

УДК 528.016

ВЫЧИСЛЕНИЕ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОЩАДИ ЗЕМЕЛЬНОГО ПРОСТРАНСТВЕННОГО GPS-ТРЕУГОЛЬНИКА

А.В. СТРОК

(Полоцкий государственный университет)

Рассматривается актуальный вопрос геодезического обеспечения землеустроительных работ по вычислению и оценке точности определения площади земельного пространственного GPS-треугольника.

Спутниковые методы находят все более широкое применение при решении геодезических задач прикладного характера, в том числе и в землеустроительной практике. Дальнейшее распространение использования спутниковых навигационных систем для геодезического обеспечения территории Беларуси включает в себя мероприятия по уточнению земной системы геодезического обеспечения территории Республики Беларусь, основанной на применении глобальной навигационной спутниковой системы GPS и других спутниковых средств и технологий, позволяющих повысить точность, оперативность и экономическую эффективность решения задач геодезии. При этом актуальными оказываются проблемы создания технологий совместного использования спутниковых и традиционных методов измерений и оценки точности результатов их применения. Для решения указанных проблем необходимо проведение соответствующих теоретических и экспериментальных исследований.

Введение. Построение локальных геодезических сетей основывается на линейных, угловых, а в последнее время и спутниковых измерениях. При этом во многих случаях пункты сети устанавливаются в местах, где не обеспечиваются благоприятные условия радиовидимости навигационных искусственных спутников земли (ИСЗ). На этом основании перспективы развития локальных геодезических сетей связаны с комплексным использованием спутниковых и наземных измерений.

Геодезической основой кадастровых съемок являются государственные геодезические сети всех классов, геодезические сети сгущения и съемочные сети. Построение геодезических сетей основывается на азимутально-угловых, линейных и других наземных, а в настоящее время и спутниковых измерениях.

Результаты спутниковых относительных определений, как правило, представляются в виде пространственных приращений координат ΔX , ΔY , ΔZ в геоцентрической системе координат (ПЗ-90 – для ГЛОНАСС (Россия), WGS-84 – для GPS (США)). Сейчас в большинстве случаев перевод координат из системы геоцентрических координат в принятую на объекте работ систему плоских прямоугольных координат (местную) осуществляется в рамках программных продуктов по координатам пунктов.

Основная часть. В относительном методе спутниковой геодезии по результатам GPS-измерений получают приращение координат ΔX_{12} , ΔX_{23} , ΔX_{31} , ΔY_{12} , ΔY_{23} , ΔY_{31} , ΔZ_{12} , ΔZ_{23} , ΔZ_{31} пространственного треугольника (рис. 1), по которым можно вычислить его стороны:

$$L_{ij} = \sqrt{\Delta X_{ij}^2 + \Delta Y_{ij}^2 + \Delta Z_{ij}^2}, \quad (1)$$

и получить площадь по формуле Герона:

$$S_{\Delta} = \sqrt{P(P - L_{12})(P - L_{23})(P - L_{31})}, \quad (2)$$

где $P = \frac{1}{2}(L_{12} + L_{23} + L_{31})$ – полупериметр треугольника.

Поскольку приращения пространственных координат получают с ошибкой σ_{Δ} , то L_{ij} и S_{Δ} также будут иметь ошибку, которую можно вычислить по формулам (3), (4):

$$m_{S_{\Delta}} = \sigma_0 \sqrt{f P_{\Delta}^{-1} f^T}. \quad (3)$$

Здесь $P_{\Delta} = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{\Delta}^2}$ – веса ΔX_{ij} , ΔY_{ij} , ΔZ_{ij} , и вектор

$$f_{1 \times 9} = (S_{\Delta} - S_{\Delta})_{1 \times 9}, \quad (4)$$

где $(S_{\Delta})_{1 \times 9}$ – площадь пространственного треугольника, вычисленная по формуле (2) после поочередного изменения всех девяти приращений на 1 м.

Приведем числовой пример с исходными данными, опубликованными в [2] для GPS-сети (рис. 2).

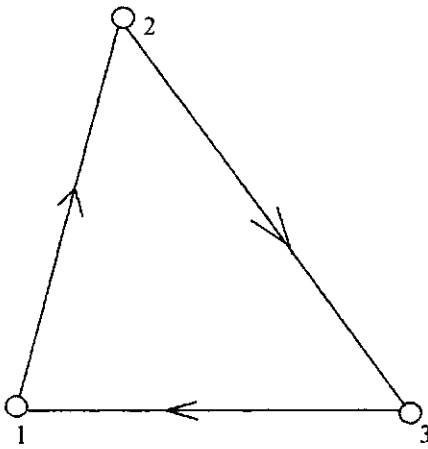


Рис. 1. GPS-треугольник

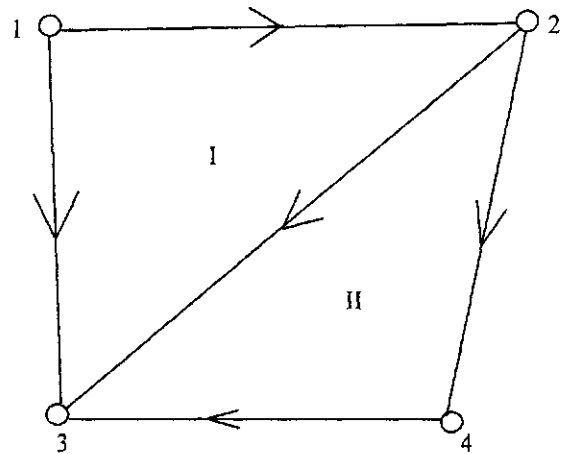


Рис. 2. GPS-сеть

В таблице 1 приведены приращения уравненных пространственных координат; в таблице 2 – коэффициенты вектора строки.

Таблица 1

Исходные приращения координат,
длины наклонных дальностей и площади двух треугольников

Имя стороны	ΔX , м	ΔY , м	ΔZ , м
1 – 2	-212,4890	4643,5202	131,3648
1 – 3	4804,3112	295,7529	-2804,4097
2 – 3	5016,8002	-4347,7673	-2935,7745
2 – 4	6486,3848	-1457,3586	-3799,9740
4 – 3	-1469,5846	-2890,4087	864,1995
L_{12}, L_{13}, L_{23}	4650,2353	5570,7800	7258,7971
L_{24}, L_{43}, L_{23}	7657,4724	3355,7387	7258,7971
S_I, S_{II} м ²	12 952716,357	12 106634,699	

Таблица 2

Коэффициенты вектора строки f

Имя стороны	по ΔX , м	по ΔY , м	По ΔZ , м
Первый треугольник			
1 – 2	-127,0	2782,59	79,02
1 – 3	2006,5	123,74	-1171,28
2 – 3	-1,785	1,154	0,819
Второй треугольник			
2 – 3	891,121	-772,59	-521,61
2 – 4	355,49	-79,96	-208,62
4 – 3	-1517,94	-2986,23	893,34

По формуле (3) для первого треугольника при $\sigma_0 = 0,01$ м получим $m_{SD} = 36,30$ м², для второго $m_{SD} = 37,23$ м² при $P_A = E$.

Те же результаты оценки точности получим, изменяя L_{ij} на 1 м, с последующим применением формул (2) и (4):

$$f_I = [2786,61; 2326,53; -2,740]; m_{SD} = 36,30 \text{ м}^2;$$

$$f_{II} = [1289,15; 419,56; 3467,01]; m_{SD} = 37,23 \text{ м}^2,$$

при $\sigma_0 = 0,01$ м и $P_L = E$.

Площадь пространственного треугольника можно также получить по известной формуле:

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \sqrt{\begin{vmatrix} \Delta X_{12} & \Delta Y_{12} \\ \Delta X_{13} & \Delta Y_{13} \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} \Delta Y_{12} & \Delta Z_{12} \\ \Delta Y_{13} & \Delta Z_{13} \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} \Delta Z_{12} & \Delta X_{12} \\ \Delta Z_{13} & \Delta X_{13} \end{vmatrix}^2}, \quad (5)$$

недостаток которой только в том, что в ней не используются приращения ΔX_{23} , ΔY_{23} , ΔZ_{23} , что не позволяет выполнить правильную оценку точности по формулам (3) и (4).

Чтобы при вычислении площади участвовали все девять приращений координат, вместо (5) можно записать

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \sqrt{\begin{vmatrix} \Delta X_{12} & \Delta Y_{12} \\ \Delta X_{13} & \Delta Y_{13} \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} (\Delta Y_{13} - \Delta Y_{23}) & \Delta Z_{12} \\ -(\Delta Y_{12} + \Delta Y_{23}) & \Delta Z_{13} \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} (\Delta Z_{13} - \Delta Z_{23}) & (\Delta X_{13} - \Delta X_{23}) \\ -(\Delta Z_{12} + \Delta Z_{23}) & -(\Delta X_{12} + \Delta X_{23}) \end{vmatrix}^2}, \quad (6)$$

что значительно сложнее формулы Герона.

При использовании геодезических проекций получают площади фигур искаженные. Найдем площади двух треугольников, расположенных на плоскости проекции Гаусса – Крюгера, имея координаты четырех точек (табл. 3).

Таблица 3

Координаты x, y, H при долготе осевого меридиана $L_0 = 0^\circ$, полученные по B, L, H из [2]

Обозначения	Точка 1, м	Точка 2, м	Точка 3, м	Точка 4, м
x	6 635 193,16	6 635 442,89	6 629 630,13	6 627 925,26
y	447 025,47	451 668,98	447 321,16	450 211,48
H	100,0	70,0	90,0	60,0

По программе OZENKA [1] для хода полигонометрии по периметру сети (см. рис. 2) без исходных пунктов при $\sigma_{\beta} = 2,0''$; $\sigma_L = 0,01$ м получим значения площадей на плоскости:

$$S_{123} = 12\,952\,914 \text{ м}^2; m_S = 32,7 \text{ м}^2;$$

$$S_{234} = 12\,106\,602 \text{ м}^2; m_S = 40,9 \text{ м}^2;$$

$$S_{\text{общ.}} = 25\,059\,516 \text{ м}^2; m_S = 55,4 \text{ м}^2.$$

По этим данным видно, что S_{123} на плоскости больше наклонной площади, а это неверно. Воспользуемся наилучшей поперечно-цилиндрической проекцией при $L_0 = 359^\circ 06'$ и масштабом на осевом меридиане $m_0 = 0,999999947$. Координаты пунктов приведены в таблице 4.

Таблица 4

Координаты точек в наилучшей проекции

Обозначения	Точка 1, м	Точка 2, м	Точка 3, м	Точка 4, м
x	6 634 816,54	6 635 129,30	6 629 258,24	6 627 592,80
y	497 508,43	502 147,98	497 879,60	500 792,70

При тех же условиях по программе OZENKA получено:

$$S_{123} = 12\,952\,049 \text{ м}^2; m_S = 25,5 \text{ м}^2;$$

$$S_{234} = 12\,105\,858 \text{ м}^2; m_S = 38,4 \text{ м}^2;$$

$$S_{\text{общ.}} = 25\,057\,907 \text{ м}^2; m_S = 42,8 \text{ м}^2.$$

Выводы. Приведенный алгоритм с примером определения площади и оценкой точности результатов, полученной из обработки земельного пространственного GPS-треугольника, показывает возможность его применения при совместном использовании спутниковых и традиционных геодезических измерений и оценке точности положения определяемых точек для целей землеустройства.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лапина, А.В. Вычисление и предрасчет точности определения площадей / А.В. Лапина, В.И. Мицкевич // Геодезия и картография. – 1993. – № 8. – С. 50.
2. Насретдинов, К.К. Как правильно измерить площадь земельного участка? / К.К. Насретдинов // ГеодезистЪ. – 2001. – № 5. – С. 14 – 17.

Поступила 14.04.2008