

УДК 624.014

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТОНКОСТЕННОГО СТЕРЖНЯ

канд. техн. наук, доц. В.Н. КИСЕЛЕВ
(Полоцкий государственный университет)

Представлен метод расчёта тонкостенного призматического стержня открытого профиля на изгиб. Стержень расчленяется на конечное число элементарных полос и анализируется работа каждой полосы на действие нормальных и касательных сил, приложенных по кромкам полос. Результаты исследования необходимы для построения строгого решения работы тонкостенных полос, нагруженных на своих кромках, и перехода к рассмотрению местных напряжений в стержнях.

1. Общие соображения

Рассматривая решения частных случаев нагружения полосы сосредоточенными нормальными и касательными нагрузками, можно построить строгий метод определения напряженного состояния длинного тонкостенного стержня с учетом влияния характера приложенной к стержню нагрузки. Благодаря экспоненциальному закону затухания местных напряжений можно получить точное решение и для стержней конечной длины. Для таких стержней строгость решения может быть в некоторых случаях заметно нарушена лишь в ограниченной по длине стержня области, примыкающей к его торцу. Точнее, существенная неточность в значениях напряжений может наблюдаться лишь в зонах, удаленных от торцов стержня на расстояние, не превышающее половины наибольшего поперечного размера стержня, и при условии, что некоторые из внешних нагрузок приложены именно в этих зонах. Если же указанные зоны не содержат в себе внешних нагрузок, то построенное решение будет практически точно для всех точек стержня. Отметим, что такое весьма удобное положение достигается в данном случае только благодаря тому, что в вышеприведенных решениях частных задач были выделены, хотя и формально, местные напряжения, анализ которых и позволит внести указанное предложение.

Рассмотрим вопрос о принципиальной возможности построения строгого решения для тонкостенного стержня, составленного из плоских полос, на базе полученных решений частных задач о полосе. Для этого достаточно лишь знания решений о действии на кромку полосы сосредоточенных (нормальной и касательной) сил. При наличии их процесс строгого решения может быть разделен на следующие этапы:

1) заданная поперечная нагрузка на стержень (рис. 1, а) приводится к системе сил, действующих в срединных плоскостях составляющих стержень полос. При этом в общем случае в системе внешних нагрузок имеются и крутящие моменты, которые вызывают в поперечных сечениях моменты M_x (рис. 1, б);

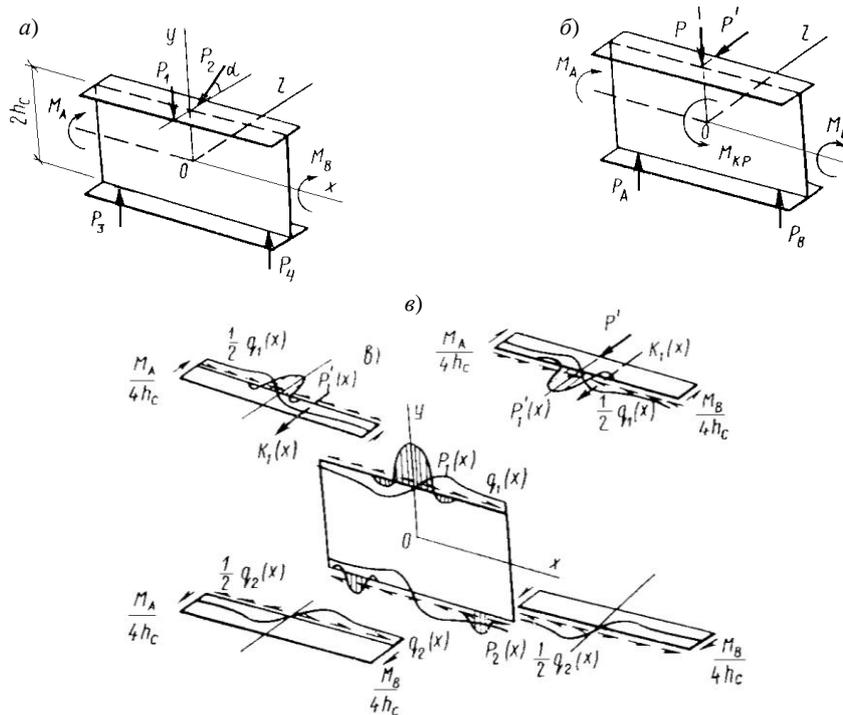


Рис. 1. Схема расчета

2) стержень расчленяется на ряд плоских полос, которые загружаются по кромкам неизвестными пока нормальными $p_i(x)$ и касательными $q_i(x)$ к последним усилиям взаимодействия (рис. 1, в);

3) составляются выражения деформаций смежных кромок полос в местах разреза, в которые войдут и функции $p_i(x)$ и $q_i(x)$;

4) приравниванием суммарных деформаций смежных кромок полос образуются $2i$ уравнений – условий неразрывности деформаций. Эти уравнения являются интегральными относительно функций $p_i(x)$ и $q_i(x)$, решение которых дает возможность найти последние.

Однако реализация указанной схемы расчета приводит к значительным математическим трудностям, связанным в первую очередь с необходимостью решения систем интегральных уравнений, которые часто имеют сингулярный характер. Поэтому, имея в виду практическое приложение, можно наметить пути преодоления этих трудностей, разумеется, без большого нарушения строгости и точности решения.

Первая из таких возможностей состоит в том, что вместо разыскивания из систем интегральных уравнений функций $p_i(x)$ в случае, когда к поясам стержня приложены нормальные к ним нагрузки, или функций $q_i(x)$, когда нагрузки касательны к поясам, можно определять их на основании соответственно решения Б.М. Броуде [1]. Это вдвое уменьшает количество неизвестных функций. Вместе с тем строгость решения, по крайней мере с практической точки зрения, не уменьшается, так как вышеуказанные решения получены тем же путем – решением уравнений связности смежных кромок полос в местах разреза. Введенные при этом допущения достаточно обоснованы, а точность полученных выражений оценена сравнением.

Рассмотрим еще некоторые возможности введения дополнительных упрощений, но сначала получим выражения напряжений в полосе при характерной загрузке ее кромок нормальными давлениями по Б.М. Броуде.

2. Напряженное состояние стенки стержня от нормального давления пояса

Рассмотрим длинную полосу, к верхней кромке которой приложено нормальное давление, распределенное по закону:

$$p(\varepsilon_1) = p(0) \sum_{k=1,3,5\dots}^{\infty} a_k \cos k\pi\varepsilon_1, \quad (1)$$

и попробуем разыскать напряжения в этой полосе с учетом местного воздействия нагрузки,

Выражение (1) легко приводится к виду

$$p(x) = 2,6\psi \frac{P}{\lambda_0} \sum_{k=1,3,5\dots} \alpha_k \cos \frac{k\pi x}{\lambda_0}, \quad (2)$$

что будет справедливо в интервале $-\frac{\lambda_0}{2} \leq x \leq \frac{\lambda_0}{2}$.

Давлениями вне этого интервала из-за малости и незначительного влияния на напряженное состояние вблизи от сечения, в котором приложена сосредоточенная сила, пренебрежем, тем более что равнодействующая давления $p(x)$ в указанном интервале равна

$$P' = 2 \int_0^{\frac{\lambda_0}{2}} p(x) dx = 5,2\psi \cdot \frac{P}{\pi} \sum_{k=1}^7 (-1)^{\frac{k-1}{2}} \cdot \frac{\alpha_k}{k} = 1,042\psi P,$$

т.е. отличается от ψP всего лишь на 4,2 % в большую сторону.

Введем ряд (2) в формулы местных напряжений (3):

$$\begin{aligned} \sigma'_x &= -\frac{1}{2th} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \alpha_1(\zeta - \xi, \mu) p(\xi) d\xi; \\ \sigma'_y &= \frac{1}{2th} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \beta_1(\zeta - \xi, \mu) p(\xi) d\xi; \\ \tau'_{xy} &= -\frac{1}{2th} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \gamma_1(\zeta - \xi, \mu) p(\xi) d\xi. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь нам придется иметь дело с интегралами:

$$J_1 = \int_{-\gamma}^{\gamma} p(\xi) \cos m(x - \xi) d\xi = 2,6\psi \cdot \frac{P}{\lambda_0} \sum \alpha_k \int_{-\gamma}^{\gamma} \cos k_1 \xi \cos m(x - \xi) d\xi;$$

$$J_2 = \int_{-\gamma}^{\gamma} p(\xi) \sin m \cdot (x - \xi) d\xi = 2,6\psi \frac{P}{\lambda_0} \sum \alpha_k \int_{-\gamma}^{\gamma} \cos k_1 \xi \sin m(x - \xi) d\xi,$$

где обозначено $\gamma = \frac{\lambda_0}{2}$; $k_1 = \frac{k\pi}{\lambda_0}$; $k = 1, 3, 5, 7, \dots$

Получаем

$$\int_{-\gamma}^{\gamma} \cos k_1 \xi \cos m(x - \xi) d\xi = \cos mx \int_{-\gamma}^{\gamma} \cos k_1 \xi \cos m\xi d\xi + \sin mx \int_{-\gamma}^{\gamma} \cos k_1 \xi \sin m\xi d\xi,$$

второй интеграл правой части имеет нечетную подынтегральную функцию, поэтому равен нулю, а первый – четную, и равен (без множителя $\cos mx$)

$$2 \int_0^{\gamma} \cos k_1 \xi \cos m\xi d\xi = \frac{\sin(k_1 + m)\gamma}{k_1 + m} + \frac{\sin(k_1 - m)\gamma}{k_1 - m} = \frac{2k_1 \sin k_1 \gamma \cos m\gamma - 2m \cos k_1 \gamma \sin m\gamma}{k_1^2 - m^2} = \frac{2\pi\lambda_0 (-1)^{\frac{k-1}{2}} k \cos \frac{m\lambda_0}{2}}{k^2 \pi^2 - \lambda_0^2 m^2},$$

так как при k нечетном

$$\cos k_1 \gamma = \cos \frac{k\pi}{2} = 0; \quad \sin k_1 \gamma = \sin \frac{k\pi}{2} = (-1)^{\frac{k-1}{2}}.$$

Аналогично получим

$$\int_0^{\gamma} \cos k_1 \xi \cos m(x - \xi) d\xi = \frac{2\pi\lambda_0 (-1)^{\frac{k-1}{2}} k \cos \frac{m\lambda_0}{2}}{k^2 \pi^2 - \lambda_0^2 m^2} \cdot \sin mx.$$

Таким образом,

$$J_1 = 5,2\psi\pi P \cos mx \cos \frac{m\lambda_0}{2} \sum_{k=1,3,5,\dots} (-1)^{\frac{k-1}{2}} \frac{\alpha_k k}{(k\pi)^2 - (m\lambda_0)^2};$$

$$J_2 = 5,2\psi\pi P \sin mx \cos \frac{m\lambda_0}{2} \sum_{k=1,3,5,\dots} (-1)^{\frac{k-1}{2}} \frac{\alpha_k k}{(k\pi)^2 - (m\lambda_0)^2}.$$

Переходя к относительным координатам $\zeta = x/h$, $\mu = y/h$ и новой переменной интегрирования $z = mh$ и подставляя полученные выражения в формулы (3), получим местные напряжения:

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_x &= \alpha_6(\zeta, \mu, \chi) \frac{\psi P}{2th}; \\ \sigma'_y &= \beta_6(\zeta, \mu, \chi) \frac{\psi P}{2th}; \\ \tau'_{xy} &= \gamma_6(\zeta, \mu, \chi) \frac{\psi P}{2th}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где (для упрощения записи опустим обозначения аргументов)

$$\left. \begin{aligned} \alpha_6 &= 5,2 \sum_{k=1,3,5,\dots} (-1)^{\frac{k-1}{2}} \alpha_k k \int_0^{\infty} \left[G_1(z, \mu) + G_2(z, \mu) + \frac{3\mu}{2z^2} \right] \cos z\zeta \cos z\chi \frac{dz}{(k\pi)^2 - (2z\chi)^2}; \\ \beta_6 &= -5,2 \sum_{k=1,3,5,\dots} (-1)^{\frac{k-1}{2}} \alpha_k k \int_0^{\infty} \left[G_3(z, \mu) + G_4(z, \mu) \right] \cos z\zeta \cos z\chi \frac{dz}{(k\pi)^2 - (2z\chi)^2}; \\ \gamma_6 &= 5,2 \sum_{k=1,3,5,\dots} (-1)^{\frac{k-1}{2}} \alpha_k k \int_0^{\infty} \left[G_5(z, \mu) + G_6(z, \mu) + \frac{3\mu}{4z^2} - \frac{3}{4z} \right] \cos z\zeta \cos z\chi \frac{dz}{(k\pi)^2 - (2z\chi)^2}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\chi = \frac{\lambda_0}{2h},$$

а величины $G_i(z, \mu)$ выражаются формулами:

$$\begin{aligned}
 G_1(z, \mu) &= \frac{(z \operatorname{sh} z - \operatorname{ch} z) \operatorname{sh} \mu z - \mu z \operatorname{ch} z \operatorname{ch} \mu z}{\operatorname{sh} 2z - 2z}; & G_2(z, \mu) &= \frac{(z \operatorname{ch} z - \operatorname{sh} z) \operatorname{ch} \mu z - \mu z \operatorname{sh} z \operatorname{sh} \mu z}{\operatorname{sh} 2z + 2z}; \\
 G_3(z, \mu) &= \frac{(z \operatorname{sh} z + \operatorname{ch} z) \operatorname{sh} \mu z - \mu z \operatorname{ch} z \operatorname{ch} \mu z}{\operatorname{sh} 2z - 2z}; & G_4(z, \mu) &= \frac{(z \operatorname{ch} z + \operatorname{sh} z) \operatorname{ch} \mu z - \mu z \operatorname{sh} z \operatorname{sh} \mu z}{\operatorname{sh} 2z + 2z}; \\
 G_5(z, \mu) &= \frac{z \operatorname{sh} z \operatorname{ch} \mu z - \mu z \operatorname{ch} z \operatorname{sh} \mu z}{\operatorname{sh} 2z - 2z}; & G_6(z, \mu) &= \frac{z \operatorname{ch} z \operatorname{sh} \mu z - \mu z \operatorname{sh} z \operatorname{ch} \mu z}{\operatorname{sh} 2z + 2z}.
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

Все интегралы правых частей (5) сходятся, за исключением интегралов в выражениях α_6 и β_6 при $\mu = 1$. Поэтому, выделяя расходящиеся части, получим для $\mu = 1$

$$\left. \begin{aligned}
 \alpha_6 &= -\frac{2,6}{2\chi} \sum_{k=1,3,5\dots} \alpha_k \cos \frac{k\pi\xi}{2\chi} - 5,2 \sum_{k=1,2,3\dots} (-1)^{\frac{k-1}{2}} \alpha_k k \cdot \int_0^\infty \left[\frac{8z^2}{\operatorname{sh}^2 2z - 4z^2} - \frac{3}{2z^2} \right] \frac{\cos z\xi \cos z\chi dz}{(k\pi)^2 - 4z^2 \chi^2}; \\
 \beta_6 &= -\frac{2,6}{2\chi} \sum_{k=1,3,5\dots} \alpha_k \cos \frac{k\pi\xi}{2\chi},
 \end{aligned} \right\}
 \tag{7}$$

$\chi = 0,25$.

На рисунке 2 представлены характерные эпюры местных напряжений для одного из значений параметра χ .

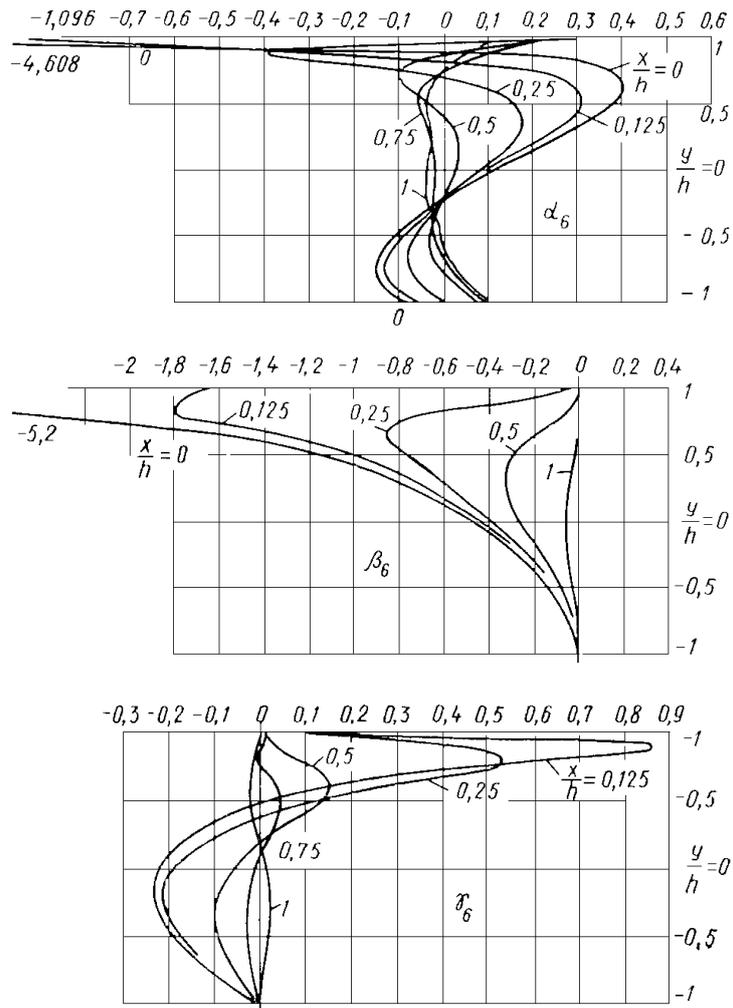


Рис. 2. Характерные эпюры местных напряжений для параметра χ

3. Касательные усилия взаимодействия в тавре

Нормальные усилия взаимодействия полос стержня при действии на его пояс нормальной к нему сосредоточенной силы достаточно точно определяются решением (2). В случае же действия на пояс касательной сосредоточенной силы с такой же степенью точности могут быть определены на основании решений [1] касательные усилия взаимодействия полос.

Возникает вопрос, каким образом будут распределяться на кромках полос касательные усилия взаимодействия в первом случае и нормальные во втором. Очевидно, что их распределение должно находиться в определенном соответствии с законом распределения уже известных усилий взаимодействия (1) или

$$q_1(x) = \frac{4q}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\rho_n + d_{2n})d_{1n} \sin \theta_n \cos[(2n-1)\epsilon]}{[(\rho_n + d_{1n}) \cdot (\rho_n + d_{2n}) - \eta_n^2] \cdot (2n-1)};$$

$$q_2(x) = \frac{4q}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\eta_n d_{1n} \sin \theta_n \cos[(2n-1)\epsilon]}{[(\rho_n + d_{1n}) \cdot (\rho_n + d_{2n}) - \eta_n^2] \cdot (2n-1)}.$$
(8)

Вначале попробуем разыскать касательные усилия взаимодействия пояса и стенки стержня, несущего нормальную к его продольной оси сосредоточенную нагрузку. Ввиду того, что в общем виде (для произвольного стержня) эта задача не может быть решена, а может быть указан лишь принципиальный ход ее решения, рассмотрим определенное поперечное сечение. Пусть это будет тавр, представленный на рисунке 3.

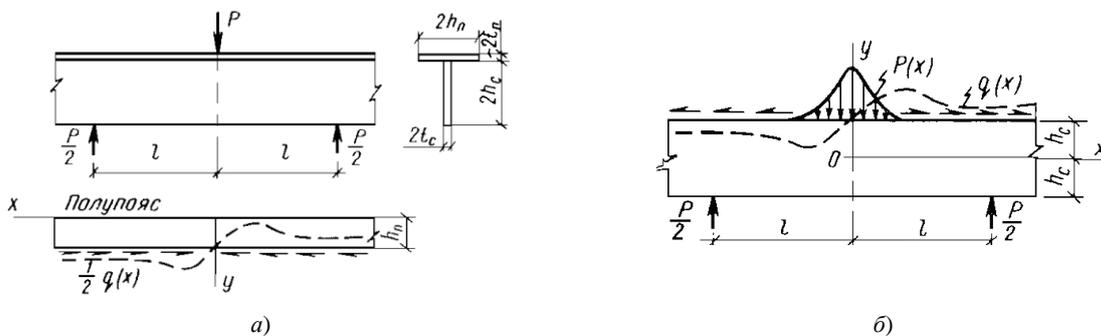


Рис. 3. Поперечное сечение (тавр)

Полагая, что $l > 2h$ и что поэтому в зоне $|x| < l - h$ «опорные» сосредоточенные силы по $P/2$ не вызывают местных напряжений, отделим пояс от стенки и представим схему загрузки стенки и полупоясов, как это показано на рисунке 3, б. Причем нормальные давления $p(x)$ считаем известными, вычисляемыми по (1). Используем условия связности деформаций элементов стержня в местах разреза.

1. Увеличенная в E (модуль упругости) раз продольная деформация кромки полупояса в местах разреза имеет значение

$$E\epsilon_{xn} = \frac{1}{2\pi t_n} \int_0^{\infty} H_1(m, h_n) \cos mx dm \int_0^{\infty} q(\xi) \sin m\xi d\xi,$$

где $H_1(m, h_n) = G_{13}(m, h_n) - \frac{1}{mh_n} + \nu G_{14}(m, h_n)$; ν – коэффициент Пуассона.

2. Напряжения в стенке будут складываться:

- из элементарных напряжений

$$\sigma_x^0 = \frac{M}{J_c}; \quad \sigma_y^0 = 0,$$

- из напряжений, вызванных нагрузкой $p(x)$ на кромке

$$\sigma_x^p = \alpha_6 \frac{P}{2t_c h_c}; \quad \sigma_y^p = \beta_6 \frac{P}{2t_c h_c},$$

- из напряжений, вызванных неизвестными пока касательными усилиями взаимодействия $q(x)$.

Последние напряжения можно представить в следующем виде:

$$\sigma_x^q = -\frac{1}{\pi t_c} \int_0^\infty \left[G_7(m, y) + G_8(m, y) + \frac{3y+h_c}{2mh_c^2} \right] \cos mx dm \int_0^\infty q(\xi) \sin m\xi d\xi;$$

$$\sigma_y^q = -\frac{1}{\pi t_c} \int_0^\infty [G_9(m, y) + G_{10}(m, y)] \cos mx dm \int_0^\infty q(\xi) \sin m\xi d\xi.$$

Тогда увеличенная в E раз продольная деформация верхней кромки стенки будет такой:

$$E\varepsilon_{xc} = \frac{3M}{4t_c h_c^2} + \int_0^\infty R_1(m, h_c) \cos mx dm - \frac{1}{\pi t_c} \int_0^\infty H_2(m, h_c) \cos mx dm \int_0^\infty q(\xi) \sin m\xi d\xi,$$

где

$$R_1(m, h_c) = \frac{2,6P}{t_c} \sum_{k=1,3,5} (-1)^{\frac{k-1}{2}} \left[G_1(m, h_c) + G_2(m, h_c) + \frac{3}{2m^2 h_c^2} + \nu G_3(m, h_c) + \nu G_4(m, h_c) \right] \cos \frac{m\lambda_0}{2} \cdot \frac{\alpha_k k}{(k\pi)^2 - (\lambda_0 m)^2};$$

$$H_2(m, h_c) = G_7(m, h_c) + G_8(m, h_c) + \nu G_9(m, h_c) + \nu G_{10}(m, h_c) + \frac{2}{mh_c}.$$

Приравнявая $E\varepsilon_m$ и $E\varepsilon_{xc}$, получим

$$\int_0^\infty H(m) \cos mx dm \int_0^\infty q(\xi) \sin m\xi d\xi = \frac{3M}{4t_c h_c^2} + \int_0^\infty R_1(m) \cos mx dm,$$

где

$$H(m) = \frac{1}{2\pi t_n} H_1(m, h_n) + \frac{1}{\pi t_c} H_2(m, h_c).$$

Представим изгибающий момент

$$M = M(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } |x| > l, \\ -\frac{P}{2}(t - |x|) & \text{при } 0 < |x| < l \end{cases}$$

интегралом Фурье.

Учитывая четность по x функции $M(x)$, будем иметь:

$$M(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \cos mx dm \int_0^\infty M(t) \cos mt dt = -\frac{P}{\pi} \int_0^\infty \cos mx dm \int_0^\infty (l-t) \cos mt dt = \frac{P}{\pi} \int_0^\infty \frac{(\cos ml - 1) \cos mx}{m^2} dm.$$

Тогда, обозначив

$$R(m) = R_1(m, h_c) + \frac{3P}{4\pi t_c h_c^2} \frac{\cos ml - 1}{m^3},$$

можем написать

$$\int_0^\infty H(m) \cos mx dm \int_0^\infty q(\xi) \sin m\xi d\xi = \int_0^\infty R(m) \cos mx dm.$$

Это равенство может быть удовлетворено, в частности, если равны подынтегральные функции. Отсюда получим интегральное уравнение

$$\int_0^\infty q(\xi) \sin m\xi d\xi = \frac{R(m)}{H(m)}. \quad (9)$$

Для его решения умножим обе части на $\sin(mx)$ и проинтегрируем от 0 до ∞ .

Будем иметь:

$$\int_0^\infty \sin mx dm \int_0^\infty q(\xi) \sin m\xi d\xi = \int_0^\infty \frac{R(m)}{H(m)} \sin mx dm.$$

Применяя теперь к левой части синус-преобразования Фурье

$$f(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \sin mx dm \int_0^\infty f(t) \sin mt dt,$$

получим окончательно

$$q(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{R(m)}{H(m)} \sin mx dm. \tag{10}$$

Положив для определенности $t_c = t_n = t$, $h_c = 2h_n = h$, $h = 50t$, $\nu = 0,3$, перейдем к относительным координатам ξ и μ , новой переменной интегрирования $z = mh$ и обозначениям параметров стержня

$$\eta = \frac{l}{h}; \chi = \frac{\lambda_0}{2h}.$$

Тогда после некоторых преобразований выражение (10) получает вид:

$$q(\zeta h) = \frac{6P}{\pi h} \int_0^\infty \frac{\cos z\eta - 1}{4z^2} - \frac{0,867\pi \left[\frac{sh^2 2z + 4z^2}{sh^2 2z - 4z^2} - 0,3 \right] \cos z\chi \sum \frac{(-1)^{k-1} \alpha_k k}{(k\pi)^2 - (m\lambda_0)^2}}{\frac{0,845z^2 - 0,245sh^2 z + 2ch^2 z}{sh^2 2z - 4z^2} - \frac{sh4z - 4z}{sh^2 2z - 4z^2}} \sin z\zeta dz. \tag{11}$$

Численное интегрирование этого выражения, выполненное для случая $2h = 1000$ мм, $2l = 12$ м, приводит к эпюре касательных усилий $q(x)^*$, представленной на рисунке 4.

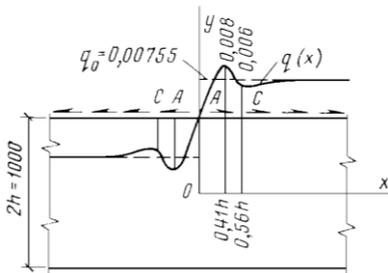


Рис. 4. Эпюра касательных усилий

Из рисунка видно, что заметное отличие в распределении касательных усилий $q(x)$ взаимодействия пояса и стенки тавра по (11) от определяемых формулой Д.И. Журавского

$$q_0 = \frac{QS_n^{omc}}{J} = \pm 0,00755 \frac{P}{2t}$$

наблюдается в ограниченной области, занимающей вдоль стержня примерно по $0,6h$ в каждую сторону от сечения, в котором приложена внешняя сосредоточенная сила. Пиковое значение усилий $q(x)$, развивающихся в сечении, отстоящем от сосредоточенной силы на расстоянии $0,41h$, отличается от элементарного на $8,5\%$.

4. Касательные усилия взаимодействия в двутавре

Рассмотрим длинную двутавровую балку, нагруженную по схеме, представленной на рисунке 5, а. По-прежнему будем считать, что $l > 2h$ и что поэтому в зоне $|x| \leq l - h$ можно не учитывать влияния местных напряжений от «опорных» сосредоточенных сил. Отрезая полупояса от стенки, получим схему их загрузки, представленную на рисунке 5, б.

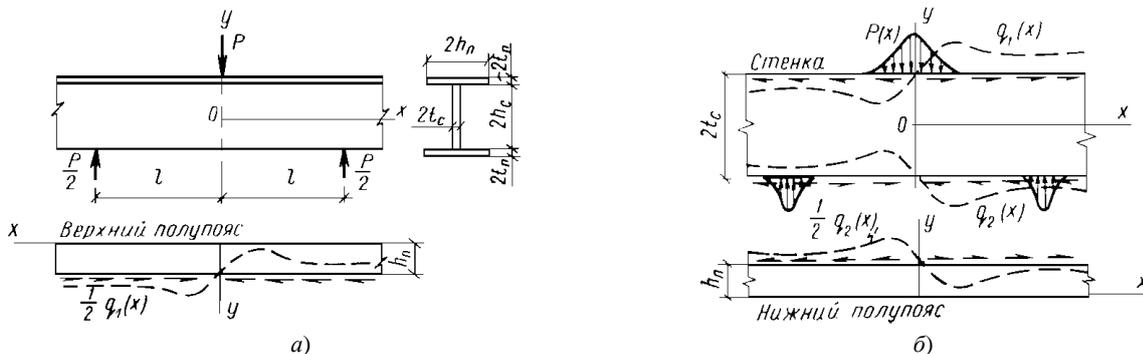


Рис. 5. Схема загрузки двутавровой балки

Нормальные давления $p(x)$ опять считаем известными, а для определения касательных составим два условия связности деформаций в местах разрезов.

1. Для верхней, например, кромки стенки будем иметь

$$E\varepsilon_x = E\varepsilon_{xp} + E\varepsilon_{xq},$$

где увеличенная в E раз деформация кромки соответственно от давлений $p(x)$ и $q(x)$ выражается так:

$$E\varepsilon_{xp} = \sigma_{xp}^0 + \sigma'_{xp} - \nu\sigma'_{yp};$$

$$E\varepsilon_{xq} = \sigma_{xq_1}^0 + \sigma'_{xq_1} + \sigma_{xq_2}^0 + \sigma'_{xq_2},$$

причем учтено, что касательные давления не вызывают на кромках напряжений σ_y .

Так, давления $q_i(x)$, очевидно, самоуравновешены на каждой кромке, можем записать:

$$\sigma_{xq_i} = \sigma_{xq_i}^0 + \sigma'_{xq_i} = -\frac{1}{\pi t_c} \int_0^\infty [G_7(m, \pm h_c) + G_8(m, \pm h_c)] \cos mx dm \int_0^\infty q_i(\xi) \sin m\xi d\xi,$$

где верхние знаки соответствуют значению $i = 1$, нижние $i = 2$.

Элементарное напряжение σ_{xp}^0 после представления изгибающего момента интегралом Фурье будет

$$\sigma_{xp}^0 = -\frac{3P}{4\pi t_c h_c^2} \int_0^\infty \frac{(\cos ml - 1) \cos mx}{m^2} dm,$$

а σ'_{xp} и σ'_{yp} выражается по-прежнему через безразмерные напряжения α_6 и β_6 .

Аналогичные выражения можно записать и для нижней кромки стенки.

2. Для полупоясов будем иметь

$$E\varepsilon_{xn} = \frac{1}{2\pi t_n} \int_0^\infty [G_{13}(m, \pm h_n) + \nu G_{14}(m, \pm h_n)] \cos mx dm \int_0^\infty q_i(\xi) \sin m\xi d\xi.$$

Используя методику, изложенную в предыдущем пункте, и приравнявая выражения деформаций кромок стенки и соответствующих полупоясов, получим два уравнения связности деформаций:

$$\int_0^\infty H(m) \cos mx dm \int_0^\infty [4q_1(\xi) - q_2(\xi)] \sin m\xi d\xi = \int_0^\infty R(m) \cos mx dm,$$

$$\int_0^\infty H_1(m) \cos mx dm \int_0^\infty q_1(\xi) \sin m\xi d\xi + \int_0^\infty H_2(m) \cos mx dm \int_0^\infty q_2(\xi) \sin m\xi d\xi = \int_0^\infty R_1(m) \cos mx dm, \quad (12)$$

$$H(m) = \frac{1}{\pi t_c} [G_7(m, h_c) + G_8(m, h_c) + \nu G_9(m, h_c) + \nu G_{10}(m, h_c) -$$

где

$$-G_7(m, -h_c) - G_8(m, -h_c)] + \frac{1}{2\pi t_n} [G_{13}(m, h_n) + \nu G_{14}(m, h_n)];$$

$$R(m) = \frac{2,6P}{t_c} \sum_{k=1,3,5}^{k-1} (-1)^{\frac{k-1}{2}} [G_1(m, h_c) + G_2(m, h_c) + \frac{3}{2m^2 h_c^2} + \nu G_3(m, h_c) +$$

$$+ \nu G_4(m, h_c)] \cdot \cos\left(\frac{m\lambda_0}{2}\right) \frac{\alpha_k k}{(k\pi)^2 - (\lambda_0 m)^2} + \frac{3}{4\pi t_c h_c^2} \cdot \frac{\cos ml - 1}{m^2}.$$

Остальные обозначения для сокращения места пока не выписываем.

Первое уравнение (12) удовлетворится, в частности, если равны подынтегральные функции. Это условие дает равенство:

$$\int_0^\infty q_2(\xi) \sin m\xi d\xi = 4 \int_0^\infty q_1(\xi) \sin m\xi d\xi - \frac{R(m)}{H(m)}.$$

Подставляя последнее равенство во второе уравнение (12) и используя аналогичное условие, получим интегральное уравнение относительно одной из искомых функций:

$$\int_0^\infty q_1(\xi) \sin m\xi d\xi = \frac{R_2(m)}{H_2(m)}, \quad (13)$$

где

$$H_2(m) = -\frac{1}{\pi t_n} [G_7(m, -h) + G_8(m, -h)] + \frac{1}{\pi t_c} [4G_7(m, h_c) + 4G_8(m, h_c) + \nu G_9(m, h_c) + \nu G_{10}(m, h_c)] + \frac{2}{\pi t_n} [G_{13}(m, h_n) + \nu G_{14}(m, h_n)];$$

$$R_2(m) = \frac{2,6P}{t_c} \sum_{k=1,3,5} (-1)^{\frac{k-1}{2}} \left[G_1(m, -h_c) + G_2(m, -h_c) + \frac{3}{2m^2 h_c^2} \right] \cos\left(\frac{m\lambda_0}{2}\right) \cdot \frac{\alpha_k k}{(k\pi)^2 - (\lambda_0 m)^2} + \frac{3P}{4t_c h_c^2} \cdot \frac{\cos ml - 1}{m^2} - \frac{1}{\pi t_c} \left\{ \frac{[G_7(m, h_c) + G_8(m, h_c) + \nu G_9(m, h_c) + \nu G_{10}(m, h_c)]R(m)}{H(m)} \right\} - \frac{1}{2\pi t_n} \left\{ \frac{[G_{13}(m, h_n) + \nu G_{14}(m, h_n)]R(m)}{H(m)} \right\}.$$

Для решения уравнения (13) умножим обе его части на $\sin(mx)$ и проинтегрируем в пределах от 0 до ∞ :

$$\int_0^{\infty} \sin mx dm \int_0^{\infty} q_1(\xi) \sin m\xi d\xi = \int_0^{\infty} \frac{R_2(m)}{H_2(m)} \sin mx dm.$$

Применяя теперь к левой части синус-преобразования Фурье, получим окончательно

$$q_1(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{R_2(m)}{H_2(m)} \sin mx dm. \quad (14)$$

Аналогично найдем и вторую искомую функцию

$$q_2(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \left[\frac{4R_2(m)}{H_2(m)} - \frac{R(m)}{H(m)} \right] \sin mx dm. \quad (15)$$

Положив для определенности $t_c = t_n = t$, $h_c = 2h_n = h$, $h = 50t$, $\nu = 0,3$, получим из (14)

$$q_1(\zeta h) = \frac{8P}{\pi t h} \int_0^{\infty} 2,6 \sum_{k=1,3,5,\dots} \frac{(-1)^{\frac{k-1}{2}} \alpha_k k}{(k\pi)^2 - (m\lambda_0)^2} + \frac{\left[\frac{sh^2 2z + 4z^2}{sh^2 2z - 4z^2} - \frac{0,245sh^2 z + 6ch^2 z + 2,35z^2}{(sh2z - 2z)(sh^2 2z - 4z^2)} - 0,3 \right] \cos z\chi}{\frac{(sh4z - 4z)}{(sh2z - 2z)(sh^2 4z - 4z^2)} \cdot \frac{2(\cos z\eta - 1)}{4z^2}} \cdot \sin z\zeta dz \quad (16)$$

и из (15)

$$q_1(\zeta h) = \frac{6P}{\pi t h} \int_0^{\infty} \frac{\frac{3(\cos z\eta - 1)}{4z^2} - \left\{ \frac{3,215sh^2 z + 2ch^2 z + 4z^2}{(sh2z - 2z)(sh^2 2z - 4z^2)} - 0,3 \right\} \sum_{k=1,3,5,\dots} \frac{(-1)^{\frac{k-1}{2}} \alpha_k k}{(k\pi)^2 - (m\lambda_0)^2} \sin z\chi}{\frac{3}{2z} - \frac{\cos z\eta - 1}{4z^2} + \frac{(sh4z - 4z)(4z^2 + sh^2 2z + chz)}{sh^2 2z - 4z^2}} \cdot \sin z\zeta dz. \quad (17)$$

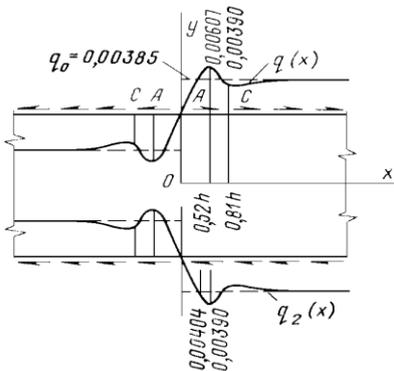


Рис. 6. Касательные усилия взаимодействия поясов и стенки двутавра

На рисунке 6 представлены графики касательных усилий взаимодействия поясов и стенки двутавра, имеющего пролет $2l = 12$ м и размеры сечения: стенки 1000×10 мм, пояса 500×10 мм. Значения давлений $q(x)$ даны в долях $P/2t$. Для сравнения приведена также эпюра элементарных касательных давлений q_0 , по Д.И. Журавскому.

В данном случае разница между пиковым значением давления $q_1(x)$ со стороны загруженной полки и его элементарной величиной $q_0 = 0,00385 (P/2t)$ составляет 57,4 %, а зона их заметного расхождения простирается примерно на $0,8h$ в каждую сторону от сечения, в котором приложена сосредоточенная сила. В то же время отличие давления $q_2(x)$ от элементарного невелико, но в некоторых случаях может иметь принципиальное значение.

Анализ ряда примеров, преимущественно для стержней двутавровых поперечных сечений, показал, что хорошую аппроксимацию разностей (см. рис. 6)

$$\left. \begin{aligned} \bar{q}_1(x) &= q_1(x) - q_{01}(x); \\ \bar{q}_2(x) &= q_2(x) - q_{02}(x) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

уточненных и элементарных касательных давлений со стороны загруженного и свободного от нагрузки поясов можно получить с помощью функций

$$\begin{aligned} \bar{q}_1(x) &= \Delta q_{01}(1,4 \cdot \sin k_1 |\zeta| - 1) && \text{при } |\zeta| \leq 0,107\chi_1^{-1}; \\ \bar{q}_1(x) &= 0 && \text{при } |\zeta| > 0,107\chi_1^{-1}; \\ \bar{q}_2(x) &= \Delta q_{02}(1,05 \cdot \sin k_2 |\zeta| - 1) && \text{при } |\zeta| \leq 0,04\chi_2^{-1}; \\ \bar{q}_2(x) &= 0 && \text{при } |\zeta| > 0,04\chi_2^{-1}, \end{aligned} \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta q_{0i} &= \frac{q_{0m} - q_{0in}}{2} \operatorname{sign} \zeta, \\ k_1 &= \frac{\pi \chi_1}{0,142}; \quad k_2 = \frac{\pi \chi_2}{0,04}, \end{aligned}$$

причем функции элементарных касательных усилий $q_{0i}(x)$, а также значения этих элементарных усилий слева (q_{0is}) и справа (q_{0in}) от сосредоточенной силы входят сюда со своими знаками.

Таким образом, для областей, в которых касательные усилия взаимодействия $q_i(x)$ отличаются от элементарных значений, они могут быть представлены следующим образом:

$$\begin{aligned} q_1(x) &= \Delta q_{01}(1,4 \cdot \sin k_1 |\zeta| - 1) + q_{01}(x); \\ q_2(x) &= \Delta q_{02}(1,5 \cdot \sin k_2 |\zeta| - 1) + q_{02}(x). \end{aligned} \quad (20)$$

Из (19) следует, что «всплеск» касательных усилий взаимодействия в месте разрыва функций $q_{0i}(x)$ обуславливается только скачком элементарных касательных усилий под грузом, но не абсолютной величиной этих усилий, от которой он не зависит.

5. Напряжения в стенке двутавра от касательных усилий взаимодействия

Рассмотрим длинную полосу, верхняя кромка которой на участке $-l \leq x \leq l$ ($l > h$) загружена касательным давлением. Используя формулы

$$\sigma'_x = \alpha_2(\zeta, \mu) \frac{T}{2th}; \quad \sigma'_y = \beta_2(\zeta, \mu) \frac{T}{2th}; \quad \tau'_{xy} = \gamma_2(\zeta, \mu) \frac{T}{2th} \quad (21)$$

как функции влияния напряжений и применяя к ним формулу Грина, будем иметь, например, для нормального напряжения

$$\alpha'_4 \frac{1}{2th} = \frac{1}{2th} \int_0^\infty \left[G_7(z, \mu) + G_8(z, \mu) + \frac{1+3\mu}{2z} \right] \cdot \int_{-\eta}^\eta q_1(\xi) \cdot \sin[z(\zeta - \xi)] d\xi dz, \quad (22)$$

где по-прежнему

$$\eta = l/h.$$

Вычислим с помощью аппроксимации (19) добавки $\Delta\alpha_4$, $\Delta\beta_4$, $\Delta\gamma_4$, которые следует наложить на безразмерные напряжения α_4 , β_4 , γ_4 для получения напряжений в полосе (стенке) от загрузки ее верхней кромки уточненными касательными давлениями $q_1(x)$.

Применяя формулу Грина к (21) с учетом (19), получим для первого нормального напряжения

$$\alpha_4 \frac{1}{2th} = \frac{1}{2\pi t} \int_0^\infty \left[G_7(z, \mu) + G_8(z, \mu) + \frac{1+3\mu}{2z} \right] \int_{-\xi_c}^{\xi_c} \bar{q}(\xi) \cdot \sin[z(\zeta - \xi)] d\xi dz,$$

где $\xi_c = 0,107\chi^{-1}$.

Так как функция $\bar{q}(x)$ нечетна по x , то последний член подынтегральной функции в этом выражении можно записать так:

$$\frac{1+3\mu}{2} \int_0^{\infty} \frac{1}{z} \int_{-z}^{z} \bar{q}(\xi) \sin[z(\zeta - \xi)] d\xi dz = -(1+3\mu) \left[\int_0^{\zeta} \bar{q}(\xi) d\xi + \int_{\zeta}^{\infty} \bar{q}(\xi) d\xi \right] \int_0^{\infty} \frac{\cos z\zeta \sin z\xi}{z} dz.$$

Учитывая только что приводившиеся выше значения последнего несобственного интеграла, получим опять, что

$$\int_0^{\zeta} \bar{q}(\xi) d\xi \int_0^{\infty} \frac{\cos z\zeta \sin z\xi}{z} dz = 0,$$

так как здесь $\xi < \zeta$, а

$$-(1+3\mu) \int_{\zeta}^{\infty} \bar{q}(\xi) d\xi \int_0^{\infty} \frac{\cos z\zeta \sin z\xi}{z} dz = -\frac{1+3\mu}{2} \pi \int_{\zeta}^{\infty} \bar{q}(\xi) d\xi.$$

Нетрудно проверить, что полученное выражение дает напряжение

$$\Delta\sigma_x^0 = -\frac{h+3y}{4th} \int_{\zeta}^{\infty} \bar{q}(\xi) d\xi = -\left(\frac{N}{F} + \frac{M}{J} y \right),$$

где

$$N = h \int_{\zeta}^{\infty} \bar{q}(\xi) d\xi; \quad M = h^2 \int_{\zeta}^{\infty} \bar{q}(\xi) d\xi$$

представляют собой взятые с обратным знаком нормальную силу и изгибающий момент в полосе от нагрузки $\bar{q}(x)$, распределенной на участке $[-\zeta_c; \zeta_c]$ ее кромки.

Следовательно, напряжение $\Delta\sigma_x^0$ есть взятое с обратным знаком элементарное напряжение в полосе от той же нагрузки и исключение его из выражения местных напряжений равноценно наложению на последние соответствующих напряжений, т.е. переходу к полным напряжениям.

Таким образом, выполнив теперь внутренние квадратуры в записанных через формулу Грина выражениях безразмерных напряжений, получим окончательно

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha_4 &= -\frac{2}{\pi_0} \int_0^{\infty} [G_7(z, \mu) + G_8(z, \mu)] F(z, \chi) \cos z\zeta dz; \\ \Delta\beta_4 &= -\frac{2}{\pi_0} \int_0^{\infty} [G_9(z, \mu) + G_{10}(z, \mu)] F(z, \chi) \cos z\zeta dz; \\ \Delta\gamma_4 &= -\frac{2}{\pi_0} \int_0^{\infty} [G_{11}(z, \mu) + G_{12}(z, \mu)] F(z, \chi) \cos z\zeta dz, \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

где

$$F(z, \chi) = \frac{z \cos 0,107 \frac{z}{\chi} + 22\chi \sin 0,107 \frac{z}{\chi}}{50\pi^2 \chi - z^2} \frac{\chi}{z} - \frac{1}{z} \left(1 - \cos 0,107 \frac{z}{\chi} \right).$$

Добавочные же напряжения, вызванные всплеском касательных усилий взаимодействия на верхней кромке стенки, получают значения:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\sigma_x &= \Delta\alpha_4 \frac{q_{0r}}{2t}; \\ \Delta\sigma_y &= \Delta\beta_4 \frac{q_{0r}}{2t}; \\ \Delta\tau_{xy} &= \Delta\gamma_4 \frac{q_{0r}}{2t}. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

При этом очевидно, что они не зависят от протяженности распределенных касательных усилий q_0 , так как параметр η не входит в их выражения.

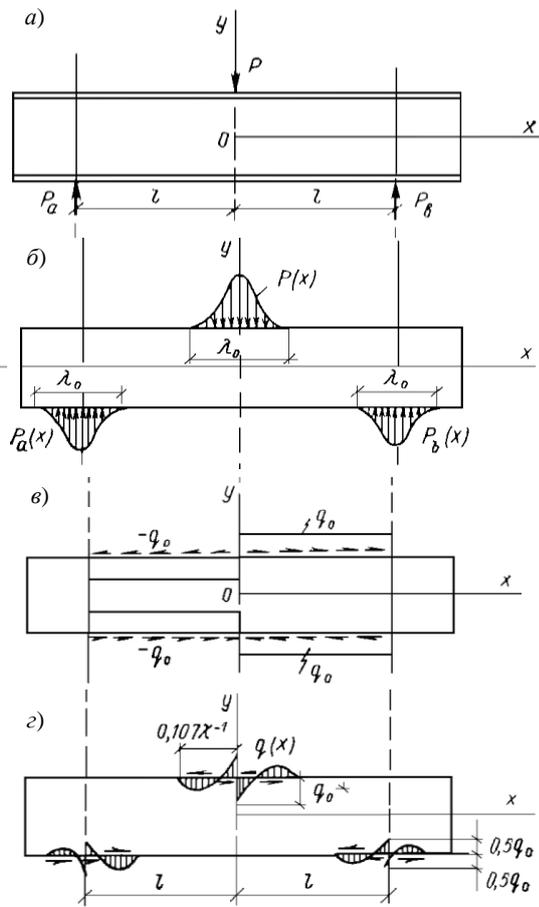


Рис. 7. Схемы загрузки двутаврового стержня

5. Методика расчета напряжений в тонкостенном стержне

Напряженное состояние тонкостенного стержня можно определить двумя путями, различными по методике, но приводящими к одному и тому же результату. Рассмотрим их.

Можно непосредственно использовать формулы:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{N}{F} + \frac{M_z}{J_z} y + \frac{M_y}{J_y} z + \frac{B_\omega}{J_\omega} \omega + \sigma_x^1; \\ \sigma_y &= \sigma_y^1; \\ \tau_{xy} &= \frac{Q_y S_z^{otc}}{J_z \delta} + \frac{Q_z S_y^{otc}}{J_y \delta} + \frac{M_\omega S_\omega^{otc}}{J_\omega \delta} + \tau_{xy}^1, \end{aligned} \tag{26}$$

в которых члены

$$\bar{\sigma}_x = \sigma_x - \sigma_x' \text{ и } \bar{\tau}_{xy} = \tau_{xy} - \tau_{xy}' \tag{27}$$

определяют элементарные напряжения в целом стержне. Тогда в добавки σ_x' , σ_y' и τ_{xy}'' должны входить только чисто местные напряжения, обусловленные особенностями граничных условий (условий связности) на кромках составляющих стержень полос. В этом случае, например, для стенки стержня, показанного на рисунке 7, задача определения напряжений будет решаться так:

а) элементарные напряжения для всего стержня можно найти из выражений:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_x^0 &= \frac{M_z}{J_z} y; \\ \bar{\tau}_{xy}^0 &= \frac{Q_y S_z^{omc}}{2J_z t_c} \end{aligned} \right\} \tag{28}$$

Полные же напряжения в полосе от касательных усилий на кромке, имеющих всплеск по (19), определяются наложением добавочных напряжений (24) на основные напряжения:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \alpha_4(\zeta, \mu, \eta) \frac{g}{2t}; \\ \sigma_y &= \beta_4(\zeta, \mu, \eta) \frac{g}{2t}; \\ \tau_{xy} &= \gamma_4(\zeta, \mu, \eta) \frac{g}{2t}. \end{aligned} \tag{25}$$

На рисунке 7, а приведена общая схема загрузки двутаврового стержня сосредоточенными силами. После удаления поясов распределение усилий взаимодействия по кромкам стенки раскладывается на три схемы (б, в, г), а напряженное состояние, вызванное каждой из этих схем загрузки, описывается соответственно формулами. Входящие в формулы коэффициенты (безразмерные напряжения) можно представить в табличной форме.

Исследование относительного влияния каждой из этих схем показывает, что порядок напряжений от схем (б) и (в) загрузки, в общем, одинаков, т.е. они равноценны по своему влиянию на напряженное состояние стенки. Что же касается схемы (г), то она может оказать некоторое влияние лишь на касательные напряжения в области стенки, находящейся в непосредственной близости от места загрузки балки сосредоточенной силой. На напряжения же σ_x и σ_y всплеск касательных усилий взаимодействия влияет слабо, и при практических расчетах им в большинстве случаев можно пренебречь.

где M_z и Q_y – изгибающие моменты и поперечная сила в стержне; J_z – момент инерции его поперечного сечения; S_z^{omc} – статический момент отсеченной части стержня;

б) местные напряжения от нормального давления $p(x)$, действующего на верхней кромке, определяются формулами (4);

в) местные напряжения от касательных усилий взаимодействия q_0 определяются по формулам (25). Однако следует учесть, что эти формулы дают выражения полных напряжений в полосе (стенке) от загрузки ее кромки касательными усилиями q_0 . Поэтому для получения *местных* напряжений надо использовать следующие формулы:

$$\begin{aligned}\sigma_x^1 &= (\alpha_4 - \alpha_4^0) \frac{g}{2t}; \\ \sigma_y^1 &= \beta_4 \frac{g}{2t}; \\ \tau_{xy}^1 &= (\gamma_4 - \gamma_4^0) \frac{g}{2t}.\end{aligned}\quad (29)$$

Следовательно, из табулированных значений безразмерных напряжений α_4 и γ_4 надо вычесть величины

$$\left. \begin{aligned}\alpha_4^0 &= \frac{1+3\mu}{2} (\eta - \zeta \operatorname{sign} \zeta); \\ \gamma_4^0 &= \frac{3\mu^2 + 2\mu - 1}{4} \operatorname{sign} \zeta.\end{aligned}\right\} \quad (30)$$

Безразмерное напряжение β_4 остается без изменения;

г) то же самое необходимо учесть и при определении напряжений от всплеска касательных усилий взаимодействия на кромках. При этом определяют коэффициенты $\Delta\alpha_4$, $\Delta\beta_4$, $\Delta\gamma_4$ формул (24) как *полные безразмерные напряжения* в полосе от ее загрузки касательными усилиями $\bar{q}(x)$ по (19). Для получения *чисто местных напряжений* от этой загрузки нужно на коэффициент $\Delta\alpha_4$ наложить величину

$$\Delta\alpha_4^0 = \frac{1+3\mu}{2q_0} \int_{\zeta}^{\zeta_0} \bar{q}(\xi) d\xi, \quad (31)$$

представляющую собой безразмерное элементарное напряжение в полосе от загрузки ее усилиями $\bar{q}(x)$.

Такой метод расчета напряжений имеет, по-видимому, внешнее преимущество, состоящее в том, что формулы (26) используются в нетрансформированном виде. Однако в самом процессе счета после разрезки (мысленной) стержня на составляющие его плоские полосы приходится то вновь возвращаться к рассмотрению целого стержня (вычисление элементарных напряжений), то оперировать отдельными полосами (вычислениями по пунктам б, в, г). Поэтому указанное преимущество выглядит весьма формальным; в то же время расчет методически усложнен. Представляется предпочтительным другой путь: после разрезки стержня на полосы последние рассматриваются самостоятельно, изолированно от всего стержня. В соответствии с введенной гипотезой о нулевой жесткости полос на изгиб их из своих плоскостей в смысле неучета нормальных усилий взаимодействия $\bar{p}(x)$ первого рода все внешние нагрузки как бы передаются на те полосы стержня, параллельно которым они действуют. Поэтому элементарные напряжения от них определяются *не в стержне, а в полосе*.

Таким образом, в примере по рисунку 7 элементарные напряжения в стенке будут следующими:

$$\left. \begin{aligned}\sigma_x^0 &= \frac{M_z}{J_z^c} y = \frac{4M_z}{3t_c h_c^3} y; \\ \tau_{xy}^0 &= \frac{Q_y S_z^{omc}}{2J_z^c t_c} = \frac{2}{3} \cdot \frac{Q_y}{t_c h_c} (h_c^2 - y^2).\end{aligned}\right\} \quad (32)$$

Эти напряжения не совпадают с выражениями (28). Однако при учете напряжений от касательных усилий взаимодействия q_0 теперь следует использовать уже не формулы (29), а формулы (25), в коэффициенты которых входят и элементарные безразмерные напряжения по (30).

Нетрудно показать, что

$$\bar{\sigma}_x^0 = \sigma_x^0 + \alpha_4^0 \frac{q_0}{2t_c};$$

$$\bar{\tau}_{xy}^0 = \tau_{xy}^0 + \gamma_4^0 \frac{q_0}{2t_c}.$$

Коэффициенты же $\alpha_4 - \alpha_4^0$, β_4 , $\gamma_4 - \gamma_4^0$ определяют собой чисто местные напряжения от загрузки кромок полосы касательными усилиями q_0 .

Аналогичные рассуждения можно провести и в отношении учета всплеска $\bar{q}(x)$ касательных усилий взаимодействия.

Таким образом, вторая методика расчета напряжений будет складываться из следующих операций:

- а) вычисление элементарных напряжений в полосе по (32);
- б) определение местных напряжений от загрузки кромок нормальными давлениями $p(x)$ по формулам (4);
- в) нахождение напряжений от касательных усилий q_0 взаимодействия по формулам (25);
- г) определение напряжений от всплеска $\bar{q}(x)$ касательных усилий;
- д) суммирование всех этих напряжений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Киселев, В.Н. Расчет тонкостенных металлических стержней / В.Н. Киселев, Ю.В. Попков, В.А. Фетисов // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия Ф. Строительство. Прикладные науки. – 2010. – № 12. – С. 57 – 63.
2. Власов, В.З. Тонкостенные упругие стержни / В.З. Власов. – М.: Стройиздат, 1940. – 278 с.
3. Папкович, П.Ф. Теория упругости / П.Ф. Пакович. – М.-Л., 1939. – 376 с.
4. Броуде, Б.М. Распределение сосредоточенного давления в стальных балках / Б.М. Броуде. – М.-Л., 1950. – 583 с.
5. Малышкина, И.Н. Исследование напряженного состояния подкрановых балок / И.Н. Малышкина // Промышленное строительство. – 1966. – № 10.
6. Горев, В.В. Металлические конструкции: в 3 т. / В.В. Горев. – М.: Высш. шк., 1999. – Т. 2. – 528 с.
7. Металлические конструкции: справ. проектировщика: в 3 т. / под ред. В.В. Кузнецова. – М.: Изд-во АСВ, 1998. – Т. 2. – 576 с.
8. Нормы проектирования. Стальные конструкции: СНиП II-23-81*. – М.: Госстрой СССР, 1982. – 96 с.
9. Еврокод 3. Проектирование стальных конструкций. Ч. 1-1. Общие правила и правила для зданий: ТКП EN 1993-1-1: 2010 / М-во архитектуры и стр-ва Респ. Беларусь. – Минск, 2010. – 93 с.

Поступила 11.05.2012

STRESS STATE OF THIN-WALLED ROD

V. KISELEV

In the article the method of calculating thin-walled prismatic rod of open profile bending. Rod divided into a finite number of elementary bands and analyzed the work of each band on the real normal and tangential forces, attached to the edges of the bands. Results of research is needed to build a rigorous solution to the consideration of local stresses in the bars.