

## МЕТОДИКА

УДК 37.01:51

### СТРУКТУРА СОВРЕМЕННОЙ ЛЕКЦИИ ПО НАЧАЛАМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА – КОМПЕТЕНТНОСТНЫЙ ПОДХОД

*канд. пед. наук, доц. О.Н. ПИРЮТКО**(Белорусский государственный педагогический университет им. М. Танка);**Л.В. КОВГОРЕНЯ**(Полоцкий государственный университет)*

*Изменение уровня и качества подготовки школьников к обучению в вузе требует новых направлений в построении процесса адаптации и включения студентов в новую образовательную среду. Зависимость от информационных потоков, приоритет их использования современными школьниками должны интегрироваться с процессом развития познавательного интереса к точным наукам. Трудности изучения курса математического анализа в техническом вузе могут быть преодолены через систему взаимодействия современных педагогических, дидактических и компьютерных технологий. В данной работе рассматриваются некоторые направления компетентностного подхода при обучении студентов младших курсов математическому анализу. Показано, что компетентностный подход в определении целей и содержания общего образования выдвигает на первый план развитие творческого мышления, формирование умений учиться на протяжении всей жизни, что ведет к внедрению в образовательный процесс методов обучения, основанных на самостоятельной деятельности студентов, на овладение ими ключевыми компетенциями.*

**Введение.** Повышение качества образования в вузах, понимаемого как степень пригодности (возможность применения полученных в процессе образования знаний и умений в жизни), является одной из актуальных проблем, решение которой связано с модернизацией содержания образования, оптимизацией способов и технологий организации образовательного процесса, переосмыслением цели и результата образования. В этом плане перспективным является компетентностный подход к содержанию образования как одно из современных направлений модернизации образования. Компетентностный подход как методологическая основа решения вопросов математического образования предполагает значительное усиление практической направленности образования, активную связь любого вида учебной деятельности с будущей профессиональной деятельностью.

Анализ литературы по проблеме компетентностного подхода свидетельствует о том, что структура и содержание понятий «компетенция» и «компетентность» определяются по-разному. Авторы включают в определение этих понятий различные компоненты. *Компетенцию* в системе общего образования А.В. Хуторской определяет как совокупность взаимосвязанных качеств личности, отражающих заданные требования к образовательной подготовке выпускников, а *компетентность* – как обладание субъектом соответствующей компетенцией [10]. Под *компетентностью* Э.Ф. Зеер, А.М. Павлова, Э.Э. Сыманюк [1] понимают совокупность знаний, умений, опыта, отраженную в теоретико-прикладной подготовленности к их реализации в деятельности на уровне функциональной грамотности.

Анализ имеющихся определений позволяет нам в своем исследовании опираться на следующее определение понятия «компетенция». Под *компетенцией* будем понимать комплекс знаний, умений, ценностных ориентаций и опыта практической деятельности, необходимых человеку для успешного решения проблем в определенной сфере жизни или профессиональной деятельности [4].

Соответственно, в современной педагогике термин «ключевые компетенции» стал активно использоваться с тем, чтобы подчеркнуть тот факт, что, помимо предметных знаний и умений, важнейшим компонентом содержания образования становятся универсальные, «над (вне) предметные» умения, применимые в разных видах деятельности, в том числе умение планировать собственную деятельность, проявлять самостоятельность в обучении, сотрудничать при решении учебных проблем, принимать на себя ответственность [5; 6]. Хотя ключевые компетенции явно не противопоставляются традиционным ЗУН, тем не менее отмечается, что предметные знания, умения, навыки, с одной стороны, и универсальные умения, с другой стороны, – это разные образовательные результаты, в основе которых лежат разные типы содержания образования.

В отличие от компетенции, представляющей собой некоторый потенциал человека в виде набора знаний, умений и опыта деятельности, компетентность, как следует из анализа её содержания, является качеством личности и характеризуется достаточным опытом деятельности в определенной сфере.

Таким образом, под *компетентностью* будем понимать характеристику индивидуальных интеллектуальных ресурсов, предполагающую высокий уровень усвоения разных типов знаний, включая знания в конкретной предметной области, сформированность определенных качеств мышления, мотивацию к данному виду деятельности, готовность принимать решения в соответствующих предметных ситуациях, наличие системы ценностей [7; 8]. Отметим, что о компетенциях можно говорить только применительно к определенному уровню компетентности.

Изменения в современном образовательном пространстве требуют новых подходов к различным формам и видам деятельности обучающихся. Выделим следующие актуальные проблемы, требующие изменений многих сторон образовательного процесса в вузе:

- отсутствие у вчерашних школьников навыков новой учебной деятельности, к которой прежде всего относится учебная работа на лекции;

- неумение выделять основные структурные элементы лекции, понимать и усваивать учебный материал на различных уровнях – от простого воспроизведения текста лекции до применения его как в не сильно, так и сильно измененных условиях по сравнению с теми, в которых знания формировались. Это приводит к ситуации постоянного отставания от необходимого уровня развития в новой образовательной ситуации;

- отсутствие самоконтроля и диагностики знания и понимания теории и практических умений применения новых знаний;

- отсутствие планирования собственной траектории развития, невостребованного в школьном опыте обучения;

- формальное применение правил, алгоритмов, решение – преимущественно «по образцу».

Указанные проблемные вопросы приводят к сложности адаптации студентов, особенно первых курсов, к новой образовательной среде.

В то же время появление новых технологий получения информации, обращение к интернет-ресурсам как средству получения ответа на возникший вопрос зачастую выполняют функции временного поверхностного ознакомления с содержанием того или иного материала, без его глубокого понимания и способности применить в конкретных примерах, задачах, требующих как стандартных алгоритмов, так и определенных компетенций, относящихся к знаниям, умениям, способам деятельности, опыту творческой деятельности. Собственно знания подменяются временной информацией, знакомством с фактом. В этих изменившихся условиях получения, переработки и использования информации особого внимания прежде всего требует организация лекционных занятий. Обучение на лекции для недавних школьников, которые стали студентами вузов, является одним из определяющих компонентов и в то же время новым видом их учебной деятельности.

Отметим, что в контексте указанных проблем традиционно реализуемые компоненты структуры лекции: тема лекции, план, литература, содержание, передаваемое лектором, – не решают проблемы включения вчерашнего школьника в новую образовательную среду. Дополнительные средства в рамках стандартных технологий, такие как презентации, как правило, содержат название темы, план лекции, список литературы, фрагменты содержания, изображения фигур, таблицы, схемы. Они направлены в большей мере на экономию времени преподавателя.

**Основная часть.** Требования компетентного подхода к обучению студентов технического вуза математическому анализу связаны в первую очередь с особенностями этой учебной дисциплины. Высокий уровень абстракции, при котором все понятия математического анализа определяются и рассматриваются в столь общем виде, что главную трудность представляет процесс конкретизации, особенно тех понятий, которые имеют совсем другой характер, чем понятия элементарной математики, изучаемые в школе. К последним относится понятие предела, производной, интеграла и т.д. Усвоение этих сложных фундаментальных понятий требует, с одной стороны, достаточной степени развития абстрактного мышления, а с другой – точной методики формирования понятий математического анализа у учащихся с современными образовательными ресурсами, приоритетными формами деятельности и особенностями математической подготовки.

Трудности курса математического анализа в техническом вузе для недавних школьников могут быть преодолены через систему взаимодействия современных педагогических, дидактических и компьютерных технологий. Реализуемый на их основе компетентный подход [2] к обучению математическому анализу ориентирует на следующие компоненты лекции.

1. Диагностическая работа в начале лекции по ключевым вопросам предыдущей лекции. Проводится в течение 5–6 минут на каждой лекции по материалам предыдущей в нескольких вариантах. Вопросы формулируются так, чтобы студент мог точно определить понятие, формулировку теоремы, алгоритмы соотнести с конкретными действиями, иллюстрирующими степень понимания и усвоения предмета. На-

пример, вопросы диагностической работы после изучения лекции «Использование производной для решения задач на отыскание наибольшего и наименьшего значений функции» могут быть следующими:

- а) если точка  $x_0$  является точкой максимума функции на некотором отрезке, то:
  - в ней функция достигает наибольшего значения на этом отрезке;
  - в ней функция достигает наибольшего значения на области определения функции;
  - в ней функция достигает наибольшего значения в некоторой окрестности этой точки.

Выберите правильный ответ и приведите контрпримеры в случае неверного ответа.

Этот этап необходим для постоянного контроля, самоконтроля и коррекции формируемых знаний.

2. Предъявление темы лекции и обоснование ее роли в изучаемом разделе, ориентированное на конкретизацию абстрактного содержания формируемых знаний.

3. План лекции формулируется в традиционной форме и в форме обязательных результатов изучения содержания так называемых листов оценивания знаний. В них не просто перечисляются вопросы содержания, а указываются необходимые знания, умения и компетенции, которые обучающийся должен приобрести после изучения и применения содержания лекции к практике.

Приведем пример листа оценивания знаний.

ФИО студента: \_\_\_\_\_

**Тема:** Монотонные дифференцируемые функции. Условия монотонности функции на отрезке. Необходимые условия экстремума функции в точке.

Знаю и умею применять, использовать	Студент		Преподаватель	
	да	нет	да	нет
1. Знаю и умею применять определение монотонной функции				
2. Знаю признаки возрастания и убывания функции				
3. Знаю и умею применять признаки экстремума функции				
4. Умею находить промежутки монотонности и экстремумы функции				
5. Умею использовать алгоритм применения производной для решения стандартных задач на вычисление наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке				
6. Умею использовать алгоритм применения производной для решения стандартных задач на вычисление наибольшего и наименьшего значения функции на интервале				
7. Умею строить математические модели для решения задач на вычисление наибольшего или наименьшего значения величины				
8. Использовал материалы темы для разработки проекта для вычисления оптимальных параметров автомобильного крана				

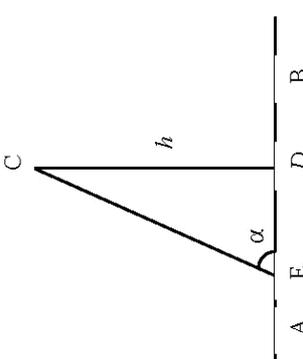
4. Выделяются содержание лекции для обязательного и дополнительного изучения, исторический материал. Обязательный для усвоения материал становится основным содержанием лекции; дополнительный – дается на электронных носителях; исторические сведения – для самостоятельного поиска информации.

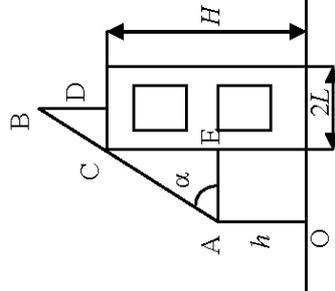
5. Презентация к лекции используется для краткого повторения лекции, при этом основное содержание структурируется в таблицах, схемах, алгоритмах. Иллюстрируются необходимые динамические или иные компьютерные модели.

Подчеркнем, что в листе оценивания знаний указываются необходимые результаты проектной деятельности. Отметим, что проектная деятельность является актуальной, поскольку формирует все ключевые компетенции: ценностно-смысловую, общекультурную, учебно-познавательную, информационную, коммуникативную, социально-трудовую, личностную. Одновременно с ключевыми компетенциями формируется частная проектная компетентность как интегративная характеристика, выражающаяся в способности и готовности человека к самостоятельной теоретической и практической деятельности по разработке и реализации проектов в различных сферах.

Примеры заданий для группового учебно-практического проекта студентов инженерных специальностей приведены в таблице.

Приведенные примеры не означают, что проект представляет собой решение только прикладных задач, связанных с техникой, а математика подменяется ее приложениями. Применительно к математическому анализу проект может представлять собой самостоятельную разработку применения средств математического анализа к решению задач, например, к решению уравнений, доказательству и решению неравенств [7].

Условие задачи, реализуемой в проекте	Решение задачи	Формируемые проектные компетенции
<p>1. В практике проектирования сети автомобильных дорог часто возникает необходимость устройства узла разветвления проходящих через него дорог определяется комплексом экономических и географических условий, но первый, предварительный этап решения этой задачи учитывает лишь затраты рабочего времени на перевозку. Разработать и реализовать проект реализации первого этапа проектирования местоположения узла разветвления</p> <p>Каким должен быть угол примыкания <math>\alpha</math> (рис. 1) дороги (CE) к автомагистрали (AB), чтобы затраты времени на перевозку по маршруту AEC были наименьшими, если скорость движения автомобилем по магистрали планируется равной <math>v_m</math>, а по подъездной дороге – <math>v_d</math> (<math>v_m &gt; v_d</math>)?</p>	<p>Решение задачи</p>  <p>Рис. 1</p> <p>Проведем из точки C перпендикуляр к прямой AB и обозначим длину отрезка CD через <math>h</math>, а длину отрезка AD через <math>l</math>. Тогда получим:</p> $CE = \frac{h}{\sin \alpha}, DE = h \operatorname{ctg} \alpha.$ <p>Находим время движения автомобиля по маршруту AEC:</p> $t = \frac{l}{v_m} - \frac{h \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{v_m} + \frac{h}{v_d \sin \alpha}.$ <p>Так как точка A в наших рассуждениях зафиксирована условно, определяя лишь направление движения по магистрали, то <math>\alpha</math> может изменяться в промежутке <math>\left[0, \frac{\pi}{2}\right]</math>.</p> <p>Задача свелась к отысканию наименьшего значения функции <math>t(\alpha)</math> на указанном промежутке.</p> <p>Применим алгоритм вычисления наименьшего значения функции.</p> <p>Найдем производную:</p> $t'(\alpha) = \frac{h}{v_d \sin^2 \alpha} \left( \frac{v_d}{v_m} - \cos \alpha \right).$	<p>Формируемые проектные компетенции</p> <p>Местоположение узла и взаимное расположение проходящих через него дорог определяется комплексом экономических и географических условий, но первый, предварительный этап решения этой задачи учитывает лишь затраты рабочего времени на перевозку. Разработать и реализовать проект реализации первого этапа проектирования местоположения узла разветвления</p> <p>Вид проекта: учебно-практический.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Изучение и анализ предлагаемой ситуации.</li> <li>Выбор модели реальной ситуации.</li> </ol> <p>Поиск математической модели, интерпретирующей условие поставленной практической задачи. Устанавливается связь реальных объектов (дороги, подъездные пути) с абстрактными моделями (прямая, отрезок, углы, треугольник), функция, описывающая зависимость времени перевозки от угла примыкания.</p> <p>Выявляется возможность в выбранной интерпретации применить известный алгоритм вычисления минимального значения функции (информационная составляющая).</p> <p>Решение задачи внутри математической модели (учебно-познавательная составляющая).</p> <p>Анализ результатов решения задачи внутри модели для рационализации реального процесса.</p> <p>Предъявление результата учебно-практического исследования в форме, отвечающей задаче проекта.</p>

	<p>Так как <math>0 &lt; \frac{v_d}{v_m} &lt; 1</math>, то производная на рассматриваемом промежутке обращается в нуль лишь в одной точке <math>a_0 = \arccos \frac{v_d}{v_m}</math>, причём <math>f'(a) &lt; 0</math> при <math>a \in [0, a_0]</math> и <math>f'(a) &gt; 0</math> при <math>a \in [a_0, \frac{\pi}{2}]</math>. Это означает, что на промежутке <math>[0, a_0]</math> функция <math>f(a)</math> убывает, а на промежутке <math>[a_0, \frac{\pi}{2}]</math> возрастает. Следовательно, рассматриваемая функция <math>f(a)</math> при <math>a = a_0</math> достигает наименьшего значения.</p> <p><i>Ответ:</i> угол примыкания определяется по формуле</p> $a_0 = \arccos \frac{v_d}{v_m}.$	
<p>Условие задачи, реализуемой в проекте</p>	<p>Решение задачи</p>	<p>Формируемые проектные компетенции</p>
<p>2. Проект: оптимизировать выбор параметров автомобильного крана для построения здания</p>		
<p>Вывести формулу для определения длины стрелы автомобильного крана, с помощью которой можно построить здание высотой <math>H</math> и шириной <math>2L</math> с плоской крышей.</p>	<p>Рассмотрим автомобильный кран который, находясь в точке <math>O</math>, подает деталь на середину крыши.</p>  <p>Пусть угол наклона стрелы при этом составляет <math>\alpha</math> (см. рис. 2).</p>	<p>Уточнение задания проекта, изучение конструкции крана, функций крана, реализуемые на практике, наблюдения в реальной ситуации.</p> <p>Составление плана проекта по оптимизации одного из параметров – длины стрелы.</p> <p>Постановка задачи определения минимальной длины стрелы крана, с помощью которого можно построить здание высотой <math>H</math> и шириной <math>2L</math> с плоской крышей.</p> <p>Поиск возможных связей с известными подходами к решению задачи.</p>

	<p>Тогда</p> $BC = \frac{CD}{\cos \alpha} = \frac{L}{\cos \alpha},$ $AC = \frac{CE}{\sin \alpha} = \frac{H-h}{\sin \alpha},$ <p>где <math>h = AO</math> – высота подвеса стрелы крана. В таком случае длина стрелы крана</p> $t = \frac{H-h}{\sin \alpha} + \frac{L}{\cos \alpha}.$ <p>Ясно, что для совершения указанной работы краном, установленным в другой точке (ближе к зданию или дальше от него), потребуются кран с другой длиной стрелы, поскольку при таком перемещении меняется угол <math>\alpha</math>.</p> <p>Определим наиболее выгоднейшее место установки крана, то есть такое место, с которого заданная работа может быть выполнена краном с наименьшей длиной стрелы. Для этого достаточно определить, при каком <math>\alpha</math> из промежутка <math>\left[0, \frac{\pi}{2}\right]</math> функция <math>t(\alpha)</math> принимает наименьшее значение.</p> <p>Найдем производную функции <math>t(\alpha)</math>:</p> $t'(\alpha) = \frac{L \cdot \sin^3 \alpha - (H-h) \cos^3 \alpha}{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha} = \frac{L \cdot \cos \alpha \left( \operatorname{tg}^3 \alpha - \frac{H-h}{L} \right)}{\sin^2 \alpha}.$ <p>Функция <math>t(\alpha)</math> достигает наименьшего значения при <math>\alpha = \operatorname{arctg} \sqrt[3]{\frac{H-h}{L}}</math>.</p> <p>Наименьшее возможное значение длины стрелы</p> $t = \frac{H-h}{\sin \left( \operatorname{arctg} \sqrt[3]{\frac{H-h}{L}} \right)} + \frac{1}{\cos \left( \operatorname{arctg} \sqrt[3]{\frac{H-h}{L}} \right)} =$ $= \sqrt[3]{1 + \left( \frac{H-h}{L} \right)^2} \left( \frac{H-h}{b} + L \right).$	<p>Выбор математической модели решения задачи, выяснение возможности решения задачи внутри модели.</p> <p>Выражение результата исследования в виде, удобном для практического использования (преобразование с помощью формул тригонометрии).</p>
--	---	--

Работа студентов над проектом, приводящая к решению, связана с преодолением субъективных трудностей, ориентирована на самостоятельный поиск соответствующей условию задачи математической модели. Требования к представлению проекта содержат как точные теоретическое обоснование всех выкладок, так и эвристическую составляющую поиска решения, наглядную иллюстрацию динамики изменения оптимизируемой величины с помощью компьютерной динамической модели. Технология проектной деятельности обеспечивает как формирование проектных компетенций, так и понимание студентами роли математического анализа в будущей профессиональной деятельности.

**Заключение.** Компетентностный подход в образовании устанавливает новый тип образовательных результатов, которые не сводятся к комбинации сведений и навыков, а ориентированы на способность и готовность обучающегося к решению задач из различных предметных областей.

Актуальность компетентностного подхода в современной образовательной среде определяет изменения в структуре, содержании, формах обучения студентов на первых курсах технических вузов.

Особая роль дисциплины «Математический анализ» как основы фундаментального высшего образования и трудности её осваивания выпускниками школ требует разработки новых методических и технологических приёмов для реализации всех сторон образовательного процесса.

Представленные в работе компоненты учебной деятельности студентов и преподавателей основаны: на проектировании результатов обучения; контроле, самоконтроле, коррекции и самостоятельности при оценке формируемых знаний; объединении в единое целое соответствующих умений, знаний, относящихся к интегративным сферам деятельности, и личностных качеств будущего специалиста.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Зеер, Э.Ф. Модернизация профессионального образования: компетентностный подход: учеб. пособие / Э.Ф. Зеер, А.М. Павлова, Э.Э. Сыманюк. – М.: Моск. психолого-социальный ин-т, 2005. – 216 с.
2. Каспржак, А.Г. Модернизация образовательного процесса в начальной, основной и старшей школе: Варианты решения / А.Г. Каспржак, Л.Ф. Иванова. – М.: Просвещение, 2004. – 458 с.
3. Леднев, В.С. Государственные образовательные стандарты в системе общего образования. Теория и практика / В.С. Леднев, Н.Д. Никандрова, М.В. Рыжакова. – М.: Изд-во Моск. психолого-социального ин-та; Воронеж: Изд-во НПО «МОДЭК», 2002. – 384 с.
4. Гельфанд, М.Б. Упражнения межпредметного характера к теме «Производная» / М.Б. Гельфанд, В.П. Берман // Математика в школе. – 1979. – № 2. – С. 31–36.
5. Мерзлякова, О.П. Формирование ключевых компетенций учащихся в процессе обучения физике в школе / О.П. Мерзлякова, П.В. Зуев. – Екатеринбург, 2009. – 100 с.
6. Пирютко, О.Н. О методике изучения производной в учреждениях среднего профессионального образования / О.Н. Пирютко, Л.В. Ковгореня. – Минск: Ин-т информац. технологий БГУИР, 2011. – С. 138–140.
7. Пирютко, О.Н. Использование производной для решения уравнений, доказательства и решения неравенств / О.Н. Пирютко, Л.В. Ковгореня // Матэматыка: праблемы выкладання. – 2012. – № 1. – С. 48–59.
8. Равен, Дж. Компетентность в современном обществе: выявление, развитие и реализация / Дж. Равен. – М.: Когито-Центр, 2002. – 396 с.
9. Холодная, М.А. Психология интеллекта: Парадоксы исследования / М.А. Холодная. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб.: Питер, 2002. – 272 с.
10. Хуторской, А.В. Общепредметное содержание образовательных стандартов / А.В. Хуторской. – М.: Знание, 2002. – 180 с.

Поступила 20.10.2014

#### THE STRUCTURE OF A MODERN LECTURE ON THE BASIS OF THE MATHEMATICAL ANALYSIS – A COMPETENCE-BASED APPROACH

*O. PIRUTKO, L. KOVGORENYA*

*The change of level and quality of training of school students for studying in higher education institution demands the new directions in creation of process of adaptation and inclusion of students in the new educational environment. The dependence on information technologies, a priority of their use by modern school students have to be integrated with the process of development of cognitive interest to the exact sciences. Difficulties of a course of the mathematical analysis in technical college for school students can be overcome through the system of interaction of modern pedagogical, didactic and computer technologies. In the article some directions of a competence-based approach for training junior students in the mathematical analysis are considered. A competence-based approach in a choice of the purposes and the contents of the general education puts in the forefront the development of critical thinking, the formation of abilities to study throughout all life that conducts to the introduction in educational process of the methods of training based on independent activity of school students on mastering key competences.*