S2=	1101.37	S3=	18691.96
ОТВЕТ B=L=			550004.345				
ВАРИАНТ=	5	S1=	18383.84	S2=	1066.69	S3=	18728.11
ОТВЕТ B=L=			550005.527				
ВАРИАНТ=	6	S1=	18347.04	S2=	1032.22	S3=	18764.64
ОТВЕТ B=L=			550006.721				
ВАРИАНТ=	7	S1=	18318.43	S2=	1005.83	S3=	18793.09
ОТВЕТ B=L=			550007.650				
ВАРИАНТ=	8	S1=	18293.49	S2=	983.16	S3=	18817.90
ОТВЕТ B=L=			550008.460				
ВАРИАНТ=	9	S1=	18248.58	S2=	943.15	S3=	18862.66
ОТВЕТ B=L=			550009.920				
ВАРИАНТ=	10	S1=	18221.21	S2=	919.36	S3=	18889.96
ОТВЕТ B=L=			550010.810				
ВАРИАНТ=	11	S1=	18211.20	S2=	910.76	S3=	18899.96
ОТВЕТ B=L=			550011.136				
ВАРИАНТ=	12	S1=	18176.73	S2=	881.71	S3=	18934.40
ОТВЕТ B=L=			550012.258				
ВАРИАНТ=	13	S1=	18150.97	S2=	860.57	S3=	18960.17
ОТВЕТ B=L=			550013.097				
ВАРИАНТ=	14	S1=	18112.68	S2=	830.12	S3=	18998.53
ОТВЕТ B=L=			550014.345				
ВАРИАНТ=	15	S1=	18076.44	S2=	802.49	S3=	19034.88
ОТВЕТ B=L=			550015.527				
ВАРИАНТ=	16	S1=	18039.85	S2=	775.90	S3=	19071.63
ОТВЕТ B=L=			550016.721				

ВАРИАНТ=	17	S1=	18011.41	S2=	756.23	S3=	19100.23
ОТВЕТ B=L=			550017.650				
ВАРИАНТ=	18	S1=	17986.62	S2=	739.87	S3=	19125.19
ОТВЕТ B=L=			550018.460				
ВАРИАНТ=	19	S1=	17941.97	S2=	712.39	S3=	19170.19
ОТВЕТ B=L=			550019.920				
ВАРИАНТ=	20	S1=	17911.41	S2=	695.19	S3=	19201.04
ОТВЕТ B=L=			550020.920				
ВАРИАНТ=	21	S1=	17904.81	S2=	691.66	S3=	19207.71
ОТВЕТ B=L=			550021.136				
ВАРИАНТ=	22	S1=	17870.55	S2=	674.44	S3=	19242.34
ОТВЕТ B=L=			550022.258				
ВАРИАНТ=	23	S1=	17844.95	S2=	662.86	S3=	19268.26
ОТВЕТ B=L=			550023.097				
ВАРИАНТ=	24	S1=	17806.89	S2=	647.81	S3=	19306.82
ОТВЕТ B=L=			550024.345				
ВАРИАНТ=	25	S1=	17770.87	S2=	636.10	S3=	19343.37
ОТВЕТ B=L=			550025.527				
ВАРИАНТ=	26	S1=	17734.51	S2=	626.94	S3=	19380.32
ОТВЕТ B=L=			550026.721				
ВАРИАНТ=	27	S1=	17706.24	S2=	621.74	S3=	19409.08
ОТВЕТ B=L=			550027.650				
ВАРИАНТ=	28	S1=	17681.61	S2=	618.62	S3=	19434.17
ОТВЕТ B=L=			550028.460				
ВАРИАНТ=	29	S1=	17637.24	S2=	616.38	S3=	19479.42
ОТВЕТ B=L=			550029.920				
ВАРИАНТ=	30	S1=	17610.21	S2=	617.17	S3=	19507.02
ОТВЕТ B=L=			550030.810				
ВАРИАНТ=	31	S1=	17600.32	S2=	617.87	S3=	19517.13
ОТВЕТ B=L=			550031.136				
ВАРИАНТ=	32	S1=	17566.27	S2=	621.93	S3=	19551.95
ОТВЕТ B=L=			550032.258				
ВАРИАНТ=	33	S1=	17533.32	S2=	628.28	S3=	19585.70
ОТВЕТ B=L=			550033.345				

ВАРИАНТ=	34	S1=	17497.51	S2=	637.79	S3=	19622.42
ОТВЕТ B=L=			550034.527				
ВАРИАНТ=	35	S1=	17461.36	S2=	650.04	S3=	19659.53
ОТВЕТ B=L=			550035.721				
ВАРИАНТ=	36	S1=	17449.99	S2=	654.42	S3=	19671.23
ОТВЕТ B=L=			550036.097				
ВАРИАНТ=	37	S1=	17403.03	S2=	675.05	S3=	19719.55
ОТВЕТ B=L=			550037.650				
ВАРИАНТ=	38	S1=	17378.56	S2=	687.34	S3=	19744.76
ОТВЕТ B=L=			550038.460				
ВАРИАНТ=	39	S1=	17334.48	S2=	711.91	S3=	19790.24
ОТВЕТ B=L=			550039.920				
ВАРИАНТ=	40	S1=	17307.64	S2=	728.32	S3=	19817.98
ОТВЕТ B=L=			550040.810				
ВАРИАНТ=	41	S1=	17297.81	S2=	734.58	S3=	19828.14
ОТВЕТ B=L=			550041.136				
ВАРИАНТ=	42	S1=	17263.99	S2=	757.09	S3=	19863.13
ОТВЕТ B=L=			550042.258				
ВАРИАНТ=	43	S1=	17238.73	S2=	774.85	S3=	19889.31
ОТВЕТ B=L=			550043.097				
ВАРИАНТ=	44	S1=	17201.17	S2=	802.61	S3=	19928.27
ОТВЕТ B=L=			550044.345				
ВАРИАНТ=	45	S1=	17165.63	S2=	830.24	S3=	19965.19
ОТВЕТ B=L=			550045.527				
ВАРИАНТ=	46	S1=	17129.76	S2=	859.35	S3=	20002.51
ОТВЕТ B=L=			550046.721				
ВАРИАНТ=	47	S1=	17101.87	S2=	882.76	S3=	20031.56
ОТВЕТ B=L=			550047.650				
ВАРИАНТ=	48	S1=	17077.57	S2=	903.67	S3=	20056.90
ОТВЕТ B=L=			550048.460				
ВАРИАНТ=	49	S1=	17033.80	S2=	942.42	S3=	20102.59
ОТВЕТ B=L=			550049.920				
ВАРИАНТ=	50	S1=	17007.15	S2=	966.66	S3=	20130.47
ОТВЕТ B=L=			550050.810				

ВАРИАНТ=	51	S1=	16997.39	S2=	975.64	S3=	20140.68
ОТВЕТ B=L=			550051.136				
ВАРИАНТ=	52	S1=	16963.82	S2=	1006.98	S3=	20175.84
ОТВЕТ B=L=			550052.258				
ВАРИАНТ=	53	S1=	16938.73	S2=	1030.81	S3=	20202.14
ОТВЕТ B=L=			550053.097				
ВАРИАНТ=	54	S1=	16901.45	S2=	1066.82	S3=	20241.28
ОТВЕТ B=L=			550054.345				
ВАРИАНТ=	55	S1=	16866.16	S2=	1101.50	S3=	20278.37
ОТВЕТ B=L=			550055.527				
ВАРИАНТ=	56	S1=	16830.56	S2=	1137.05	S3=	20315.86
ОТВЕТ B=L=			550056.721				
ВАРИАНТ=	57	S1=	16802.87	S2=	1165.03	S3=	20345.05
ОТВЕТ B=L=			550057.650				
ВАРИАНТ=	58	S1=	16778.75	S2=	1189.64	S3=	20370.50
ОТВЕТ B=L=			550058.460				
ВАРИАНТ=	59	S1=	16735.32	S2=	1234.48	S3=	20416.41
ОТВЕТ B=L=			550059.920				
ВАРИАНТ=	60	S1=	16708.86	S2=	1262.08	S3=	20444.40
ОТВЕТ B=L=			550100.810				
ВАРИАНТ=	61	S1=	18211.96	S2=	911.42	S3=	18899.19
ОТВЕТ B=L=			550011.111				
ВАРИАНТ=	62	S1=	17871.65	S2=	674.97	S3=	19241.23
ОТВЕТ B=L=			550022.222				
ВАРИАНТ=	63	S1=	17533.68	S2=	628.20	S3=	19585.32
ОТВЕТ B=L=			550033.333				
ВАРИАНТ=	64	S1=	17198.19	S2=	804.87	S3=	19931.36
ОТВЕТ B=L=			550044.444				
ВАРИАНТ=	65	S1=	16865.33	S2=	1102.33	S3=	20279.25
ОТВЕТ B=L=			550055.555				

СОДЕРЖАНИЕ

РЕШЕНИЕ МНОГОКРАТНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ЗАСЕЧКИ НА ЭЛЛИПСОИДЕ МЕТОДАМИ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ	1
1. Нахождение приближенных координат определяемого пункта методом слепого поиска	1
2. Применение метода релаксации	2
3. Вычисление координат определяемого пункта градиентным методом спуска	5
4. Вычисление уравненных координат пункта по методу Гаусса (методы линеаризо- ванных итераций)	4
5. Применение метода Ньютона	8
Литература	10
Приложение. Исходные данные по вариантам	11

Учебное издание

МИЦКЕВИЧ Валерий Иванович
СТРОК Алла Викторовна
ШНИТКО Сергей Геннадьевич

РЕШЕНИЕ МНОГОКРАТНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ЗАСЕЧКИ НА ЭЛЛИПСОИДЕ
МЕТОДАМИ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Методические указания
к выполнению лабораторных работ по курсу
«Высшая геодезия»
(раздел «Сфероидическая геодезия»)
для студентов специальности 1-56 02 01 – «Геодезия»

Редактор *Г.А. Тарасова*

Дизайн обложки *В.А. Виноградовой*

Подписано в печать 31.01.2011. Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная.
Ризография. Усл. печ. л. 0,93. Уч.-изд. л. 0,85. Тираж 70 экз. Заказ 144.

Издатель и полиграфическое исполнение:
учреждение образования «Полоцкий государственный университет».

ЛИ № 02330/0548568 от 26.06.2009 ЛП № 02330/0494256 от 27.05.2009

Ул. Блохина, 29, 211440 г. Новополоцк.