Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Полоцкий государственный университет»

В. И. Мицкевич

ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ АСТРОНОМИЯ

Учебно-методический комплекс для студентов специальностей
1-56 02 01 «Геодезия», 1-31 02 01 «География»

2-е издание, переработанное

Новополоцк
ПГУ
2014

УДК 528.28(075.8)
ББК 26.11я73
М70

Рекомендовано к изданию методической комиссией
геодезического факультета в качестве
учебно-методического комплекса (протокол № 2 от 24.10.2014)

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

нач. Новополоцкого отряда инженерно-геодезических изысканий
ПРУ «Геосервис» А. А. КЛЕЩЕНОК;
канд. техн. наук, доц. каф. геодезии и кадастров
УО «ПГУ» Г. Е. ГОЛОВАНЬ

Мицкевич, В. И.

М70 Геодезическая астрономия : учеб.-метод. комплекс для студентов специальностей 1-56 02 01 «Геодезия», 1-31 02 01 «География» / В. И. Мицкевич.– 2-е изд., перераб. – Новополоцк : ПГУ, 2014. – 96 с.

ISBN 978-985-531-478-4.

Первое издание вышло в 2012 году.

Приведены темы изучаемого курса, лекционных и лабораторных занятий, их объем в часах. Подробно изложены теоретические основы геодезической астрономии. Представлены методические указания к выполнению лабораторных работ, примеры решения задач, вопросы к экзамену.

Предназначен для студентов геодезических специальностей вузов, специалистов.

УДК 528.28(075.8)
ББК 26.11я73

ISBN 978-985-531-478-4

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время происходит модернизация современного образования. Появились новые тенденции в системе высшего образования – массовость, глобализация, конкуренция в сфере подготовки специалистов, информатизация мира.

Главной задачей образования по-прежнему остается обеспечение высокого качества подготовки специалистов. Система образования также должна быть направлена на формирование социальных и гражданских компетенций у выпускников высших учебных заведений.

Учебно-методический комплекс как педагогическая категория является одним из средств достижения планируемых результатов обучения. Он содержит дидактические материалы, обеспечивающие продуктивную деятельность обучающихся в образовательном процессе в соответствии с его целями и содержанием, а также спецификой изучаемой дисциплины.

В основе разработанного учебно-методического комплекса лежит универсальная модель УМК дисциплины. Структура учебно-методического комплекса разработана на основе образовательных стандартов: РД РБ 02100.5.201-98 по специальности 1-56 02 01 «Геодезия» и по специальности 1-31 02 01-03 «География (геоинформационные системы)», рабочего учебного плана и рабочей программы по дисциплине «Геодезическая астрономия», составленной на кафедре прикладной геодезии и фотограмметрии УО «Полоцкий государственный университет».

В структуру УМК входят рабочая программа, конспект лекций, методические указания к выполнению лабораторных работ, вопросы к экзамену. Согласно учебному плану на изучение дисциплины отводится 51 часов, из них 17 ч – лекции, 34 ч – лабораторные занятия.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Геодезическая астрономия изучает способы определения географических координат точек земной поверхности и азимутов направлений из наблюдений светил.

Цель дисциплины – дать необходимые теоретические знания и практические навыки будущему инженеру-геодезисту по геодезической астрономии для решения научно-практических задач геодезии.

В результате изучения дисциплины ***студент должен освоить***:

- сферическую тригонометрию;
- сферическую астрономию;
- основы высокоточных методов геодезической астрономии;
- теоретические основы и практические навыки приближенных методов геодезической астрономии.

Для успешного применения знаний на практике ***студент должен уметь:***

- измерять горизонтальные и вертикальные углы с помощью теодолита;
- наблюдать движущиеся небесные светила;
- соблюдать правила техники безопасности при наблюдении Солнца.

СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Лекционные занятия

Название темы	Содержание	Объем в часах	
		Д	З
1. Введение в сферическую астрономию	Предмет и задачи астрономии. Астрономические широты, долготы, азимуты и область их применения в геодезии	1	–
2. Сферическая тригонометрия	Геометрия на сфере, основные формулы сферической тригонометрии	2	1
3. Небесная сфера	Основные круги и точки на небесной сфере. Системы небесных сферических координат. Общие представления об определении широты и разности долгот по звездам. Связь между системами координат	2	2
4. Измерение времени	Основы измерения времени. Звездное время. Истинное солнечное время. Среднее солнечное время. Измерение времени на разных меридианах. Поясное и декретное время. Связь между тремя системами счета времени	2	2
5. Дополнительные вопросы сферической астрономии	Рефракция, аберрация, суточный и годичный параллаксы, прецессия и нутация	2	–
6. Введение в геодезическую астрономию	Предмет и задачи геодезической астрономии. Общие принципы определения координат и азимутов направлений по звездам. Понятие о зенитальных и азимутальных способах астрономических определений. Общая теория способов астрономических определений	1	–
7. Зенитальные способы	Классификация зенитальных способов астрономических наблюдений. Способы Сомнера – Акимова, Мазаева, Талькотта, Цингера, Певцова. Достоинства и недостатки способов	2	1
8. Азимутальные способы	Способы совместного определения широт, долгот и азимутов. Определение астрономического азимута по измеренному горизонтальному углу между Полярной звездой и местным предметом. Определение долготы способом Деллена	2	1
9. Приближенные способы астроопределений	Определение широты по Полярной звезде. Определение азимута по Полярной звезде. Определение широты по Солнцу. Определение азимута по Солнцу. Определение долготы и азимута по Солнцу	3	1
Всего:		**17**	**8**

Лабораторные занятия

Наименование	Объем в часах	
	Д	**З**
1. Основные формулы сферической тригонометрии	2	1
2. Основные круги и точки на небесной сфере и системы сферических координат	4	2
3. Переход из одной системы координат в другие	4	–
4. Переход из одной системы счета времени в другие	4	1
5. Изучение правил работы с «Астрономическим ежегодником»	4	–
6. Приближенные методы определения широт и азимутов по Полярной звезде	4	2
7. Приближенные методы определения широт, долгот и азимутов по Солнцу	6	2
8. Дополнительные занятия со студентами специальности 1-31 02 01 «География»	6	-
Всего:	**34**	**8**

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Основная литература

1. Уралов, С.С. Курс геодезической астрономии: учебник для вузов / С.С. Уралов. – М. : Недра, 1980.
2. Мицкевич, В.И. Конспект лекций по сферической астрономии / В.И. Мицкевич. – Новополоцк, 1993.

Дополнительная литература

1. Белова, Н.А. Курс сферической астрономии / Н.А. Белова. – М. : Недра, 1971.
2. Закатов, П.С. Курс высшей геодезии / П.С. Закатов. – М. : Недра, 1976.
3. Руководство по астрономическим определениям. – М. : Недра, 1984.

Учебно-методические материалы

1. Астрономический ежегодник. – СПб. : Наука, 1965, 1988.
2. Мицкевич, В.И. Методические указания к выполнению лабораторных работ и учебной практике по курсу «Геодезическая астрономия» / В.И. Мицкевич. – Новополоцк, 1987.
3. Программа для ПЭВМ по обработке приближенных способов астроопределений на персональном компьютере. – 1992.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ

Номер недели	**Номер темы**	**Название вопросов, выносимых на лекции**	**Номера занятий**	**Номера метод. и нагл. пособий**	**Форма контроля знаний**
Третий курс, пятый семестр					
1	1	Предмет и задачи астрономии. Область применения широт, долгот и азимутов	1	–	Защита работы № 1
1	2	Геометрия на сфере	1	–	
2	2	Основные формулы сферической тригонометрии	2	–	
2, 3	3	Основные круги и точки на небесной сфере	2	–	Защита работы № 2
3, 4	3	Системы небесных сферических координат и связь между ними	2, 3	–	
4, 5	4	Основные измерения времени	3	1	
5, 6	4	Время звездное, среднее и истинное солнечное	3, 4	1	Защита работы № 3
6, 7	5	Рефракция, аберраци[illegible] суточный и годичный па[illegible]лаксы, прецессия и нутация	4	1	
7	6	Предмет и задачи геодезической астрономии			
		Понятие о зенитальных и азимутальных способах астрономических определений	4	1	Защита работы № 4
8	7	Классификация зенитальных способов астрономических определений	5	1	
9, 10	7	Способы Сомнера – Акимова, Мазаева, Талькотта, Цингера, Певцова	5, 6	1	Защита работы № 5
10, 11	8	Способы совместного определения широт, долгот и азимутов	6, 7	1	
11, 12	8	Совместный способ определения азимута по Полярной звезде, способ Деллена	7	1	Защита работы № 6
13	9	Приближенные способы астрономических определений по Полярной звезде	7	2, 3	Защита работы № 7
14	9	Приближенные способы астрономических определений по Солнцу	7	2, 3	
Всего: 28 часов					

Глава 1
ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ И ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ АСТРОНОМИИ

1.1. Системы сферических координат и связь между ними

1.1.1. Основные разделы астрономии

Астрономия – одна из древнейших наук, которая изучает устройство Вселенной в целом. Астрономия является достаточно обширной наукой, поэтому в настоящее время она подразделяется на части, представляющие самостоятельные области знания.

Рассмотрим разделы астрономии.

Сферическая астрономия

Рассматривает видимые движения светил, происходящие в результате движения Земли вокруг Солнца и вращения ее вокруг своей оси, а также способы определения положений светил на небесной сфере с применением различных систем координат и закономерностей явлений, наблюдаемых с земной поверхности.

Астрометрия

Ее главнейшими задачами являются:

а) построение фундаментальной системы небесных координат;

б) изучение вращательного движения Земли, движения земных полюсов, астрономического определения времени, вывод значений некоторых астрономических постоянных;

в) определение координат звезд, тел солнечной системы, определение тригонометрических параллаксов, исследование фигуры Луны и планет;

г) астрономическая ориентация в космосе [8].

Геодезическая астрономия

Занимается определением географических координат точек поверхности Земли и азимутов направлений. Рассматривает методы и приемы астрономических измерений, инструменты, используемые для измерений, а также занимается совершенствованием методов обработки полученных результатов.

Теоретическая астрономия и небесная механика

Занимается изучением движения космических тел, установлением законов природы, управляющих этими движениями, решением математических задач, которые возникают в результате применения обобщенных законов природы к космическим объектам.

Астрофизика

Является наиболее обширным разделом. Изучает строение, физические свойства и химический состав небесных светил.

Звездная астрономия

Рассматривает закономерности в распределении и движении звезд, звездных систем, затрагивая их физические особенности.

Космогония и космология

Изучает вопросы происхождения и эволюции Вселенной, а также закономерности ее строения и развития.

1.1.2. Астрономические широты, долготы и азимуты

В астрономии применяются астрономические (географические) координаты, получаемые из астрономических определений.

На рисунке 1.1 схематически показана Земля. Точка O – центр Земли; PP_1 – ось вращения Земли; при пересечении с земной поверхностью она образует северный P и южный P_1 географические полюсы Земли; QQ_1 – плоскость, проходящая через центр Земли перпендикулярно к PP_1, которая называется экваториальной плоскостью.

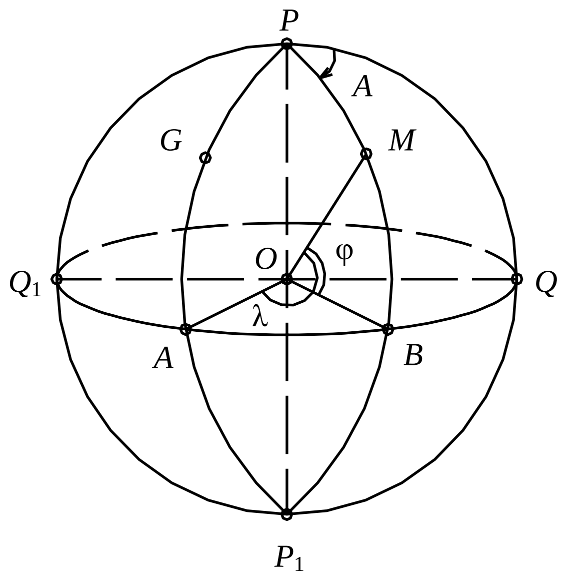


Рис. 1.1. Земной сфероид

Возьмем точку M на поверхности Земли. В такой шарообразной модели Земли радиусы, соединяющие центр сферы, представляют направления отвесных линий, следовательно, OM – отвесная линия.

Координаты любой точки на поверхности Земли определяются по отношению к двум взаимноперпендикулярным основным координатным кругам.

В географической системе координат основными кругами являются земной экватор и начальный (нулевой) меридиан. На международной конференции в Вашингтоне в 1884 году за начальный меридиан был принят географический меридиан астрономической обсерватории Гринвич [10].

Построим астрономический меридиан через точки PMP_1. Плоскость астрономического меридиана для любой точки, расположенной на земной поверхности, проходит через отвесную линию в данной точке и ориентирована параллельно оси вращения Земли (OB – линия пересечения плоскости астрономического меридиана с экватором).

Из изложенного следует, что положение точки на земной поверхности определяется двумя координатами: астрономической широтой φ и астрономической долготой λ.

Для последующего изложения дадим определения.

Астрономической широтой (φ) называется угол между отвесной линией, проведенной в точке наблюдения, и экваториальной плоскостью Земли [1].

Другими словами, астрономическую широту можно охарактеризовать как сферическое расстояние по дуге меридиана от экватора до данной точки. Широты отсчитываются от экватора к северу и к югу и измеряются от 0 до 90°. В северном полушарии широты положительные, а в южном – отрицательные.

Проведем плоскость начального астрономического меридиана через точку G (см. рис. 1.1) – Гринвичскую обсерваторию.

Астрономической долготой (λ) называется двухгранный угол между плоскостью астрономического меридиана, проходящего через данную точку, и плоскостью начального астрономического меридиана [1].

Долготы измеряют либо в часовой мере от 0^h до 24^h, либо в градусной мере от 0 до 360°. Различают долготы восточные (λ_E) к востоку от Гринвичского меридиана и западные (λ_W). Обычно применяют только восточные долготы.

Кроме широт и долгот определяют и астрономические азимуты.

Астрономический азимут – двухгранный угол между плоскостью астрономического меридиана данной точки и вертикальной плоскостью, ориентированной по данному направлению.

1.1.3. Область применения астрономических широт, долгот и азимутов

Астрономические измерения необходимы при решении научных и практических задач геодезии.

Астрономические координаты:

а) являются важной составной частью градусных измерений, которые необходимы при изучении размеров и фигуры Земли в целом;

б) определяют значения исходных географических координат для начальных пунктов геодезической сети, т.е. позволяют осуществить ориентировку референц-эллипсоида в теле Земли, а также определяют географическое положение триангуляции;

в) необходимы для осуществления редуцирования геодезических измерений на референц-эллипсоид.

Астрономические азимуты:

а) контролируют в триангуляции и полигонометрии угловые измерения;

б) используются в качестве независимого контроля измерений на точках теодолитных ходов и для эталонирования точных гироскопических приборов.

Все вышеперечисленные пункты обусловливают важность использования координат пунктов и азимутов направлений на земной поверхности.

1.1.4. Основные формулы сферической тригонометрии

В сферической астрономии используется небесная сфера. Все светила проектируются на поверхность сферы единичного радиуса. Сечение сферы плоскостью есть окружность. Если секущая плоскость проходит через центр сферы, то мы получим большой круг, все остальные сечения – малые круги [1].

Дуга большого круга является кратчайшим расстоянием на сфере между двумя точками.

Фигура на поверхности сферы, образованная тремя дугами больших кругов, соединяющими попарно три какие-либо точки на сфере, называется сферическим треугольником. Принято обозначать углы сферического треугольника большими буквами A, B, C, а противоположные им стороны – соответствующими малыми буквами a, $в$, c (рис. 1.2).

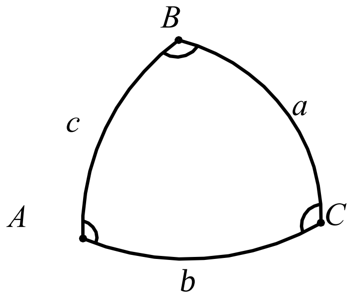


Рис. 1.2. Сферический треугольник

Угол сферического треугольника измеряется углом между касательными к сторонам треугольника, проведенными в вершине этого угла [3].

В сферической тригонометрии стороны и углы выражают в градусной мере, а сумма углов удовлетворяет условию:

$$180^\circ < A + B + C < 540^\circ.$$

Рассмотрим теоремы сферической астрономии.

Теорема синусов

В любом сферическом треугольнике отношения синусов сторон равны отношениям синусов противолежащих им углов:

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}. \tag{1.1}$$

Далее следуют теоремы для четырех элементов сферического треугольника.

Теорема косинусов сторон (три стороны и один угол)

Косинус стороны равен произведению косинусов двух других сторон плюс произведение синусов этих же сторон на косинус угла между ними:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A;$$

$$\cos b = \cos c \cos a + \sin c \sin a \cos B; \tag{1.2}$$

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C.$$

Теорема косинусов углов (три угла и одна сторона)

Во всяком сферическом треугольнике косинус угла равен произведению косинусов двух других углов, взятому с обратным знаком, плюс произведение синусов этих углов, умноженное на косинус стороны между ними.

Другими словами, здесь используются формулы (1.2), только вместо сторон записываются углы, и наоборот, и перед произведением косинусов ставится знак «минус»:

$$\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a;$$

$$\cos B = -\cos A \cos C + \sin A \sin C \cos b; \tag{1.3}$$

$$\cos C = -\cos A \cos B + \sin A \sin B \cos c.$$

Теорема котангенсов (две стороны и два угла)

Прежде чем дать формулировку теоремы, выделим из четырех элементов сферического треугольника крайние и средние элементы.

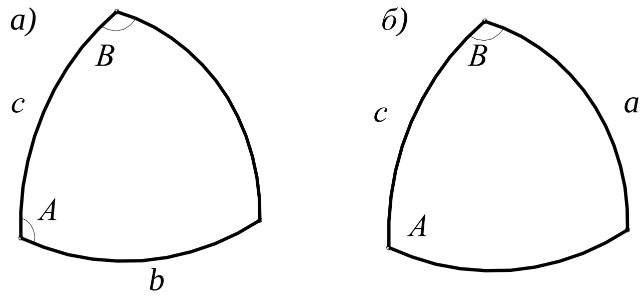


Рис. 1.3. Сферические треугольники

Например, на рисунке 1.3, *а* элементы b, B – крайние, а элементы A, c – средние. На рисунке 1.3, *б* элементы a, A – крайние, а B, c – средние.

А теперь сформулируем теорему.

Котангенс крайнего угла на синус среднего угла равен произведению котангенса крайней стороны на синус средней стороны минус произведение косинусов средних элементов [5].

Для рисунка 1.3, *а*: $\operatorname{ctg} B \sin A = \operatorname{ctg} b \sin c - \cos c \cos A.$

$$\tag{1.4}$$

Для рисунка 1.3, *б*: $\operatorname{ctg} A \sin B = \operatorname{ctg} a \sin c - \cos c \cos B.$

Формулы пяти элементов (три стороны, два угла):

а) во всяком сферическом треугольнике произведение синуса стороны на косинус прилегающего к ней угла равно произведению косинуса на синус двух других сторон минус произведение синуса и косинуса этих же сторон, умноженное на косинус угла между ними:

$$\begin{gathered}\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A;\\ \sin b \cos C = \cos c \sin a - \sin c \cos a \cos B;\\ \sin c \cos A = \cos a \sin b - \sin a \cos b \cos C;\end{gathered} \tag{1.5}$$

б) (три угла, две стороны). Здесь используются формулы (1.5), только вместо сторон записываются углы, и наоборот, и вместо знака «минус» перед вторым произведением ставится знак «плюс»:

$$\begin{gathered}\sin A \cos b = \cos B \sin C + \sin B \cos C \cos a;\\ \sin B \cos c = \cos C \sin A + \sin C \cos A \cos b;\\ \sin C \cos a = \cos A \sin B + \sin A \cos B \cos c.\end{gathered} \tag{1.6}$$

1.1.5. Основные круги и точки небесной сферы

На рисунке 1.4 показана небесная сфера, центр которой совмещен с наблюдателем.

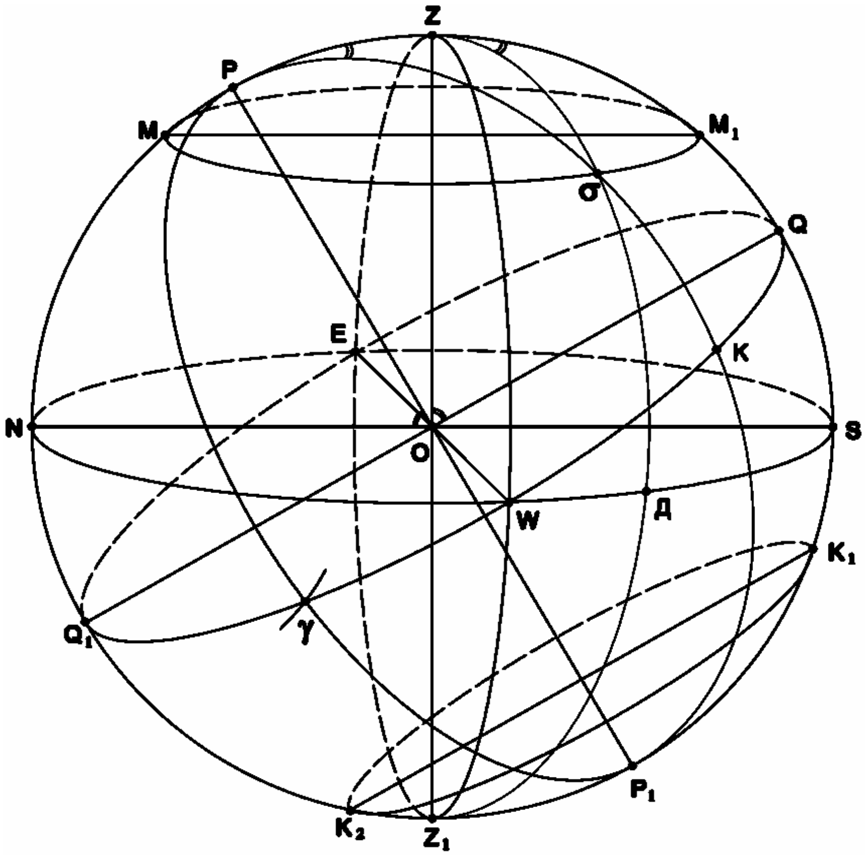


Рис. 1.4

Проведем через точку O отвесную линию ZOZ_1, где Z – зенит, Z_1 – надир. Проведем через точку O линию NOS перпендикулярно к ZZ_1, получим полуденную линию: N – север, S – юг. Большой круг, содержащий NS, называется астрономическим горизонтом. Большой круг $Z\sigma Z_1$ называется вертикалом или кругом высот. Линия POP_1, параллельная оси вращения, называется осью мира: P – северный, P_1 – южный полюсы мира. Перпендикулярно к PP_1 через точку O проходит плоскость QQ_1 – небесный экватор. На рисунке 1.4. видно, что некоторые звезды, лежащие на небесном экваторе и под ним, видны на небе, так как они расположены над астрономическим горизонтом. Пересечение небесного экватора и горизонта дают точки E – восток и W – запад.

Вертикал, проходящий через точку P, называется местным меридианом. Он проходит через точки $ZPNQ_1Z_1P_1SQ$. Вертикал, перпендикулярный к местному меридиану и проходящий через точки E ,W, называется первым вертикалом. Большой круг, проходящий через точки $P\sigma P_1$, называется кругом склонений или часовым кругом. Круг склонений, проходящий через Z, будет также местным меридианом.

На рисунке 1.5 показаны некоторые малые круги.

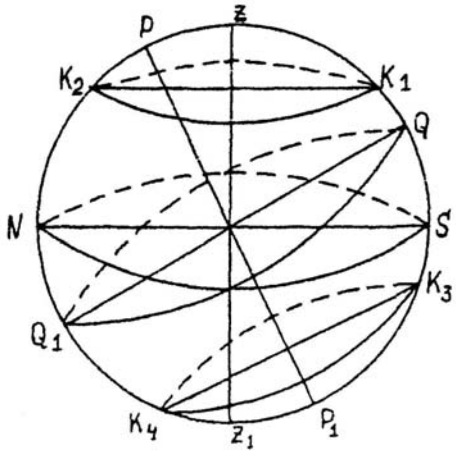


Рис. 1.5

Малый круг K_1,K_2, параллельный астрономическому горизонту, называется альмуканторатом. Малый круг K_3,K_4, параллельный небесному экватору, называется суточной параллелью. По ней движется некоторое светило из-за вращения Земли. Точки K_3 – верхняя кульминация, K_4 – нижняя.

На рисунке 1.6 K_1,K_2 – эклиптика – это большой круг, полученный пересечением небесной сферы с плоскостью, в которой совершается видимое годичное движение Солнца.

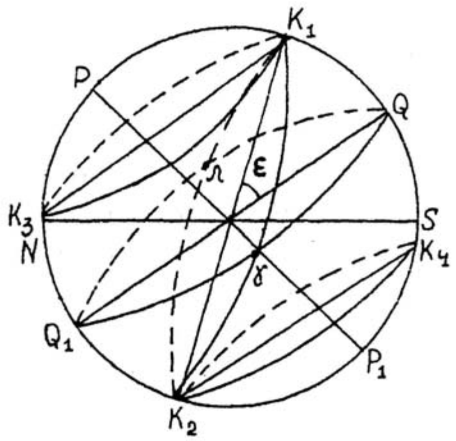


Рис. 1.6

При этом K_1 – точка летнего солнцестояния (21 июня); K_2 – точка зимнего солнцестояния (22 декабря). Пересечение экватора с эклиптикой дает две точки: γ – точка весеннего равноденствия (21 марта); **Ω** – точка осеннего равноденствия (23 сентября). На рисунке 1.6 K_1K_3 – суточная параллель Солнца в момент летнего солнцестояния. Отсюда видно, что в северным широтах летом Солнце не заходит за горизонт. K_2K_4 – суточная параллель Солнца в момент зимнего солнцестояния. Очевидно, в северных широтах зимой Солнце находится под горизонтом. Угол ε примерно равен $23°27'$.

1.1.6. Горизонтальная система координат

Системы координат необходимы для определения положения светил на небесной сфере.

Как видно из названия, в горизонтальной системе координат за основной круг принимают астрономический горизонт, а геометрическими полюсами горизонта являются зенит и надир, т.е. точки Z и Z_1 (рис. 1.7). Небесный меридиан PZP_1Z_1 будет начальным кругом.

Пусть дано светило σ. Для определения положения светила σ относительно горизонта проведем через него вертикал. При этом пересечение вертикала с плоскостью астрономического горизонта даст линию *OK*.

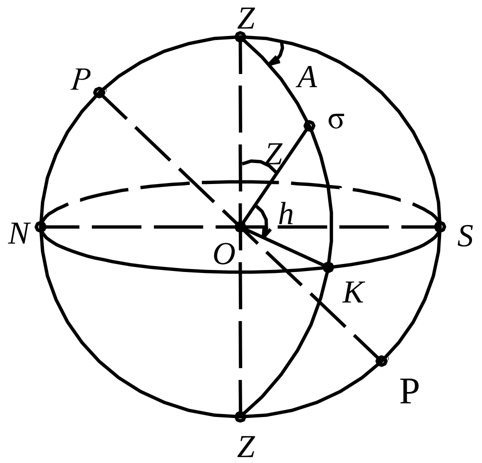


Рис. 1.7. Небесная сфера

Первой координатой будет дуга вертикала от астрономического горизонта до светила, т.е. дуга *K*σ. Эта дуга называется высотой светила и обозначается буквой h. Высота отсчитывается от горизонта к зениту от 0 до +90° и от горизонта к надиру от 0 до –90°.

Если вертикальный угол отсчитывать от зенита до *O*σ (дуга *Z*σ), то получим Z – зенитное расстояние, при этом из рисунка видно, что $Z = 90° - h$. Зенитное расстояние изменяется от 0 до 180°.

Второй координатой является двухгранный угол между плоскостью небесного меридиана и вертикалом светила. Этот угол называют азимутом светила и обозначают буквой *A*. Он отсчитывается от точки юга *S* по ходу часовой стрелки от 0 до 360°.

В геодезии азимуты отсчитываются от точки севера *N*. Следовательно, с некоторым приближением можно считать, что астрономический азимут отличается от геодезического на 180° [4].

Данная система координат применяется для определения видимых положений светил с помощью угломерных инструментов, имеющих вертикальную и горизонтальную оси вращения и связанные с ними точно разделенные вертикальный и горизонтальный круги.

Так как светила движутся по суточной параллели, то горизонтальные координаты σ (*Z*, *A*) непрерывно изменяются и их указывают на некоторый момент времени. Определение времени производится точными часами-хронометрами.

Координаты *Z* и *A* зависят также от положения точки наблюдения на земной поверхности. Отвесные линии в разных точках земной поверхности имеют разное направление, поэтому зениты, небесные горизонты и небесные меридианы в этих точках не совпадают между собой.

Таким образом, горизонтальные координаты являются функциями времени и географического положения пункта наблюдения.

1.1.7. Первая экваториальная система координат

В первой экваториальной системе координат основным кругом является небесный экватор, геометрическими полюсами которого являются северный и южный полюсы мира. Начальным кругом является небесный меридиан, а начальной точкой – верхняя точка Q экватора.

На рисунке 1.8. показано светило σ. Чтобы определить положение светила относительно небесного экватора, проведем через него круг склонений $P\sigma P_1$, перпендикулярный к экватору.

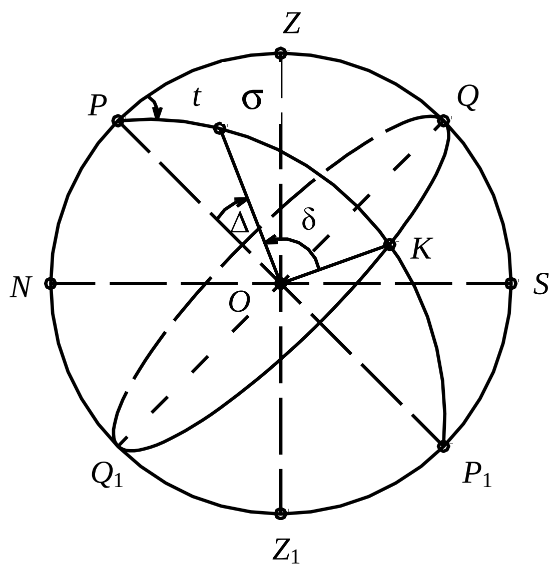


Рис. 1.8. Небесная сфера

В данной системе координат положение светила определяется склонением светила (σ) и часовым углом светила (t).

Склонение светила – угол σOK между направлением на светило из центра небесной сферы и плоскостью небесного экватора.

Склонение отсчитывается от экватора к северному полюсу от 0 до +90° и к южному полюсу от 0 до –90°. Оно не зависит от положения точки на поверхности Земли.

Иногда вместо склонения удобнее пользоваться полярным расстоянием светила (дуга $P\sigma$). Оно обозначается буквой Δ и отсчитывается от северного полюса до светила, изменяется от 0 до 180°. При этом $\Delta = 90° - \delta$.

Часовой угол светила – двухгранный угол между плоскостью небесного меридиана и плоскостью круга склонений светила.

Часовой угол может быть измерен также дугой экватора QK. Он отсчитывается от верхней точки экватора Q и изменяется в течение звездных суток пропорционально суточному вращению Земли от 0^h до 24^h или от 0 до 360°.

Для перевода часовой меры в градусную и обратно используют такие соотношения:

24^h соответствует 360°;

1^h – 15^o;

1^m – 15´;

1^S – 15´´.

Движение светила по суточной параллели происходит параллельно небесному экватору. Следовательно, от суточного вращения небесной сферы и от географического положения наблюдателя склонение светила не зависит. Оно является величиной постоянной.

Часовой угол отсчитывается от небесного меридиана, положение которого определяется направлением отвесной линии в данном пункте. Следовательно, часовой угол зависит от географического положения пункта наблюдения на земной поверхности.

Таким образом, недостатком данной системы координат является то, что только одна координата есть величина постоянная.

1.1.8. Вторая экваториальная система координат

Во второй экваториальной системе координат, аналогично первой, основным кругом служит небесный экватор, первой координатой – склонение (δ) или полярное расстояние (Δ).

Чтобы определить вторую координату, выберем на сфере начальный круг и начальную точку, притом такие, чтобы вторая координата не зависела от времени и места наблюдения.

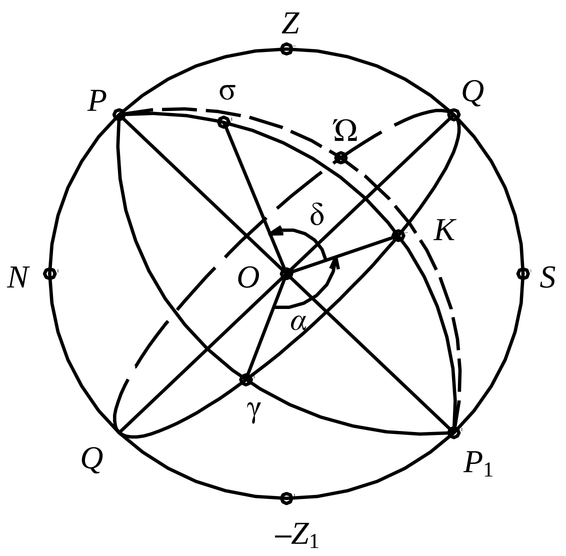


Рис. 1.9. Небесная сфера

Чтобы выполнялось поставленное условие, нужно, чтобы начальная точка находилась на экваторе и была неизменно связана со сферой.

На рисунке 1.9 показано светило σ, γ – точка весеннего равноденствия, Ω – точка осеннего равноденствия.

Проведем круг склонений через точку σ. Через ось мира PP_1 и точки весеннего и осеннего равноденствия проведем круг склонения равноденственных точек $P_\gamma P_1\Omega$. Этот большой круг носит название *колюр равноденствий.*

Таким образом, второй координатой будет дуга экватора γK. Она называется прямым восхождением светила и обозначается буквой α [3].

Прямое восхождение может быть также определено как двухгранный угол между колюром равноденствий и кругом склонений светила. Оно выражается в часовой мере от 0^h до 24^h и отсчитывается от точки весеннего равноденствия против хода часовой стрелки.

Координаты светила σ (α, δ) не зависят от суточного вращения Земли и от положения наблюдателя на Земле, поскольку точка γ также участвует в суточном вращении Земли [5].

Координаты α и δ определяются из специальных наблюдений на обсерваториях и публикуются в астрономических ежегодниках и звездных каталогах. При производстве астрономо-геодезических работ данные координаты считаются известными [8].

1.1.9. Общие представления об определении широты и разности долготы по звездам

На рисунке 1.10 показано сечение земной поверхности по меридиану точки наблюдения *M*. Точка *O* – центр Земли. Линия *OM* – отвесная линия. На ее продолжении находится зенит *Z*.

Касательная к меридиану в точке даст астрономический горизонт и полуденную линию *NS*. Проведем через точку *M* линию *MQ*, параллельную экватору. Сравнивая рисунки 1.1 и 1.10, видим, что угол *ZMQ* есть астрономическая широта. Проведем линию *MP*, параллельную оси вращения Земли. Так как угол *PMQ* прямой, то угол *PZM* равен 90 – φ. Так как угол *NMZ* прямой, то угол *NMP* равен φ. Следовательно, астрономическая широта в любой точке северного полушария на земной поверхности численно равна углу наклона в этой точке полюса мира. На рисунке 1.11 поясняется, как определяется по звездам разность долгот.

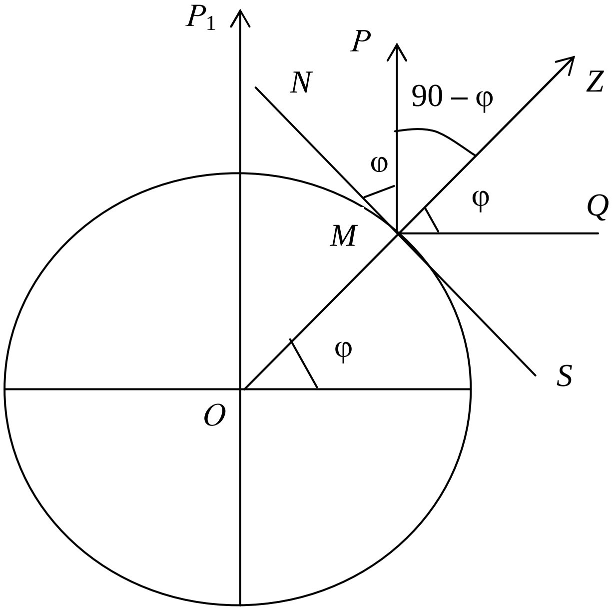


Рис. 1.10

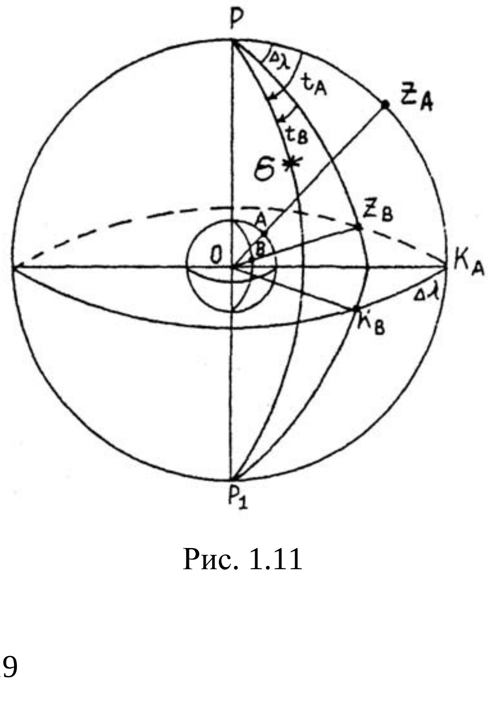


Рис. 1.11

В центре рисунке 1.11 показана Земля. Точка O – центр Земли, A и S – точки на Земле, в которых наблюдается в один момент звезда σ; Z_A и Z_B – зениты в точках A и B. Через них и точку P проходят местные меридианы PZ_AP_1 и PZ_BP_1. Двухгранный угол между плоскостями небесных меридианов равен разности долгот $\Delta\lambda = \lambda_A - \lambda_B$. Проведем через σ часовой круг. Ему соответствуют часовые углы t_A и t_B. На рисунке 1.11 видно, что разность определенных в один и тот же момент часовых углов равна разности долгот пунктов наблюдений. Следовательно,

$$\lambda_A - \lambda_B = t_A - t_B. \tag{1.7}$$

1.1.10. Связь между горизонтальной, первой и второй экваториальной системами координат

Сферический треугольник, у которого вершинами являются зенит места наблюдения, полюс мира и светило (рис. 1.12), называется параллактическим треугольником. Три его стороны будут дугами больших кругов: $\cup PZ = 90 - \varphi$ (см. рис. 1.10); $\cup Z\sigma = Z$ (см. рис. 1.7); $\cup P\sigma = \Delta = 90 - \delta$ (см. рис. 1.8);

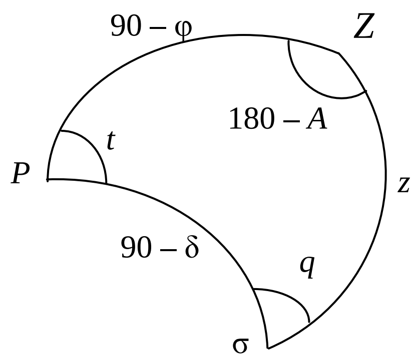


Рис. 1.12. Сферические углы:
t – часовой угол (см. рис. 1.8);
180 – A, где A – азимут светила (см. рис. 1.7);
q – параллактический угол

Решим задачу. Дано z, A, φ. Найти t и δ.

Используя формулу (1.1) для параллактического треугольника, имеем:

$$\frac{\sin Z}{\sin t} = \frac{\sin(90-\delta)}{\sin(108-A)},$$

или

$$\sin t \cos\delta = \sin Z \sin A. \tag{1.8}$$

Используя формулу (1.5), запишем:

$$\sin(90-\delta)\cos t = \cos Z \sin(90-\varphi) - \sin Z \cos(90-\varphi)\cos(180-A),$$

или

$$\cos\delta\cos t = \cos Z\cos\varphi + \sin Z \sin\varphi \cos A. \tag{1.9}$$

Найдем отношение выражений (1.8) и (1.9)

$$\mathrm{tg}t = \frac{\sin Z \sin A}{\cos Z \cos\varphi + \sin Z \sin\varphi \cos A}, \tag{1.10}$$

по которому можно найти часовой угол t.

Для определения склонения светила используем формулу (1.2)

$$\cos(90-\delta) = \cos(90-\varphi)\cos Z + \sin(90-\varphi)\sin Z \cos(180-A)$$

или

$$\sin\delta = \sin\varphi\cos Z - \cos\varphi\sin Z \cos A. \tag{1.11}$$

Забегая вперед, отметим, что часовой угол колюра равноденствия (см. рис. 1.9) численно равен местному звездному времени S. Следовательно, прямое восхождение светила (см. рис. 1.9) равно $\alpha = S - t$. Так осуществляется связь горизонтальной системы координат со второй экваториальной системой.

Решим обратную задачу. Дано t, δ и φ. Найти Z, A.

Используя формулу (1.5), запишем:

$$\sin Z \cos(180-A) = \cos(90-\delta)\sin(90-\varphi) - \sin(90-\delta)\cos(90-\varphi)\cos t,$$

или

$$\sin Z \cos A = -\sin\delta\cos\varphi + \cos\delta\sin\varphi\cos t. \tag{1.12}$$

Найдем отношение правого сомножителя из формулы (1.8) к левому сомножителю выражения (1.12)

$$\mathrm{tg}A = \frac{\sin t \cos\delta}{\cos\delta\sin\varphi\cos t - \sin\delta\cos\varphi}, \tag{1.13}$$

по которому можно найти азимут светила A.

Для определения зенитного расстояния светила используем формулу (1.2):

$$\cos Z = \cos(90-\varphi)\cos(90-\delta) + \sin(90-\varphi)\sin(90-\delta)\cos t,$$

или

$$\cos Z = \sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\cos t. \tag{1.14}$$

1.2. Измерение времени

1.2.1. Основы измерения времени

Измерение времени является одной из важнейших задач астрономии. Часто возникает необходимость определить момент времени, когда наступит то или другое небесное явление. При рассмотрении систем сферических координат мы видим, что горизонтальные координаты (Z и A), а также координата (t) в первой экваториальной системе являются функциями времени и непрерывно меняются вследствие видимого вращения небесной сферы.

Для измерения времени было необходимо установить единицы измерения и системы счета времени, а также для счета единиц времени нужны специальные устройства, работа которых должна систематически контролироваться. При этом гораздо удобнее, если бы единица времени была постоянной, в противном случае должна быть известна закономерность, с которой она меняется.

Следовательно, любой периодически повторяющийся процесс может быть использован для измерения времени. И поскольку вращение Земли вокруг своей оси является одним из наиболее равномерных движений в природе, естественно, что это движение было принято за основу для измерения времени и долгое время служило исходным эталоном для установления единиц измерения, а также исчисления времени. Именно промежуток времени, в течение которого Земля, вращаясь вокруг своей оси, делает один оборот, и принимался за основную единицу времени, называемую сутками [5].

Однако в середине XIX в. учеными было экспериментально доказано, что движение Земли вокруг своей оси неравномерно, а значит, продолжительность суток непостоянна. Скорость вращения Земли вокруг оси подвержена изменениям векового, периодического и нерегулярного характера, пренебрегать которыми мы не имеем права. И хотя причины, вызывающие неравномерность вращения Земли, не могут считаться окончательно установленными, их можно определить и учесть.

Теперь остановимся на методах измерения времени без учета неравномерностей в движении Земли. Поскольку измерение времени основано на суточном вращении Земли вокруг оси и на обращении Земли вокруг Солнца, то о прошедшем времени можно судить по углу поворота Земли от некоторого начального положения. Для фиксации начального положения берут определенную точку на небесной сфере и определяют момент ее верхней кульминации.

В астрономии за такие точки принимаются:

а) точка весеннего равноденствия;

б) центр видимого диска Солнца (истинное Солнце);

в) «среднее Солнце» – фиктивная точка, положение которой может быть вычислено для любого момента времени [3].

Это хотя и подвижные точки, но их движение по небесной сфере хорошо изучено, и положение для любого момента времени может быть определено с высокой степенью точности [5].

Значение времени равно часовому углу избранной точки на небе. Так, по первой точке определяют звездное время, по второй точке – истинное солнечное время, по третьей точке – среднее солнечное время.

Между этими системами счета времени осуществляется взаимосвязь, и в дальнейшем будет сказано, как выполняется переход от одного времени к другому.

1.2.2. Звездное время, истинное солнечное время, среднее время

Звездное время

За единицу звездного времени принимают промежуток времени, в течение которого Земля делает один полный оборот вокруг своей оси относительно точки весеннего равноденствия. Эта единица называется ***звездными сутками.***

За начало звездных суток (0^h звездного времени) принимается момент верхней кульминации точки весеннего равноденствия. Таким образом, звездные сутки – это промежуток времени между двумя последовательными верхними кульминациями точки весеннего равноденствия на меридиане данного пункта.

Звездные сутки содержат 24 звездных часа, звездный час содержит 60 звездных минут, а звездная минута – 60 звездных секунд.

Время, прошедшее от начала звездных суток до любого другого момента, определяемого положением точки весеннего равноденствия, выраженное в звездных часах, минутах и секундах, называется звездным временем и обозначается буквой s, т.е.

$$s = t_\gamma .$$

Теперь рассмотрим принцип определения местного звездного времени.

Местное звездное время s на данном меридиане равно часовому углу точки весеннего равноденствия. Но точка γ на небе ничем не отмечена, и измерить ее часовой угол нельзя. Однако, обратившись к рисунку 1.6, мы видим, что для нахождения s нужно отнаблюдать любую звезду с известными координатами σ (α, δ) и вычислить ее часовой угол (t) по формуле

$$\mathrm{tg}t = \frac{\sin Z \sin A}{\cos Z \cos\varphi + \sin Z \sin\varphi \cos A}. \tag{1.15}$$

А сумма часового угла светила с его прямым восхождением даст часовой угол точки весеннего равноденствия для данного момента времени, т.е.

$$t_\gamma = \alpha + t, \tag{1.16}$$

но $t_\gamma = s$, следовательно, имеем

$$s = \alpha + t. \tag{1.17}$$

Из формулы (1.17) видно, что в любой точке земной поверхности звездное время в любой момент численно равно сумме прямого восхождения и часового угла светила [3].

Звездное время удобно для астрономических наблюдений. В повседневной жизни лучше использовать солнечное время, так как начало звездных суток (когда $s = 0^h$, т.е. точка весеннего равноденствия в верхней кульминации, или в точке Q на рис. 1.9) приходится на разные моменты солнечных суток и бывает то днем, то ночью.

Истинное солнечное время

Движение Солнца существенно отличается от движения других светил. Так как Земля вращается вокруг Солнца по орбите (имеющей вид эллипса), совершая полный оборот в течение одного года, то положение Солнца относительно точки весеннего равноденствия непрерывно изменяется. Следовательно, солнечные и звездные единицы времени не равны между собой [5].

При измерении времени по Солнцу за точку, относительно которой отсчитываются обороты Земли вокруг оси, принимается центр солнечного диска, который обычно называют ***истинным солнцем***.

Промежуток времени между двумя последовательными прохождениями через небесный меридиан данного пункта истинного Солнца называется ***истинными сутками***.

До 1925 года за начало истинных солнечных суток принимался момент верхней кульминации истинного Солнца, т.е. истинный полдень.

Смена суток в полдень неудобна, поэтому с 1 января 1925 года за начало истинных солнечных суток принимается момент нижней кульминации истинного Солнца, т.е. истинная полночь.

Таким образом, истинными сутками называется промежуток времени между истинными полуночами.

Истинные солнечные сутки подразделяются на 24 истинных часа, истинный час содержит 60 истинных минут, истинная минута – 60 истинных секунд.

Время, прошедшее от 0^h истинного солнечного времени до любого другого момента, выраженное в часах, минутах и секундах, называется местным истинным солнечным временем и обозначается буквой $m_\odot$. Мерой истинного солнечного времени является часовой угол ($t_\odot$) истинного Солнца, увеличенный на 12^h, т.е.

$$m_\odot = t_\odot + 12^{\mathrm{h}}. \tag{1.18}$$

Следовательно, чтобы определить истинное солнечное время в любой момент, достаточно получить из наблюдений в этот момент часовой угол истинного Солнца.

По истинному солнечному времени идут только солнечные часы. В повседневной жизни истинное солнечное время не используют, поскольку часовой угол истинного Солнца изменяется непропорционально времени. Это происходит по двум основным причинам:

1. Движение Солнца по эклиптике неравномерно вследствие неравномерности движения Земли по эллиптической орбите.
2. Склонение Солнца в течение года меняется в пределах

$$-23^\circ 27' \le \delta_\odot \le +23^\circ 27'.$$

Вследствие наклона эклиптики к экватору проекции одинаковых дуг эклиптики на экватор не равны между собой. Поэтому часовые углы Солнца, отсчитываемые по экватору, будут изменяться неравномерно.

В результате этих двух факторов продолжительность истинных суток в течение года меняется, причем разница доходит до 50 секунд. Но для повседневной жизни в современных условиях необходим равномерный счет времени, поэтому используют среднее солнечное время.

Среднее солнечное время

При создании более совершенной системы измерения времени по Солнцу в астрономии было введено понятие фиктивной точки, которая равномерно движется по эклиптике со скоростью, равной средней скорости движения истинного Солнца, соответствующей средней скорости движения Земли. Эта фиктивная точка называется ***средним эклиптическим Солнцем***.

Среднее эклиптическое Солнце равномерно движется по эклиптике со средней скоростью Солнца и совпадает с истинным Солнцем около 3 января и 4 июля [4].

Однако введение среднего эклиптического солнца не привело к постоянной единице времени, т.к. снимало только один фактор – неравномерность видимого движения Солнца по эклиптике.

Поэтому была введена вторая фиктивная точка, которая равномерно движется по экватору. Эта точка называется ***средним экваториальным Солнцем***.

Среднее экваториальное Солнце равномерно движется по небесному экватору с постоянной скоростью среднего эклиптического Солнца и одновременно с ним проходит точку весеннего равноденствия [4].

Следовательно, среднее Солнце делает полный оборот по экватору за тот же период, за который совершает истинное Солнце полный оборот по эклиптике.

Так как среднее экваториальное Солнце движется по экватору равномерно, то часовые углы его, при условии, что влияние неравномерностей во вращательном движении Земли во внимание не принимается, возрастают тоже равномерно и, следовательно, оно пригодно для измерения времени.

Момент верхней кульминации среднего экваториального Солнца на меридиане данного пункта называется средним полднем, момент нижней – средней полночью. А средними сутками называется промежуток между последовательными средними полуночами.

Средние солнечные сутки также подразделяются на 24 средних часа, средний час содержит 60 средних минут, средняя минута – 60 средних секунд.

Время, прошедшее от начала средних солнечных суток до любого другого момента, называется средним солнечным временем и обозначается буквой m.

Среднее солнечное время отсчитывается от нижней кульминации среднего Солнца и определяется формулой

$$M = t_{ср.} + 12^{h}, \tag{1.19}$$

где $t_{ср.}$ – часовой угол среднего экваториального Солнца.

Гринвичское среднее солнечное время называется всемирным или мировым временем и в «Астрономическом ежегоднике» (АЕ) обозначается буквой M.

Найдем связь между средним и истинным солнечным временем. Пусть S – местное звездное время, t и α – соответственно, часовой угол и прямое восхождение среднего экваториального Солнца, $t_{\odot}$ и $\alpha_{\odot}$ – соответственно, часовой угол и прямое восхождение истинного Солнца.

Тогда можно записать:

$$s = \alpha + t;$$

$$s_{\odot} = \alpha_{\odot} + t_{\odot}, \tag{1.20}$$

или

$$t_{\odot} - t = \alpha - \alpha_{\odot}. \tag{1.21}$$

Полученная разность часовых углов истинного и среднего экваториального Солнца называется уравнением времени и обозначается буквой η.

Таким образом, если известно m, то можно вычислить $m_{\odot}$, используя уравнение времени

$$\eta = m_{\odot} - m. \tag{1.22}$$

Эта разность в течение года бывает положительной и отрицательной. Поэтому в «Астрономическом ежегоднике» публикуется всегда положительная величина – уравнение времени плюс 12^h:

$$E = \eta + 12^{\mathrm{h}}. \tag{1.23}$$

1.2.3. Измерение времени на разных меридианах

На одном и том же меридиане Земли время будет одинаковым, на разных меридианах – различным. Поэтому время, определенное в данный момент в данной точке, называется местным временем. Местное время на меридиане Гринвича обозначается большими буквами:

S – гринвичское звездное время;

$M_{\odot}$ – гринвичское истинное солнечное время;

M – гринвичское среднее солнечное время, называемое всемирным временем.

В АЕ публикуется на каждую дату S_0 – звездное время на Гринвиче, когда $M = 0^h$.

Для трех точек на небесной сфере, указанных в п. 1.2.1, с использованием формулы (1.7) можно записать:

$$\lambda_A - \lambda_B = t_{\gamma_A} - t_{\gamma_B};$$

$$\lambda_A - \lambda_B = t_{\odot A} - t_{\odot B};$$

$$\lambda_A - \lambda_B = t_{cp_A} - t_{cp_B}.$$

Но так как $s = t_\gamma$; $m_\odot = t_\odot + 12^h$; $m = t_{ср} + 12^h$, получим

$$\lambda_A - \lambda_B = s_A - s_B\,;$$

$$\lambda_A - \lambda_B = m_{\odot A} - m_{\odot B};$$

$$\lambda_A - \lambda_B = m_A - m_B\,.$$

Предположим, что точка B лежит на Гринвиче, тогда $\lambda_B = 0^h$, следовательно, для любой точки Земли получим следующие равенства:

$$s = S + \lambda;$$

$$m_\odot = M_\odot + \lambda; \qquad (1.24)$$

$$m = M + \lambda.$$

1.2.4. Связь среднего солнечного времени со звездным временем

Из многочисленных астрономических наблюдений установлено, что в течение тропического года

365,2422 средних солнечных суток = 366,2422 звездных суток.

Отсюда видно, что средние солнечные сутки равны $(1 + \mu)$ звездных суток, где $\mu = \dfrac{1}{365,2422} = 0,0027379$. Переходя от суток к единицам времени, получим: $s = m(1+\mu)$.

Но звездные и средние солнечные сутки начинаются не в один и тот же момент, поэтому справедлива формула

$$s = s_0 + m(1+\mu), \qquad (1.25)$$

где s_0 – местное звездное время в 0^h местное среднего солнечного времени. Применительно к Гринвичу (1.25) будет такой:

$$S = S_0 + M(1 + \mu). \qquad (1.26)$$

Установим связь между s_0 и S_0, которое публикуется в АЕ. Для этого найдем разность выражений (1.25) и (1.26):

$$s - S = s_0 + m(1+\mu) - S_0 - M(1+\mu).$$

Воспользуемся равенством (1.24):

$$\lambda = s_0 + (M+\lambda)(1+\mu) - S_0 - M(1+\mu),$$

отсюда окончательно получим

$$s_0 = S_0 - \mu\lambda. \quad (1.27)$$

Формулы (1.25) и (1.27) позволяют получить m, зная s.

Обратный переход от S к m выполняется в соответствии с (1.25) по формуле, предложенной автором,

$$m = \frac{s - s_0}{1+\mu}. \quad (1.28)$$

1.2.5. Поясное и декретное время

В 1884 году предложена поясная система счета среднего времени. Здесь Земля разграничена на 24 часовых пояса, в которых поясное время

$$T_n = M + n, \quad (1.29)$$

где T_n – величина постоянная, n – номер пояса (в Республике Беларусь $n = 2^h$).

В Республике Беларусь, как и в других странах, также используется декретное время

$$D = T_n + k, \quad (1.30)$$

где k – добавка к поясному времени, установленная декретом. С 1991 года в Республике Беларусь зимой $k = 0^{\mathrm{h}}$, летом $k = 1^{\mathrm{h}}$. По декретному времени идут бытовые часы.

В соответствии с (1.29) и (1.30) запишем

$$D = M + (n + k). \quad (1.31)$$

Формулы (1.24), (1.25), (1.27), (1.28), (1.31) позволяют решать различные задачи по расчету времени.

Например, в определенный момент D отнаблюдена звезда. Найти на этот момент местное время S при известной долготе пункта.

Решение:

$$M = Д - (n + k);$$

$$m = M + \lambda;$$

$$s = S_0 - \mu\lambda + m(1+\mu),$$

где S_0 берут из АЕ на дату наблюдений.

Эти формулы можно объединить в одну:

$$s = S_0 - \mu\lambda + \left[Д - (n+k) + \lambda\right](1+\mu).$$

Решим другую задачу. Найти долготу пункта с известной широтой φ, если во время D точно определены A и Z для звезды с известными координатами α и δ.

Решение:

1) по формуле (1.10) находим часовой угол звезды t;
2) по формуле (1.17) найдем местное звездное время S;
3) по формуле (1.31) найдем всемирное время M;
4) по формуле (1.28) найдем звездное время на Гринвиче S;
5) по формуле (1.24) получим долготу пункта

$$\lambda = s - S.$$

В этой последовательности можно определить долготу пункта по Солнцу, но координаты Солнца $\alpha_{\odot}$ и $\delta_{\odot}$ надо интерполировать на момент динамического времени

$$M^{*} = M + \Delta T, \tag{1.32}$$

где ΔT – небольшая поправка в секундах, выбираемая для данного года наблюдений из АЕ.

Но при определении долготы по Солнцу удобно пользоваться не звездным временем, как указано выше, а солнечным временем:

$$m = t_{\odot} - E;$$
$$\lambda = m - M,$$

где $t_{\odot}$ вычисляется по формуле (1.10), а E выбирается из АЕ.

В дальнейшем рассмотрим учет факторов, искажающих видимое положение светил.

1.2.6. Рефракция

Лучи света от небесного тела, прежде чем попасть в глаз наблюдателя, проходят сквозь атмосферу Земли и преломляются в ней, что вызывает рефракцию (рис. 1.13). Здесь Z' – измеренное зенитное расстояние до касательной к рефракционной кривой $M\sigma'$, ρ – угол рефракции,

$$\rho = Z - Z', \tag{1.33}$$

где Z – зенитное расстояние без рефракции.

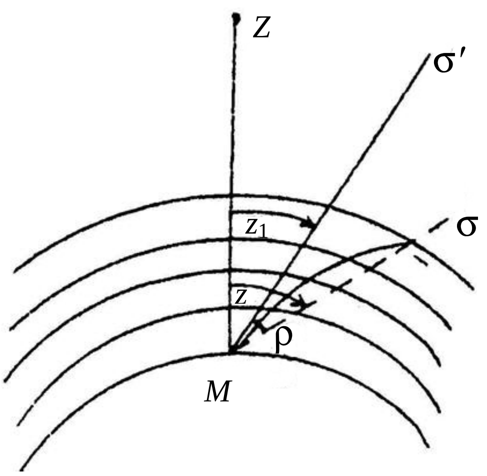


Рис. 1.13

Значение ρ зависит от Z', температуры воздуха T и атмосферного давления B.

1.2.7. Аберрация

Пусть в точке *K* (рис. 1.14) находится перекрестие сетки нитей, а *O* – объектив трубы. Пока луч света проходит отрезок *OK*, наблюдатель переместится в точку *K′* из-за вращения Земли со скоростью 0,464 км/с на экваторе и от вращения Земли вокруг Солнца со скоростью 29,75 км/с. Такие скорости сопоставимы со скоростью света *c*.

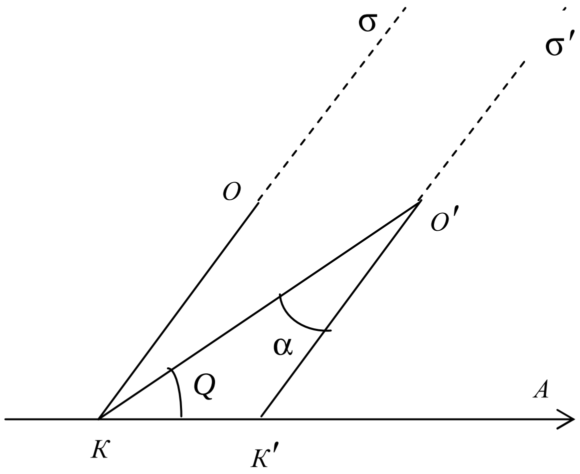


Рис. 1.14

Таким образом, $OK = \tau c$; $KK_1 = r v$, где τ – момент времени прохождения света через трубу. В результате угол α'' (см. рис. 1.14) равен

$$\alpha'' = \rho'' \frac{\upsilon}{c} \sin\theta, \quad (1.34)$$

что приведет к непопаданию луча света в точку *K* на величину *KK′*, поэтому вводится в наблюдения поправка за аберрацию.

1.2.8. Суточный и годичный параллаксы

Координаты небесных тел, определенные на поверхности Земли, называют топоцентрическими.

Направление на светило из центра Земли (точка *O* на рис. 1.15) дает геоцентрические координаты светила δ. Суточный параллакс есть угол *P′*, под которым был виден радиус Земли.

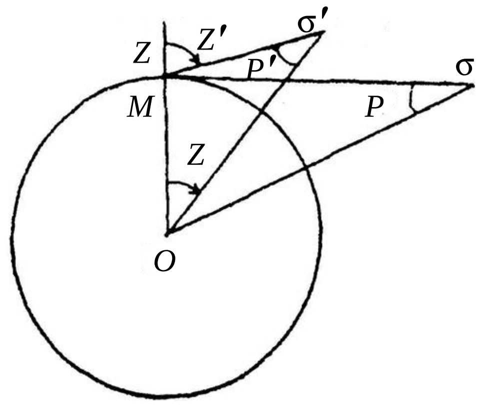


Рис. 1.15

Когда светило на горизонте, получим наибольшее значение суточного параллакса P, указанное в *AE*, при этом

$$P' = P \sin Z'. \qquad (1.35)$$

Величина P практически равна нулю для звезд, для Солнца P = 8,8″, для Луны P = 57′.

Зенитное расстояние из центра Земли равно

$$Z = Z' - P'. \qquad (1.36)$$

Угол, под которым со звезды был бы виден радиус земной орбиты (рис. 1.16) при условии, что направление на звезду перпендикулярно к a, называется годичным параллаксом звезды π, при этом

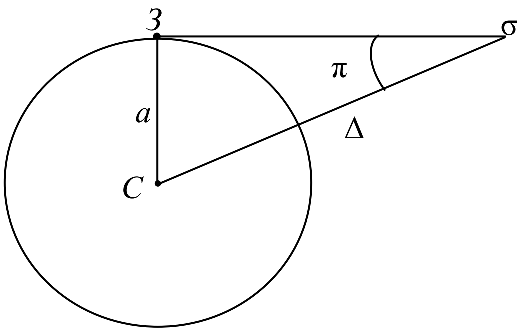


Рис. 1.16

$$\pi'' = \rho'' \frac{a}{\Delta}, \qquad (1.37)$$

где $\rho'' = 206265''$, а Δ – расстояние до звезды. Величина a близка к астрономическое единице *а.е.*= 149 597 870 км. Зная π из наблюдений в течение года, можно найти расстояние до звезды

$$\Delta = \rho'' \frac{a}{\pi''}. \qquad (1.38)$$

Если принять $\pi = 1''$, то получим парсек, причем *пс* = 206 265 *а.е.* – это расстояние больше величины расстояния, равного одному световому году – 0,3067 *пс*.

1.2.9. Прецессия и нутация

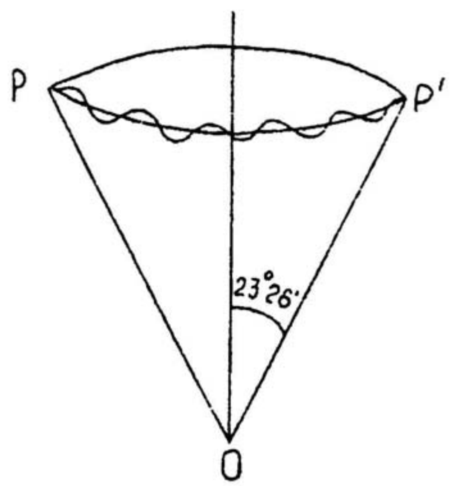


Рис. 1.17

Если бы Земля имела форму шара равной плотности и являлась бы абсолютно твердым телом, то направление оси вращения Земли было бы неизменным. На самом деле на экваториальные выступы Земли действуют силы притяжения от Луны и от Солнца.

В результате ось вращения Земли *OP* (рис. 1.17.) прецессирует, изменяя свое направление в пространстве, описывая окружность с периодом 26 тыс. лет. Например, через 13 тыс. лет земная ось будет направлена на точку P' рядом со звездой Вега. Волнообразные изменения направления оси, вызванные притяжением Луны с периодом 18,7 лет, называются нутацией.

1.2.10. Собственное движение звезд

Из сравнения экваториальных координат одних и тех же звезд за значительные промежутки времени можно обнаружить, что их координаты изменяются с течением времени. Большая часть этих изменений вызывается прецессией, нутацией, аберрацией и годичным параллаксом. Если исключить влияние этих причин, то изменение координат уменьшается, но не исчезает полностью. Оставшееся смещение звезды на небесной сфере за год называется собственным движением звезды. Оно выражается в секундах дуги в год. Самое большое собственное движение у «летящей» звезды Барнардо составляет 10,27″. Собственные движения звезд за несколько тысячелетий искажают форму созвездий.

1.2.11. Схема редукции наблюденных координат звезд

1. Освобождая наблюденные координаты звезд от влияния рефракции, получаем координаты в месте наблюдения на поверхности Земли, как бы лишенной атмосферы.

2. Учитывая суточную аберрацию, мы будем иметь координаты светила для невращающейся Земли.

3. Освобождая наблюдения от влияния суточного параллакса, мысленно переносим наблюдателя в центре Земли и получаем геоцентрические координаты светила.

Исправляя наблюденное положение светила поправками 1, 2, 3, приводим светило на «видимое» место.

4. Учитывая влияние годичной аберрации, мы как бы «останавливаем» движение Земли вокруг Солнца.

5. Исправляя координаты звезд за годичный параллакс, относим координаты светила к центру Солнца и получаем гелиоцентрические координаты.

6. Вводя в полученные координаты светила поправки за прецессию и нутацию, будем иметь координаты, отнесенные к среднему полюсу мира и к средней точке весеннего равноденствия.

Исправляя видимое место поправками 4, 5, 6, приводим светило на среднее место.

1.3. Определение географических координат и азимутов направлений

1.3.1. Общие принципы

Каждой точке физической поверхности Земли соответствует свое положение отвесной линии. При пересечении отвесной линии с небесной сферой получим точку зенита (Z).

Если в данный момент времени определить координаты точки $Z(\alpha_Z, \delta_Z)$, то по ним можно найти географические координаты точки наблюдения, т.к. $\varphi = \delta_Z$, $S = \alpha_Z$. Это видно из рисунка 1.18. Причем α_Z меняется из-за суточного вращения Земли.

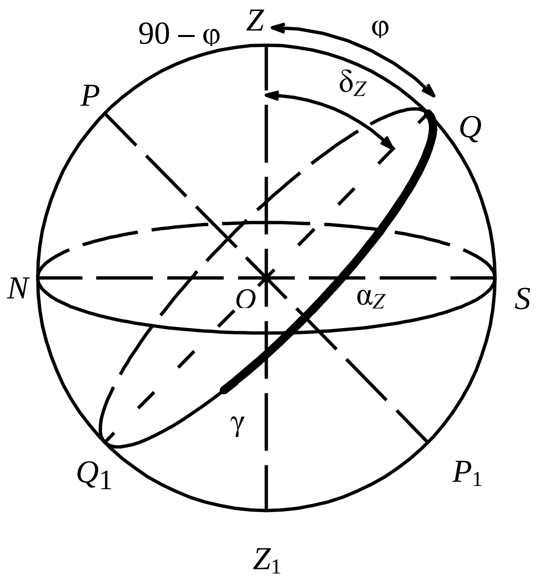


Рис. 1.18. Небесная сфера

В различных методах астрономических определений по-разному решается задача определения координат точки зенита.

Если положение точки Z известно, тогда известно положение плоскости истинного меридиана. А это делает возможным определение азимута любого направления на земные предметы из точки наблюдения.

Для нахождения координат точки Z сначала выполняют наблюдение звезд, координаты которых известны (α_σ и δ_σ), а затем, используя метод засечек, находят координаты точки Z.

Рассмотрим основные методы определения координат точки Z.

Зенитальные

В этих методах координаты точки Z определяют по зенитным расстояниям до двух звезд.

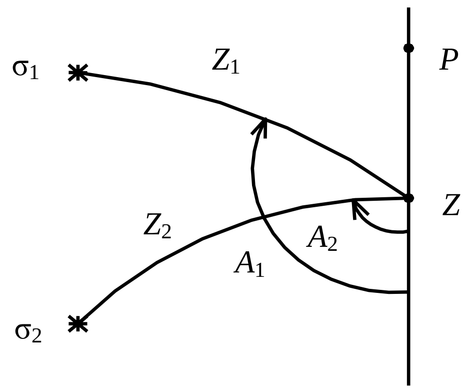


Рис. 1.19. Сферические засечки

На рисунке 1.19 Z_1, Z_2 – измеренные зенитные расстояния (на небесной сфере это дуги больших кругов), т.е. получается линейная сферическая засечка.

Звезды σ_1, σ_2 выбирают так, чтобы угол засечки (угол при точке Z) был близким к 90°.

Азимутальные

Координаты точки Z получают по двум азимутам, измеренным до звезд σ_1 и σ_2 (см. рис. 1.19). Здесь получается прямая сферическая засечка. Разность азимутов есть угол засечки, он должен быть также близок к 90°.

Зенитально-азимутальные

Из наблюдения одной звезды получают Z и A, а затем находят координаты точки Z (линейно-угловая засечка). Но поскольку светила постоянно движутся, то одновременно наблюдать Z и A сложно, поэтому такая методика редко применяется на практике.

Известно, что географическая долгота пункта относительно начального меридиана численно равна разности одноименных местных времен, определенных одновременно как в пункте наблюдения, так и в пункте, расположенном на начальном меридиане, т.е.

$$\lambda = s - S = m - UT1, \tag{1.39}$$

где S – звездное время на Гринвиче в момент наблюдения T; $UT1$ – всемирное время в момент наблюдения T.

Момент времени T фиксируется по хронометрам, которые могут идти неправильно. Поэтому возникает задача определения поправки хронометра U. Зная поправку, можно записать:

$$s = T + U, \tag{1.40}$$

где T – показание хронометра, приближенно определяющее звездное время; U – поправка хронометра.

Итак, для определения широты φ и долготы λ в точке наблюдений необходимо измерять Z, A, T, а также знать поправку хронометра.

Задача определения азимута направления на земной предмет сводится обычно к определению азимута светила A и измерению горизонтального угла Q между светилом и местным предметом (рис. 1.20). В этом случае азимут направления на земной предмет определяется формулой

$$a = A + Q. \tag{1.41}$$

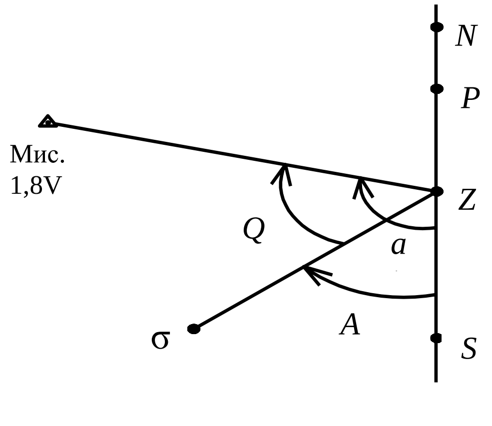


Рис. 1.20. Рабочая схема

1.3.2. Понятие о зенитальных способах астрономических определений

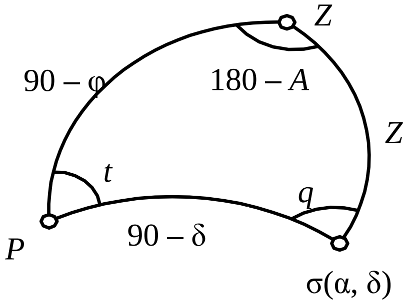


Рис. 1.21. Параллактический треугольник

Аналитическое обоснование различных способов определения широты, времени и азимута вытекает из решения параллактического треугольника $PZ\sigma$ (рис. 1.21), построенного для каждого наблюдаемого светила.

Параллактическим треугольником называется сферический треугольник, у которого вершинами являются зенит места наблюдения, полюс мира и светило (см. рис. 1.10). Три его стороны являются дугами больших кругов:

$$\cup PZ = 90 - \varphi; \ \cup Z\sigma = Z; \ \cup P\sigma = \Delta = 90° - \delta.$$

Сферические углы: t – часовой угол; $180° - A$, где A – азимут светила; q – параллактический угол.

В этой группе способов основным уравнением, вытекающим из параллактического треугольника $PZ\sigma$ и связывающим измеренную величину Z в некоторый момент T с определяемыми значениями широты φ и времени S, является известное уравнение связи

$$\cos Z = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t, \tag{1.42}$$

где $t = s - \alpha = T + U - \alpha$.

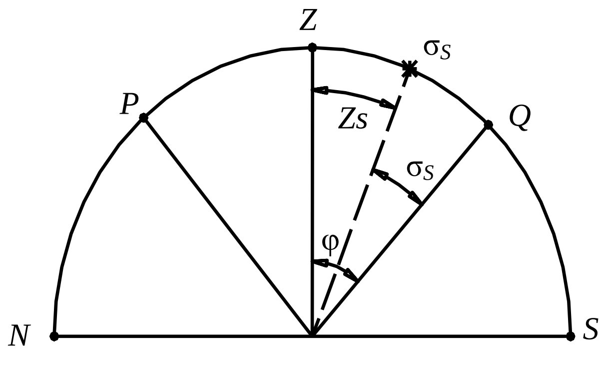


Рис. 1.22. Рабочая схема

Полагая, что Z и T известны из измерений, а значения экваториальных координат α и δ выбираются из АЕ на момент наблюдений, уравнение (1.42) будет иметь два неизвестных: φ и U [10].

Чтобы найти неизвестные, необходимо выполнить наблюдения не менее двух звезд или наблюдения одного и того же светила не менее двух раз.

Определение φ и U может быть выполнено как совместно, так и раздельно (рис. 1.22). Рассмотрим способы определения φ и U.

Раздельный способ

Наблюдаем светило в плоскости меридиана, тогда $t = 0$, а значит, основное уравнение (1.42) примет вид

$$\cos Z_S = \cos(\varphi - \delta_S). \tag{1.43}$$

Так как $\cos t = 1$, следовательно, можно записать:

$$Z_S = \varphi - \delta_S \text{ или } \varphi = Z_S + \delta_S. \tag{1.44}$$

Зная φ, будем иметь в уравнении (1.42) лишь одно неизвестное U. Для его определения нужно отнаблюдать звезду в момент T. Зная U, находим местное звездное время $s = T + U$ и затем – долготу $\lambda = s + S$ [6].

Способ совместного определения

Необходимо измерить зенитные расстояния минимум двух светил, расположенных в произвольных, но взаимно перпендикулярных вертикалах:

$$\begin{aligned}\cos Z_1 &= \sin\varphi\sin\delta_1 + \cos\varphi\cos\delta_1\cos(T_1 + U - \alpha_1)\\ \cos Z_2 &= \sin\varphi\sin\delta_2 + \cos\varphi\cos\delta_2\cos(T_2 + U - \alpha_2),\end{aligned} \tag{1.45}$$

Но зенитные расстояния измеряются не точно, особенно с увеличением широты. Поэтому рекомендуется наблюдать звезды на одном круге высот (альмукантарате).

В этом случае $Z_1 = Z_2$, поэтому

$$\begin{aligned}&\sin\varphi\sin\delta_1 + \cos\varphi\cos\delta_1\cos(T_1 + U - \alpha_1) =\\ &= \sin\varphi\sin\delta_2 + \cos\varphi\cos\delta_2\cos(T_2 + U + \alpha_2);\end{aligned}$$

$$\sin\varphi(\sin\delta_1 - \sin\delta_2) = \cos\varphi(\cos\delta_2\cos(T_2 + U - \alpha_2) - \cos\delta_1\cos(T_1 + U - \alpha_1).$$

Тогда φ найдем по формуле

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\cos\delta_2\cos(T_2 + U - \alpha_2) - \cos\delta_1\cos(T_1 + U - \alpha_1)}{\sin\delta_1 - \sin\delta_2}. \tag{1.46}$$

Преимущества данного способа:

1. Не надо измерять Z, нужно только фиксировать момент прохождения звезд через горизонтальную нить, не изменяя наклон зрительной трубы. Таким образом, исключаются ошибки отсчитывания по вертикальному кругу.
2. Измененными величинами являются только моменты T_1, T_2 прохождения звезд через изображенный альмукanторат (см. рис. 1.21).

Единственным *недостатком* данного способа является то, что неизвестные φ и U находятся под знаками тригонометрических формул, т.е. уравнение нелинейно. Для повышения точности необходимо исходное уравнение (1.42) привести к линейному виду и отыскивать поправки $\Delta\varphi$ и ΔU из обработки многократных наблюдений:

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 + \Delta\varphi, \\ U &= U_0 + \Delta U. \end{aligned}\right\} \tag{1.47}$$

1.3.3. Наивыгоднейшие условия определения неизвестных величин в зенитальных способах

Зная основную формулу для зенитальных способов (1.46), можно получить путем дифференцирования следующее выражение:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta Z}{\cos A} - \frac{\cos\varphi}{\mathrm{ctg} A}\left(\Delta T + \Delta u\right), \tag{1.48}$$

где $\Delta\varphi$, ΔZ , ΔT , Δu – изменения в широте и в поправке часов за счет изменения времени и зенитного расстояния.

Чтобы $\Delta\varphi$ было минимальным, необходимо наблюдать звезды в плоскости меридиана, так как

при A = 0° $\cos A$ = 1; $\mathrm{ctg}\, A$ = $+\infty$; $\Delta\varphi = \Delta Z$;

A = 180° $\cos A$ = –1; $\mathrm{ctg}\, A$ = $-\infty$; $\Delta\varphi = -\Delta Z$.

Зная основную формулу (1.34), можно получить следующее выражение:

$$\Delta u = -\Delta T + \frac{\Delta Z}{\cos\varphi \sin A} - \frac{\Delta\phi}{\cos\varphi \mathrm{tg} A}, \tag{1.49}$$

Чтобы Δu было минимальным, необходимо звезды наблюдать в первом вертикале:

при A_W = 90° $\sin A_W$ = + 1; $\mathrm{tg}\, A_W$ = $+\infty$,

A_E = 270° $\sin A_E$ = –1; $\mathrm{tg}\, A_E$ = $-\infty$.

1.3.4. Понятие об азимутальных способах астрономических определений

Астрономический азимут направления определяется двухгранным углом, образованным плоскостью меридиана и плоскостью вертикала избранного направления.

Счет астрономических азимутов ведется от точки юга S к западу от 0° до 360°. Для согласования с геодезией принять отсчет азимута от точки N (рис. 1.23).

В азимутальных способах дано: λ, δ – экваториальные координаты наблюдаемых звезд; T – момент наблюдения; R_σ – отсчет по горизонтальному кругу при наблюдении на звезду.

Определить φ, u, A, (M_N) (рис. 1.24).

С помощью инструмента измеряют не азимут, а горизонтальный угол между местом севера M_N и звездой.

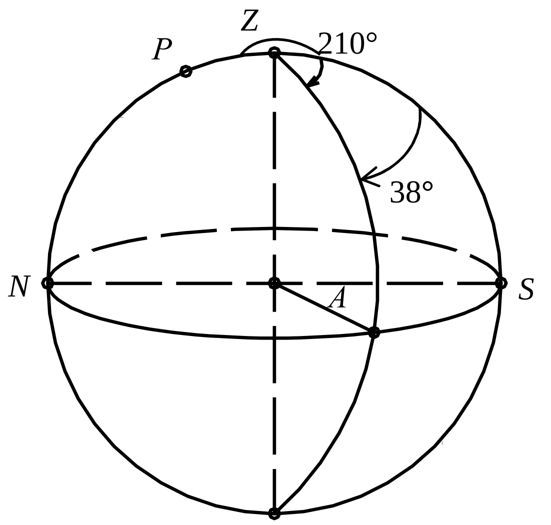


Рис. 1.23

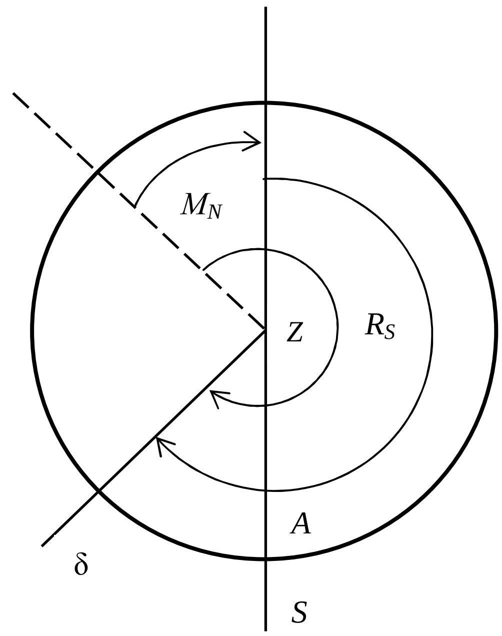


Рис. 1.24

$$A_N = R_\sigma - M_N,$$

где R_σ – отсчет по горизонтальному кругу; M_N – место севера.
$R_\sigma - M_N$ – как раз это нам неизвестно.

Так как неизвестных три – φ, u, M_N, то для их определения нужно отнаблюдать не менее трех звезд. Рассмотрим параллактический треугольник (рис. 1.25, 1.26).

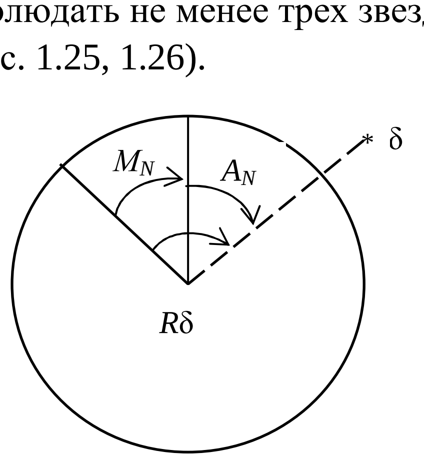


Рис. 1.25

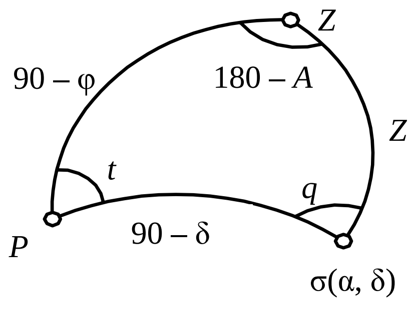


Рис. 1.26

Применим формулы четырех элементов:

$$\mathrm{ctg}(180 - A)\sin t = \mathrm{ctg}(90 - \delta)\sin(90 - \varphi) - \cos t\cos(90 - \varphi); \qquad (1.50)$$

$$t = T + u - \alpha; \qquad A = R_\sigma - M_N,$$

где T – время, отсчитанное по хронометру; u – поправки часов, тогда $T + u = S$ – местное звездное время;

$$-\mathrm{ctg}A\sin(T + u - \alpha) = ty\delta\cos\varphi - \cos(T + u - \alpha)\sin\varphi. \qquad (1.51)$$

Так же как и в зенитальных способах, в азимутальных существуют:

– раздельный способ (раздельно находят φ, u, M_N);
– совместные способы.

1.3.5. Наивыгоднейшие условия при определении φ, *u*, *A* в азимутальных способах

Зная основную формулу для азимутальных способов (1.50), можно получить путем дифференцирования следующее выражение:

$$-\frac{\cos Z}{\cos\delta}d\varphi + \frac{\cos\alpha}{\sin A}(dT + du) - \frac{\sin Z}{\sin A\cos\delta}dA = 0. \qquad (1.52)$$

Заменим дифференциалы на поправки и выделим сначала $\Delta\varphi$:

$$\Delta\varphi = \frac{\cos\alpha\cos\delta}{\sin A\cos Z}(\Delta T + \Delta u) - \frac{\mathrm{tg}Z}{\sin A}\Delta A.$$

Чтобы $\Delta\varphi$ было минимальным,

при $\cos Z = 1$; $Z = 0°$;

$\sin A = 1$; $A = 90°, 270°$.

Для получения φ необходимо наблюдать звезды в плоскости первого вертикала на малых зенитных расстояниях.

Аналогично для Δu получим:

$$\Delta u = -\Delta T + \frac{\sin Z}{\cos g\cos\delta}\Delta A + \frac{\cos Z\sin A}{\cos g\cos\delta}\Delta\varphi, \qquad (1.53)$$

при $Z = 0°$

$A = 0°, 180°$.

Зная условия наивысшей точности для Δu, делаем вывод: звезды надо наблюдать на любых зенитных расстояниях в плоскости истинного меридиана (способ Деллена).

Решим уравнение (1.53) относительно ΔA:

$$\Delta A = -\frac{\sin A}{\mathrm{tg}Z}\Delta\varphi + \frac{\cos q\cos\delta}{\sin Z}(\Delta T + \Delta u). \qquad (1.54)$$

Чтобы ΔA было наименьшим:

$$A = 0°, 180°$$

$$\delta = 90°.$$

Для метода Струве:

при $Z = 90°$; $\Delta A \cos g \cos\delta\left(\Delta T + \Delta u\right)$.

Способ определения геодезического азимута на больших зенитных расстояниях ($60° \le Z \ge 80°$) в плоскости истинного меридиана:

$$q = 90°;\ \Delta A = -\frac{\sin A}{\mathrm{tg}Z}\Delta\varphi .$$

Способ наблюдения звезд в элонгации предложил М. Ломоносов.

1.3.6. Принципы общей теории способов астроопределений

Общая теория способов астроопределений есть математическое обоснование задачи совместного определения географических координат пункта и азимута направления по наблюдениям n звезд ($n \ge 3$).

Так как в зенитальных и азимутальных способах искомые уравнения нелинейные, то в общей теории предлагается находить не сами определяемые величины φ, u, A, а лишь поправки к их приближенным значениям, приводя нелинейные уравнения к линейному виду.

Известно нелинейное уравнение для измеренного зенитного расстояния

$$\cos Z = \sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\cos\left(T + u - \alpha\right), \tag{1.55}$$

для азимута

$$\mathrm{ctg}A = \frac{\sin\varphi\cos\left(T + u - \alpha\right) - \cos\varphi\,\mathrm{tg}\delta}{\sin\left(T + u - \alpha\right)}, \tag{1.56}$$

где α, δ – постоянные, T – время (известное),

$$Z = f_1\left(\varphi, u\right);$$

$$A = f_2\left(\varphi, u\right),$$

или

$$Z' + \Delta Z = f_1\left(\varphi_0 + \Delta\varphi, u_0 + \Delta u\right);$$

$$A' + \Delta A = f_2\left(\varphi_0 + \Delta\varphi, u_0 + \Delta u\right),$$

или, используя разложение в ряд Тейлора,

$$Z' + \Delta Z = f_1\left(\varphi_0, u_0\right) + \left(\frac{\partial f_1}{\partial\varphi}\right)\Delta\varphi + \left(\frac{\partial f_1}{\partial u}\right)\Delta u,$$

где $f_1(\varphi_0, u_0)$ – вычисленное значение зенитного расстояния по приближенным φ_0, u_0;

$$A' + \Delta A = f_2(\varphi_0, u_0) + \left(\frac{\partial f_2}{\partial \varphi}\right)\Delta\varphi + \left(\frac{\partial f_2}{\partial u}\right)\Delta u,$$

или уравнения поправок в общем виде:

$$\Delta Z = \left(\frac{\partial f_1}{\partial \varphi}\right)\Delta\varphi + \left(\frac{\partial f_1}{\partial u}\right)\Delta u + l_Z; \qquad l_Z = Z^{выч} - Z^{изм} = f_1(\varphi_0, u_0) - Z';$$

$$\Delta A = \left(\frac{\partial f_2}{\partial \varphi}\right)\Delta\varphi + \left(\frac{\partial f_2}{\partial u}\right)\Delta u + l_A; \qquad l_A = A^{выч} - A^{изм} = f_2(\varphi_0, u_0) - A'.$$

Данные уравнения имеют линейный вид, так как Z и A – это направления, а не углы, то

$$\Delta Z = U_Z + \Delta M_Z; \qquad \Delta A = U_A + \Delta M_N;$$

$$U_Z = \left(\frac{\partial f_1}{\partial \varphi}\right)\Delta\varphi + \left(\frac{\partial f_1}{\partial u}\right)\Delta u - \Delta M_Z + l_Z;$$

$$U_A = \left(\frac{\partial f_2}{\partial \varphi}\right)\Delta\varphi + \left(\frac{\partial f_2}{\partial u}\right)\Delta u - \Delta M_Z + l_A.$$

При $n > 3$ применяют задачу уравнивания по МНК.

Такая методика совместного определения φ, *u*, *A* позволяет:

1) выполнять наблюдения по единой методике;
2) выполнять обработку по единому алгоритму (что облегчает программирование задачи).

Недостаток: в раздельных способах можно достичь наивысшей точности определения φ ,*u*, *A* за счет выбора наилучших условий для наблюдений.

1.3.7. Поправка и ход хронометра

Поправкой хронометра называется величина *U*, которую надо прибавить к показанию хронометра *T*, чтобы получить точное время в данный момент.

В зависимости от системы счета времени различают:

– поправку хронометра в системе местного звездного времени $U^* = s - T$;

– поправку хронометра в системе местного среднего времени $U = m - T$.

Поправки U^* и U определяют из наблюдений звезд или Солнца.

Если известна долгота пункта λ, то местное время можно вычислить на момент всемирного времени из приема радиосигналов времени:

$$u = M + \lambda - T,$$

где $M + \lambda$ – местное среднее время; T – показания среднего хронометра; M определяется по радиосигналам времени.

Существуют поправки хронометров в системе: гринвического – *UTI* (среднего) звездного времени и декретного времени.

Из-за неправильного хода хронометра поправка хронометра непостоянна. Изменение поправки хронометра за единицу времени называется ходом хронометра:

$$\omega = \frac{u_2 - u_1}{T_2 - T_1}$$

– ход хронометра на промежутке времени $T_2 - T_1$.

Различают суточный, часовой и десятиминутный ходы хронометров (в зависимости от того, в каких единицах измеряется разность $T_2 - T_1$).

Зная ω, можно предвычислить u на момент T по формуле

$$u = u_1 + \omega\,(T - T_1) \quad \text{или} \quad u = u_2 + \omega\,(T - T_2).$$

Между приемами радиосигналов промежуток времени наблюдения $\leq 2^h$ (для механических хронометров), для кварцевых хронометров – до и после астронаблюдений в данную ночь.

1.3.8. Особенности измерения зенитных расстояний светил

Точное измерение зенитных расстояний при наблюдении светил, имеющих видимые движения, задача сложная. Поэтому измерение зенитных расстояний светил необходимо производить в определенной системе счета времени. Вследствие этого процесс визирования на светило в общем случае связан с отсчетами показаний хронометра в моменты наведения горизонтальной нити на светило или в момент прохождения светила через горизонтальные нити установленной неподвижно по высоте трубы прибора.

Методы визирования

Визирование методом наведения

Наведение на светило горизонтальной нитью сопровождается снятием показаний хронометра (используются теодолиты ОТ-02, Т2 и др., имеющие одну горизонтальную нить). Благоприятные условия наблюдений, когда Z_σ изменяется медленно. Это положение в плоскости меридиана и вблизи его. При $\varphi > 60°$ углы между суточными параллелями светил и альмукантаратами малы, поэтому данная методика может быть применена не только при наблюдении светил в плоскости меридиана.

Визирование методом наблюдения прохождений светил

В случаях, когда скорость изменения Z велика, при высокоточных наблюдениях применяют сетку нитей с несколькими горизонтальными нитями и в моменты прохождения светила через них берут показания хронометра. Средний момент $T_{ср.}$ соответствует моменту прохождения звезды через среднюю нить к тому Z, под которым наклонена визирная ось трубы. Так как скорость движения светил различна, то при высокоточных наблюдениях учитывают поправку за зенитальное ускорение.

Кроме особенностей, связанных с методом визирования, при измерении зенитных расстояний светил для введения поправок за астрономическую рефракцию учитывают влияние внешних условий наблюдений – температуры, давления, влажности воздуха.

В астрономических теодолитах, применяемых для точных астрономических наблюдений, вертикальный круг вращается вместе с трубой и имеет подписи делений. Микроскопы вертикального круга крепятся в обоймах неподвижной рамы, на которую устанавливается также и накладной уровень.

Отсчет по вертикальному кругу, когда визирная ось трубы направлена точно в зенит, а пузырек уровня при алидаде вертикального круга находится на середине, называется местом зенита и обозначается MZ.

При астрономических наблюдениях MZ должно быть тщательно определено при наблюдениях на неподвижный объект при *КЛ* и *КП*.

Для теодолита ОТ-02 место зенита определяется по формуле

$$MZ = КЛ + КП \pm 180°. \tag{1.57}$$

Тогда зенитное расстояние при наблюдении на неподвижный объект

$$Z' = КЛ - КП + 90°, \tag{1.58}$$

на подвижный объект

$$Z' = 2КЛ - КZ - 90°,$$

или

$$Z' = MZ - 2КЛ - 90°, \tag{1.59}$$

где MZ заранее известно.

Для теодолитов АУ2/10, Вильд Т4, ДКМ3-А, Т2 (они имеют несколько горизонтальных нитей) место зенита определяют по формуле

$$MZ = \frac{КЛ + КП}{2} \pm 180^\circ, \tag{1.60}$$

тогда

$$Z' = КЛ - MZ \qquad \text{или} \qquad Z' = MZ - КП. \tag{1.61}$$

У теодолита АУ2/10 и у других неоптических теодолитов лимб вертикального круга можно переставлять (для исключения ошибок нанесения делений на лимб). При перестановке лимба необходимо сразу же определить MZ.

Перед взятием отсчета по вертикальному кругу в оптических теодолитах совмещают изображение концов пузырька контактного уровня (при вертикальном круге).

При работе с теодолитами, не имеющими контактного уровня, пузырек уровня (при алидаде вертикального круга) обычно не приводят на середину, а берут отсчеты по концам пузырька уровня и исправляют отсчеты, сделанные по вертикальному кругу:

$$КЛ = КЛ' + i, \qquad КП = КП' + i, \tag{1.62}$$

где i – угол наклона уровня при вертикальном круге.

Под углом наклона уровня при вертикальном круге (i) понимается угол, составленный осью уровня в момент наблюдений с тем ее направлением, которое она занимала бы при положении пузырька уровня точно на середине.

Очевидно, что величина этого угла определяется величиной смещения середины пузырька уровня относительно нуль-пункта (рис. 1.27).

Если шкала уровня оцифрована так, что на одном конце подписан нуль, а на другом – число делений, равное m, то наклонность оси уровня выразится так:

$$i'' = b\frac{\tau}{2}, \tag{1.63}$$

где τ – цена деления уровня, определенная по результатам исследований;

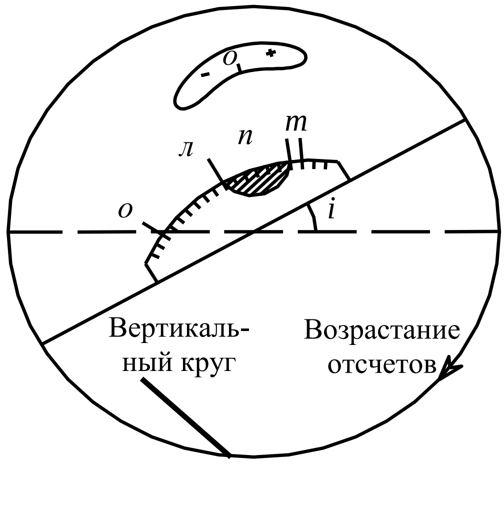


Рис. 1.27. Схема уровня

b = (*Л* + *П*) – m – отклонение пузырька уровня от его среднего положения в полуделениях уровня; *Л*, *П* – отсчеты по концам пузырька уровня.

Если шкала уровня оцифрована так, что в середине помещен нуль, а надписи делений возрастают в обе стороны, то наклон будет

$$i'' = b\frac{\tau}{2}, \tag{1.64}$$

где b = *Л* + *П*.

Знак поправки за наклон оси уровня определяется направлением возрастания подписей делений на лимбе и положением нуля (младшего деления) на шкале уровня. При возрастании подписей делений лимба по ходу часовой стрелки левому концу пузырька приписывают знак « – », а правому – знак « + ».

1.3.9. Ошибки, влияющие на точность измерения зенитных расстояний

Исследование влияния инструментальных (приборных) погрешностей на измеряемые зенитные расстояния светил представляет собой одну из важных проблем [10].

Рассмотрим очень кратко лишь некоторые основные погрешности, имеющие систематический характер и действующие на результаты измерений зенитных расстояний светил.

Наклон оси вращения трубы и коллимационная ошибка

Наклон оси вращения трубы и коллимационная ошибка выражаются формулой

$$\Delta z'' = \frac{i''c''}{\rho''\sin Z}, \tag{1.65}$$

где i'' – угол наклона оси вращения трубы (из-за неравенства подставок). В оптических теодолитах он мал, в теодолитах типа АУ 2/10 его можно регулировать исправительными винтами; c'' – коллимационная ошибка (визирная ось не перпендикулярна к оси вращения трубы); $\Delta z''$ – это величина второго порядка малости, поэтому ею можно пренебречь. Наибольшего значения она достигает при $Z = 0°$, поэтому ставится условие $Z > 10°$.

Гнутие трубы прибора

Сила тяжести, действуя на объективный и окулярный концы трубы прибора, сгибает их, причем вследствие различия массы и механических данных гнутие их происходит не в одинаковой степени. В результате оптическая ось смещается в вертикальной плоскости, что приводит к искажению наблюдаемого зенитного расстояния.

Очевидно, что наибольшее влияние гнутия бывает при горизонтальном положении трубы, следовательно, влияние гнутия приближенно может быть выражено формулой

$$\Delta Z = g \sin Z, \tag{1.66}$$

где g – коэффициент, зависящий от конструкции теодолита и размеров трубы.

Для оптических теодолитов значение ΔZ близко к нулю. В точных способах наблюдения производят так, чтобы ΔZ было с разными знаками.

Можно доказать, что $\Delta\varphi = +\Delta Z$ для южных звезд, $\Delta\varphi = -\Delta Z$ для северных звезд, поэтому для исключения ΔZ наблюдают пару звезд на равных высотах по обе стороны от зенита в плоскости меридиана.

При определении поправки часов U поступают аналогично, только в плоскости 1-го вертикала.

Остаточное влияние вертикальной рефракции и гнутия трубы

Если не применять способы равных высот, т.е. если наблюдать светила на различных зенитных расстояниях, то опыт показывает, что $\Delta Z = 1 - 2'$. Это в несколько раз превышает совокупное влияние всех остальных случайных погрешностей.

Поэтому в точных способах светила наблюдают на одном и том же альмукантарате при $10° < Z < 60°$, и разность Z расстояний звезд при наблюдениях – не более 5 – 7°. При таком выборе звезд совокупное остаточное влияние погрешностей рефракции и гнутия не превышает 0,2 – 0,3".

В астроопределениях средней точности пределы $10° < Z < 70°$. При $Z > 70°$ очень сильно сказывается влияние рефракции, которое точно учесть трудно.

Ошибки визирования и отсчитывания

Ошибка визирования зависит от разрешающей способности глаза, увеличения трубы и скорости движения светила. Если скорость мала, то, как и при наблюдении на неподвижный предмет, погрешность визирования выразится формулой

$$m'' = \frac{r''}{W\sqrt{k}}, \tag{1.67}$$

где r – разрешающая способность глаза ($30'' < r < 60''$); W – увеличение трубы; k – число наведений.

Если учитывать скорость движения светила V, то чем меньше скорость светила, тем больше ошибка фиксации момента его прохождения через горизонтальную нить

$$m_T = \frac{m^S}{V}, \tag{1.68}$$

где m^S – средняя квадратическая погрешность визирования, выраженная в секундах.

Ошибка отсчитывания зависит от качества изображения штрихов лимба и ошибок нанесения делений на лимб.

1.3.10. Теоретические основы зенитальных способов астрономических определений

Основным уравнением в зенитальных способах, связывающих измеренное Z с неизвестными φ и u, является

$$\cos Z = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos\left(T + u - \alpha\right), \tag{1.69}$$

где φ – широта места работ; u – поправка часов; α и δ – координаты звезды.

При совместном определении неизвестных φ и u мы будем иметь общее решение по сравнению с раздельными методами определения неизвестных.

Решение системы нелинейных уравнений при обработке n измерений – задача сложная. Поэтому уравнение (1.69) приводят к линейному виду и находят не сами величины φ, u, а поправки к их приближенным значениям:

$$\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi; \quad u = u_0 + \Delta u.$$

Тогда вместо (1.68) будем иметь следующее уравнение поправок:

$$U_Z = \left(\frac{\partial Z}{\partial \varphi}\right)\Delta\varphi + \left(\frac{\partial Z}{\partial u}\right)\Delta u - \Delta M_Z + l_Z,$$

где ΔM_Z – поправка в приближенное значение M_Z, которое определено заранее; $l = Z_{выч} - Z_{изм}$, – свободный член уравнения поправок.

Дифференцируем (1.69) по φ и u, найдем

$$\frac{\partial Z}{\partial \varphi} = \cos A; \quad \frac{\partial Z}{\partial \varphi} = \cos\varphi \sin A,$$

где A – азимут светил.

Тогда уравнение примет вид:

$$U''_Z = \cos A\Delta\varphi'' + 15\cos\varphi\sin A\Delta u - \Delta M''_Z + l''_Z,$$

где 15 – коэффициент, служит для перехода от единиц времени к единицам дуги (заданным в градусной мере).

Для совместного определения трех неизвестных, $\Delta\varphi$, Δu, ΔM_Z, необходимо измерить Z как минимум для трех светил.

Если $n = 3$, то не возникает задача уравнивания и $U_{Z1} = U_{Z2} = U_{Z3} = 0$.

При $n > 3$ систему решают по методу наименьших квадратов с учетом весов уравнений поправок.

Можно показать, что

$$u - U = \lambda,$$

где u – поправка хронометра относительно местного звездного времени в средний момент приема радиосигналов точного времени; U – поправка хронометра относительно гринвичского звездного времени, точно определяется по сигналам времени и не зависит от долготы пункта.

Отсюда видно, что

$$du = d\lambda \quad \text{или} \quad \Delta u = \Delta\lambda,$$

поэтому вместо Δu можно записать $\Delta\lambda$, то есть поправку к приближенному значению долготы пункта λ_0.

По уравнению поправок видно, что звезды надо наблюдать при различных азимутах, иначе коэффициенты будут одинаковыми. Следовательно, уравнения будут зависимыми и система уравнений может оказаться несовместной.

Мы заменили нелинейные уравнения линейными и отбросили вторые частные производные. Следовательно, приближенные значения φ_0, λ_0, MZ_0 необходимо знать с определенной точностью.

Анализируя вторые частные производные, можно прийти к выводу, что ими можно пренебречь, если ошибки в предварительных координатах не более 100″. С указанной точностью предварительные координаты пункта можно снять с карты масштаба 1: 1 000 000 и крупнее.

Если предварительные координаты с ошибкой не более 10″, то значения коэффициентов уравнений поправок достаточно знать до трех значащих цифр.

1.3.11. Классификация зенитальных способов астрономических определений

Классификация зенитальных способов представлена в виде блок-схемы на рисунке 1.28.

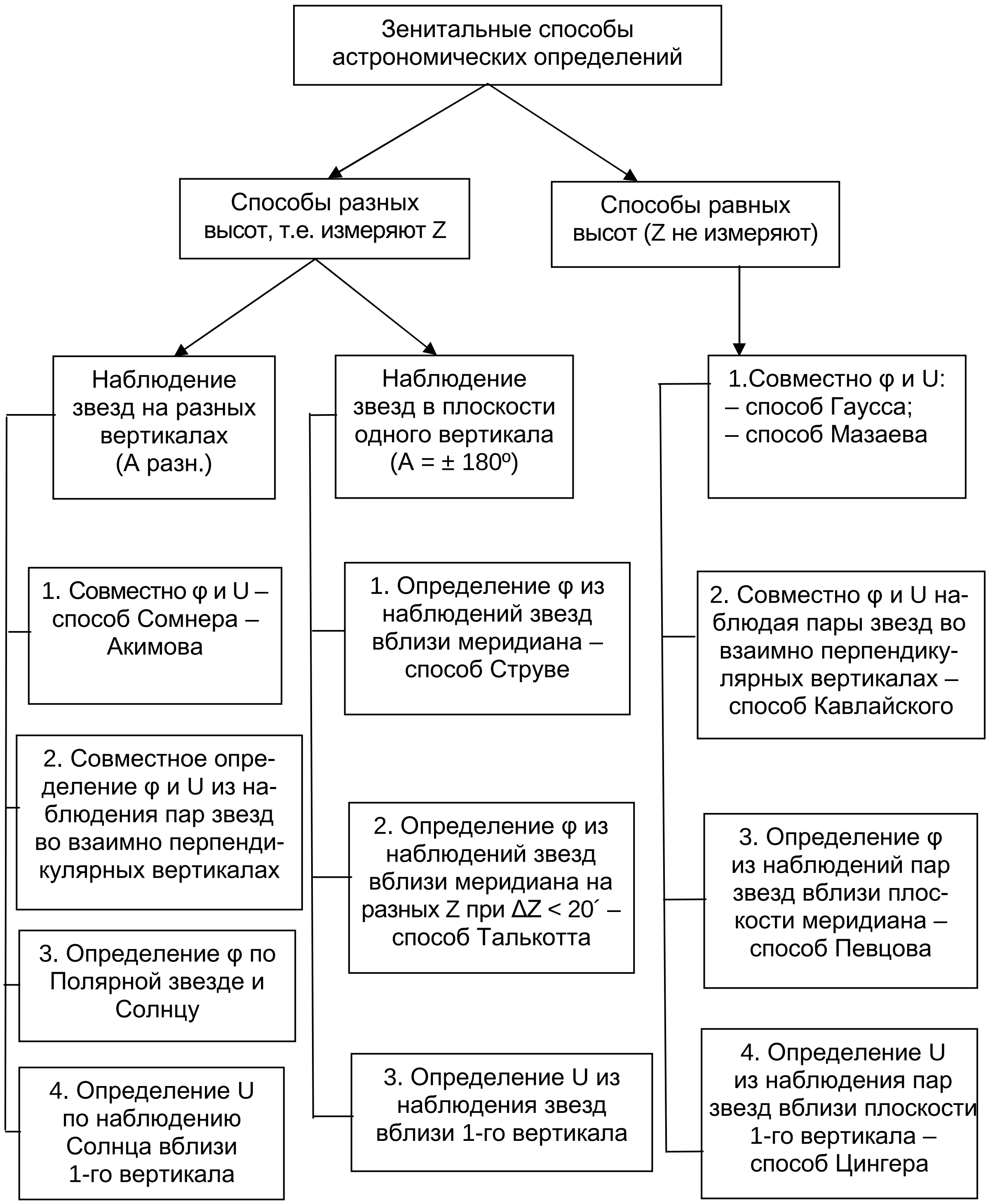


Рис. 1.28. Классификация зенитальных способов

Рассмотрим ***сущность основных зенитальных способов***.

1. Совместное определение широты и долготы по измеренным зенитальным расстояниям светил в разных вертикалах (способ Сомнера – Акимова)

Измеряются зенитные расстояния n светил ($n \geq 3$), равномерно расположенных по азимутам; при этом фиксируется звездное время наблюдений. Зенитные расстояния светил рекомендуется выбирать в пределах от 10 до 60°.

Зная начальные координаты пункта наблюдений φ_0, λ_0 для каждого измеренного значения Z, составляют уравнение поправок вида

$$V_Z = \cos Ax + \sin Ay - \Delta M_Z + l_Z, \quad \text{с весом } P = 1, \tag{1.70}$$

где x, y – значения условных составляющих уклонения отвесной линии; A – азимут, измеренный с точностью до минуты; ΔM_Z – поправка в приближенное значение M_Z, которое определено заранее; $l_Z = Z^{выч.} - Z^{изм.}$, $Z^{выч.}$ определяют по формуле

$$\cos Z^{выч.} = \sin\varphi_0 \sin\delta + \cos\varphi_0 \cos\delta \cos t, \tag{1.71}$$

где $t = T_H + U_0 - \alpha$.

Из формул видно, что при наблюдении на звезду снимают $Z^{изм.}$, A, T_H.

При этом звезды выбирают только те, координаты которых (α, δ) известны.

Из решения уравнений по методу наименьших квадратов находят значения x и y, а также значения широты и долготы:

$$\varphi = \varphi_0 + x; \qquad \lambda = \lambda_0 + \frac{y}{15\cos\varphi}. \tag{1.72}$$

Наблюдать можно не только звезды, но и Солнце или планеты.

Достоинства способа. Для приближенных астрономических определений способ имеет ряд преимуществ:

1. Простая программа наблюдений, позволяющая выбирать наиболее яркие звезды даже днем.
2. Простая методика наблюдений.
3. Высокие технико-экономические показатели при облачном небе.

Недостаток способа состоит в том, что зенитные расстояния измеряются, поэтому на конечные результаты сильно влияют как инструментальные ошибки, так и ошибки внешних условий. Поэтому данный способ не применяют при высокоточных наблюдениях.

2. Определение широты по измеренным малым разностям зенитных расстояний пар звезд в меридиане (способ Талькотта)

Наблюдают две звезды в плоскости меридиана данной точки.

Условия выбора звезд:

1) одна звезда к северу от зенита σ_N (α_N, δ_N), другая – к югу σ_S (α_S, δ_S);

2) звезды должны кульминировать (т.е. проходить местный меридиан) примерно в один и тот же момент;

3) разность зенитных расстояний должна быть $/Z_S - Z_N/ < 20'$ (измеряют окулярным микрометром).

При этом иметь место могут два случая.

Случай 1 (рис. 1.29)

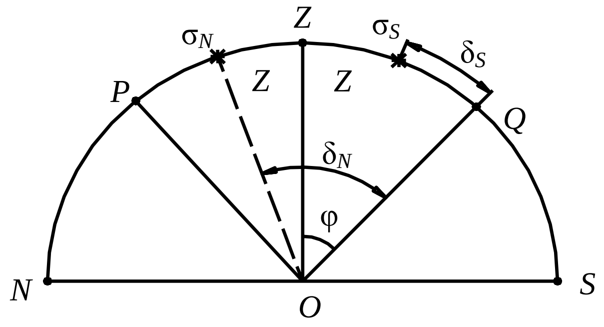


Рис. 1.29. Рабочая схема

Северная и южная звезды наблюдаются в верхней кульминации, значит,

$$\varphi_S = \delta_S + Z_S, \ \varphi_S = \delta_N + Z_N. \qquad (1.73)$$

Тогда

$$\varphi_{cp} = \frac{\varphi_S + \varphi_N}{2} = \frac{1}{2}(\delta_S + \delta_N) + \frac{1}{2}(Z_S - Z_N). \qquad (1.74)$$

Случай 2 (рис. 1.30)

Южная звезда – в верхней кульминации, северная звезда – в нижней кульминации, поэтому

$$\varphi_S = Z_S + \delta_S;$$

$$Z_N + \delta_N = 90° + 90° - \varphi_N \quad \text{или} \quad \varphi_N = 180° - (Z_N + \delta_N). \qquad (1.75)$$

Тогда

$$\varphi_{cp} = 90^\circ + \frac{1}{2}(\delta_S - \delta_N + \frac{1}{2}(Z_S - Z_N). \qquad (1.76)$$

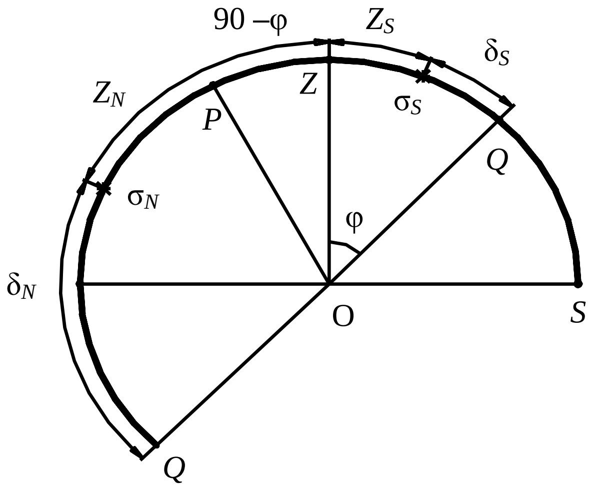


Рис. 1.30. Рабочая схема

Такую идею впервые предложил датский астроном П. Горребоу (1740 г.). Методика наблюдений при малой разности расстояний с помощью окулярного микрометра без изменения наклона трубы разработана американским геодезистом А. Талькоттом. Результаты этой работы опубликованы в 1857 г. С тех пор этот способ стал называться способом Горребоу – Талькотта, а чаще – способом Талькотта [9, 11].

Достоинства способа:

1. Наиболее полно исключаются ошибки измерения Z, влияния рефракции, гнутия трубы.
2. Простая методика наблюдений и математической обработки.
3. Средняя квадратическая погрешность определения широты:

$$m_\varphi \approx 0{,}8'' \text{ (из наблюдений 1-й пары звезд);}$$

$$m_\varphi \approx 0{,}3'' \text{ (из наблюдений 10 – 12 пар звезд).}$$

4. Является раздельным способом.

Недостатки способа:

1. Сильно влияют погрешности работы окулярного микрометра.
2. Плохой выбор звезд, приходится наблюдать звезды малой яркости.
3. Нельзя применять в летний период в высоких широтах, при $\varphi > 65^\circ$.

3. Совместные определения широты и долготы из наблюдений n звезд в одном альмукантарате (способ Мазаева).

Данный способ принадлежит к группе способов равных высот (рис. 1.31).

Первое решение задачи определения φ, λ по наблюдениям трех звезд на равной высоте дано Гауссом в 1808 г. Русский астроном Кнорре в 1832 г. предложил методику наблюдения и обработки n звезд ($n \geq 3$) на одном альмукантарате.

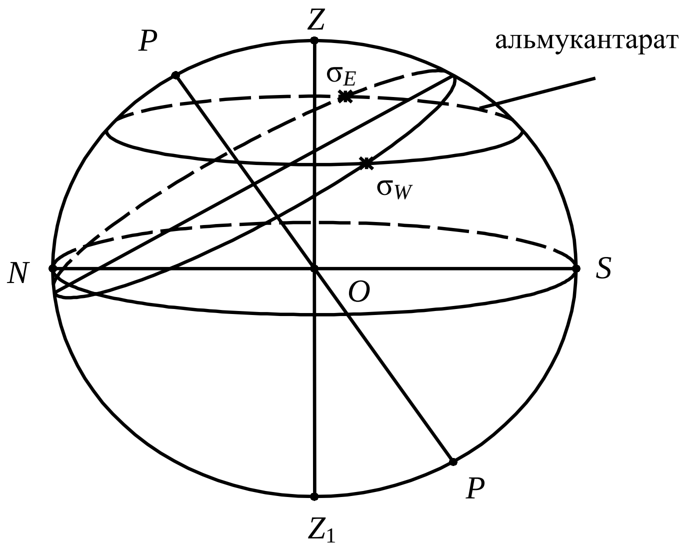


Рис. 1.31. Небесная сфера

В 1942 – 1945 гг. профессор А.В. Мазаев разработал методику наблюдения звезд астрономическим теодолитом и составил таблицы для поиска звезд.

В этом способе производится наблюдение 12 – 16 звезд на одном альмукантарате при $Z = 30°$ и $Z = 45°$.

Измеренной величиной является время прохождения звезды через альмукантарат. Наблюдения каждой серии из n звезд замыкают приемами радиосигналов точного времени. Для каждой наблюдаемой звезды данной серии составляется уравнение поправок вида

$$V_i = a_i\zeta' + b_i x + c_i y + l, \text{ с весом } P = 1, \tag{1.77}$$

где $a_i = -1$; $b_i = \pm \cos A$; $c_i = \pm \sin A$ (A – приближенный азимут); ζ' – совокупность постоянных для данного зенитного расстояния поправочных величин; x, y – значения условных составляющих уклонения отвесной линии; l – свободный член, вычисляемый по формуле

$$l = Z_0 - Z_{эф.}, \tag{1.78}$$

где $Z_{эф.}$ – установочное зенитное расстояние; $Z_0 = Z'_0$ + поправка за уровень, за ускорение движения звезды по зенитному расстоянию, за аберрацию;

$$\cos Z'_0 = \sin\varphi_0 \sin\delta_0 + \cos\varphi_0 \cos\delta_0 \cos\left[T_H + \Delta T + U_0 + w(T_H - X) - \alpha\right], \tag{1.79}$$

где T_H – момент наблюдения.

Из решения системы уравнений по методу наименьших квадратов находят неизвестные x, y, а также значения широты и долготы по формуле (1.71).

Достоинства способа:

1. Простая методика наблюдений.
2. Простая математическая обработка.
3. Исключение поправок за рефракцию и гнутие трубы.
4. Не влияют ошибки делений лимба вертикального круга.

Недостаток способа заключается в том, что он не имеет преимуществ перед раздельными способами определения широты и долготы.

4. Определение долготы (времени) из наблюдений пар звезд на равных высотах (способ Цингера)

Этот способ относится к группе способов равных высот. Задача состоит в определении времени из наблюдений двух звезд на одном альмукантарате в плоскости 1-го вертикала. Разрешается наблюдать звезды на удалении по азимуту от 1-го вертикала до 30º. Одна звезда наблюдается на востоке (σ_E), другая на западе (σ_W). Для упрощения математической обработки наблюдений пары звезд выбирают так, чтобы они были симметричны по азимуту относительно плоскости меридиана.

В функции азимутов звезд условие симметричности имеет вид

$$A_E = 360° - A_W. \tag{1.80}$$

Графическое изображение условий симметричного выбора звезд в парах относительно меридиана показано на рисунке 1.32.

Уравнения поправок для пары звезд:

$$V_E = -1\zeta' + \sin A_E y + (Z_E^{выч} - Z_E^{'});$$

$$V_W = -1\zeta' + \sin A_W y + (Z_W^{выч} - Z_W^{'}). \tag{1.81}$$

Значение y для каждой пары звезд при соблюдении условий симметричности

$$y_i = \frac{Z_E^{выч} - Z_W^{выч}}{\sin A_W - \sin A_E} \quad \text{с весом} \quad Py_i = 2\sin^2 A_W, \tag{1.82}$$

где A_W, A_E – азимуты западной и восточной звезд соответственно; $Z_E^{выч}, Z_W^{выч}$ – зенитальные расстояния, вычисленные по основному уравнению в зенитальных способах.

Из наблюдения n пар получаем уравненное значение y как средневесовое:

$$y_{ср} = \frac{P_i y_i}{[P_i]} \quad \text{с весом} \quad Py_{ср} = [Py_i]. \tag{1.83}$$

Значение долготы пункта

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{y_{ср}}{15\cos\varphi} \quad \text{с весом} \quad P_\lambda = Py_{ср}\cos^2\varphi. \tag{1.84}$$

В случае необходимости может быть вычислена поправка хронометра по формуле

$$U = U_0 + \frac{y_{ср}}{15\cos\varphi} \quad \text{с весом} \quad P_U = P_\lambda. \tag{1.85}$$

Вид сверху

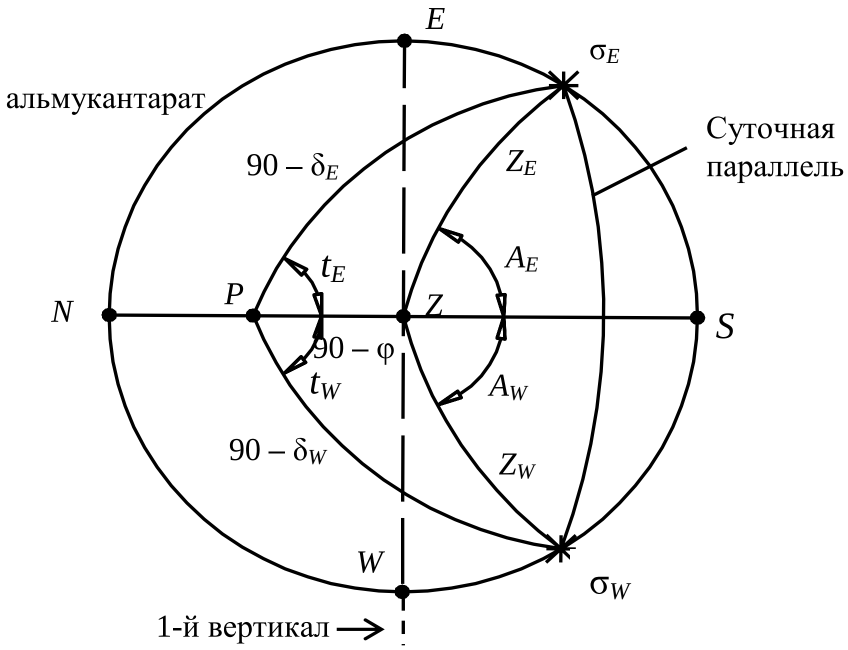


Рис. 1.32. Рабочая схема

В этом способе, как и в других способах астрономических определений, основанных на принципе равных высот, наиболее полно исключаются погрешности, связанные с рефракцией, гнутием трубы прибора и другими систематическими погрешностями, действующими на результаты измерений в функции зенитных расстояний светил [10].

Поскольку наблюдение пары звезд в данном способе производится довольно быстро, можно не опасаться значительных изменений как внешних условий, так и взаимного положения частей теодолита. Кроме того, при обработке наблюдений вся сумма систематических поправок к установочному зенитному расстоянию исключается в разности измеряемых зенитных расстояний звезд каждой пары.

Поэтому данный способ является одним из самых точных.

5. Определение широты из наблюдений пар звезд на равных высотах (способ Певцова)

При высокоточных работах разрешается определить широту либо способом Талькотта, либо способом Певцова (с применением фотоэлектрической регистрации). Способ Певцова не уступает по точности способу Талькотта и позволяет наблюдать более яркие звезды.

В способе предусмотрено наблюдение двух звезд на одном альмукантарате вблизи меридиана на угловых уравнениях от него 10 – 40°.

Одна звезда наблюдается к югу, другая – к северу от зенита на азимутах, симметричных относительно 1-го вертикала (рис. 1.33), измеряемой величиной является время прохождения звезды через альмукантарат.

Для упрощения математической обработки ставится условие

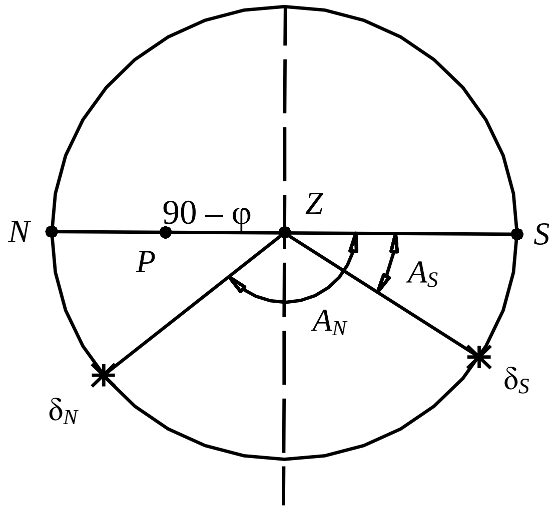


Рис. 1.33. Рабочая схема

$$A_N = 180° – A_S. \tag{1.86}$$

Численное значение веса P_X для каждой пары звезд определится формулой

$$P_X = \left[\cos^2 A\right] = 2\cos^2 A_N . \tag{1.87}$$

Уравнения поправок для пары звезд:

$$V_S = -1\zeta' + \cos A_S x + (Z_S^{выч} - Z_S^{'}) ;$$

$$V_N = -1\zeta' + \cos A_N x + (Z_N^{выч} - Z_N^{'}) . \tag{1.88}$$

Значение x для каждой пары звезд при соблюдении условий симметричности будет

$$x_i = \frac{Z_N^{выч} - Z_S^{выч}}{\cos A_S - \cos A_N} \quad \text{с весом } P_{x_i} = 2\cos^2 A_N , \tag{1.89}$$

где A_N, A_S – азимуты северной и южной звезд соответственно; $Z_N^{выч}, Z_S^{выч}$ – зенитальные расстояния, вычисленные по основному уравнению в зенитальных способах.

Из наблюдения n пар получаем уравненное значение x:

$$x_{ср} = \frac{[P_i x_i]}{[P_i]} \quad \text{с весом } P_{x_{ср}} = \left[P_{x_i}\right]. \tag{1.90}$$

Уравненное значение широты пункта

$$\varphi_{ур} = \varphi_0 + x_{ср} \quad \text{с весом } P_\varphi = P_{x_{ср}} . \tag{1.91}$$

Полученное значение широты приводится к центру пункта и к среднему полюсу.

Достоинства способа: исключаются погрешности, связанные с рефракцией, гнутием трубы и другими систематическими погрешностями, влияющими на результат определения зенитных расстояний.

Поэтому он является одним из самых точных способов определения широты.

К *недостаткам способа* следует отнести увеличение времени наблюдения каждой звезды и пары в целом до 15^m. Кроме того, при наблюдениях прохождений звезд (особенно южных) под острым углом к горизонтальным нитям приходится значительно смещать верхнюю часть теодолита по азимуту, что не может не отразиться на точности определения наклона оси уровня [10].

Однако влияние указанных недостатков можно ослабить, применяя окулярный микрометр с сеткой нитей, расстояния между которыми уменьшены до 50 – 60".

1.4. Особенности измерения горизонтальных направлений на светила

В азимутальных способах измеренными величинами являются горизонтальные направления на светила и на местный предмет. В этом случае в зависимости от применяемой методики наблюдения в качестве измеренной величины можно также считать горизонтальный угол Q между вертикалом светила и вертикалом предмета.

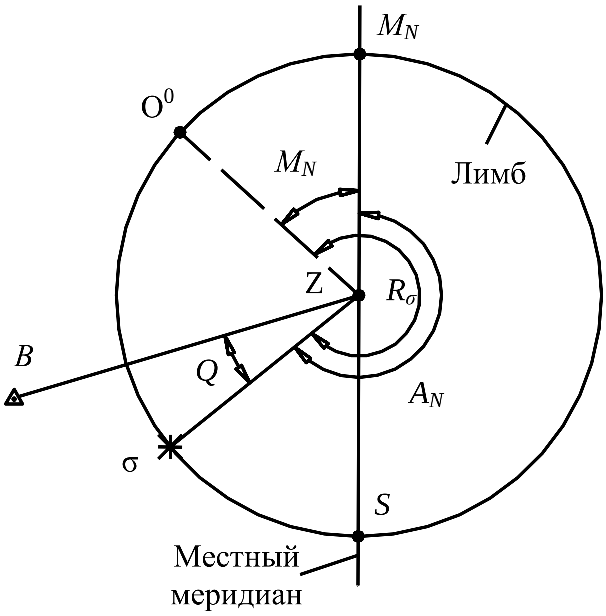


Рис. 1.34. Рабочая схема

На рисунке 1.34 горизонтальный круг прибора совмещен с плоскостью астрономического горизонта, а центр круга – с проекцией зенита Z.

Полуденная линия NS представляет собой след сечения плоскости меридиана плоскостью горизонта.

При данной ориентировке имеем: 0° – нулевой диаметр лимба; R_σ – направление на светило (угол между нулевым диаметром лимба и направлением на звезду); M_N – место севера – отсчет на лимбе, соответствующий направлению на север; A_N – азимут светила от точки севера; Q – горизонтальный угол между светилом σ и местным предметом.

Из рисунка 1.34 видно, что азимут светила определяется формулой

$$A_N = R_\sigma - M_N\,. \tag{1.92}$$

Азимут направления на местный предмет можно представить в виде

$$a_N = A_N + Q \quad \text{или} \quad a_N = R_{з.п} - M_N\,, \tag{1.93}$$

где $R_{з.п}$ – горизонтальное направление на местный предмет B.

Поскольку с течением времени азимуты светил постоянно изменяются из-за видимого суточного движения небесной сферы, то при измерении горизонтальных направлений необходимо брать отсчеты по хронометру в определенной системе счета времени.

Вследствие этого процесс визирования на светило связан с отсчетами показаний хронометра в момент наведения вертикальной нити на светило или в моменты прохождения светила через вертикальные нити неподвижной по азимуту трубы теодолита.

Визирование путем наведения вертикальной нити на светило под счет ударов хронометра целесообразно применять только для наблюдений близполюсных звезд, где изменение азимута светила происходит медленно [10].

Визирование путем наблюдения моментов прохождения светила через вертикальные нити неподвижной трубы теодолита применяют в случаях, когда азимут наблюдаемого светила изменяется достаточно быстро.

Кроме того, горизонтальные направления на светила выполняются не вблизи горизонта, а на разных зенитных расстояниях, поэтому необходимо учитывать с особой тщательностью поправки за наклон горизонтальной оси вращения трубы теодолита; за влияние коллимационной ошибки; за неправильную форму цапф оси вращения трубы и др.

Рассмотрим кратко погрешности, влияющие на измеренные горизонтальные направления.

В курсе «Высшая геодезия» получают формулу влияния наклона горизонтальной оси вращения трубы на отсчет по горизонтальному кругу

$$L = L' + b\,\mathrm{ctg}Z\,, \tag{1.94}$$

где L' – неверный отсчет; $b'' = i\dfrac{\tau''}{2}$; τ'' – цена одного деления, i – наклон оси вращения трубы в делениях уровня.

При правом круге знак поправки изменяется на обратный. Наклон i определяют в астрономии по накладному уровню. Для исключения неверного значения положения нуль-пункта уровня i определяют дважды, изменяя положение уровня на оси на 180º:

$$i = \frac{i_1 + i_2}{2}, \tag{1.95}$$

где i_1 и i_2 – наклон оси уровня по отсчетам концов пузырька уровня в двух его положениях.

Определение наклона горизонтальной оси нужно производить очень тщательно, т.к. эта погрешность оказывает влияние на точность измерения горизонтального направления пропорционально ctg$Z$.

Рассмотрим влияние коллимационной ошибки c (визирная ось не перпендикулярна к оси вращения трубы) на отсчет по горизонтальному кругу.

В наблюдениях, выполненных при разных положениях вертикального круга прибора (КЛ и КП), коллимационная ошибка войдет с разными знаками:

$$L = L' - \frac{c_1}{\sin Z_1} \text{ при КЛ}; \qquad R = R' + \frac{c_2}{\sin Z_2} \text{ при КП}, \tag{1.96}$$

при этом $c_1 = c_2$ из-за изменений внешних условий.

Значение коллимационной ошибки, выведенное из наблюдений,

$$c = \frac{L' - (R' \pm 180°)}{2}. \tag{1.97}$$

Таким образом, из результатов наблюдений, выполненных при двух кругах, влияние коллимации исключается полностью только, если $Z_R = Z_L$.

Однако при наблюдениях светил на малых зенитных расстояниях влиянием коллимационной ошибки пренебрегать нельзя даже при наблюдениях, выполненных при двух кругах.

Также на отсчеты горизонтального круга влияет отличие формы цапф от окружности. Поэтому на производстве каждый астроуниверсал тщательно исследуют, а за неправильность формы вводят поправки. За горизонтальную ось вращения трубы принимается прямая, соединяющая точки геометрических центров обеих цапф.

Кроме того, на отсчеты горизонтального круга влияет боковое гнутие трубы, т.е. боковое смещение визирной оси с изменением зенитных расстояний наблюдаемых объектов.

Боковое гнутие влияет на измеренное направление пропорционально $\operatorname{cosec} Z$, т.е.

$$\Delta N_{б.г} = \Delta\beta \operatorname{cosec} Z. \tag{1.98}$$

Величина и знак $\Delta\beta$ находятся из специальных исследований.

При точных азимутальных определениях исследование бокового гнутия целесообразно производить на каждом полевом пункте.

Кроме этого, на отсчеты горизонтального круга также влияют рен и эксцентриситет, которые также необходимо учитывать.

На горизонтальные направления оказывают влияние не только инструментальные ошибки, но и внешние источники ошибок:

1. *Боковая рефракция*

Наиболее существенно ее влияние на больших зенитных расстояниях, т.к. более плотные и нагретые слои атмосферы находятся ближе к поверхности земли.

Меры борьбы с влиянием боковой рефракции:

а) $Z < 75^{\circ}$ при наблюдении на светило;

б) азимут на местный предмет определяют в несколько вечеров, а также в прямом и обратном направлениях;

в) высота визирного луча над препятствием 6 – 8 м.

2. *Тепловое воздействие на теодолит*

В результате неравномерного нагревания отдельных частей прибора могут происходить изменения в относительном положении деталей оптической системы трубы, что приводит к изменениям положения визирной оси и, возможно, ее боковым смещениям.

3. *Азимутальный сдвиг астростолба*

Азимутальные сдвиги столба могут быть вызваны как кручением самого столба вследствие неравномерного распределения сил напряжения в отдельных его частях, так и азимутальными сдвигами поверхностных слоев почвы, обусловленные, главным образом, температурным влиянием [10].

Поэтому при высокоточных измерениях применяют поверительную трубу.

Влияние внешних источников погрешностей исключают целесообразно построенной методикой наблюдений или учитывают их в результатах наблюдений.

1.5. Теоретические основы азимутальных способов астрономических определений

Основное уравнение в азимутальных способах, связывающее азимут направления на светило A с широтой φ и поправкой хронометра U, имеет вид

$$\operatorname{ctg} A = \sin\varphi \operatorname{ctg} t - \frac{\cos\varphi \operatorname{tg}\delta}{\sin t}, \tag{1.99}$$

где $t = T_H + U - \alpha$; φ – широта места наблюдения; A – азимут направления на звезду; α, δ – координаты светила σ; U – поправка часов; T_H – показание звездного хронометра, где $T_H + U$ – местное звездное время.

Существуют как совместные методы определения φ, U, A, так и раздельные методы.

При постановке общей задачи все три искомых элемента предполагаются неизвестными; на выбор звезд для совместного определения указанных элементов не накладываются какие-либо ограничивающие условия, кроме их удовлетворительной видимости. Условия наивыгоднейшего выбора светил при совместном или раздельном определении искомых величин определяются в результате решения общей задачи.

1.6. Выгоднейшие условия для наблюдений в азимутальных способах астроопределений

В совместных способах астроопределений φ, u, a в основу берут равенство весов уравненных значений неизвестных

$$P_{a'} = P_x = P_y = \max.$$

Такое равенство выполняется при наблюдении звезд на альмукантарасе $Z_{ср}$ = 35,3° в случае если наблюдения выполняют в двух взаимных вертикалах. При отступлении от $Z_{ср}$ веса перестанут быть равными.

При этом веса уравненных значений неизвестных равны $n/3$, где n – число звезд. Например, при $Z_{ср}$ = 45° $P_{a'} = n/2$; $P_x = P_y = n/4$, то есть равенство не выполняется и x, y получается с меньшей точностью.

В способах раздельного определения φ, u, a ставится требование $P_{a'} = max$, $P_x = \max$, $P_y = \max$.

При этом по-прежнему сохраняется принцип симметрии в выборе светил по зенитным расстояниям и азимутам. В этом случае неквадратичные коэффициенты нормальных уравнений будут равных нулю, что облегчает математическую обработку измерений.

1.7. Классификация азимутальных способов астрономических определений. Сущность способов

Классификация азимутальных способов представлена в виде блок-схемы на рисунке 1.35.

I. Способы определения α, λ, φ из наблюдений светил в различных вертикалах и на различных зенитных расстояниях		
1. Определение α, λ, φ: а) из наблюдения *n* светил на любых *Z* и любых вертикалах; б) из наблюдений *n* светил вблизи плоскостей двух взаимно перпендикулярных вертикалов; в) из многократных наблюдений одного и того же светила. 2. Определение φ (наблюдается вблизи 1-го вертикала): а) светило наблюдается вблизи 1-го вертикала (угол между светилом и местным предметом); б) по горизонтальным направлениям на *n* светил вблизи 1-го вертикала; в) по разностям направлений пар ярких звезд. 3. Определение λ (светила наблюдаются вблизи меридиана): а) по горизонтальным направлениям на *n* светил; б) по разностям направлений пар ярких звезд; в) по горизонтальным направлениям на Полярную и южную звезды. 4. Определение α: а) на разных вертикалах; б) вблизи меридиана; в) во взаимноперпендикулярных вертикалах; д) по углу между Полярной звездой и местным предметом; е) по наблюдениям звезд в элонгации.	1.Определение α, λ, φ из наблюдения *n* звезд 2. Определение λ, φ из наблюдений пар звезд	1. Определение α, λ, φ из наблюдения *n* звезд в двух взаимно перпендикулярных вертикалах. 2. Определение φ: а) из наблюдений *n* звезд в первых вертикалах; б) из наблюдений пар звезд в вертикале земного предмета. 3. Определение λ: а) из наблюдений *n* звезд в меридиане; б) из наблюдений прохождений южной звезды в вертикале Полярной; в) из наблюдений южных звезд в вертикалах северных звезд. 4. Определение α: а) *n* звезд в меридиане; б) *n* звезд в 1-м вертикале; в) из наблюдений *n* звезд в вертикале местного предмета.

Рис. 1.35. Классификация азимутальных способов

Рассмотрим ***сущность основных азимутальных способов***.

1.8. Совместное определение азимута, широты и долготы из наблюдений в разных вертикалах и на разных зенитных расстояниях

1. Сущность способа.

Измеренными величинами являются горизонтальные углы Q_i между светилами и местным предметом. Наилучшие условия наблюдения светил на $Z_{ср}$ = 35°, можно 20° < Z < 50° при равномерном их расположении по азимутам.

Как минимум необходимо наблюдать три звезды.

Для достижения точности $m \approx 0{,}4''$ необходимо наблюдать 36 звезд.

Для одного измеренного угла Q составляют уравнения поправок

$$U = \Delta a' + bx + cy + l \quad \text{с весом} = \sin^2 Z.$$

Кроме отсчетов по горизонтальному кругу берут отсчеты по вертикальному кругу с точностью 1 – 2′, чтобы можно было вычислить коэффициенты уравнений поправок и веса измерений. Если обработка наблюдений ведется на ЭВМ, то Z можно вычислить по часовым углам светил и, следовательно, отсчет вертикального круга можно не делать.

Из совместного решения n линейных уравнений по МНК при n>3 находят уравненные значения неизвестных $\Delta a'$, x, y и находят астрономический азимут a и координаты пункта φ и λ.

2. Методика наблюдений

Общий порядок наблюдений:

1) прием радиосигналов времени;
2) измерение горизонтальных углов Q;
3) прием радиосигналов времени.

Порядок измерения угла Q между светилом и местным предметом:

1) наведение при КЛ (КП) на местный предмет;
2) наблюдение звезды;
3) отсчеты уровня.

Все повторяем при другом круге.

Математическая обработка:

1) обработка приемов сигналов времени;
2) обработка журнала наблюдений;
3) составление и решение нормальных уравнений;
4) оценка точности полученных результатов.

1.9. Определение астрономического азимута по измеренному горизонтальному углу между Полярной звездой и местным предметом

Данный способ можно рассматривать как обычный способ определения азимута из многократных наблюдений одного и того же светила.

Как известно, для горизонтального угла между светилом и местным предметом можно составить уравнение

$$V = \Delta a' + bx + cy + l \quad \text{с весом } P_i = \sin^2 Z. \qquad (1.100)$$

Однако, в отличие от других светил, Полярная звезда незначительно изменяет свое видимое положение, поскольку находится рядом с полюсом мира, поэтому при многократном измерении горизонтальных углов Q_i коэффициенты $b = \sin A \operatorname{ctg} Z$ и $c = \cos A \operatorname{ctg} Z$ будут примерно одинаковыми, а это приводит к плохой обусловленности системы уравнений поправок, т.е. такая система, как известно, неразрешима.

Поэтому при наблюдениях полагают φ и λ известными (т.е. $x = y = 0$, $\Delta a' = \Delta a$), а неизвестным является только поправка Δa. Таким образом, из наблюдения Полярной звезды определяют только азимут

$$a = a_0 + \Delta a. \qquad (1.101)$$

В этом случае уравнение поправок будет иметь вид

$$V = \Delta a + l \quad \text{с весом } P_i = \sin^2 Z, \qquad (1.102)$$

где $l = (a_0 - A_N) - Q$; в данной формуле Q' – измеренный горизонтальный угол; $Q = a_0 - A_N$ – горизонтальный угол, который вычисляется по формуле

$$\operatorname{tg} A_N = \frac{m \sin t}{n \cos - 1}, \qquad (1.103)$$

где $t = S - a$ (S – местное звездное время точки наблюдений); $m = \operatorname{ctg}\delta \sec\varphi$; $n = \operatorname{ctg}\delta \cdot \operatorname{tg}\varphi$.

Нормальные уравнения составляются только для одного неизвестного, значит,

$$\Delta a = -\frac{[Pl]}{[P]} \quad \text{с весом } P_a = [P]. \qquad (1.104)$$

Уравненное значение астрономического азимута

$$a = a_0 + \Delta a \quad \text{с весом } P_a = [P] \approx n \sin^2 Z_{ср},$$

где n – количество измеренных углов.

В нашей стране и в некоторых других странах северного полушария данный способ принят как основной способ определения точных азимутов в астрономо-геодезической сети.

Достоинства способа:

1. Полярная звезда является незаходящей звездой, поэтому ее можно наблюдать как ночью, так и днем.
2. Способ прост в наблюдениях и вычислениях.
3. Погрешности определения времени и широты не оказывают существенного влияния на точность определения азимута.

В этом способе *недостатком* является то, что наибольшее влияние на точность окончательных результатов оказывают инструментальные ошибки.

1.10. Теоретические основы способа Деллена

Способ основан на наблюдении ярких звезд и рекомендуется инструкцией для наблюдений при $\varphi > 65^{\circ}$.

Сущность способа состоит в измерении малого горизонтального угла Q' между плоскостями вертикалов Полярной и южной звезды в моменты T_N и T_S. Идея в том, чтобы малый горизонтальный угол измерять не по отсчетам горизонтального круга, а с помощью окулярного микрометра.

Считая Полярную звезду обычной северной звездой, для каждой пары (Полярная и южная звезда) будем иметь два уравнения вида

$$\Delta M'_N - \mathrm{ctg} Z_N y + l_N = V_N, \quad \Delta M'_N + \mathrm{ctg} Z_S y + l_S = V_S. \qquad (1.105)$$

Решение этих уравнений может быть осуществлено как методом приближений, так и обычным путем.

Неизвестное y для одного измеренного горизонтального угла определяется по формуле

$$y_i = \frac{(A_{ON} + 180^{\circ} - A_{OS}) + Q_i}{\mathrm{ctg} Z_N + \mathrm{ctg} Z_S} \qquad (1.106)$$

с весом $P_{yi} = \cos^2 Z_N + \cos^2 Z_S$.

Уравненное значение $y_{cp.}$ получается из наблюдений n пар звезд как среднее весовое

$$y_{cp} = \frac{\left[y_i P_{yi} \right]}{\left[P_{yi} \right]} \quad \text{с весом } P_{ycp} = \left[P_{yi} \right]. \qquad (1.107)$$

Поправка часов и долгота пункта вычисляются по формулам

$$U = U_0 + \frac{1}{15} y_{cp} \sec\varphi, \qquad (1.108)$$

$$\text{с весами } P_U = P_{ycp} \cos^2\varphi \text{ и } P_\lambda = P_{ycp} \cos^2\varphi.$$

Наблюдение каждой пары звезд занимает 8 – 10 мин, в течение которых можно не опасаться азимутальных сдвигов прибора. Способ основан на наблюдениях ярких звезд, что обеспечивает его успешное применение в высоких широтах в период полярного дня [9].

Глава 2
ПРИБЛИЖЕННЫЕ СПОСОБЫ АСТРООПРЕДЕЛЕНИЙ

2.1. Определение широты по измеренным зенитным расстояниям Полярной звезды

2.1.1. Сущность способа

Для отыскания Полярной звезды используются «Таблицы высот и азимутов Полярной звезды» АЕ. Наблюдения производят при двух положениях вертикального круга теодолита. Широту получают как среднее из трех приемов. Порядок действий в приеме:

1) при КЛ наблюдают Полярную звезду дважды, наводя на нее горизонтальной нитью (ближе к перекрестию сетки нитей), фиксируя показания часов T_1, T_2 с точностью до секунд, берут отсчеты по вертикальному кругу L_1, L_2, предварительно установив пузырек уровня вертикального круга на середину;

2) аналогичные действия выполняют при КП, снимая отсчеты по часам T_3, T_4 и по вертикальному кругу R_1, R_2;

3) отсчитывают температуру воздуха t °C и атмосферное давление P.

Рабочие формулы:

$$\varphi = h + \mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III}, \tag{2.1}$$

где $h = 90° - Z$; $Z = Z' + \rho$; $Z' = \frac{1}{4}\left(L_1 + L_2 + 360° - R_1 + 360° - R_2\right)$; ρ – поправка за рефракцию, выбираемая из АЕ, таблицы XI, по величинам Z', $t°$, P; I, II, III – поправки, выбираемые из АЕ, таблица «Широта по наблюдениям Полярной звезды», с использованием местного звездного времени, вычисляемого по формулам

$$Д = T_{ср} + u = \frac{1}{4}(T_1 + T_2 + T_3 + T_4) + u;$$

$$M = Д - (n + k); \tag{2.2}$$

$$s = S_0 + M + M_\mu + \lambda,$$

где u – поправка часов в средний момент наблюдений; M – всемирное время; M_μ – поправка за перевод интервала среднего времени в интервал звездного времени; S_0 – звездное время в 0^h всемирного времени; n – номер часового пояса; k – поправка за переход к декретному времени; λ – долгота пункта.

Расхождение в широте между приемами – не более 1′ [8].

2.1.2. Апостериорная оценка точности определения широты

Приближенные способы астроопределений широт, долгот и азимутов предусматривают 3 – 4 приема наблюдений. Из-за малости объема наблюдений апостериорную оценку точности выполнить трудно, но возможно.

Воспользуемся известными формулами:

$$m_F = \sigma_0 \sqrt{Q}\,; \tag{2.3}$$

$$Q = FP^{-1}F^T\,; \tag{2.4}$$

$$P_i = \frac{\sigma_0^2}{\sigma^2{}_i}, \tag{2.5}$$

где P – вес результатов измерений; F – частные производные определяемой величины по переменным.

В качестве переменных будем использовать следующие величины:

α и δ – координаты светил во второй экваториальной системе;

u – поправка часов;

Z – зенитное расстояние;

β – горизонтальный угол.

Применим формулы (2.3) – (2.5) для оценки точности определения φ по Полярной звезде.

Матрица F будет такой:

$$F = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha}; \frac{\partial\varphi}{\partial\delta}; \frac{\partial\varphi}{\partial u}; \frac{\partial\varphi}{\partial Z} \right). \tag{2.6}$$

Частные производные найдем численным методом как приращение функции к приращению аргумента. Для этого достаточно обработать всего лишь один прием (табл. 2.1).

Таблица 2.1

Журнал наблюдений

$u = 2^m 10^s$

Время, 19.07.1965	Вертикальный круг
$0^h 53^m 05^s$	34°48′55″
$0^h 56^m 43^s$	34°48′12″
$1^h 02^m 27^s$	325°14′20″
$1^h 03^m 50^s$	325°14′00″

Из обработки этого приема получено:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha}=0{,}19; \qquad P_\alpha=1; \qquad \sigma_\alpha=\sigma_0=2^S;$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\delta}=-0{,}41; \qquad P_\alpha=6{,}4; \qquad \sigma_\alpha=0{,}25^S;$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial u}=-0{,}191; \qquad P_u=4; \qquad \sigma_u=1^S;$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial Z}=-0{,}5; \qquad P_Z=1; \qquad \sigma_Z=2^{''};$$

$$m_\varphi=\sigma_0\sqrt{Q}=2^S\sqrt{0{,}298}=1{,}1^{''}$$

Отсюда видно, что апостериорная оценка точности оказалась меньше, чем априорная, равная 60″.

2.2. Математическая обработка результатов определения азимута по Полярной звезде

2.2.1. Методика наблюдений и вычисление азимута

Перед наблюдениями должны быть известны астрономические координаты пункта: широта с ошибкой менее 5′; долгота с ошибкой не грубее $0{,}5^m$. Поправка часов должна быть известна с погрешностью не более 1^m. Коллимационная ошибка не должна превышать 30″.

Азимут направления определяют двумя приемами с перестановкой лимба на произвольный угол. Каждый прием наблюдают при двух положениях вертикального круга в последовательности:

1) наблюдение земного предмета (КЛ);
2) наблюдение Полярной звезды (КЛ);
3) наблюдение Полярной звезды (КП);
4) наблюдение земного предмета (КП).

Рабочие формулы:

$$\begin{gathered}
a=a^*+Q\pm180°;\\
a^*=-\Delta^{''}\sec(\varphi)\sin(t+\delta t);\\
\delta_t=\Delta^{''}\mathrm{tg}(\varphi)\sin(t);\\
\Delta^{''}=90°-\delta;\\
t=s-\alpha;\\
s=S_0+M(1+\mu)+\lambda;\\
1+\mu=1{,}0027379;\\
M=T_{cp}+u-(n+\kappa).
\end{gathered} \tag{2.7}$$

Здесь a – азимут земного предмета, отсчитанный от точки Севера; a^* – азимут Полярной звезды от точки Севера; Q – горизонтальный угол, измеренный теодолитом между направлениями на Полярную звезду и направлением на земной предмет; t – часовой угол Полярной звезды, вычисляемый по декретному времени; α и δ – экваториальные координаты Полярной звезды, выбираемые из АЕ, таблица «Видимые места близполюсных звезд» [2]; δt – поправка в часовой угол; n – номер часового пояса ($n = 2^h$); κ – декретная добавка, для РБ зимой $\kappa = 0$; M – всемирное время на меридиане Гринвича; λ – долгота на начальном меридиане; Δ – Полярное расстояние, вычисляемое по склонению Полярной звезды (рис. 2.1).

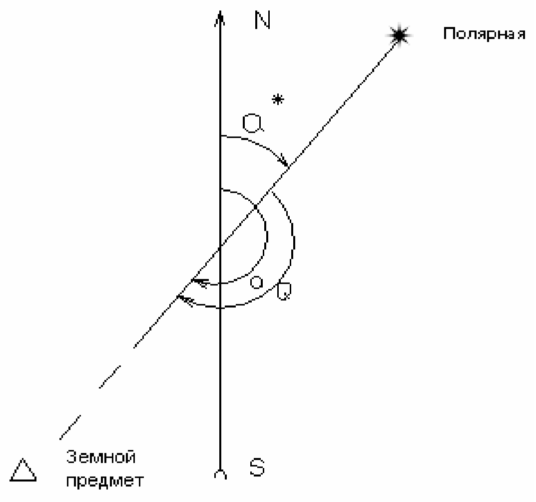


Рис. 2.1. Пояснение к формулам

Допустимое расхождение между приемами – 40″[6].

2.2.2. Апостериорная оценка точности определения азимута

Применим формулы (2.3) – (2.5) из п. 2.1.4 для оценки точности приближенного определения на земной предмет по часовому углу Полярной звезды (табл. 2.2).

Таблица 2.2

Журнал наблюдений

$u=2^m08^S$

Время, 18.07.1981	Горизонтальный круг
З.П.	15°42′35″
$23^h59^m31^S$	0 50 24
24 04 13	180 56 52
З.П.	195 43 16

Матрица F будет такой:

$$F = \left(\frac{\partial A}{\partial \alpha}; \frac{\partial A}{\partial \delta}; \frac{\partial A}{\partial u}; \frac{\partial A}{\partial \beta} \right). \tag{2.8}$$

Частные производные найдем численным методом как приращение функции к приращению аргумента. Для этого достаточно обработать всего лишь один прием.

Из обработки этого приема получено:

$$\frac{\partial A}{\partial \alpha} = -0,5; \qquad P_\alpha = 1; \qquad \sigma_\alpha = \sigma_0 = 13^S;$$

$$\frac{\partial A}{\partial \delta} = -2,5; \qquad P_\delta = 19; \qquad \sigma_\delta = 3^S;$$

$$\frac{\partial A}{\partial u} = 0,227; \qquad P_u = 169; \qquad \sigma_u = 1^S;$$

$$\frac{\partial A}{\partial \beta} = -1; \qquad P_\beta = 42; \qquad \sigma_\beta = 2'';$$

$$m_A = \sigma_0 \sqrt{Q} = 2^S \sqrt{1,36} = 2,3''$$

Отсюда видно, что апостериорная оценка точности оказалась меньше, чем априорная, равная, при φ = 60°, $-m_A = 20''$.

2.3. Определение широты по измеренным зенитным расстояниям Солнца

2.3.1. Основные формулы по вычислению широты

Измерения выполняются в моменты, близкие к кульминации Солнца. Допустимы отступления от меридиана по азимуту до 20°. Поправка часов должна быть известна с ошибкой менее 10^S. Заранее должно быть определено место зенита.

Измерение зенитных расстояний производят при двух положениях круга теодолита (КЛ, КП) и при двух положениях Солнца относительно сетки нитей зрительной трубы наведением горизонтальной нитью сетки на нижний или верхний край Солнца так, чтобы при этом вертикальная нить проходила через центр этого изображения. Затем фиксируют момент наведения по часам (T_1) и берут отсчет по вертикальному кругу (L_1). Наводят на другой край изображения Солнца и берут отсчеты T_2 и L_2. После первого полуприема выполняют второй полуприем при другом положении круга, снимая отсчеты T_3, R_1 и T_4, R_2. Широту пункта вычисляют для каждого полуприема, затем берут среднее из двух полуприемов [7].

Рабочие формулы:

$$\varphi = R + F;$$

$$\left.\begin{aligned}
&\mathrm{tg}R = \frac{\mathrm{tg}\,\delta_0}{\cos t_0}; && \cos F = -\frac{\cos Z_0 \sin R}{\sin\delta_0};\\
&\delta_0 = \delta_{AE} + \vartheta_\delta M^*; && t_0 = m + E;\\
&E = E_{AE} + \vartheta_E M^*; && m = M + \lambda;\\
&M = Д - (n + \kappa); && M^* = M + \Delta T;\\
&Д = Д_{набл.} + u; && Z_0 = Z_0' + \rho - P;\\
&\rho \approx 58{,}08'' \mathrm{tg} Z_0'; && \rho \approx 9'' \sin Z_0',
\end{aligned}\right\} \qquad (2.9)$$

где δ_{AE} – склонение Солнца из AE; ϑ_E – часовое изменение уравнения времени; ϑ_δ – часовое изменение склонения; M – всемирное время; M^* – земное динамическое время (ΔT = 57^S на 1987 г.); t_0 – часовой угол Солнца; m – местное среднее солнечное время; E_{AE} – уравнение времени из АЕ; ρ, P – поправки за рефракцию и суточный параллакс Солнца; R и F – вспомогательные величины; φ – широта места наблюдения; δ_0 – склонение Солнца, выбираемое из АЕ, оно отсчитывается от небесного экватора по часовому кругу и может быть положительным и отрицательным; δ_0 = 0º 22 марта и 22 сентября, зимой склонение Солнца отрицательное; Z_0 – измеренное зенитное расстояние.

Расхождения в широте между приемами – не более 1′ [7].

2.3.2. Оценка точности результатов определения широты

Применим формулы (2.3) – (2.5) из п. 2.1.4 для оценки точности определения широты по Солнцу. Результаты вычислений приведены в табл. 2.3.

Таблица 2.3

Журнал наблюдений

$u = 17^s$

Время, 19.07.1986	Вертикальный круг
$13^h47^m22^s$	34°22′07′′
13 47 58	34 54 13
13 49 22	325 09 34
13 50 40	325 43 10

Матрица F будет такой:

$$F = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\delta}; \frac{\partial\varphi}{\partial E}; \frac{\partial\varphi}{\partial Z} \right), \tag{2.10}$$

где E – уравнение времени.

Частные производные найдем численным методом. Для этого достаточно обработать лишь один прием.

Из обработки данного приема получено:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\delta} = 1; \qquad P_\delta = 1; \qquad \sigma_\delta = \sigma_0 = 0,45'';$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial E} = 2,4; \qquad P_E = 18600; \qquad \sigma_E = 0,0033'';$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial Z} = 1; \qquad P_Z = 0,0506; \qquad \sigma_Z = 2'';$$

$$m_\varphi = \sigma_0 \sqrt{Q} = 2,0''.$$

Отсюда видно, что апостериорная оценка точности оказалась меньше, чем априорная, равная 60″, при этом ошибка определения широты по Солнцу в два раза грубее, чем по Полярной звезде.

2.4. Определение долготы и азимута по Солнцу

2.4.1. Сущность способа

Азимут и долготу (поправку часов) получают как среднее из трех приемов. Наблюдения Солнца выполняют вблизи первого вертикала на зенитных расстояниях менее 80º. Наведение на центр диска Солнца получают как среднее из двух наведений на его края (рис. 2.2): на нижний и верхний – горизонтальной нитью, на левый и правый – вертикальной нитью, действуя одновременно микрометренными винтами трубы и алидады горизонтального круга. Изображение Солнца все время удерживают на горизонтальной нити, а в момент касания вертикальной нитью фиксируют время по часам до целых секунд [1].

Порядок наведений в приеме:

1. Наблюдение земного предмета КЛ. Отсчет по горизонтальному кругу – L.

2. Наблюдают Солнце в положении 1 (см. рис. 2.2.), берут отсчеты: по часам T_1, *ГК* L_1, по *ВК* νL_1.

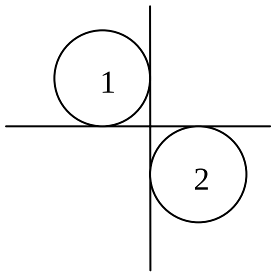


Рис. 2.2. Положение Солнца

3. Наблюдают Солнце в положении 2, берут отсчеты: по часам T_2, *ГК* L_2, по *ВК* vL_2.

4. При другом положении круга наблюдают Солнце в положении 1. Отсчеты: по часам T_3, *ГК* R_1, по *ВК* vR_1.

5. Наблюдают Солнце в положении 2. Отсчеты: по часам T_4, *ГК* R_2, по *ВК* vR_2.

Рабочие формулы:

Пусть на пункте с известной широтой получены из обработки одного приема указанные выше величины – *M*, *Z*, *Q*.

На дату наблюдений берут из АЕ δ и ϑ_δ и вычисляют склонение Солнца:

$$\delta = \delta_O + \vartheta_\delta M^*,$$

где $M^* = M + \Delta T$, ΔT – поправка за переход к земному динамическому времени.

Следовательно, для параллактического треугольника (рис. 2.3) становятся известными три его стороны: *Z*, Φ = 90º – φ и Δ = 90º – δ.

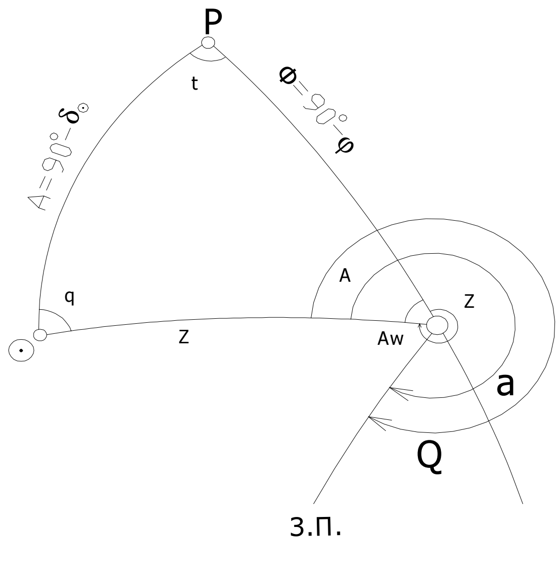


Рис. 2.3. Пояснения к формулам

Из решения треугольника находят углы *t* и *A*, для этого вычисляют полупериметр

$$P = \frac{1}{2}(\Phi + \Delta + Z)$$

и вспомогательную величину

$$l^2 = \frac{\sin(P-\Phi)\cdot\sin(P-\Delta)\sin(P-Z)}{\sin P}. \qquad (2.11)$$

По ней находят углы параллактического треугольника:

$$\mathrm{tg}\frac{A_0}{2} = \frac{l}{\sin(P-\Delta)}; \qquad \mathrm{tg}\frac{t}{2} = \frac{l}{\sin(P-Z)}. \qquad (2.12)$$

Если Солнце наблюдалось на Востоке, то его азимут и часовой угол определяются так:

$$A_E = A; \quad t_E = 24^h - t,$$

если на Западе, то

$$A_w 360° - A; \qquad t_W = t. \qquad (2.13)$$

Азимут направления на земной предмет определяют из выражения

$$a_{З.П.} = (A_0)_{E,W} + Q \pm 180°. \qquad (2.14)$$

Зная часовой угол Солнца, сначала находят среднее время

$$m = t_{E,W} - E, \qquad (2.15)$$

где $E = E_0 + \vartheta_E M^*$ – интерполированное значение уравнения времени.

Затем находят долготу пункта

$$\lambda = m - M. \qquad (2.16)$$

Допускаемое расхождение между приемами в азимуте и долготе – не более $1{,}5^m$ [6].

2.4.2. Влияние погрешностей в эфемеридах Солнца

В таблице 2.4 приведены исследования по совместному определению азимута направления на земной предмет и долготы пункта по измеренным зенитным расстояниям Солнца.

Таблица 2.4

Журнал вычислений

δ	α
20°57′10′′	14°20′22′′
20 56 50 20 56 30	14 19 46 14 19 11
20 56 10	14 18 36

Общеизвестно, что ошибка в долготе пункта напрямую связана с ошибкой определения поправки часов.

Если время по наручным часам определяется с точностью 1^s, то и долгота пункта будет найдена с такой же точностью.

Ошибка в азимуте, определенном по зенитным расстояниям Солнца, будет составлять 30″ при ошибке в склонении δ не более 20″.

Последнее позволяет выполнить интерполирование склонения δ линейным путем по часовому изменению δ.

2.4.3. Оценка точности результатов определения долгот и азимутов

Применим формулы (2.3) – (2.5) из п. 2.1.4 для оценки точности определения азимута по Солнцу. Результаты данного исследования приведены в таблице 2.5.

Таблица 2.5

Журнал наблюдений

$u = -29^s$

Время, 19.07.1992	Вертикальный круг	Горизонтальный круг
ЗП	30°00′42″	
$20^h00^m35^s$	294 35 10	71°06′20″
20 03 48	295 48 36	71 01 31
20 05 51	115 39 48	288 09 22
20 08 57	116 49 45	288 09 22
ЗП	210 00 32	

Матрица F будет такой:

$$F = \left(\frac{\partial A}{\partial \delta}; \frac{\partial A}{\partial u}; \frac{\partial A}{\partial \beta}; \frac{\partial A}{\partial Z} \right). \qquad (2.17)$$

Частные производные будем находить численным методом, поэтому нам достаточно обработать один прием.

Из обработки этого приема получено:

$$\frac{\partial A}{\partial \delta} = 1,77; \qquad P_\delta = 1; \qquad \sigma_\delta = \sigma_0 = 0,45'';$$

$$\frac{\partial A}{\partial u} = 0,2; \qquad P_u = 0,2025; \qquad \sigma_u = 1'';$$

$$\frac{\partial A}{\partial \beta} = 1; \qquad P_\beta = 0,0506; \qquad \sigma_\beta = 2'';$$

$$\frac{\partial A}{\partial Z} = 0,667; \qquad P_Z = 0,0506; \qquad \sigma_Z = 2'';$$

$$m_A = \sigma_0 \sqrt{Q} = 2,5''.$$

Отсюда видно, что апостериорная и априорная оценки точности оказались одинаковыми.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

Основные формулы сферической тригонометрии

Задание. Изучить формулы (1.1) – (1.6) и записать их для параллактического сферического треугольника (см. рис. 1.10).

Цель работы. Изучить правила сферической тригонометрии.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

Основные круги и точки на небесной сфере и системы сферических координат

Задание. Ознакомиться с основными кругами небесных сфер, изображенных на рисунках 1.4 – 1.5.

Цель работы. Изучить основные круги – вертикал, меридиан, круг высот, астрономический горизонт, круг склонений, часовой круг и колюр равноденствий.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

Переход из одной системы координат в другую

Задание. Для параллактического треугольника (см. рис. 1.12) вывести формулы перехода из горизонтальной в экваториальные системы координат, схемы которых показаны на рисунках 1.7 и 1.8.

Цель работы. Применить правила сферической тригонометрии и ознакомиться с переходом из одной системы небесных координат в другую.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

Изучение правил работы с «Астрономическим ежегодником»

Задание. Освоить основные таблицы и изучить правила пользования ими по данным «Астрономического ежегодника».

Цель работы. Научиться решать задачи с использованием следующих таблиц «Астрономического ежегодника» 1988 года: звездное время (с. 6); Солнце (с. 10); средние места звезд (с. 193); видимые места близполюсных звезд (с. 400); определение широты по наблюдениям Полярной звезды (с. 578); рефракция (с. 602) [2].

Интерполирование с часовыми изменениями

Необходимые для обработки астрономических наблюдений величины – координаты Солнца, часовой угол Солнца на меридиане Гринвича в 0^h всемирного времени и др. даются в «Астрономическом ежегоднике» (АЕ).

Аргументом всех этих величин является время, приводимое в АЕ через одинаковые интервалы. Каждому табличному моменту времени соответствует определенное значение координат светил или других величин, являющихся функциями времени [2].

Но изменение этих величин как функций времени происходит нелинейно и достаточно быстро, поэтому простое или линейное их интерполирование применяться не может. При нахождении значений указанных величин используется интерполирование с часовыми изменениями. Поэтому в АЕ даются изменения этих величин за промежуток времени, равный одному часу, т.е. часовые изменения.

Часовым изменением V функции $f(t)$ называется часовая скорость изменения функции для данного момента времени. Значение функции для момента t, промежуточного между табличными t_0 и t_1, можно найти по формуле

$$F(t) = f(t_0) + Vh, \qquad (1)$$

где h – промежуток интерполирования, выраженный в часах и долях часа, т.е.

$$h = (t - t_0)^h, \qquad (2)$$

где V – часовое изменение, соответствующее средней скорости изменения функции в промежутке времени $(t - t_0)$.

С точностью, достаточной при вычислении астрономических наблюдений, производимых в геодезических целях, можно предположить, что величины V изменяются между двумя смежными табличными моментами линейно. Следовательно, среднее часовое изменение V для интервала $(t - t_0)$ будет равно

$$V = \frac{1}{2}(V_0 + V_t), \qquad (3)$$

где V_t и V_0 – часовые изменения функции для моментов t и t_0 соответственно.

В «Астрономическом ежегоднике» интервалом времени между двумя смежными аргументами являются сутки, т.е.

$$t_1 - t_0 = 24^h.$$

Таким образом, предполагая, что часовое изменение функции между табличными моментами меняется линейно, V_t найдем по формуле

$$V_t = V_0 + \frac{Д}{24}(t - t_0), \quad (4)$$

где $Д$ – разность между часовыми изменениями V_t и V_0, т.е.

$$Д = V_t - V_0.$$

На основании формул (4.3) и (4.4), а также помня, что $h = (t - t_0)$, имеем:

$$V = \frac{1}{2}(V_0 + V_t) = \frac{1}{2}(V_0 + V_0 + \frac{Д}{24}h),$$

или

$$V = V_0 + \frac{Д}{48}h. \quad (5)$$

Теперь искомое значение функции $f(t)$ можно определить по формуле (1).

Во избежание накапливания ошибок округления при интерполировании с часовыми изменениями, так же как и при линейном, применяется интерполирование вперед и назад.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

Переход из одной системы счета времени в другие

Задание. Изучить формулы (1.15) – (1.32), с помощью которых осуществляется переход из одной системы счета времени в другую.

Цель работы. Научиться применять формулы при переходе от звездного к среднему времени и обратно.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

Приближенные методы определения широт и азимутов по Полярной звезде

Задание 1. Определение широты по измеренным зенитным расстояниям Полярной звезды.

Цель задания. По результатам полевых наблюдений (измеренным зенитным расстояниям) вычислить широту места наблюдений.

Для отыскания Полярной звезды используются «Таблицы высот и азимутов Полярной» «Астрономического ежегодника» (АЕ). Наблюдения зенитных расстояний производят при двух положениях вертикального круга. Широту получают как среднее из трех приемов. Порядок действий в приеме при работе с теодолитом 2Т2:

1) при круге лево (КЛ) наблюдают Полярную звезду дважды, наводя на нее горизонтальной нитью (ближе к перекрестию сетки нитей), фиксируя показания часов T_1, T_2 с точностью до секунд, берут отсчеты по вертикальному кругу L_1, L_2, предварительно установив пузырек уровня вертикального круга на середину;

2) аналогичные действия выполняют при круге право (КП), снимая отсчеты по часам T_3, T_4 и по вертикальному кругу R_1, R_2;

3) отсчитывают температуру воздуха $t°$ и атмосферное давление P.

Рабочие формулы:

$$\varphi = R + \mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III};$$

$$h = 90° - Z; \quad Z = Z' + \rho; \tag{6}$$

$$Z' = \frac{1}{4}\left(L_1 + L_2 + 360° - R_1 + 360° - R_2\right),$$

где ρ – поправка за рефракцию, выбираемая из АЕ (табл. XI) по величинам Z', $t°$; P; I, II, III – поправки, выбираемые из АЕ, таблица «Широта по наблюдениям Полярной звезды» с использованием местного звездного времени, вычисленного по формулам

$$Д = T_{ср} + u = \frac{1}{4}\left(T_1 + T_2 + T_3 + T_4\right) + u;$$

$$M = Д - (n + k); \tag{7}$$

$$s = S_0 + (1+\mu)M + \lambda,$$

где u – поправки часов в средний момент наблюдений; M – всемирное время; $1+\mu = 1{,}0027379$; S_0 – звездное время в 0^h всемирного времени; n – номер часового пояса; k – поправки за переход к декретному времени; λ – долгота пункта.

Пример вычисления широты

Дата 19.07.1965 Пункт – Навлицы

Инструмент 2Т2А № 948

$\lambda = 1^h54^m31^s = 1{,}908614$; $u = +\,2^m10^s$; $1 + \mu = 1{,}0027379$

Журнал наблюдений

Прием, t, P	Время, T	Вертикальный круг	
		Отсчет	Среднее
КЛ			
	$0^h\,53^m\,05^s$	34°48′55″	34°48′33″
	0 56 43	34 48 12	
КП			
t = 13° C	1 02 27	325 14 20	325 14 10
P = 752,0	1 03 50	325 14 00	
	$T_{ср}$ $0^h\,59^m\,01^s$		Z′ = 34°47′12″
Вычисление широты			
$Д = T_{ср} + u$	1 01 11	Z'	34°47′12″
$n + k$	4	ρ_0	+ 40
M	21 01 11	T	– 1
$(I + \mu)\cdot M$	21,074487	B	0
S_0	19,716111	Z	34 47 51
λ	1,908611	h	55 12 09
δ	$18^h41^m57^s$	I	+ 0 19 20
		II	+ 25
		III	0
		φ	55 31 54

Расхождения в широте между приемами – не более 1′.

Задание 2. Определение приближенного азимута направления на земной предмет по часовому углу Полярной звезды.

Цель задания. По результатам полевых наблюдений вычислить азимут направления на земной предмет.

Перед началом наблюдений должны быть известны астрономические координаты пункта: широта с ошибкой менее 5′; долгота с ошибкой не грубее $0{,}5^m$. Поправка часов должна быть известна с погрешностью не более 1^m. Коллимационная ошибка не должна превышать 30″.

Азимут направления определяют двумя приемами с перестановкой лимба на произвольный угол. Каждый прием наблюдают при двух положениях вертикального круга в последовательности:

1) наблюдение земного предмета (КЛ);
2) наблюдение Полярной звезды (КЛ);
3) наблюдение Полярной звезды (КП);
4) наблюдение земного предмета (КП).

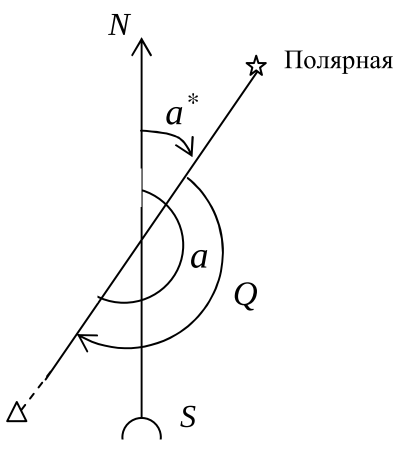


Рис. 1

Рабочие формулы (рис. 1):

$$
\begin{aligned}
&a = a^* + Q \pm 180^\circ;\\
&a^* = -\Delta'' \sec\varphi \sin(t + \delta t);\\
&\delta_t = \Delta'' \operatorname{tg}\varphi \sin t;\\
&\Delta'' = (90^\circ - \delta)'';\\
&t = s - \alpha;\\
&s = S_0 + M(1+\mu) + \lambda;\\
&1+\mu = 1{,}0027379;\\
&M = T_{cp} + u - (n + k),
\end{aligned}
\qquad (8)
$$

где a – азимут земного предмета, отсчитанный от точки Севера; a^* – азимут Полярной звезды, от точки Севера; Q – горизонтальный угол, измеренный теодолитом между направлениями на Полярную звезду и на земной предмет; t – часовой угол Полярной звезды; α, δ – экваториальные координаты Полярной звезды.

Пример вычисления азимута

Дата 18.07.1981 Пункт – Навлицы

Инструмент 2Т2А № 948

$$\varphi = 55^{\circ}32'; \quad \lambda = 1^h 55^m 00^s \qquad u = +\ 2'\ 08''$$

Журнал наблюдений

Объект наведения	Декретное время	Горизонтальный круг
З.П. КЛ		$15^0 42'35''$
Полярная КЛ	$23^h 59^m 31^s$	0 50 24
Полярная КП	$24^h 04^m 13^s$	180 56 52
З.П. КП		195 43 16

Вычисление азимута

$Д_{набл}$	$24^h\ 01^m\ 52^s$	δ	$89°12'16''65$
u	+ 2 08	Δ	47 43,35
$Д$	24 04 00	Δ''	2863,35
$n + k$	4	$\sin t$	– 0,7725489
M	20 04 00	$\mathrm{tg}\varphi$	1,4568240
$M(1 + \mu)$	20,121607	δ_t''	– 3222,6082
S_0	$19^h\ 37^m\ 09^s$	$t^{o} + \delta_t$	$229{,}68816^{o}$
λ	1 55 00	$\sin(t + \delta_t)$	– 0,7625347
s	$17^h\ 39^m\ 27^s$	$\cos\varphi$	0,56592669
α	2 17 07	a^*	$+\ 1{,}^{o}0716953$
t	15 22 20	Q	$14{,}^{o}821111$
t°	$230°{,}58333$	a	$15°53'34''$

Допустимое расхождение между приемами – 40''.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7

Приближенные методы определения широт, долгот и азимутов по Солнцу

Задание 1. Определение широты по измеренному зенитному расстоянию Солнца.

Цель задания. По результатам полевых наблюдений (измеренным зенитным расстояниям) вычислить широту места наблюдения по Солнцу.

Измерения выполняются в моменты, близкие к кульминации Солнца. Допустимы отступления от меридиана по азимуту до 20°. Поправка часов должна быть известна с ошибкой менее 10^S. Заранее должно быть определено место зенита.

Измерение зенитных расстояний производят при двух положениях круга теодолита (КЛ, КП) и при двух положениях Солнца относительно сетки нитей зрительной трубы наведением горизонтальной нитью сетки на нижний или верхний край Солнца так, чтобы при этом вертикальная нить проходила через центр этого изображения. Затем фиксируют момент наведения по часам (T_1) и берут отсчет по вертикальному кругу (L_1). Наводят на другой край изображения Солнца и берут отсчеты T_2 и L_2. После завершения первого полуприема выполняют второй полуприем при другом положении круга теодолита, снимая отсчеты T_3, R_1, T_4, R_2. Широту пункта вычисляют для каждого полуприема, затем берут среднее из двух полуприемов.

Рабочие формулы:

$$\varphi = R + F,$$

$$\left.\begin{array}{ll} \mathrm{tg}R = \dfrac{\mathrm{tg}\delta_\Theta}{\cos t_\Theta}; & \cos F = \dfrac{\cos Z_\Theta \sin R}{\sin\delta_\Theta}; \\ \delta_\Theta = \delta_{AE} + V_\delta M^*; & t_\Theta = m + E; \\ E = E_{AE} + V_E M^*; & m = M + \lambda; \\ M = Д - (n+k); & M^* = M + \Delta T; \\ Д = Д_{набл} + u; & Z_\Theta = Z'_\Theta + \rho - P; \\ \rho \approx 58{,}08''\mathrm{tg}Z'_\Theta; & P \approx 9''\sin Z'_\Theta, \end{array}\right\} \qquad (9)$$

где δ_{AE} – склонение Солнца из АЕ; V_δ – часовое изменение склонения; M – всемирное время; m – местное среднее солнечное время; M^* – земное динамическое время, $\Delta T = 57^S$ на 1987 г.; t_Θ – часовой угол Солнца; E_{AE} –

уравнение времени из АЕ; ρ, P – поправки за рефракцию и суточный параллакс Солнца.

Пример вычисления широты

Дата 17.07.1986 Пункт – Навлицы

Инструмент 2Т2А № 948 $\lambda = 1^h\,54^m\,33^s$; $u = +\,17^s$; $MZ = +\,36''$.

Журнал наблюдений

Прием	Наблюдаемый край Солнца	Показания часов	ВК	Z'_{Θ}
КЛ	$\overline{\Phi}$	$13^h47^m22^S$	34°22′07″	34°37′34″
	$\underline{\Phi}$	$13^h47^m58^S$	34°54′13″	
I	$\underline{\Phi}$	$13^h49^m22^S$	325°09′34″	34°34′14″
КП	$\overline{\Phi}$	$13^h50^m40^S$	325°43′10″	

Вычисление широты

Обозначения	Вычисления	Обозначения	Вычисления
$Д_{набл}$	$13^h\,47^m\,40^s$	t°_{Θ}	354°,112500
u	+17	Z'_{Θ}	34°37′34″
$Д$	13 47 57	ρ	+ 4
$n + k$	4	P	– 5
M	9 47 57	Z_{Θ}	34 38 09
λ	1 54 33	$\mathrm{tg}\delta_{\Theta}$	0,38907891
m	11 42 30	$\cos\ t^{\circ}_{\Theta}$	0,994725
M^*	9 48 54	$\mathrm{tg}R$	0,3911422
$(M^*)^h$	9.815000	R	21,362565
δ_{AE}	21° 19′38,″89	$\sin R$	0,3642684
V_{δ}	– 24,761″	$\cos Z_{\Theta}$	0,82278
δ_{Θ}	21°,259962	$\sin\delta_{\Theta}$	0,3623001
E_{AE}	11 53 59	$\cos F$	0,8265665
V_E	– 0,2285	F	34,252367
E	11 53 57	$\varphi = R + F$	55°36′54″
t^h	23 36 27		

Задание 2. Совместное определение азимута направления на земной предмет и долготы по измеренным зенитным расстояниям Солнца.

Цель задания. По результатам полевых наблюдений (измеренным зенитным расстояниям) вычислить азимут и долготу места наблюдения по Солнцу.

Азимут и долготу (поправку часов) получают как среднее из трех приемов. Наблюдения Солнца выполняют вблизи первого вертикала на зенитных расстояниях менее 80°. Наведение на центр диска Солнца получают как среднее из двух наведений на его края (рис. 2): на нижний и верхний – горизонтальной нитью, на левый и правый – вертикальной нитью, действуя одновременно микрометренными винтами трубы и алидады горизонтального круга.

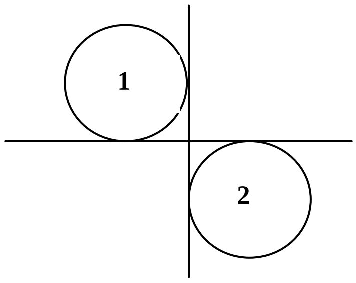


Рис. 2

Изображение Солнца все время удерживают на горизонтальной нити, а в момент касания вертикальной нити фиксируют время по часам до целых секунд.

Порядок наведения в приеме:

1. Наблюдение земного предмета КЛ. Отсчет по горизонтальному кругу – L.

2. Наблюдают Солнце в положении 1 (см. рис. 2), берут отсчеты: по часам T_1, по горизонтальному кругу L_1 и по вертикальному кругу νL_1.

3. Наблюдают Солнце в положении 2, берут отсчеты: по часам T_2, по горизонтальному кругу L_2 и по вертикальному кругу νL_2.

4. При другом положении круга наблюдают Солнце в положении 1. Отсчеты – по часам T_3, по горизонтальному кругу R_1 и по вертикальному кругу νR_1.

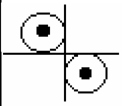
5. Наблюдают Солнце в положении 2. Отсчеты – по часам T_4, по горизонтальному кругу R_2 и по вертикальному кругу νR_2.

Пример вычисления долготы и азимута

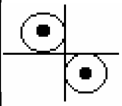
Дата: 15.07.1992 Пункт – Навлицы

$u = -29^s$

Журнал наблюдений

Прием	Время		Горизонтальный круг		Вертикальный круг	
КЛ З.П.						
			(1)	30°00′42″		
	(3)	$20^h\,00^m\,35^s$	(4)	294°35′10″	(5)	71°06′20″
		$20^h\,03^m\,48^s$		295°48′36″		71°01′31″

Окончание табл.

						
	(6)	$20^h\,05^m\,51^s$	(7)	115°39′58″	(8)	288°09′22″
		$20^h\,08^m\,57^s$		116°49′45″		288°15′55″
КП З.П.			(2)	210°00′32″		

Примечание. В скобках даны номера сигналов, согласно которым вводятся числа в программу по обработке журнала наблюдений.

Пусть на пункте с известной широтой получены из обработки одного приема величины *M*, *Z*, *Q*.

На дату наблюдений берут из АЕ δ_Θ и V_δ и вычисляют склонение Солнца:

$$\delta = \delta_\Theta + V_\delta M^*, \tag{10}$$

где $M^* = M + \Delta T$; ΔT – поправка за переход к земному динамическому времени.

Следовательно, для параллактического треугольника (рис. 3) становятся известными три его стороны: Z, $\Phi = 90 - \varphi$ и $\Delta = 90 - \delta$. Из решения треугольника находят углы t и A. Для этого вычисляют полупериметр $P = \frac{1}{2}(\Phi + \Delta + Z)$ и вспомогательную величину

$$l^2 = \frac{\sin(P-\Phi)\sin(P-\Delta)\sin(P-Z)}{\sin P}. \tag{11}$$

По ней находят углы параллактического треугольника:

$$\operatorname{tg}\frac{A}{2} = \frac{l}{\sin(P-\Delta)}; \qquad \operatorname{tg}\frac{t}{2} = \frac{l}{\sin(P-Z)}. \tag{12}$$

Если Солнце наблюдалось на востоке, то его азимут и часовой угол определяются так:

$$A_E = A; \qquad t_E = 24^h - t, \tag{13}$$

если на западе, то

$$A_W = 360 - A; \qquad t_W = t.$$

Азимут направления на земной предмет определяют из выражения

$$a_{ЗП} = \left(A_\Theta\right)_{E,W} + Q. \quad (14)$$

Зная часовой угол Солнца, сначала находят среднее время

$$m = t_{E,W} - E, \qquad (15)$$

где $E = E_0 + V_E M^*$ – интерполированное значение уравнения времени.

Затем находят долготу пункта

$$\lambda = m - M. \qquad (16)$$

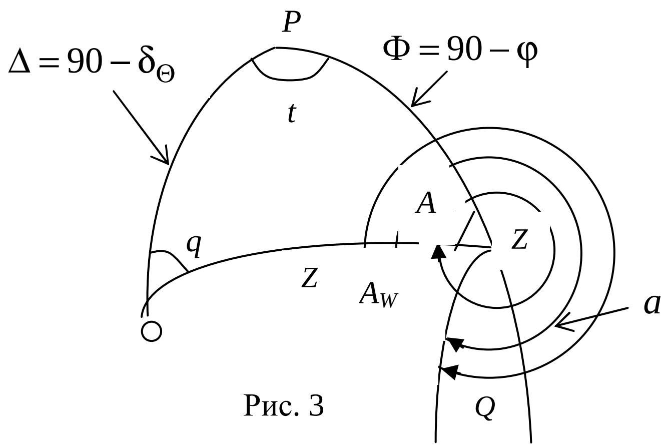


Рис. 3

Вычисление азимута направления и долготы пункта

$\varphi = 55^\circ 31'54''$

M	$16{,}071945^h$	P	87,199065
Z	$71{,}472778^0$	$P-\Phi$	52,730732
Q	$94{,}287435^0$	$P-\Delta$	18,742040
ΔT	$57''$	$P-Z$	15,726287
M^*	$16{,}087778^h$	$\sin(P-\Delta)$	0,32130790
δ_Θ	$89°12'16'',65$	$\sin(P-Z)$	0,27104208
V_δ	$-22{,}928''$	l	0,26341479
δ	21,542975	$\mathrm{tg}A/2$	0,81982045
E_0	$11^h\,54^m\,10{,}5^s$	A	78,691206
V_E	– 0,2695	$360-A$	281,30879
E	11 54 00,62	a	$15^0 35' 46''$
Φ	34,468333	$\mathrm{tg}t/2$	0,97185938
Δ	68,457025	t°	88,364766
		t^h	5,8909844
		m	17,989262
		λ	$1^h\,55^m\,02^s$

Допустимое расхождение между приемами в азимуте и долготе – не более $1{,}5^m$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При изучении курса «Геодезическая астрономия» особое внимание необходимо уделить п. 1.1.4 и изучить формулы сферической тригонометрии. Наиболее трудным является п. 1.2, и для его освоения необходимо пользоваться формулами, приведенными в п. 1.2.3. При определении широт, долгот и азимутов разными методами используется параллактический треугольник.

Во второй главе уделено внимание новой методике оценки точности при определении широт, долгот и азимутов приближенными способами из ограниченного количества приемов. Для успешного решения этой задачи используют программу STAR, разработанную на кафедре прикладной геодезии и фотограмметрии УО «ПГУ».

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Предмет и задачи астрономии.
2. Астрономические широты, долготы и азимуты.
3. Область применения астрономических широт, долгот и азимутов в геодезии.
4. Основные формулы сферической тригонометрии.
5. Основные круги и точки на небесной сфере.
6. Система небесных сферических координат.
7. Общие представления об определении широты и разности долгот по звездам.
8. Связь между горизонтальной первой и второй экваториальной системами координат на основе астрономических определений.
9. Основы измерения времени.
10. Звездные сутки. Звездное время.
11. Истинное и среднее солнечное время.
12. Измерение времени на разных меридианах.
13. Связь среднего солнечного времени со звездным временем.
14. Поясное и декретное время.
15. Предмет и задачи геодезической астрономии.
16. Общие принципы определения географических координат и азимутов направлений.
17. Понятие о зенитальных способах астрономических определений.
18. Понятие о поправке часов.
19. Понятие об азимутальных способах астрономических определений.
20. Определение широты по зенитным расстояниям Полярной звезды.
21. Определение широты по зенитным расстояниям Солнца.
22. Определение приближенного азимута по измеренным зенитным расстояниям Солнца.
23. Совместное определение приближенного азимута направления на земной предмет и долготы пункта по измеренным зенитным расстояниям Солнца.
24. Определение приближенного азимута направления на земной предмет по часовому углу Полярной звезды.
25. Переход от нелинейных уравнений в зенитальном и азимутальном способах к линейным уравнениям.
26. Наивыгоднейшие условия определения неизвестных величин в зенитальных способах.
27. Наивыгоднейшие условия определения неизвестных величин в азимутальных способах.
28. Классификация астрономических приборов по назначению.
29. Обзор зенитальных способов астрономических наблюдений.
30. Обзор азимутальных способов астрономических наблюдений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ассур, В.П. Руководство по летней практике / В.П. Ассур. – М. : Недра, 1975. – 397 с.
2. Астрономический ежегодник. – Л. : Наука, 1988. – 691 с.
3. Белова, Н.А. Курс сферической астрономии / Н.А. Белова. – М. : Недра, 1971. – 177 с.
4. Закатов, П.С. Курс высшей геодезии / П.С. Закатов. – М. : Недра, 1976. – 510 с.
5. Куликов, К.А. Курс сферической астрономии / К.А. Куликов. – М. : Наука, 1969. – 215 с.
6. Мицкевич, В.И. Методические указания к выполнению лабораторных работ и учебной практики по курсу «Геодезическая астрономия» / В.И. Мицкевич. – Новополоцк : ПГУ, 1987. – 16 с.
7. Пандул, И.С. Астрономические определения / И.С. Пандул. – М. : Недра, 1983. – 127 с.
8. Пособие по геодезическим, астрономическим и гравиметрическим работам : в 2 ч. – М. : Военное издательство министерства обороны СССР, 1963. – Ч. 2. – 359 с.
9. Руководство по астрономическим определениям. – М. : Недра, 1984. – 384 с.
10. Уралов, С.С. Курс геодезической астрономии / С.С. Уралов. – М. : Недра, 1980. – 592 с.
11. Цветков, К.А. Практическая астрономия / К.А. Цветков. – М. : Геодезиздат, 1951. – 528 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

МИЦКЕВИЧ Валерий Иванович

ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ АСТРОНОМИЯ

Учебно-методический комплекс для студентов специальностей
1-56 02 01 «Геодезия», 1-31 02 01 «География»

2-е издание, переработанное

Редактор *О.П. Михайлова*

Дизайн обложки *Е.М. Бурцевой*

Подписано в печать 11.12.2014. Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная.
Ризография. Усл. печ. л. 5,57. Уч.-изд. л. 4,94. Тираж 30 экз. Заказ 1675

Издатель и полиграфическое исполнение –
учреждение образования «Полоцкий государственный университет».

Свидетельство о государственной регистрации
издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/305 от 22.04.2014.

ЛП № 02330/278 от 08.05.2014.

Ул. Блохина, 29, 211440, г. Новополоцк.