

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования  
«Полоцкий государственный университет»

Г. М. Макаренко

Д. А. Антонович

Н. В. Вабищевич

**КРАТКИЙ СПРАВОЧНИК  
по общей физике**

Новополоцк  
ПГУ  
2011

УДК 53(075.8)  
ББК 22.3я73  
М15

Рекомендовано к изданию методической комиссией  
геодезического факультета в качестве  
справочника (протокол № 1 от 9.09.2010)

Рецензенты:

канд. физ.-мат. наук, проф. каф. высшей математики  
УО «Полоцкий государственный университет» И. Е. АНДРУШКЕВИЧ;  
канд. физ.-мат. наук, доц., зав. каф. физики УО «Полоцкий государственный  
университет» В. Г. ЗАЛЕССКИЙ

**Макаренко, Г. М.**

М15

Краткий справочник по общей физике / Г. М. Макаренко, Д. А. Антонович, Н. В. Вабищевич. – Новополоцк : ПГУ, 2010. – 128 с.

ISBN 978-985-531-158-5.

Рассчитан на широкий круг работников различных профессий, имеющих знания по физике в объеме не ниже программы средней школы, а также – на студентов инженерно-технических специальностей высших и средне-специальных учебных заведений.

Охватывает все основные разделы программы вуза по общей физике для студентов технических специальностей.

В первой части кратко изложены основные понятия и законы по всем разделам общей физики; во второй части приводятся справочные данные, наиболее часто применяемые при решении задач по курсу общей физики.

**УДК 53(075.8)**  
**ББК 22.3я73**

**ISBN 978-985-531-158-5**

© Макаренко Г. М., Антонович Д. А., Вабищевич Н. В., 2011  
© УО «Полоцкий государственный университет», 2011

## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие .....	5
Часть 1. Основные формулы .....	6
1. Физические основы механики.....	6
1.1. Кинематика материальной точки .....	6
1.2. Динамика. Законы сохранения. Элементы теории поля.....	10
1.3. Механика твердого тела .....	17
1.4. Механика жидкостей .....	20
1.5. Элементы специальной теории относительности .....	21
1.6. Механические колебания .....	23
1.7. Упругие волны .....	28
2. Основы молекулярной физики и термодинамики.....	34
2.1. Молекулярно-кинетическая теория идеального газа. Законы идеального газа .....	34
2.2. Элементы статистической физики .....	37
2.3. Явления переноса в газах .....	38
2.4. Основы термодинамики .....	40
2.5. Реальные газы, жидкости и твердые тела .....	45
2.5.1. Реальные газы.....	45
2.5.2. Жидкости .....	46
2.5.3. Твердые тела.....	47
3. Электричество и магнетизм.....	48
3.1. Электростатика.....	48
3.2. Постоянный электрический ток .....	55
3.2.1. Постоянный электрический ток в металлах .....	55
3.2.2. Постоянный электрический ток в других средах.....	59
3.3. Магнитное поле .....	61
3.4. Электромагнитная индукция.....	67
3.5. Электромагнитные колебания и волны.....	69
3.5.1. Свободные и вынужденные колебания .....	69
3.5.2. Переменный ток .....	72
3.5.3. Электромагнитные волны.....	73
4. Оптика. Физика атома и атомного ядра .....	75
4.1. Геометрическая оптика.....	75
4.2. Волновая оптика.....	80
4.2.1. Интерференция света.....	80
4.2.2. Дифракция света .....	83
4.2.3. Поляризация света .....	86
4.3. Квантовая природа излучения .....	89
4.3.1. Тепловое излучение .....	89
4.3.2. Квантово-оптические явления.....	91
4.4. Элементы квантовой механики, атомной и ядерной физики.....	94
4.4.1. Электронные оболочки атома. Теория Бора.....	94
4.4.2. Элементы квантовой механики .....	96
4.4.3. Элементы физики атомного ядра .....	98
Часть 2. Таблицы и графики.....	101
Таблица 1. Множители и приставки СИ для образования десятичных и дольных единиц.....	101
Таблица 2. Единицы СИ, имеющие специальные наименования .....	101
Таблица 3. Перевод некоторых единиц в СИ .....	102
Таблица 4. Основные физические постоянные .....	103
Таблица 5. Некоторые астрономические величины .....	104
Таблица 6. Плотность некоторых твердых веществ .....	104
Таблица 7. Плотность некоторых газов при нормальных условиях .....	105
Таблица 8. Плотность некоторых жидких веществ .....	105

Таблица 9. Моменты инерции некоторых однородных тел.....	105
Таблица 10. Упругие свойства некоторых твердых тел.....	106
Таблица 11. Удельная теплоемкость и удельная теплота парообразования некоторых жидкостей.....	106
Таблица 12. Удельная теплота плавления, удельная теплоемкость и температурный коэффициент линейного расширения некоторых твердых веществ.....	107
Таблица 13. Удельная теплота сгорания твердых и жидких веществ.....	107
Таблица 14. Теплотворная способность газов.....	108
Таблица 15. Удельная теплоемкость газов.....	108
Таблица 16. Скорость звука в различных средах.....	108
Таблица 17. Температура кипения и молярная теплота парообразования некоторых веществ.....	109
Таблица 18. Температура плавления и молярная теплота плавления некоторых веществ.....	110
Таблица 19. Теплопроводность некоторых твердых тел.....	111
Таблица 20. Эффективный диаметр молекул, динамическая вязкость и теплопроводность газов в нормальных условиях.....	111
Таблица 21. Молярная масса некоторых металлов, у которых на каждый атом приходится в среднем по одному свободному электрону.....	111
Таблица 22. Давление водяного пара, насыщающего пространство при разных температурах.....	112
Таблица 23. Удельная теплота парообразования воды при разных температурах.....	112
Таблица 24. Коэффициент поверхностного натяжения и динамическая вязкость жидкостей при 20 °С.....	112
Таблица 25. Критические параметры и постоянные Ван-Дер-Ваальса.....	113
Таблица 26. Подвижность ионов в электролитах.....	113
Таблица 27. Подвижность ионов в газах.....	113
Таблица 28. Электрохимический эквивалент веществ.....	114
Таблица 29. Удельное сопротивление и температурный коэффициент сопротивления некоторых проводников при температуре 20 °С.....	114
Таблица 30. Удельное сопротивление некоторых диэлектриков.....	115
Таблица 31. Относительная диэлектрическая проницаемость.....	115
Таблица 32. Относительная магнитная проницаемость.....	116
Таблица 33. Магнитные восприимчивости пара- и диамагнетиков.....	116
Таблица 34. Температура Кюри некоторых веществ.....	116
График зависимости магнитной индукции $B$ от напряженности $H$ магнитного поля для некоторых веществ.....	117
Таблица 35. Работа выхода электронов из металлов.....	118
Таблица 36. Показатель преломления некоторых жидкостей и твердых веществ для желтой линии натрия при температуре 20 °С.....	118
Таблица 37. Предельные углы полного отражения некоторых веществ.....	118
Таблица 38. Энергия ионизации.....	118
Таблица 39. Излучение оптического диапазона.....	119
Таблица 40. Масса и энергия покоя некоторых частиц и легких ядер.....	119
Таблица 41. Коэффициент качества различных видов излучения.....	119
Схемы радиоактивного распада ядер урана и тория.....	120
График зависимости коэффициента линейного ослабления $\gamma$ -лучей от их энергии для различных веществ.....	121
Таблица 42. Периоды полураспада некоторых радиоактивных изотопов.....	122
Таблица 43. Температура Дебая.....	122
Таблица 44. Масса нейтральных атомов.....	123
Таблица 45. Таблица производных основных элементарных функций.....	125
Таблица 46. Основная таблица неопределенных интегралов.....	125
Периодическая система элементов Д.И. Менделеева.....	126
Литература.....	127

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемый справочник состоит из двух частей и охватывает основные разделы общей физики – «Физические основы механики», «Основы молекулярной физики и термодинамики», «Электродинамика», «Оптика», «Квантовая природа излучения», «Физика атома».

В первой части изложены основные формулы по разделам и темам курса общей физики; во второй части приводятся справочные таблицы и графики.

Теоретические сведения, приведенные в первой части, не могут заменить учебник, здесь приведены лишь основные формулы, сопровождаемые небольшими пояснениями.

Во второй части в справочных таблицах в большинстве случаев названия веществ расположены в алфавитном порядке. Некоторые из таблиц построены в порядке возрастания или убывания численного значения величин.

Помещенные в справочнике формулы, таблицы и графики не претендуют на полноту охвата всех справочных данных по предмету. Из многочисленных сведений сделана попытка отобрать такие, которые наиболее часто используются при изучении общей физики в техническом вузе.

# ЧАСТЬ 1. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

## 1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

### 1.1. Кинематика материальной точки

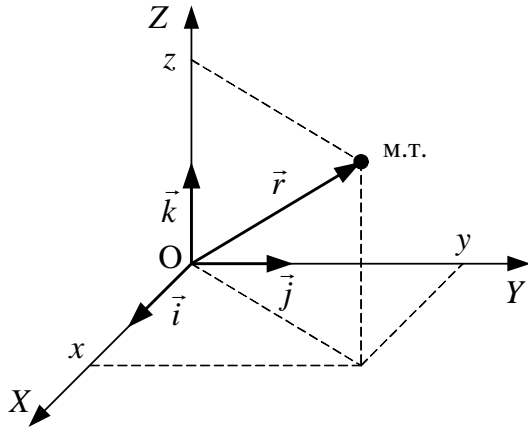


Рис. 1

Положение материальной точки в пространстве в данный момент времени задается с использованием *системы координат* относительно некоторой *точки* (тела) *отсчета*, которая является началом системы координат. Направленный отрезок прямой, соединяющий точку отсчета  $O$  (рис. 1) и материальную точку (м.т.), называется *радиус-вектором* –  $\vec{r}(t)$ :

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k},$$

где  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$  – координаты точки в пространстве;  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$  – единичные векторы направлений (орты соответствующих координатных осей);  $t$  – время.

Модуль радиус-вектора определяется выражением

$$|\vec{r}(t)| = \sqrt{(x(t))^2 + (y(t))^2 + (z(t))^2}.$$

При движении материальной точки ее координаты и радиус-вектор изменяются со временем, а сама материальная точка (конец вектора  $\vec{r}$ ) описывает в пространстве линию, которая называется *траекторией* (рис. 2).

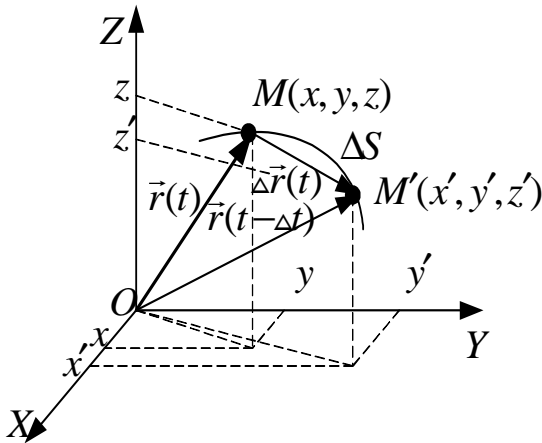


Рис. 2

Скалярную величину  $\Delta S$ , равную длине траектории, описанной точкой за данный промежуток времени, называют *отрезком пути* материальной точки (*путем*). Путь всегда положителен и в процессе движения может только возрастать.

Пусть за время  $\Delta t$  материальная точка переместилась из точки  $M$  в точку  $M'$ , пройдя вдоль траектории отрезок пути  $\Delta S$  (см. рис. 2). Вектор  $\Delta \vec{r}$ ,

проведенный из начальной точки  $M$  в конечную точку  $M'$ , называется *вектором перемещения* материальной точки за время  $\Delta t$ :

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t),$$

$$\text{или } \Delta \vec{r} = \Delta x \vec{i} + \Delta y \vec{j} + \Delta z \vec{k},$$

где  $\Delta x = x' - x$ ;  $\Delta y = y' - y$ ;  $\Delta z = z' - z$ .

При линейном движении путь  $\Delta S$  равен модулю вектора перемещения (перемещению)  $|\Delta \vec{r}|$ :

$$\Delta S = |\Delta \vec{r}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2},$$

при криволинейном движении  $|\Delta \vec{r}| < \Delta S$ .

Вектор средней скорости движения материальной точки

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t},$$

где  $\Delta \vec{r}$  – перемещение точки за промежуток времени  $\Delta t$ ;  $\vec{r}$  – радиус-вектор точки.

Средняя путевая скорость движения

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t},$$

где  $\Delta S$  – путь, пройденный точкой за промежуток времени  $\Delta t$ .

Мгновенная скорость

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k},$$

где  $v_x = \frac{dx}{dt}$ ,  $v_y = \frac{dy}{dt}$ ,  $v_z = \frac{dz}{dt}$  – проекции вектора скорости  $\vec{v}$  на соответствующие оси координат.

Модуль вектора полной скорости

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

Кинематическое уравнение равномерного движения ( $\vec{v} = \text{const}$ ,  $\vec{a} = 0$ ) точки вдоль оси  $Ox$

$$x = x_0 \pm vt,$$

где  $x_0$  – начальная координата точки;  $t$  – время движения.

Знак «плюс» берется при совпадении направления вектора скорости с выбранным положительным направлением оси ОХ.

Правило сложения скоростей в классической механике:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0,$$

где  $\vec{v}$  – скорость материальной точки относительно неподвижной системы отсчета;  $\vec{v}'$  – скорость материальной точки относительно подвижной системы отсчета;  $\vec{v}_0$  – скорость подвижной системы отсчета относительно неподвижной системы отсчета.

Среднее ускорение материальной точки

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

Мгновенное ускорение материальной точки

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k},$$

где  $a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$ ,  $a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$ ,  $a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$  – проекции вектора ускорения  $\vec{a}$  на соответствующие оси координат.

Модуль вектора полного ускорения

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

Полное ускорение при криволинейном движении

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n,$$

где  $a_\tau = \frac{dv}{dt}$  – тангенциальная (касательная к траектории) составляющая ускорения;  $a_n = \frac{v^2}{R}$  – нормальная (центростремительная) составляющая ускорения;  $R$  – радиус кривизны траектории в данной точке.

Модуль вектора полного ускорения при криволинейном движении

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Кинематическое уравнение равнопеременного движения ( $\vec{a} = \text{const}$ ) вдоль оси X

$$x = x_0 \pm v_0 t \pm \frac{at^2}{2}.$$



Скорость точки при равнопеременном движении

$$v = v_0 \pm at,$$

где  $v_0$  – скорость движения в начальный момент времени  $t = 0$  (начальная скорость).

При равноускоренном движении ускорение  $a$  берется со знаком «плюс», при равнозамедленном – со знаком «минус».

Связь между ускорением и перемещением при прямолинейном движении может быть определена выражением

$$\Delta S = \frac{|v_2^2 - v_1^2|}{2a}.$$

Для тела, брошенного с земли под углом  $\alpha$  к горизонту со скоростью  $v_0$  (без учета сопротивления воздуха),

*время полета*

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g};$$

*дальность полета*

$$\Delta S = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g};$$

*максимальная высота*

$$h_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

При вращательном движении положение твердого тела определяется углом поворота (угловым перемещением)  $d\phi$  при указанном положении оси вращения.

Угловая скорость тела

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\phi}}{dt}.$$

Угловая скорость равномерного вращательного движения

$$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu,$$

где  $\Delta\phi$  – угол поворота произвольного радиуса от начального положения;  $\Delta t$  – промежуток времени, за который произошел этот поворот;  $T$  – период вращения;  $\nu = \frac{N}{t}$  – частота вращения,  $N$  – число оборотов за время  $t$ .

Угловое ускорение

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Кинематическое уравнение равномерного вращения ( $\vec{\omega} = \text{const}$ ,  $\varepsilon = 0$ )

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t,$$

где  $\varphi_0$  – угол поворота в момент времени  $t = 0$  (в начальный момент времени).

Кинематическое уравнение равнопеременного вращательного движения ( $\varepsilon = \text{const}$ )

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

Связь угла поворота с числом оборотов:

$$\varphi = 2\pi N.$$

Угловая скорость тела при равнопеременном вращении

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t,$$

где  $\omega_0$  – угловая скорость в начальный момент времени  $t = 0$  (начальная угловая скорость).

При равноускоренном вращении тела угловое ускорение  $\varepsilon$  берется со знаком «плюс», при равнозамедленном – со знаком «минус».

Угловое ускорение  $\varepsilon$  связано с углом поворота за некоторый промежуток времени  $\Delta\varphi$  соотношением

$$\Delta\varphi = \frac{|\omega_2^2 - \omega_1^2|}{2\varepsilon}.$$

Связь между линейными и угловыми величинами при вращательном движении:

$$\Delta S = R\Delta\varphi; \quad v = R\omega; \quad a_\tau = \varepsilon R; \quad a_n = \omega^2 R.$$

Полное ускорение при вращательном движении

$$a = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

## 1.2. Динамика. Законы сохранения. Элементы теории поля

Импульс, количество движения – мера механического движения, равная для материальной точки произведению ее массы  $m$  на вектор ее скорости  $\vec{v}$ :

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Импульс механической системы равен векторной сумме импульсов всех  $n$  материальных точек системы или произведению массы всей системы  $m$  на скорость ее центра масс  $\vec{v}_c$ :

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = m \vec{v}_c.$$

Скорость центра масс системы материальных точек

$$\vec{v}_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i}{m},$$

где  $m_i$  и  $\vec{r}_i$  – соответственно масса и радиус-вектор  $i$ -той материальной точки;  $n$  – число материальных точек в системе,  $m$  – масса всей системы.

Координаты центра масс системы материальных точек:  
*радиус-вектор*

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{m};$$

*в координатной форме*

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{m}; \quad y_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{m}; \quad z_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i z_i}{m},$$

где  $m_i$ ,  $\vec{r}_i$ ,  $x_i$ ,  $y_i$ ,  $z_i$  – соответственно масса, радиус-вектор и координата  $i$ -той материальной точки;  $n$  – число материальных точек в системе,  $m$  – масса всей системы.

*Закон сохранения импульса для замкнутой системы:*

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const}.$$

При решении задач формулировка *первого закона Ньютона* полезна в следующей форме: если результирующая всех сил, действующих на материальную точку (тело), равна нулю, то тело покоится или совершает равномерное и прямолинейное движение.

*Второй закон Ньютона* (основное уравнение динамики материальной точки): скорость изменения импульса точки равна равнодействующей силе, действующей на точку:

$$\sum_{i=1}^k \vec{F}_i = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt},$$

где  $\sum_{i=1}^k \vec{F}_i$  – векторная сумма сил, действующих на тело массой  $m$ ;  $k$  – число действующих сил.

В проекциях на касательную и нормаль к траектории точки это же уравнение будет иметь вид

$$F_\tau = ma_\tau = m \frac{dv}{dt}; \quad F_n = ma_n = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R.$$

Все силы в природе являются силами взаимодействия. Этот факт выражает суть *третьего закона Ньютона*: с какой силой тело 1 действует на тело 2, с такой же силой, но противоположной по направлению, тело 2 действует на тело 1:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

### **Основные силы, рассматриваемые в механике**

*сила тяжести*

$$\vec{F}_m = m\vec{g},$$

где  $g$  – ускорение свободного падения;

*силы упругой деформации при растяжении (сжатии)*

$$\vec{F} = -k\vec{x} \quad \text{либо} \quad \sigma = E \frac{\Delta l}{l_0},$$

где  $k = \frac{ES}{l_0}$  – коэффициент упругости (жесткости);  $\sigma = F/S$  – механическое напряжение;  $E$  – модуль Юнга;  $\Delta l = |\vec{x}|$  – абсолютное удлинение (сокращение) тела при деформации;

*сила трения скольжения*

$$\vec{F}_{mp} = \mu \vec{N},$$

где  $\mu$  – коэффициент трения скольжения;  $N$  – сила реакции опоры (сила нормального давления на опору). Сила трения покоя меняет свое значение от нуля до величины силы трения скольжения  $\vec{F}_{mp}$ ;

*сила трения качения*

$$\vec{F} = \frac{\mu_k \vec{N}}{r},$$

где  $\mu_k$  – коэффициент трения качения;  $r$  – радиус катящегося тела;

сила гравитационного притяжения

$$\vec{F}_T = G \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r},$$

где  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{с}^2$  – гравитационная постоянная;  $m_1$  и  $m_2$  – массы взаимодействующих объектов;  $\vec{r}$  – радиус-вектор, соединяющий объекты;  $r$  – модуль радиус-вектора  $\vec{r}$  (расстояние между объектами);

сила Архимеда

$$\vec{F}_A = \rho \vec{g} V,$$

где  $\rho$  – плотность жидкости или газа;  $V$  – объем погруженной в жидкость или газ части тела.

Уравнение движения тела переменной массы (уравнение Мещерского)

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_p,$$

где  $\vec{F}_p = -\vec{u} \frac{dm}{dt}$  – реактивная сила ( $\vec{u}$  – скорость истечения газов из ракеты).

Работа постоянной силы на прямолинейном участке пути

$$\Delta A = \vec{F} \Delta \vec{r} = F \Delta S \cos(\alpha),$$

где  $\alpha$  – угол между векторами силы  $\vec{F}$  и перемещения  $\Delta \vec{r}$ ;  $\Delta S = |\Delta \vec{r}|$  – элементарный путь.

Работа, совершаемая переменной силой на пути  $s$ ,

$$A = \int_S \vec{F} d\vec{r} = \int_S F_s ds = \int_S F \cos \alpha ds,$$

где  $\vec{F}_s$  – проекция вектора силы на вектор перемещения  $d\vec{r}$ ,  $dS = |d\vec{r}|$  – модуль вектора перемещения.

Средняя мощность за промежуток времени  $\Delta t$

$$\langle N \rangle = \frac{A}{\Delta t}.$$

Мгновенная мощность

$$N = \frac{dA}{dt} \quad \text{или} \quad N = \vec{F} \vec{v} = F_s v = F v \cos \alpha.$$

Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно,

$$E_K = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}.$$

Потенциальная энергия  
упругих сил

$$E_{\Pi} = \frac{kx^2}{2},$$

где  $k$  – коэффициент упругости;  $x$  – абсолютная деформация;  
гравитационного взаимодействия двух тел

$$E_{\Pi} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2};$$

тѐла, находящегося в однородном гравитационном поле,

$$E_{\Pi} = mgh,$$

где  $h$  – высота над уровнем, принимаемым за нулевой (для консервативной системы).

Связь между силой, действующей на тело в данной точке поля, и потенциальной энергией тела:

$$\vec{F} = -\text{grad}E_{\Pi} = -\left(\frac{\partial E_{\Pi}}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial z} \vec{k}\right),$$

где  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$  – единичные векторы координатных осей.

Если в замкнутой системе действуют только консервативные силы, то механическая энергия сохраняется:

$$E = E_K + E_{\Pi} = \text{const}.$$

Если кроме консервативных сил действуют неконсервативные, то изменение полной механической энергии равно работе неконсервативных сил:

$$E_2 - E_1 = A.$$

Скорость движения тел массами  $m_1$  и  $m_2$ , движущихся до удара со скоростями  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  соответственно, после абсолютно упругого центрального удара

$$\vec{v}_1 = \frac{(m_1 - m_2)\vec{v}_1 + 2m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}; \quad \vec{v}_2 = \frac{(m_2 - m_1)\vec{v}_2 + 2m_1\vec{v}_1}{m_1 + m_2}.$$

Скорость движения тел массами  $m_1$  и  $m_2$ , движущихся соответственно со скоростями  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$ , после абсолютно неупругого центрального удара

$$\vec{v} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}.$$

Закон всемирного тяготения в скалярной форме:

$$F_T = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где  $F_T$  – сила всемирного тяготения (гравитационная сила) двух тел массами  $m_1$  и  $m_2$ , движущихся соответственно со скоростями  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$ ;  $r$  – расстояние между точками.

Напряженность поля тяготения

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m},$$

где  $\vec{F}$  – сила тяготения, действующая на тело массой  $m$ , помещенное в данную точку поля.

Работа в поле тяготения, создаваемом объектом массой  $M$ , по перемещению тела массой  $m$ :

$$A = GmM \left( \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right).$$

Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух тел массами  $m_1$  и  $m_2$ , находящихся на расстоянии  $r$  друг от друга,

$$E_{\Pi} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Потенциал поля тяготения

$$\varphi = \frac{E_{\Pi}}{m},$$

где  $E_{\Pi}$  – потенциальная энергия материальной точки массой  $m$ , помещенной в данную точку поля.

Потенциал поля тяготения, создаваемый телом массой  $M$ ,

$$\varphi_{\Pi} = -\frac{GM}{R},$$

где  $R$  – расстояние от центра тела до рассматриваемой точки.

Связь между потенциалом поля тяготения и его напряженностью:

$$\vec{g} = -\text{grad}\varphi = -\left( \frac{\partial\varphi_{\Pi}}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial\varphi_{\Pi}}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial\varphi_{\Pi}}{\partial z} \vec{k} \right).$$

Знак «минус» в формуле показывает, что вектор напряженности  $\vec{g}$  направлен в сторону убывания потенциала.

Третий закон Кеплера:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3},$$

где  $T_1$  и  $T_2$  – периоды обращения планет вокруг Солнца;  $R_1$  и  $R_2$  – большие полуоси орбит этих планет.

Первая космическая скорость

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM_3}{r}} = \sqrt{gR_3} = 7,9 \cdot 10^3 \text{ м/с},$$

где  $M_3$ ,  $R_3$  – соответственно масса и радиус Земли;  $r$  – радиус круговой орбиты;  $G$  – гравитационная постоянная.

Вторая космическая скорость

$$v_2 = \sqrt{\frac{2GM_3}{r}} = \sqrt{2gR_3} = 11,2 \cdot 10^3 \text{ м/с}.$$

Основной закон динамики для неинерциальных систем отсчета:

$$m\vec{a}' = m\vec{a} + \vec{F}_{ин},$$

где  $\vec{a}$  и  $\vec{a}'$  – соответственно ускорения тела в инерциальной и неинерциальной системах отсчета;  $\vec{F}_{ин}$  – силы инерции.

Силы инерции

$$\vec{F}_{ин} = \vec{F}_u + \vec{F}_y + \vec{F}_\kappa,$$

где  $\vec{F}_u$  – силы инерции, проявляющиеся при поступательном движении системы отсчета с ускорением  $\vec{a}_0$ ,

$$\vec{F}_u = -m\vec{a}_0;$$

$F_y$  – центробежные силы инерции (силы инерции, действующие во вращающейся системе отсчета на тела, удаленные от оси вращения на конечное расстояние  $R$ ),

$$F_y = -m\omega^2 R;$$

$\vec{F}_\kappa$  – сила Кориолиса (сила инерции, действующая на тело, движущееся со скоростью  $v'$  во вращающейся системе отсчета),

$$\vec{F}_\kappa = 2m[\vec{v}', \vec{\omega}].$$



### 1.3. Механика твердого тела

Момент силы относительно неподвижной точки

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}],$$

где  $\vec{r}$  – радиус-вектор, проведенный из этой точки в точку приложения силы  $\vec{F}$ .

Момент силы относительно неподвижной оси  $Z$

$$\vec{M}_z = [\vec{r}, \vec{F}].$$

Модуль момента силы

$$M = Fl,$$

где  $l$  – плечо силы (кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью вращения).

Момент инерции материальной точки

$$J = mr^2,$$

где  $m$  – масса точки;  $r$  – расстояние до оси вращения.

Момент инерции системы (тела)

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2,$$

где  $r_i$  – расстояние материальной точки массой  $m_i$  до оси вращения.

Ниже приведены моменты инерции некоторых однородных тел массой  $m$  правильной геометрической формы.

Тело	Положение оси вращения	Момент инерции
Полый тонкостенный цилиндр радиусом $R$	Ось симметрии	$mR^2$
Сплошной цилиндр или диск радиусом $R$	То же	$\frac{1}{2}mR^2$
Прямой тонкостенный стержень длиной $l$	Ось перпендикулярна к стержню и проходит через его середину	$\frac{1}{12}ml^2$
То же	Ось перпендикулярна к стержню и проходит через его конец	$\frac{1}{3}ml^2$
Шар радиусом $R$	Ось проходит через центр шара	$\frac{2}{5}mR^2$

В случае непрерывного распределения масс (для сплошного однородного твердого тела)

$$J = \oint_m r^2 dm = \rho \oint_V r^2 dV,$$

где  $\rho$  – плотность тела;  $V$  – его объем.

Теорема Штейнера:

$$J = J_c + ma^2,$$

где  $J_c$  – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс;  $J$  – момент инерции относительно параллельной оси, отстоящей от первой на расстоянии  $a$ ;  $m$  – масса вращающегося тела.

Момент импульса материальной точки относительно неподвижной точки

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{v}].$$

Момент импульса (момент количества движения) твердого тела относительно неподвижной оси вращения

$$\vec{L}_z = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i r_i = J_z \vec{\omega}_z,$$

где  $r_i$  – расстояние от оси  $z$  до отдельной частицы тела;  $m_i v_i$  – импульс этой частицы;  $J_z$  – момент инерции тела относительно оси  $Z$ ;  $\vec{\omega}_z$  – угловая скорость вращения.

Закон сохранения момента импульса (момента количества движения) для замкнутой системы

$$\sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \text{const}.$$

Для двух взаимодействующих тел закон сохранения момента импульса:

$$J_1 \omega_1 + J_2 \omega_2 = J'_1 \omega'_1 + J'_2 \omega'_2,$$

где  $J_1, J_2, \omega_1, \omega_2$  – моменты инерции и угловые скорости тел до взаимодействия;  $J'_1, J'_2, \omega'_1, \omega'_2$  – те же величины после взаимодействия.

Основное уравнение (закон) динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}; \quad M_z = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon,$$

где  $\varepsilon$  – угловое ускорение;  $J_z$  – момент инерции тела относительно оси  $Z$ .

Элементарная работа при вращении тела

$$dA = M_z d\varphi,$$

где  $d\varphi$  – угол поворота тела;  $M_z$  – момент силы относительно оси  $z$ .

Работа внешних сил при повороте твердого тела на конечный угол  $\varphi$

$$A = \int_0^{\varphi} M_z d\varphi.$$

Если  $M_z = \text{const}$ , то работа

$$A = M_z \varphi.$$

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси  $Z$ ,

$$W_{\text{Квр}} = \frac{J_z \omega^2}{2},$$

где  $J_z$  – момент инерции тела относительно оси  $Z$ ;  $\omega$  – его угловая скорость.

Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения,

$$W_K = \frac{1}{2} m v_c^2 + \frac{1}{2} J_c \omega^2,$$

где  $m$  – масса тела;  $v_c$  – скорость центра масс тела;  $J_c$  – момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс;  $\omega$  – угловая скорость тела.

Напряжение при упругой деформации тела

$$\sigma = \frac{F}{S},$$

где  $F$  – растягивающая (сжимающая) сила;  $S$  – площадь поперечного сечения тела.

Относительное продольное растяжение (сжатие)

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l},$$

где  $\Delta l$  – изменение длины тела при растяжении (сжатии);  $l$  – длина тела до деформации.

Относительное поперечное растяжение (сжатие)

$$\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d},$$

где  $\Delta d$  – изменение диаметра стержня при растяжении (сжатии);  $d$  – диаметр стержня.

Связь между относительным поперечным сжатием (растяжением)  $\varepsilon'$  и относительным продольным растяжением (сжатием)  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon' = \mu \varepsilon,$$

где  $\mu$  – коэффициент Пуассона.

Закон Гука для продольного растяжения (сжатия):

$$\sigma = E \varepsilon,$$

где  $E$  – модуль Юнга.

Потенциальная энергия упруго растянутого (сжатого) тела

$$W_{\Pi} = \int_0^{\Delta l} F dx = \frac{1}{2} \frac{ES}{l} (\Delta l)^2 = \frac{E \varepsilon^2}{2} V,$$

где  $V$  – объем тела.

## 1.4. Механика жидкостей

Гидростатическое давление столба жидкости на глубине  $h$

$$p = \rho gh ,$$

где  $\rho$  – плотность жидкости.

Закон Архимеда:

$$F_A = \rho g V ,$$

где  $F_A$  – выталкивающая сила;  $V$  – объем вытесненной жидкости.

Уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости:

$$Sv = \text{const} ,$$

где  $S$  – площадь поперечного сечения трубки тока;  $v$  – скорость жидкости.

Уравнение Бернулли для стационарного течения идеальной несжимаемой жидкости:

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = \text{const} ,$$

где  $\frac{\rho v^2}{2}$  – динамический напор;  $\rho gh$  – гидравлический напор ( $h$  – глубина рассматриваемого сечения жидкости относительно уровня жидкости);  $p$  – статическое давление. С физической точки зрения *динамический напор* соответствует удельной кинетической энергии, т.е. энергии 1 единицы объема движущейся жидкости, а *гидравлический напор* – удельная потенциальная энергия 1 единицы объема в поле силы тяжести.

Для трубки тока, расположенной горизонтально,

$$\frac{\rho v^2}{2} + p = \text{const} .$$

Формула Торричелли, позволяющая определить скорость истечения жидкости из малого отверстия в открытом широком сосуде:

$$v = \sqrt{2gh} ,$$

где  $h$  – глубина, на которой находится отверстие относительно уровня жидкости в сосуде.

Сила внутреннего трения между слоями текущей жидкости

$$F = -\eta \left| \frac{\Delta v}{\Delta x} \right| S ,$$

где  $\eta$  – динамическая вязкость жидкости;  $\frac{\Delta v}{\Delta x}$  – градиент скорости;  $S$  – площадь соприкасающихся слоев.

Число Рейнольдса, определяющее характер движения жидкости,

$$\text{Re} = \frac{\rho \langle v \rangle d}{\eta},$$

где  $\rho$  – плотность жидкости;  $\langle v \rangle$  – средняя по сечению трубы скорость жидкости;  $d$  – характерный линейный размер, например, диаметр трубы.

Формула Стокса, позволяющая определить силу сопротивления, действующую на медленно движущийся в вязкой среде шарик:

$$F = -6\pi\eta r v,$$

где  $r$  – радиус шарика;  $v$  – его скорость.

Формула Пуазейля, позволяющая определить объем жидкости, протекающий за время  $t$  через капиллярную трубку длиной  $l$ :

$$V = \pi R^4 \frac{\Delta p t}{8\eta l},$$

где  $R$  – радиус трубки;  $\Delta p$  – разность давлений на концах трубки.

При движении твердых тел в жидкостях и газах лобовое сопротивление

$$R_x = C_x \frac{\rho v^2}{2} S,$$

где  $C_x$  – коэффициент сопротивления (безразмерный);  $\rho$  – плотность среды;  $v$  – скорость движения тела;  $S$  – площадь наибольшего поперечного сечения тела.

Подъемная сила

$$R_y = C_y \frac{\rho v^2}{2} S,$$

где  $C_y$  – коэффициент подъемной силы (безразмерный).

### 1.5. Элементы специальной теории относительности (СТО)

В СТО рассматриваются только инерциальные системы отсчета. В рассматриваемых задачах считается, что оси координат  $y, y'$  и  $z, z'$  (рис. 3) сонаправлены, а относительная скорость  $v$  системы координат  $k'$  относительно системы  $k$  направлена вдоль общей оси  $xx'$ .

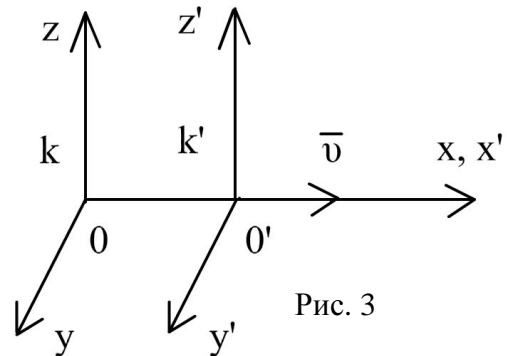


Рис. 3

Релятивистское (лоренцево) сокращение длины стержня

$$l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2},$$

где  $l_0$  – длина стержня в системе  $k'$ , относительно которой стержень покоится (собственная длина) – стержень параллелен оси  $x$ ;  $l$  – длина стержня в системе  $k$ , относительно которой он движется со скоростью  $v$ ;  $\beta = \frac{v}{c}$ ;

$c = 3 \cdot 10^8$  м/с – скорость света в вакууме.

Релятивистское замедление хода часов

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

где  $\Delta t_0$  – промежуток времени между двумя событиями, происходящими в одной точке системы  $k'$ , измеренными по часам этой системы (собственное время движущихся часов);  $\Delta t$  – промежуток времени между двумя событиями, измеренными по часам системы  $k$ .

Зависимость массы частицы от скорости ее движения (релятивистская масса)

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

где  $m_0$  – масса покоя этой частицы.

Релятивистский импульс

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Кинетическая энергия релятивистской частицы

$$E_k = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right); \quad E_k = E - E_0,$$

где  $E = mc^2 = m_0 c^2 + E_k$  – полная энергия релятивистской частицы;  $E_0 = m_0 c^2$  – энергия покоя частицы.

Изменение массы системы на величину  $\Delta m$  соответствует изменению энергии системы на величину

$$\Delta E = \Delta m c^2.$$

Связь между полной энергией и импульсом релятивистской частицы:

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}; \quad pc = \sqrt{E_k (E_k + 2E_0)}.$$

Релятивистское сложение скоростей:

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}; \quad u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}},$$

где  $u'$  – скорость тела относительно системы  $k'$  (относительная скорость),  
 $v$  – скорость системы  $k'$  относительно системы  $k$  (переносная скорость),  
 $u$  – скорость тела относительно системы  $k$ .

Энергию микрочастиц часто измеряют в электрон-вольтах:

$$1\text{эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$$

## 1.6. Механические колебания

Колебаниями называют движения и процессы, характеризующиеся повторяемостью во времени. К гармоническим относят колебания, при которых координаты тела меняются по закону

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0) \quad \text{или} \quad x = A \sin(\omega t + \varphi_0),$$

где  $x$  – смещение колеблющейся величины от положения равновесия;  
 $A$  – амплитуда колебаний;  $\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$  – круговая (циклическая) частота;  $\nu = 1/T$  – частота;  $T$  – период колебаний;  $\varphi_0$  – начальная фаза (в момент времени  $t_0 = 0$ );  $(\omega t + \varphi_0)$  – фаза колебаний в момент  $t$ .

Гармонические колебания можно представить с помощью векторной диаграммы. Вектор  $\vec{A}$  равномерно вращается с угловой скоростью  $\omega$  относительно точки  $O$  (рис. 4), при этом угол  $\varphi$  между осью  $OX$  и вектором  $\vec{A}$  непрерывно меняется со временем  $t$ :

$$\varphi = \omega t + \varphi_0,$$

где  $\varphi_0$  – начальный угол при  $t_0 = 0$ .

При вращении проекция вектора  $\vec{A}$  на ось  $OX$  совершает гармонические колебания:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0),$$

при которых модуль вектора  $|\vec{A}|$  является ампли-

тудой, угловая скорость вращения  $\omega$  – циклической частотой, а угол  $\varphi_0$  – начальной фазой колебаний. Метод векторной диаграммы используется при сложении гармонических колебаний одинаковой частоты и определении сдвига фаз между током и напряжением в цепях переменного тока.

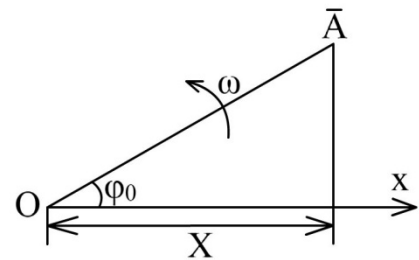


Рис. 4

Скорость и ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания:

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0) = A\omega \cos\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) = A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0 + \pi) = -\omega^2 x.$$

Максимальные скорость  $v_{\max}$  (амплитуда скорости) и ускорение  $a_{\max}$  (амплитуда ускорения) материальной точки, совершающей гармонические колебания:

$$v_{\max} = A\omega; \quad a_{\max} = A\omega^2.$$

Фаза колебаний

$$\varphi = (\omega t + \varphi_0) = (2\pi\nu t + \varphi_0) = \left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right).$$

Дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний материальной точки массой  $m$ :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad \text{или} \quad m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx,$$

где  $m$  – масса точки;  $k$  – коэффициент квазиупругой силы ( $k = m\omega^2$ ),  $\omega^2$  – собственная частота колебаний, которая зависит от параметров колеблющейся системы.

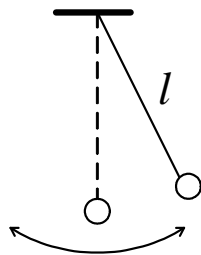


Рис. 5

Математический маятник (рис. 5) с неподвижной осью:

$$\text{период колебаний } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}};$$

$$\text{циклическая частота } \omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{l}},$$

где  $l$  – длина маятника;  $g$  – ускорение свободного падения.

Математический маятник с осью, движущейся с ускорением  $\vec{a}$ :

$$\text{период колебаний } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g^*}};$$

$$\text{циклическая частота } \omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g^*}{l}},$$

где  $l$  – длина маятника;  $g^*$  – модуль вектора ускорения маятника,  $\vec{g}^* = \vec{g} + \vec{a}$ .



Физический маятник (рис. 6):

$$\text{период колебаний } T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgd}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}};$$

$$\text{циклическая частота } \omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{mgd}{J}} = \sqrt{\frac{g}{L}},$$

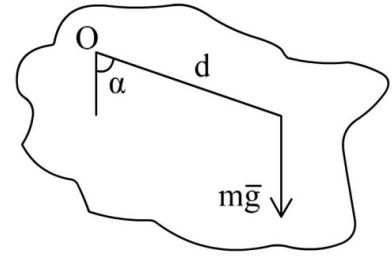


Рис. 6

где  $J$  – момент инерции маятника относительно оси колебаний  $O$ ;  $d$  – расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника;  $L = J/(md)$  – приведенная длина физического маятника.

Пружинный маятник (рис. 7):

$$\text{период колебаний } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}};$$

$$\text{циклическая частота } \omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}},$$

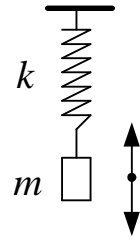


Рис. 7

где  $k$  – коэффициент упругости (жесткость пружины).

Крутильный маятник (тело, подвешенное на упругой нити) (рис. 8):

$$\text{период крутильных колебаний } T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{k}};$$

$$\text{циклическая частота } \omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{J}},$$

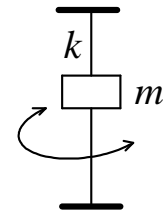


Рис. 8

где  $J$  – момент инерции тела относительно оси, совпадающей с упругой нитью;  $k$  – жесткость упругой нити, равная отношению упругого момента, возникающего при закручивании нити, к углу, на который нить закручивается.

Приведенные формулы являются точными для случая бесконечно малых амплитуд. При конечных амплитудах эти формулы дают лишь приближенные результаты. При амплитудах порядка  $3^\circ$  погрешность в значении периода не превышает 1 %.

При наличии сил трения свободные колебания будут *затухающими*, их амплитуда уменьшается в результате потерь энергии.

Дифференциальное уравнение свободных *затухающих колебаний*:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2x = 0 \quad \text{или} \quad m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - r\frac{dx}{dt},$$

где  $\delta = \frac{r}{2m}$  – коэффициент затухания.

Если амплитуда уменьшилась в  $e$  раз ( $e \approx 2,718$ ), то  $\delta = \frac{1}{\tau}$ , где  $\tau$  – время релаксации;  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  – собственная частота той же колебательной системы;  $r$  – коэффициент сопротивления.

Уравнение затухающих колебаний, т.е. смещение колеблющейся точки от положения равновесия (решение дифференциального уравнения):

$$x = A(t) \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где  $A(t) = A_0 e^{-\delta t}$  – амплитуда затухающих колебаний в момент  $t$ ;  $A_0$  – амплитуда затухающих колебаний в начальный момент времени ( $t_0 = 0$ );  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$  – круговая частота затухающих колебаний.

Логарифмический декремент затухания

$$\Theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e},$$

где  $\delta$  – коэффициент затухания;  $T$  – период затухающих колебаний;  $\tau$  – время релаксации;  $N_e$  – число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в  $e$  раз;  $A(t)$  и  $A(t+T)$  – амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период.

Добротность колебательной системы

$$Q = \frac{\pi}{\Theta} = \frac{\omega_0}{2\delta},$$

где  $\Theta$  – логарифмический декремент затухания;  $\omega_0$  – циклическая частота свободных незатухающих колебаний той же колебательной системы;  $\delta$  – коэффициент затухания.

Если система совершает колебания под периодически изменяющимся внешним воздействием, то такие колебания называют *вынужденными*.

Дифференциальное уравнение *вынужденных колебаний* для установившихся колебаний:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t \quad \text{или} \quad m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - r \frac{dx}{dt} + F_0 \cos \omega t,$$

где  $F_0 \cos \omega t$  – внешняя периодическая сила, действующая на колеблющуюся материальную точку и вызывающая вынужденные колебания;  $F_0$  – амплитуда вынуждающей силы.

Решение дифференциального уравнения вынужденных колебаний для установившихся колебаний:

$$x = A \cos(\omega t - \varphi),$$

где  $A$  – амплитуда вынужденных колебаний, которая зависит от соотношения вынужденной  $\omega$  и собственной  $\omega_0$  частоты:

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}},$$

где  $\varphi$  определяет отставание по фазе вынужденного колебания от вынуждающей силы:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Резонансная частота и резонансная амплитуда:

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}; \quad A_{\text{рез}} = \frac{F_0/m}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}},$$

где  $F_0$  – амплитудное значение внешней периодической силы.

Кинетическая энергия колеблющейся материальной точки массой  $m$  (рис. 9):

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Потенциальная энергия колеблющейся материальной точки массой  $m$  (см. рис. 9):

$$E_{\text{II}} = \frac{kx^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Полная энергия колеблющейся материальной точки массой  $m$  (см. рис. 9):

$$E_{\text{II}} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} = \frac{1}{2}kA^2.$$

*Сложение двух гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты*

Амплитуда  $A$  результирующего колебания:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

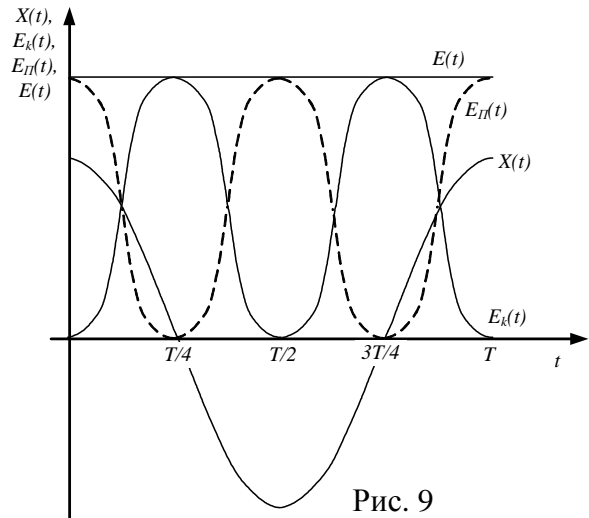


Рис. 9

Начальная фаза результирующего колебания:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2},$$

где  $A_1$  и  $A_2$  – амплитуды двух складываемых колебаний;  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – начальные фазы колебаний.

Частота биений, возникающих при сложении двух колебаний, происходящих по одной прямой с различными, но близкими по значению частотами  $\nu_1$  и  $\nu_2$ :

$$\nu = \nu_1 - \nu_2.$$

Уравнение траектории точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях с амплитудами  $A_1$  и  $A_2$  и начальными фазами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ :

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Если начальные фазы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  составляющих колебаний одинаковы, уравнение траектории примет вид:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1,$$

т.е. точка движется по эллипсу.

## 1.7. Упругие волны

Связь длины волны  $\lambda$  с периодом  $T$  и частотой  $\nu$  колебаний:

$$\lambda = \nu T; \quad \nu = \lambda \nu,$$

где  $\nu$  – скорость распространения колебаний в среде (фазовая скорость).

Уравнение *плоской волны*, распространяющейся вдоль положительного направления оси  $x$ :

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

где  $\xi(x, t)$  – смещение точек среды с координатой  $x$  в момент времени  $t$ ;  $A$  – амплитуда волны;  $\omega$  – циклическая (круговая) частота;  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\nu T} = \frac{\omega}{\nu}$  – волновое число ( $\lambda$  – длина волны;  $\nu$  – фазовая скорость волны;  $T$  – период колебаний);  $\varphi_0$  – начальная фаза колебаний.

Величина  $\varphi = \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) + \varphi_0$  или  $\varphi = 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi_0$  называется *фазой волны*.

Дифференциальное уравнение *волнового процесса*:

$$\frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \xi(x, t)}{dx^2},$$

где  $\xi(x, t)$  – смещение точек среды с координатой  $x$  в момент времени  $t$ ;  $v$  – фазовая скорость волны.

Уравнение *плоской затухающей волны*:

$$\xi(x, t) = A_0 e^{-\beta x} \cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

где  $A_0$  – амплитуда волны в точке  $x = 0$ ;  $\beta$  – коэффициент затухания, зависящий от свойств среды;  $\omega$  – циклическая (круговая) частота;  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}$  – волновое число ( $\lambda$  – длина волны;  $v$  – фазовая скорость волны;  $T$  – период колебаний);  $\varphi_0$  – начальная фаза колебаний.

Уравнение *сферической волны* без учета затухания имеет вид

$$\xi(x, t) = \frac{A}{r} \cos \left( \omega \left( t - \frac{r}{v} \right) + \varphi_0 \right),$$

где  $\xi(x, t)$  – смещение точек среды с координатой  $x$  в момент времени  $t$ ;  $A$  – амплитуда волны;  $r$  – расстояние от источника колебаний;  $\omega$  – циклическая (круговая) частота;  $v$  – фазовая скорость волны;  $\varphi_0$  – начальная фаза колебаний.

*Волновое уравнение* для волн, распространяющихся в упругой изотропной среде, имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2},$$

его решение:

$$\xi = a \cos \left[ \omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_0 \right],$$

где  $\vec{r}$  – радиус-вектор, который характеризует точку пространства, которой достигла волна к промежутку времени  $t$ ; при этом выполняются следующие равенства:

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{v^2}; \quad \vec{k} \cdot \vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z.$$

Связь между разностью фаз  $\Delta\varphi$  и разностью хода  $\Delta$ :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta.$$

Условия максимума и минимума амплитуды колебаний при интерференции волн:

$$\Delta_{\max} = \pm 2m \frac{\lambda}{2}; \quad \Delta_{\min} = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2},$$

где  $m = 0, 1, 2, \dots$  – порядок максимума (минимума).

Фазовая  $v$  и групповая  $u$  скорости, а также связь между ними:

$$v = \frac{\omega}{k}; \quad u = \frac{d\omega}{dk}; \quad u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}.$$

Уравнение стоячей волны:

$$\xi(x, t) = 2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \omega t = 2A \cos kx \cdot \cos \omega t,$$

где  $\xi(x, t)$  – смещение точек среды с координатой  $x$  в момент времени  $t$ ;  $A$  – амплитуда волны;  $\omega$  – циклическая (круговая) частота;  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}$  – волновое число ( $\lambda$  – длина волны;  $v$  – фазовая скорость;  $T$  – период колебаний).

Координаты пучностей и узлов стоячей волны:

$$x_{II} = \pm m \frac{\lambda}{2}; \quad x_y = \pm \left( m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2},$$

где  $m = 0, 1, 2, \dots$ .

Уровень *интенсивности* звука в децибелах:

$$L = 10 \lg \frac{I}{I_0},$$

где  $I$  – интенсивность звука;  $I_0$  – интенсивность звука на пороге слышимости ( $I_0 = 10^{-12}$  Вт/м<sup>2</sup>).

*Эффект Доплера в акустике:*

$$v = \frac{(v \pm v_{np})v_0}{v \mp v_{ист}},$$

где  $v$  – частота звука, воспринимаемая движущимся приемником;  $v_0$  – частота звука, посылаемая источником;  $v_{np}$  – скорость движения приемника;  $v_{ист}$  – скорость движения источника;  $v$  – скорость распространения звука.

Верхний знак берется, если при движении источника или приемника происходит их сближение, нижний знак – в случае их взаимного удаления.

Скорость распространения поперечной упругой волны (например, в тонкой струне)

$$v_{\perp} = \sqrt{\frac{F}{\rho S}} = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}},$$

где  $\sigma = \frac{F}{S}$  – механическое напряжение в струне (модуль сдвига),  $\rho$  – плотность вещества струны.

Скорость распространения продольных волн в стержне

$$v_{\parallel} = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где  $E$  – модуль Юнга.

В изотропном твердом теле по любому направлению могут распространяться продольная упругая волна со скоростью  $v_{\parallel} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$  и две поперечные волны со скоростью  $v_{\perp} = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}}$ . Скорость поперечных волн меньше скорости продольных волн: ( $v_{\perp} < v_{\parallel}$ ).

В жидкостях возможно распространение лишь продольных волн. Скорость их распространения определяется формулой

$$v_{\parallel} = \sqrt{\frac{k}{\rho}},$$

где  $k$  – модуль всестороннего сжатия;  $\rho$  – плотность жидкости (например, в воде  $v_{\parallel} \approx 1450$  м/с).

Скорость распространения продольных волн в газообразной среде (звук) определяется выражением

$$v_{\parallel} = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}} = \langle v \rangle \sqrt{\frac{\pi \gamma}{8}},$$

где  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$  – отношение теплоемкости газа при постоянном давлении к теплоемкости газа при постоянном объеме (показатель адиабаты);  $p$  и  $\rho$  – давление и плотность невозмущенного газа;  $M$  – молярная масса газа;  $T$  – абсолютная температура;  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}$  – средняя скорость теплового движения молекул газа.

В воздухе при нормальных условиях скорость звука  $v_{||} \approx 340$  м/с.

Отдельную группу представляют волны на поверхности жидкости. Распространение таких волн обусловлено действием сил тяжести и сил поверхностного натяжения. Роль этих сил различна для волн разной длины: для достаточно коротких волн, когда кривизна поверхности жидкости велика, преобладающими являются силы поверхностного натяжения, а в случае длинных волн этими силами можно пренебречь. В первом случае волны на воде называются *капиллярными* –  $v_{\sigma}$ . Во втором случае волны называются *гравитационными* –  $v_g$ .

Скорость капиллярных поверхностных волн

$$v_{\sigma} = \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}},$$

где  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения;  $\rho$  – плотность жидкости;  $\lambda$  – длина волны.

Скорость гравитационных поверхностных волн:

– для «глубокой» воды, когда  $\lambda \ll h$  ( $h$  – глубина жидкости)

$$v_g = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{g\lambda};$$

– для «мелкой» воды, когда  $h \ll \lambda$ ,

$$v_g = \sqrt{gh}.$$

При распространении волн происходит перенос энергии без переноса вещества. Энергия волны в упругой среде состоит из *кинетической энергии* колебательного движения частиц вещества  $K_{\Delta x}$  и *потенциальной энергии* упругой деформации среды  $\Pi_{\Delta x}$ .

Кинетическая энергия элемента стержня длиной  $\Delta x$  в точке  $x$  в момент времени  $t$

$$K_{\Delta x} = \frac{1}{2} \rho S \Delta x \omega^2 A^2 \sin^2 \left( \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) \right) = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2 \left( \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) \right),$$

где  $S$  – площадь сечения стержня;  $\rho$  – плотность материала стержня;  $\omega$  – циклическая (круговая) частота;  $A$  – амплитуда колебаний;  $v$  – фазовая скорость;  $m = \rho S \Delta x$  – масса выделенного элемента стержня.

Плотность кинетической энергии в точке  $x$  в момент времени  $t$

$$w_K = \frac{K_{\Delta x}}{S \Delta x} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 \sin^2 \left( \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) \right).$$



Потенциальная энергия деформации  $\Pi_{\Delta x}$  в момент времени  $t$

$$\Pi_{\Delta x} = \frac{1}{2} S \Delta x E \left( \frac{\Delta l}{\Delta x} \right)^2 = \frac{1}{2} S \Delta x E \left( \frac{\omega}{v} A \right)^2 \sin^2 \left( \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) \right),$$

где  $\Delta l$  – удлинение рассматриваемого элемента стержня  $\Delta x$ , вызванное проходящей волной;  $S$  – площадь сечения стержня;  $E$  – модуль Юнга;  $\omega$  – циклическая (круговая) частота;  $A$  – амплитуда колебаний;  $v$  – фазовая скорость.

Плотность потенциальной энергии в точке  $x$  в момент времени  $t$

$$w_{II} = \frac{\Pi_{\Delta x}}{S \Delta x} = \frac{1}{2} E \frac{\omega^2}{v^2} A^2 \sin^2 \left[ \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) \right] = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 \sin^2 \left( \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) \right).$$

Суммарная плотность энергии в точке  $x$  в момент времени  $t$

$$w = w_{II} + w_K = \rho \omega^2 A^2 \sin^2 \left( \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) \right),$$

где  $\rho$  – плотность материала,  $\omega$  – циклическая (круговая) частота;  $A$  – амплитуда колебаний;  $v$  – фазовая скорость.

Среднее значение вдоль направления распространения волны

$$\langle w \rangle = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2.$$

*Плотность потока энергии волны (вектор Умова):*

$$\vec{j} = \frac{d\vec{\Phi}}{dS} = w\vec{v},$$

где  $d\vec{\Phi}$  – поток энергии, переносимой волной за единицу времени через площадку  $dS$ , перпендикулярную к направлению распространения волны.

Среднее значение модуля вектора Умова

$$\langle j \rangle = \langle w \rangle v = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 v = I.$$

При произвольной ориентации площадки  $dS$  (единичного вектора  $\vec{n}$ , нормального к плоскости площадки) относительно вектора Умова  $\vec{j}$  поток через нее будет равен

$$d\Phi = \vec{j} d\vec{S} = j \Delta S \cos \alpha.$$

*Полный поток* через поверхность  $S$  определяется интегралом

$$\Phi = \int_S \vec{j} d\vec{S} = \int_S j_n dS.$$

## 2. ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕРМОДИНАМИКИ

### 2.1. Молекулярно-кинетическая теория идеального газа.

#### Законы идеального газа

Количество вещества тела (системы)

$$\nu = \frac{N}{N_A},$$

где  $N$  – число структурных элементов (молекул, атомов, ионов и т.п.);  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup> – постоянная Авогадро (число молекул в одном моле).

Молярная масса вещества

$$M = \frac{m}{\nu},$$

где  $m$  – масса однородного тела (системы);  $\nu$  – количество вещества этого тела.

Молярная масса смеси газов

$$M_{см} = \frac{\sum_{i=0}^n m_i}{\sum_{i=0}^n \nu_i},$$

где  $m_i$  – масса  $i$ -того компонента смеси;  $\nu_i$  – количество вещества  $i$ -того компонента смеси;  $n$  – число компонентов смеси.

Концентрация частиц (молекул, атомов, ионов и т.п.) однородной системы

$$n = \frac{N}{V},$$

где  $N$  – число частиц в системе;  $V$  – объем системы.

**Нормальные условия** – стандартные физические условия, определяемые давлением  $p = 101325 \approx 10^5$  Па (760 мм. рт. ст.) и абсолютной температурой  $T = 273,15$  К ( $t = 0$  °С).

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева – Клапейрона):

$$pV = \frac{m}{M}RT,$$

где  $R = 8,31$  Дж/моль·К – молярная газовая постоянная;  $T$  – термодинамическая температура газа;  $p$  – давление газа;  $V$  – объем газа.

Зависимость давления газа  $p$  от концентрации молекул  $n$  и температуры  $T$  газа (уравнение состояния газа):

$$p = nkT,$$

где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К – постоянная Больцмана (определяет «долю» газовой постоянной, приходящейся на одну молекулу,  $k = \frac{R}{N_A}$ ).

### **Опытные газовые законы**

#### *Объединенный газовый закон*

для неизменной массы газа:

$$\frac{pV}{T} = \text{const},$$

или для двух состояний газа:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2},$$

где  $p_1, V_1, T_1$  – соответственно давление, объем и температура газа в начальном состоянии;  $p_2, V_2, T_2$  – те же величины в конечном состоянии.

*Закон Бойля – Мариотта* (изотермический процесс,  $m = \text{const}, T = \text{const}$ ):

$$pV = \text{const},$$

или для двух состояний газа:  $p_1 V_1 = p_2 V_2$ .

*Закон Гей – Люссака* (изобарный процесс,  $m = \text{const}, p = \text{const}$ ):

$$\frac{V}{T} = \text{const},$$

или для двух состояний газа:  $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ .

*Закон Шарля* (изохорный процесс,  $m = \text{const}, V = \text{const}$ ):

$$\frac{p}{T} = \text{const},$$

или для двух состояний газа:  $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$ .

*Закон Дальтона*, определяющий давление смеси газов:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n,$$

где  $p$  – давление смеси газов;  $p_i$  – парциальное давление  $i$ -того компонента смеси;  $n$  – число компонентов смеси.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов:

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{кв} \rangle^2 \quad \text{или} \quad p = \frac{2}{3} n \langle E_k \rangle,$$

где  $m_0$  – масса одной молекулы;  $\langle v_{кв} \rangle$  – средняя квадратичная скорость молекул;  $\langle E_k \rangle$  – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы газа

$$\langle E_1 \rangle = \frac{3}{2} kT,$$

где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К – постоянная Больцмана (определяет «долю» газовой постоянной, приходящейся на одну молекулу,  $k = \frac{R}{N_A}$ ).

Средняя полная кинетическая энергия поступательного движения (приходящаяся на все степени свободы молекулы)

$$\langle E_i \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

где  $i$  – сумма числа поступательных  $i_{п}$ , числа вращательных  $i_{в}$  и удвоенного числа колебательных  $i_{к}$  степеней свободы молекулы:  $i = i_{п} + i_{в} + 2i_{к}$ ; для одноатомной молекулы  $i = 3$  (поступательное движение описывается тремя координатами); для двухатомной  $i = 5$  ( $i_{пост.} = 3$  для поступательного движения,  $i_{вр.} = 2$  для вращательного движения); для трехатомной и более  $i = 6$  ( $i_{пост.} = 3$  для поступательного движения,  $i_{вр.} = 3$  для вращательного движения).

Внутренняя энергия идеального газа  
для произвольной массы газа:

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT = \frac{i}{2} \nu RT;$$

для одного моля газа:

$$U = \frac{i}{2} k T N_A = \frac{i}{2} RT,$$

где  $i$  – число степеней свободы газа;  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – термодинамическая температура;  $N_A$  – постоянная Авогадро;  $R$  – молярная газовая постоянная;  $m$  – масса газа;  $M$  – молярная масса;  $\nu$  – количество вещества.

## 2.2. Элементы статистической физики

### Скорости молекул

наиболее вероятная:

$$v_g = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}};$$

средняя квадратичная:

$$\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}};$$

средняя арифметическая:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}},$$

где  $m_0$  – масса одной молекулы.

Распределение молекул по скоростям (**распределение Максвелла**):

$$dN = Nf(v)dv,$$

где  $f(v)$  – функция распределения молекул газа по скоростям (доля молекул, модули скоростей которых находятся в единичном интервале скоростей).

Аналитическое выражение функции распределения:

$$f(v) = \frac{dN(v)}{Ndv} = 4\pi \left( \frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}},$$

где  $m_0$  – масса одной молекулы газа;  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К – постоянная Больцмана;  $T$  – термодинамическая температура.

Закон распределения молекул по скоростям (Максвелла) в дифференциальной форме:

$$dN(u) = Nf(u)du = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N e^{-u^2} u^2 du,$$

где  $u = \frac{v}{v_g}$  – относительная скорость;  $v$  – данная скорость;  $v_g$  – наиболее вероятная скорость молекул;  $f(u)$  – функция распределения;  $N$  – общее число молекул.

Для малых интервалов относительных скоростей  $\Delta u \ll u$ , или, поскольку  $u = \frac{v}{v_g}$  и  $\Delta u = \frac{\Delta v}{v_g}$ ,  $\Delta v \ll v$ , закон распределения молекул по скоростям справедлив в виде

$$f(u) = \frac{\Delta N}{N\Delta u} = \frac{4}{\pi} N e^{-u^2} u^2,$$

и при решении задач на закон распределения молекул по скоростям удобно пользоваться таблицей, в которой даны значения функции распределения

$$f(u) = \frac{\Delta N}{N\Delta u} = \frac{4}{\pi} N e^{-u^2} u^2 \text{ для различных } u, \text{ приведенной ниже.}$$

$u$	$f(u)$	$u$	$f(u)$	$u$	$f(u)$
0,1	0,022	0,8	0,761	1,5	0,535
0,2	0,087	0,9	0,813	1,6	0,447
0,3	0,185	1,0	0,830	1,7	0,362
0,4	0,308	1,1	0,814	1,8	0,286
0,5	0,439	1,2	0,770	2,0	0,165
0,6	0,567	1,3	0,703	2,2	0,186
0,7	0,677	1,4	0,623	2,4	0,041

Распределение частиц в потенциальном силовом поле (распределение Больцмана):

$$n = n_0 e^{-Mgh/(RT)} = n_0 e^{-m_0gh/(kT)} \text{ или } n = n_0 e^{-\Pi/(kT)},$$

где  $n$  и  $n_0$  – концентрации молекул соответственно на высоте  $h$  и  $h = 0$ ;  $\Pi = m_0gh$  – потенциальная энергия молекулы в поле тяготения.

Распределение давления в однородном поле силы тяжести (барометрическая формула):

$$p = p_0 e^{-Mgh/(RT)} = p_0 e^{-m_0gh/(kT)},$$

где  $h$  – координата (высота) точки по отношению к уровню, принятому за нулевой;  $p$  – давление газа на высоте  $h$ ;  $p_0$  – давление газа на высоте  $h = 0$ ;  $m_0$  – масса частицы;  $M$  – молярная масса;  $g$  – ускорение свободного падения;  $R$  – молярная газовая постоянная;  $k$  – постоянная Больцмана.

### 2.3. Явления переноса в газах

Среднее число соударений, испытываемых одной молекулой газа в единицу времени,

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n \langle v \rangle,$$

где  $d$  – эффективный диаметр молекулы;  $n$  – концентрация молекул;  $\langle v \rangle$  – средняя арифметическая скорость молекул.

Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\langle l \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p},$$

где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К – постоянная Больцмана.

Среднее число ударов молекул о единицу поверхности в единицу времени

$$v = \frac{1}{4} n \langle v \rangle.$$

Закон Ньютона для внутреннего трения (вязкости)

$$F = -\eta \frac{dv}{dx} S,$$

где  $F$  – сила внутреннего трения между движущимися слоями площадью  $S$ ;  $\frac{dv}{dx}$  – градиент скорости;  $\eta$  – динамическая вязкость,

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle,$$

где  $\rho$  – плотность газа.

**Закон теплопроводности Фурье:**

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dx} St,$$

где  $Q$  – теплота, прошедшая посредством теплопроводности через площадь  $S$  за время  $t$ ;  $\frac{dT}{dx}$  – градиент температуры;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности,

$$\lambda = \frac{1}{3} c_v \rho \langle v \rangle \langle l \rangle,$$

где  $c_v$  – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме;  $\rho$  – плотность газа;  $\langle v \rangle$  – средняя арифметическая скорость теплового движения его молекул;  $\langle l \rangle$  – средняя длина свободного пробега молекул.

**Закон диффузии Фика:**

$$M = -D \frac{d\rho}{dx} St,$$

где  $M$  – масса вещества, переносимая посредством диффузии через площадь  $S$  за время  $t$ ;  $\frac{d\rho}{dx}$  – градиент плотности;  $D$  – коэффициент диффузии,

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle.$$

Связь между коэффициентами теплопроводности  $\lambda$ , диффузии  $D$  и внутреннего трения  $\eta$ :

$$\eta = \rho D; \quad \frac{\lambda}{\eta c_V} = 1,$$

где  $c_V$  – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме;  $\rho$  – плотность газа.

## 2.4. Основы термодинамики

Теплоемкость – отношение элементарного количества теплоты  $dQ$ , сообщенного телу (системе) при бесконечно малом изменении его состояния в каком-либо процессе, к соответствующему изменению  $dT$  абсолютной температуры этого тела:

$$C_T = \frac{dQ}{dT}.$$

Удельные теплоемкости газа при постоянном объеме ( $c_V$ ) и при постоянном давлении ( $c_p$ )

$$c_V = \frac{i}{2} \frac{R}{M}; \quad c_p = \frac{i+2}{2} \frac{R}{M},$$

где  $i$  – число степеней свободы;  $R$  – молярная газовая постоянная.

Связь между молярной и удельной теплоемкостью:

$$C_M = cM.$$

Молярные теплоемкости при постоянном объеме ( $C_V$ ) и постоянном давлении ( $C_p$ )

$$C_V = \frac{i}{2} R; \quad C_p = \frac{i+2}{2} R.$$

Связь между молярными теплоемкостями при постоянном объеме и постоянном давлении (при изобарном и изохорном процессах) выражается уравнением Майера:

$$C_p - C_V = R.$$

Удельная теплоемкость смеси газов определяется отношением теплоемкости  $C_{см}$  к массе этой смеси  $m_{см}$ :

$$c_{см} = \frac{C_{см}}{m_{см}}.$$



Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT = \frac{m}{M} C_V T,$$

где  $i$  – число степеней свободы молекулы; для одноатомной молекулы  $i = 3$  (поступательное движение описывается тремя координатами); для двухатомной  $i = 5$  ( $i_{\text{пост.}} = 3$  для поступательного движения,  $i_{\text{вр.}} = 2$  для вращательного движения); для трехатомной и более  $i = 6$  ( $i_{\text{пост.}} = 3$  для поступательного движения,  $i_{\text{вр.}} = 3$  для вращательного движения).

Первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A,$$

где  $Q$  – количество теплоты, сообщенное системе или отданное ею;  $\Delta U$  – изменение ее внутренней энергии;  $A$  – работа системы против внешних сил.

Первое начало термодинамики в дифференциальной форме:

$$\delta Q = dU + \delta A.$$

Элементарная работа, совершаемая газом при изменении его объема,

$$dA = p dV.$$

Полная работа при изменении объема газа

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV,$$

где  $V_1$  и  $V_2$  – соответственно начальный и конечный объемы газа.

### **Работа газа**

*при изобарном процессе:*

$$A = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1);$$

*при изотермическом процессе:*

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2};$$

*при изохорном процессе:*

$$A = 0.$$

В условиях теплоизоляции системы реализуется *адиабатный* процесс, которым можно считать также процесс, протекающий столь быстро, что за время его осуществления не успевает произойти существенный теплообмен с внешней средой. Из первого начала термодинамики следует, что в адиабатном процессе работа совершается за счет изменения внутренней

энергии:  $\delta A = -dU$ , т.е. если газ расширяется, то его температура понижается, а при резком сжатии – возрастает.

**Уравнение Пуассона**, связывающее параметры идеального газа при адиабатическом процессе:

$$pV^\gamma = \text{const}; \quad TV^{\gamma-1} = \text{const}; \quad T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{const},$$

где  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i}$  – показатель адиабаты.

Связь между начальными и конечными параметрами состояний газа при адиабатном процессе:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

Работа в случае адиабатного процесса

$$A = \frac{m}{M} C_v (T_1 - T_2) \quad \text{или} \quad A = \frac{RT_1}{\gamma-1} \frac{m}{M} \left[ 1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \right] = \frac{p_1 V_1}{\gamma-1} \left[ 1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \right],$$

где  $T_1, T_2$  и  $V_1, V_2$  – соответственно начальные и конечные температура и объем газа.

*Изохорный процесс:*  $V = \text{const}; dA = 0$ . Количество теплоты, переданное газу, идет на увеличение внутренней энергии газа:  $dQ = dU$ .

*Изобарный процесс:*  $p = \text{const}; dA = pdV$ . Количество теплоты, переданное газу, идет на увеличение его внутренней энергии и на совершение им работы:  $dQ = dU + dA$ .

*Изотермический процесс:*  $T = \text{const}; dU = 0$ . Количество теплоты, переданное газу, идет на совершение им работы при изотермическом расширении:  $dQ = dA$ .

*Адиабатный процесс* идет без теплообмена с окружающей средой, поэтому  $dQ = 0$ . Газ при расширении совершает работу за счет уменьшения его внутренней энергии:  $dU = -dA$ , при этом газ охлаждается.

*Политропическими* называются процессы, при которых теплоемкость тела остается постоянной. Для идеального газа уравнение политропы имеет вид:

$$pV^n = \text{const},$$

где  $n$  – показатель политропы;

$$n = \frac{C - C_p}{C - C_v}.$$

При  $C = 0$ ,  $n = \gamma$  получается уравнение адиабаты; при  $C = \infty$ ,  $n = 1$  – уравнение изотермы; при  $C = C_p$ ,  $n = 0$  – уравнение изобары; при  $C = C_V$ ,  $n = \pm\infty$  – уравнение изохоры.

*Круговым процессом* называется термодинамический процесс, в итоге которого система возвращается в исходное состояние. Круговые процессы изображаются в диаграммах  $p - V$ ,  $p - T$  и др. в виде замкнутых контуров, образуемых графиками (рис. 10).

Круговые процессы лежат в основе действия всех *тепловых машин* – устройств, которые превращают внутреннюю энергию в механическую.

Основные части тепловой машины – нагреватель, рабочее тело и холодильник. Рабочее тело (обычно газ) получает количество теплоты  $Q_1$  от нагревателя, совершает работу  $A$  за цикл, отдает холодильнику количество теплоты  $Q_2$ . На  $pV$ -диаграмме (см. рис. 10) работа равна площади фигуры  $1a2b1$ , ограниченной графиками процессов  $1a2$  и  $2b1$ . Изменение внутренней энергии в круговом процессе равно нулю. Работа, совершаемая за цикл,  $A = Q_1 - Q_2$ .

Среди всех круговых процессов наибольшее значение имеет процесс, составленный из четырех процессов: двух изотерм и двух адиабат – *цикл Карно* (рис. 11).

Эффективность тепловой машины определяется термическим коэффициентом полезного действия (кпд) для кругового процесса (цикла):

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где знак равенства относится к *циклу Карно*;  $A$  – работа, совершенная рабочим веществом в течение цикла (полезная работа);  $Q_1$  – количество теплоты, полученное от нагревателя рабочим веществом;  $Q_2$  – количество теплоты, отданное при этом холодильнику;  $T_1$  и  $T_2$  – температуры нагревателя и холодильника.

Приведенная теплота  $\left(\frac{Q}{T}\right)$  для любых изотермических переходов между двумя адиабатами – величина постоянная:

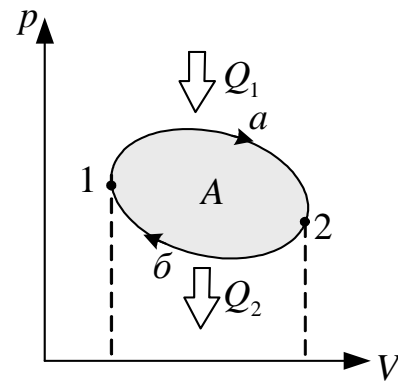


Рис. 10

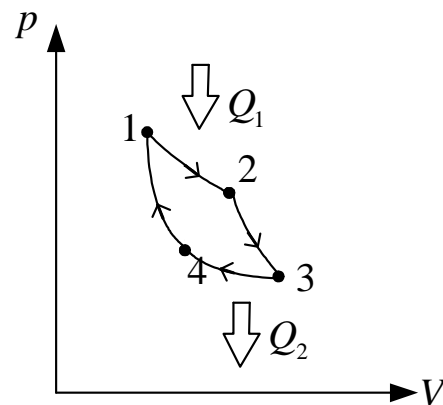


Рис. 11

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}; \quad \frac{Q}{T} = \text{const.}$$

Функция, характеризующая направление протекания самопроизвольных процессов в замкнутой термодинамической системе, называется *энтропией*:

$$\frac{\delta Q}{T} = dS.$$

Изменение энтропии тела в любом обратимом процессе, переводящем его из состояния 1 в состояние 2,

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T},$$

где  $dQ$  – элементарное количество теплоты, полученное телом при температуре  $T$ .

*Второе начало термодинамики*: энтропия замкнутой системы при любых происходящих в ней процессах не уменьшается – она возрастает при необратимых процессах и остается постоянной в случае обратимых процессов, т.е.  $\Delta S \geq 0$ .

Если система совершает равновесный переход из состояния 1 в состояние 2, то изменение энтропии

$$\Delta S_{12} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_1^2 \frac{dU + dA}{T},$$

где подынтегральное выражение и пределы интегрирования надо выразить через величины, характеризующие исследуемый процесс.

Изменение энтропии в процессах идеального газа

$$\Delta S_{12} = S_2 - S_1 = \frac{m}{M} \left( C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right);$$

для *адиабатического* процесса  $\Delta S = 0$ , т.е. процесс протекает при постоянной энтропии,  $S = \text{const}$ ;

для *изотермического* ( $T = \text{const}$ , т.е.  $T_1 = T_2$ ) процесса

$$\Delta S_{12} = \frac{m}{M} R \ln \frac{V_2}{V_1};$$

для *изохорического* ( $V = \text{const}$ , т.е.  $V_1 = V_2$ ) процесса

$$\Delta S_{12} = \frac{m}{M} C_V \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

## 2.5. Реальные газы, жидкости и твердые тела

### 2.5.1. Реальные газы

Уравнение состояния реального газа (уравнение Ван-дер-Ваальса) для одного моля газа:

$$\left(p + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = \nu RT,$$

где  $V_m$  – молярный объем;  $a$  и  $b$  – постоянные Ван-дер-Ваальса, различные для разных газов.

Уравнение Ван-дер-Ваальса для произвольной массы газа:

$$\left(p + \frac{\nu^2 a}{V^2}\right)(V - b\nu) = \nu RT,$$

где  $\nu = \frac{m}{M}$  – количество вещества;  $V = \nu V_m$ .

Внутреннее давление газа, обусловленное силами взаимодействия молекул,

$$p' = \frac{a}{V_m^2},$$

где  $a$  – постоянная Ван-дер-Ваальса, характеризующая силы межмолекулярного притяжения.

Критические параметры – объем  $V_k$ , давление  $p_k$  и температура  $T_k$  связаны с постоянными  $a$  и  $b$  Ван-дер-Ваальса соотношениями

$$V_k = 3b; \quad p_k = \frac{a}{27b^2}; \quad T_k = \frac{8a}{27Rb},$$

где  $R$  – молярная газовая постоянная.

#### **Внутренняя энергия реального газа**

*одного моля:*

$$U_m = C_V T - \frac{a}{V_m};$$

*произвольной массы:*

$$U_m = \frac{m}{M} \left( C_V T - \frac{a}{V_m} \right),$$

где  $C_V$  – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме.

Уравнение **Клапейрона – Клаузиуса**, позволяющее определить изменение температуры фазового перехода в зависимости от изменения давления при равновесно протекающем процессе:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T(V_2 - V_1)},$$

где  $L$  – теплота фазового перехода;  $(V_2 - V_1)$  – изменение объема вещества при переходе его из первой фазы во вторую;  $T$  – температура перехода (процесс изотермический).

### 2.5.2. Жидкости

Поверхностное натяжение

$$\sigma = \frac{F}{l} \quad \text{либо} \quad \sigma = \frac{\Delta E}{\Delta S},$$

где  $F$  – сила поверхностного натяжения, действующая на контур  $l$ , ограничивающий поверхность жидкости;  $\Delta E$  – изменение свободной энергии поверхностной пленки жидкости, связанное с изменением площади  $\Delta S$  поверхности этой пленки.

Формула *Лапласа*, позволяющая определить избыточное давление для произвольной поверхности жидкости двоякой кривизны:

$$\Delta p = \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где  $R_1$  и  $R_2$  – радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных нормальных сечений поверхности жидкости; радиус кривизны положителен, если центр кривизны находится внутри жидкости (выпуклый мениск), и отрицателен, если центр кривизны находится вне жидкости (вогнутый мениск).

В случае сферической поверхности

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R}.$$

Высота подъема жидкости в капиллярной трубке

$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho g r},$$

где  $\theta$  – краевой угол;  $r$  – радиус капилляра;  $\rho$  – плотность жидкости;  $g$  – ускорение свободного падения.

Высота подъема жидкости между двумя близкими и параллельными плоскостями

$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho g d},$$

где  $d$  – расстояние между плоскостями.

### 2.5.3. Твердые тела

*Закон Дюлонга и Пти:*

$$C_V = 3R,$$

где  $C_V$  – молярная (атомная) теплоемкость химически простого твердого тела.

При повышении температуры длина твердых тел возрастает в первом приближении линейно с температурой, т.е.

$$l_1 = l_0(1 + at),$$

где  $l_1$  – длина тела при температуре  $t$ ,  $l_0$  – его длина при температуре  $0$  °С,  $a$  – коэффициент линейного теплового расширения.

Для твердых изотропных тел  $a = \frac{1}{3}b$ , где  $b$  – коэффициент объемного теплового расширения.

Относительное изменение длины стержня по закону Гука в случае деформации продольного растяжения (или одностороннего сжатия) стержня

$$\frac{\Delta l}{l} = \alpha p_n = \frac{1}{E} p_n,$$

где  $p_n$  – удельная нагрузка,  $p_n = \frac{F}{S}$ , где  $F$  – растягивающая (сжимающая) сила,  $S$  – площадь поперечного сечения;  $\alpha$  – коэффициент упругости,  $E = \frac{1}{\alpha}$  – модуль упругости (модуль Юнга).

Относительное изменение толщины стержня при продольном растяжении

$$\frac{\Delta d}{d} = \beta p_n,$$

где  $\beta$  – коэффициент поперечного сжатия.

*Коэффициент Пуассона*

$$\sigma = \frac{\beta}{\alpha}.$$

Для закручивания стержня (проволоки) на некоторый угол  $\varphi$  необходимо приложить момент пары сил

$$M = \frac{\pi N r^4 \varphi}{2l},$$

где  $l$  – длина проволоки,  $r$  – ее радиус;  $N$  – модуль сдвига материала проволоки.

### 3. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

#### 3.1. Электростатика

Закон сохранения электрического заряда: в электрически изолированной системе алгебраическая сумма зарядов остается постоянной:

$$\sum_{i=1}^k q_i = \text{const},$$

где  $k$  – число зарядов.

Силы взаимодействия двух точечных зарядов  $q_1$  и  $q_2$ , находящихся в однородном безграничном диэлектрике (**закон Кулона**):

– в векторной форме: 
$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r};$$

– модуль вектора: 
$$|\vec{F}| = \frac{|q_1 q_2|}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2},$$

где  $\vec{r}_{12}$  – радиус-вектор, соединяющий заряды  $q_1$  и  $q_2$ , модуль которого равен расстоянию  $r$  между зарядами;  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м (или Кл<sup>2</sup>/(Н·м<sup>2</sup>)) – электрическая постоянная;  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды.

Напряженность электрического поля в данной точке (т.е. в той точке, в которой на пробный заряд  $q_0$  действует сила  $\vec{F}$ )

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}.$$

Принцип суперпозиции электрических полей: напряженность поля  $\vec{E}$ , создаваемая в данной точке системой, состоящей из  $K$  точечных зарядов, равна векторной сумме напряженностей, создаваемых в этой точке отдельными зарядами:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_K.$$

Напряженность электростатического поля равна по модулю и противоположна по направлению градиенту потенциала (связь между напряженностью поля и потенциалом):

$$\vec{E} = -\text{grad}\phi = -\left( \frac{\partial\phi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial\phi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial\phi}{\partial z} \vec{k} \right).$$



Проекция вектора напряженности электростатического поля на произвольное направление численно равна быстрой убывания потенциала поля на единицу длины  $dl$  в этом направлении:

$$E_l = -\frac{d\phi}{dl}.$$

Линейная, поверхностная и объемная плотности зарядов

$$\tau = \frac{dq}{dl}; \quad \sigma = \frac{dq}{dS}; \quad \rho = \frac{dq}{dV},$$

где  $dq$  – элементарный заряд, приходящийся на единицу длины, площади и объема соответственно.

Напряженность поля, создаваемого в безграничной диэлектрике точечным зарядом на расстоянии  $r$  от него,

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}.$$

Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженной сферической поверхностью радиусом  $R$  с общим зарядом  $q$  на расстоянии  $r$  от центра сферы,

$$E = 0 \quad \text{при } r < R;$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} \quad \text{при } r \geq R.$$

Напряженность поля, создаваемого объемно заряженным шаром радиусом  $R$  с общим зарядом  $q$  на расстоянии  $r$  от центра шара,

$$E = \frac{qr}{4\pi\epsilon_0\epsilon R^3} \quad \text{при } r \leq R;$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} \quad \text{при } r > R.$$

Напряженность поля бесконечно длинной заряженной нити или цилиндра на расстоянии  $r$  от оси

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r},$$

где  $\tau = \frac{dq}{dl}$  – линейная плотность заряда.

Напряженность поля равномерно заряженной бесконечной плоскости

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0},$$

где  $\sigma = \frac{dq}{dS}$  – поверхностная плотность заряда;  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды.

Напряженность поля, образованного двумя бесконечными равномерно заряженными плоскостями,

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon},$$

где  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость однородного диэлектрика, полностью заполняющего объем между плоскостями.

Циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль замкнутого контура

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \oint_L E_l dl = 0,$$

где  $E_l$  – проекция вектора  $\vec{E}$  на направление элементарного перемещения  $d\vec{l}$ . Интегрирование производится по любому замкнутому контуру  $L$ .

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда  $q_0$  из точки 1 с потенциалом  $\phi_1$  в точку 2 с потенциалом  $\phi_2$ ,

$$A_{12} = q_0(\phi_1 - \phi_2) = q_0\Delta U,$$

или

$$A_{12} = q_0 \int_1^2 (\vec{E}, d\vec{l}) = q_0 \int_1^2 E \cos(\vec{E}, d\vec{l}) dl,$$

где  $(\phi_1 - \phi_2) = \Delta U$  – разность потенциалов между точками 1 и 2 в электростатическом поле.

Разность потенциалов между точками 1 и 2 в электростатическом поле

$$\phi_1 - \phi_2 = \frac{A_{12}}{q_0} = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = \int_1^2 E_l dl,$$

где  $A_{12}$  – работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда  $q_0$  из точки 1 в точку 2;  $E_l$  – проекция вектора  $\vec{E}$  на направление элементарного перемещения  $d\vec{l}$ ; интегрирование производится

вдоль любой линии, соединяющей начальную и конечную точки, так как работа сил электростатического поля не зависит от траектории перемещения.

Разность потенциалов между точками, находящимися на расстояниях  $x_1$  и  $x_2$  от равномерно заряженной бесконечной плоскости,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_1}^{x_2} E dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{2\epsilon_0} dx = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (x_2 - x_1),$$

где  $\sigma$  – поверхностная плотность заряда.

Разность потенциалов между бесконечными разноименными заряженными плоскостями, расстояние между которыми равно  $d$ ,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E dx = \int_0^d \frac{\sigma}{\epsilon_0} dx = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d.$$

Разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях  $r_1$  и  $r_2$  от центра равномерно заряженной сферической поверхности (объемно заряженного шара) радиусом  $R$  с общим зарядом  $q$ , при условии, что  $r_1 > R$ ,  $r_2 > R$ ,  $r_2 > r_1$ ,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Разность потенциалов между двумя точками, находящимися на расстояниях  $r_1$  и  $r_2$  от оси равномерно заряженного с линейной плотностью  $\tau$  бесконечного цилиндра радиусом  $R$ , при условии, что  $r_1 > R$ ,  $r_2 > R$ ,  $r_2 > r_1$ ,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Поляризованность диэлектрика

$$\vec{P} = \frac{\vec{P}_V}{V} = \frac{\sum \vec{P}_i}{V},$$

где  $V$  – объем диэлектрика;  $\vec{P}_V = \sum \vec{P}_i$  – дипольный момент диэлектрика,

$\vec{P}_i$  – дипольный момент  $i$ -той молекулы.

Связь между поляризованностью диэлектрика и напряженностью электростатического поля:

$$\vec{P} = \chi\epsilon_0 \vec{E},$$

где  $\chi$  – диэлектрическая восприимчивость вещества;  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная.

Связь диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  с диэлектрической восприимчивостью  $\chi$ :

$$\epsilon = 1 + \chi.$$

Связь между поверхностной плотностью  $\sigma'$  связанного заряда в однородном диэлектрике с поверхностной плотностью  $\sigma$  стороннего заряда на поверхности прилежащего к нему заряженного проводника:

$$\sigma' = -\frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \sigma.$$

Связь между напряженностью  $E$  поля в диэлектрике и напряженностью  $E_0$  внешнего поля:

$$E = E_0 - \frac{P}{\epsilon_0}; \quad E = \frac{E_0}{\epsilon},$$

где  $P$  – поляризованность,  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость диэлектрика.

Связь между векторами электрического смещения  $\vec{D}$ , напряженности электростатического поля  $\vec{E}$  и поляризованности  $\vec{P}$ :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}; \quad \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}.$$

Поток вектора напряженности  $\vec{E}$  через поверхность  $S$  определяется интегралом:

$$\Phi = \int_S E_n dS,$$

где  $E_n$  – проекция вектора  $\vec{E}$  на направление нормали к элементу площади поверхности  $dS$ .

**Теорема Гаусса:** поток вектора напряженности  $\vec{E}$  электрического поля через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, заключенных внутри этой поверхности, деленной на  $\epsilon_0$ :

$$\oint_S E_n dS = \frac{\sum_{i=1}^k q_i}{\epsilon_0},$$

где  $k$  – число зарядов.

Вектор электрического смещения (электрической индукции) для изотропной однородной диэлектрической среды

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}.$$

Теорема Гаусса для вектора электрического смещения  $\vec{D}$ : поток электрического смещения через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности сторонних зарядов (сторонними называются заряды, которые находятся в пределах диэлектрика, но не входят в состав его молекул):

$$\oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^k q_i,$$

где  $k$  – число зарядов.

Потенциал в какой-либо точке электрического поля равен отношению потенциальной энергии заряда  $W_n$  к пробному заряду  $q_0$ :

$$\varphi = \frac{W_n}{q_0}.$$

Потенциальная энергия заряда в поле другого точечного заряда

$$W_n = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Потенциал поля точечного заряда

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Напряженность  $E$  и потенциал  $\varphi$  электростатического поля, создаваемого равномерно заряженной сферой радиусом  $R$  с зарядом  $q$ , в вакууме на расстоянии  $r$  от центра сферы:

$$\text{а) если } r < R, \text{ то } E = 0, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R};$$

$$\text{б) если } r = R, \text{ то } E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2}, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R};$$

$$\text{в) если } r > R, \text{ то } E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Емкость удлинённого проводника

$$C = \frac{q}{\varphi},$$

где  $q$  – заряд проводника;  $\varphi$  – его потенциал.

Емкость уединенной металлической сферы (шара) радиусом  $R$ , находящейся в бесконечной среде с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ ,

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R.$$

Емкость конденсатора

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U},$$

где  $\varphi_1 - \varphi_2 = U$  – разность потенциалов (напряжение) между пластинами.

Емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d},$$

где  $S$  – площадь одной пластины конденсатора;  $d$  – расстояние между пластинами;  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость однородного изотропного диэлектрика, заполняющего полностью пространство между пластинами.

Емкость сферического конденсатора (две концентрические сферы радиусами  $R_1$  и  $R_2$ )

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon R_1 R_2}{(R_2 - R_1)},$$

где  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость однородного изотропного диэлектрика, заполняющего полностью пространство между сферами.

Емкость цилиндрического конденсатора (два коаксиальных цилиндра с длиной образующей  $l$  и радиусами  $R_1$  и  $R_2$ )

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon l}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)},$$

где  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость однородного изотропного диэлектрика, заполняющего полностью пространство между цилиндрами.

Емкость системы конденсаторов:

- при *параллельном* соединении  $C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$ ;
- при *последовательном* соединении  $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$ .

Сила притяжения между пластинами плоского конденсатора

$$F = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2 S}{2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S U^2}{2d^2} = \frac{\sigma^2 S}{2\epsilon_0 \epsilon}.$$

Энергия заряженного уединенного проводника

$$W = \frac{q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C},$$

где  $C$  – емкость проводника;  $q$  – заряд проводника;  $\varphi$  – потенциал проводника.

Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}.$$

Энергия взаимодействия системы точечных зарядов

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i,$$

где  $\varphi_i$  – потенциал, создаваемый в точке, где находится заряд  $q_i$ , всеми зарядами, кроме  $i$ -того.

Энергия электрического поля в объеме  $V$

$$W = \int_V \omega dV,$$

где  $\omega = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2}$  – объемная плотность энергии.

## 3.2. Постоянный электрический ток

### 3.2.1. Постоянный электрический ток в металлах

Если в проводнике создать электрическое поле, то свободные заряды наряду с их хаотическим движением будут совершать и направленное (упорядоченное) движение. Это направленное движение зарядов получило название – *электрический ток*. Его принято характеризовать *силой тока*:

$$I = \frac{dq}{dt},$$

где  $dq$  – количество электричества, прошедшее через поперечное сечение проводника за время  $dt$ .

Плотность электрического тока определяется отношением силы тока  $dI$  к площади  $dS$  поперечного сечения проводника, перпендикулярной к направлению тока:

$$j = \frac{dI}{dS}.$$

Плотность тока пропорциональна средней скорости  $\langle v \rangle$  направленного движения носителей заряда и их концентрации  $n$ :

$$\vec{j} = en \langle \vec{v} \rangle,$$

где  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл – заряд электрона.

Сила тока  $I$  через любую поверхность  $S$

$$I = \int_S j_n dS,$$

где  $j_n$  – проекция вектора  $\vec{j}$  на нормаль к поверхности.

Сопротивление  $R$  однородного проводника длиной  $l$  и площадью поперечного сечения  $S$

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где  $\rho$  – удельное сопротивление материала, из которого изготовлен проводник.

Зависимость от температуры:

– *удельного сопротивления проводника:*

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t);$$

– *сопротивления проводника:*

$$R = R_0 (1 + \alpha t),$$

где  $\rho_0$ ,  $R_0$  – сопротивление проводника и удельное сопротивление при температуре  $t = 0$  °С,  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления;  $t$  – температура.

Общее сопротивление проводников, соединенных *последовательно:*

$$R = \sum_{i=1}^n R_i, \text{ при } R = R_1 = R_2 = \dots = R_n \text{ сопротивление } R = nR_1;$$

*параллельно:*

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}, \text{ при } \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_2} = \dots = \frac{1}{R_n} \text{ сопротивление } R = \frac{R_1}{n}.$$

Здесь  $R_i$  – сопротивление  $i$ -того проводника;  $n$  – число проводников.

Физическая величина, определяемая работой, совершаемой сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда, называется электродвижущей силой (ЭДС)  $\varepsilon$ , действующей в цепи:

$$\varepsilon = \frac{A}{q_0}.$$

Силы неэлектрического происхождения, действующие на заряды со стороны источников тока, называются сторонними.

Напряжением  $U$  на участке 1 – 2 цепи называется физическая величина, определяемая работой, совершаемой суммарным полем электроста-



тических (кулоновских) и сторонних сил при перемещении единичного положительного заряда на данном участке цепи:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 \pm \varepsilon_{12},$$

где знак ЭДС  $\varepsilon_{12}$  определяется способом включения источника в цепь. В случае, когда ЭДС повышает потенциал цепи, она принимается со знаком «+», если понижает, то «-».

Напряжение на концах участка цепи равно разности потенциалов, если на этом участке не действует ЭДС, т.е. сторонние силы отсутствуют:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2, \text{ если } \varepsilon_{12} = 0.$$

Закон Ома для участка цепи, не содержащей ЭДС:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}; \quad I = \frac{U}{R},$$

где  $(\varphi_1 - \varphi_2)$  – разность потенциалов на концах участка (напряжение);  $R$  – его сопротивление.

Закон Ома для неоднородного участка цепи, содержащей ЭДС:

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \sum \varepsilon_i}{\sum R}; \quad I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}}{R + r},$$

где  $\sum \varepsilon_i$  – алгебраическая сумма всех электродвижущих сил (ЭДС), имеющих на данном участке;  $\sum R$  – сумма всех сопротивлений участка.

Закон Ома для замкнутой цепи ( $\varphi_1 = \varphi_2$ ):

$$I = \frac{\sum \varepsilon_i}{R + r},$$

где  $R$  – внешнее сопротивление цепи;  $r$  – внутреннее сопротивление источника тока.

Закон Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \frac{\vec{E}}{\rho} = \sigma \vec{E},$$

где  $\sigma$  – удельная проводимость;  $\vec{E}$  – напряженность электрического поля.

### **Правила Кирхгофа:**

1. Алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле электрической цепи, равна нулю (токи, подходящие к узлу, берутся со знаком «плюс», отходящие от узла – со знаком «минус»):

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0,$$

где  $n$  – число токов, сходящихся в узле.

2. В замкнутом контуре электрической цепи алгебраическая сумма напряжений на всех участках этого контура равна алгебраической сумме ЭДС источников, включенных в контур:

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^k \varepsilon_i,$$

где  $n$  – число участков, содержащих сопротивление  $R$ ;  $k$  – число ЭДС, действующих в контуре.

**Мостик Уитстона** (рис. 12 )

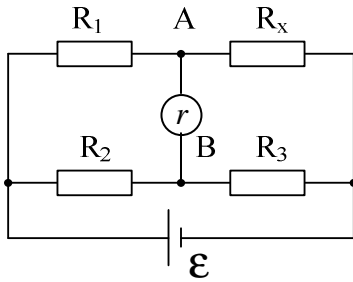


Рис. 12

В случае такого подбора известных сопротивлений  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ , что потенциалы точек А и В окажутся равными (через гальванометр ток не проходит), величина неизвестного сопротивления  $R_x$  может быть определена соотношением

$$R_x = \frac{R_1 R_3}{R_2}.$$

Работа, совершаемая электрическим полем и сторонними силами на участке цепи постоянного тока за время  $t$ ,

$$A = qU = IUt = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t.$$

Мощность электрического тока (тепловая) на участке цепи – работа, совершаемая в единицу времени:

$$P = \frac{dA}{dt} = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Работа и мощность, развиваемая источником тока с ЭДС  $\varepsilon$ ,

$$A = I\varepsilon t; \quad P = I\varepsilon.$$

**Закон Джоуля – Ленца:**

$$dQ = I^2 R dt = IU dt,$$

где  $dQ$  – количество теплоты, выделяющееся на участке электрической цепи за время  $dt$ ;  $U$  – напряжение, приложенное к концам участка цепи;  $I$  – сила тока в цепи;  $R$  – сопротивление участка.

Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме:

$$\omega = jE = \sigma E^2,$$

где  $\omega$  – удельная тепловая мощность тока;  $j$  – плотность тока;  $E$  – напряженность электростатического поля;  $\sigma$  – удельная электрическая проводимость вещества.

### 3.2.2. Постоянный электрический ток в других средах

*Полупроводниками* называют вещества, обладающие особым характером электрической проводимости, у которых удельная проводимость  $\gamma$  сильно зависит от температуры, внешнего электрического поля, наличия примесей, интенсивности облучения, внешнего давления и т.д. *Собственным полупроводником* называется чистый (беспримесный) полупроводник, имеющий идеально правильную кристаллическую решетку. Плотность тока при собственной (не обусловленной примесями) проводимости полупроводника складывается из плотности тока электронов ( $n$ ) и «дырок» ( $p$ ). «Дырка» отождествляется с нескомпенсированным положительным зарядом, который образуется в кристалле в том месте, которое покинул электрон, став свободным. Это место (вакансия) может быть занято электроном из соседнего атома под действием электрического поля, что обеспечивает подвижность «дырок».

Закон Ома в дифференциальной форме для собственного полупроводника (при равенстве концентраций электронов и дырок  $n_e = n_p = n_0$ ):

$$\vec{j} = en_0(\mu_n + \mu_p)\vec{E},$$

где  $e$  – заряд электрона;  $n_0$  – концентрация носителей заряда;  $\mu_n$  – подвижность электронов;  $\mu_p$  – подвижность дырок,  $\vec{E}$  – напряженность поля.

В общем случае ( $n_e \neq n_p$ ) удельная электрическая проводимость полупроводника

$$\gamma = en_e\mu_n + ep_p\mu_p,$$

где  $e$  – заряд электрона;  $\mu_n$  – подвижность электронов;  $\mu_p$  – подвижность дырок.

Зависимость электропроводности собственного полупроводника от температуры:

$$\gamma = \gamma_0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right),$$

где  $\gamma_0$  – постоянная величина, характеризующая проводимость полупроводника при определенной температуре  $T$ ,  $\Delta E$  – ширина запрещенной зоны полупроводника;  $k$  – постоянная Больцмана.

### *Проводимость газов*

В обычных условиях газ является плохим проводником электрического тока, поскольку состоит в основном из нейтральных молекул и атомов, т.е. содержит относительно мало заряженных частиц – носителей тока, способных придать в упорядоченное движение под действием поля. Газ становится проводником, если существенную часть его молекул ионизовать.

Если при ионизации образуются электроны и одновалентные положительные ионы, число пар которых одинаково, то плотность тока в газе

$$\vec{j} = en(\mu_+ + \mu_-)\vec{E},$$

где  $\mu_+, \mu_-$  – подвижность ионов и электронов соответственно.

Связь между током и напряжением  $U$  на электродах в вакуумном промежутке подчиняется закону **Богуславского – Ленгмюра**:

$$I = BU^{3/2}.$$

Коэффициент  $B$  зависит от формы, размеров и относительного расположения катода и анода.

В *электролитах* ток переносится положительными и отрицательными ионами, и плотность тока в электролитах равна

$$\vec{j} = qn(u_+ + u_-)\vec{E},$$

где  $q$  – заряд иона;  $n$  – число пар ионов в единице объема в электролите;  $u_+$  и  $u_-$  – подвижность положительных и отрицательных ионов соответственно.

При электролизе имеют место **законы Фарадея**:

1. Масса вещества  $m$ , выделяющегося при электролизе,

$$m = kIt = kq,$$

где  $k$  – электрохимический эквивалент вещества;  $q$  и  $I$  – соответственно заряд и сила тока;  $t$  – время прохождения тока.

2. Электрохимический эквивалент вещества пропорционален его химическому эквиваленту:

$$k = \frac{M}{Fn},$$

где  $F = 9,65 \cdot 10^4$  Кл/моль – число Фарадея;  $M$  – молярная масса вещества;  $n$  – валентность.

**Объединенный закон Фарадея:**

$$m = \frac{Mit}{Fn}.$$

### 3.3. Магнитное поле

Экспериментально было установлено, что пробный контур, помещенный в магнитное поле, испытывает действие вращающего момента  $\vec{M}$ . Также эксперименты показали, что для одной и той же точки магнитного поля максимальный вращающий момент  $\vec{M}$  пропорционален произведению силы тока  $I$  в контуре и его площади  $S$ . Величину  $IS$  назвали *магнитным моментом контура*  $p_m$ . Было также установлено, что пробный контур вследствие вращающего момента ориентируется в пространстве определенным образом – это зависит от направлений токов. Поэтому моменту  $\vec{p}_m = IS\vec{n}$  контура приписали определенное направление: вектор  $\vec{p}_m$  совпадает с направлением положительной нормали к плоскости контура, причем положительное направление совпадает с направлением перемещения буравчика (*правого винта*), вращаемого в направлении тока (рис. 13). Было также установлено, что отношение  $\frac{M_{\max}}{p_m}$  для некоторой точки поля, создаваемого проводником с постоянным током, не зависит от величины  $p_m$  пробного контура, т.е. выполняется равенство

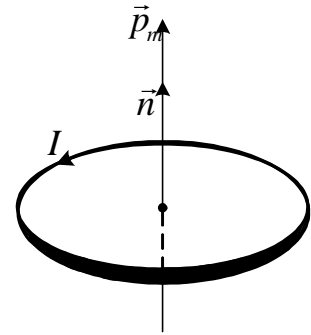


Рис. 13

$$\frac{M_{\max}}{p_m} = \text{const} \quad \text{или} \quad M_{\max} = B p_m,$$

или в общем виде

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}].$$

Величина  $B$  (коэффициент пропорциональности между  $M_{\max}$  и  $p_m$ ) была названа *магнитной индукцией*.

**Закон Био – Савара – Лапласа:**

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I [d\vec{l}, \vec{r}]}{4\pi r^3},$$

где  $d\vec{B}$  – магнитная индукция в точке поля, создаваемая элементом длины проводника  $d\vec{l}$  с током  $I$ ;  $\vec{r}$  – радиус-вектор, проведенный от середины элемента проводника к точке, в которой определяется магнитная индукция;  $\mu$  – магнитная проницаемость среды;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная.

Модуль вектора  $d\vec{B}$  выражается формулой

$$dB = \frac{\mu\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2},$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$ .

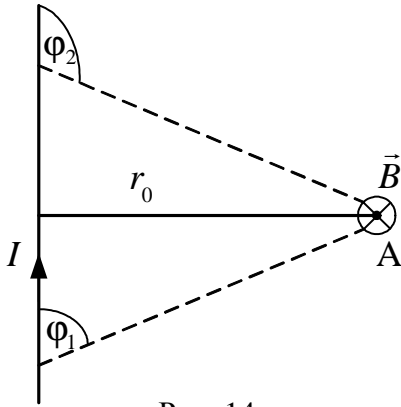


Рис. 14

Связь магнитной индукции  $\vec{B}$  и напряженности магнитного поля  $\vec{H}$ :

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}.$$

Магнитная индукция поля бесконечно длинного прямого проводника с током

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0},$$

где  $r_0$  – кратчайшее расстояние от оси проводника до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Магнитная индукция в центре кругового витка радиусом  $R$  с током  $I$

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R}.$$

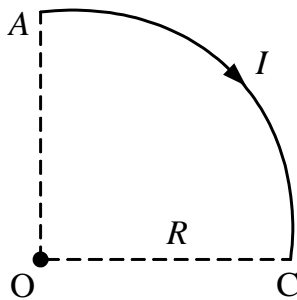


Рис. 15

Магнитная индукция поля, создаваемая отрезком проводника,

$$B = \frac{\mu\mu_0 I (\cos \phi_1 - \cos \phi_2)}{4\pi r_0}.$$

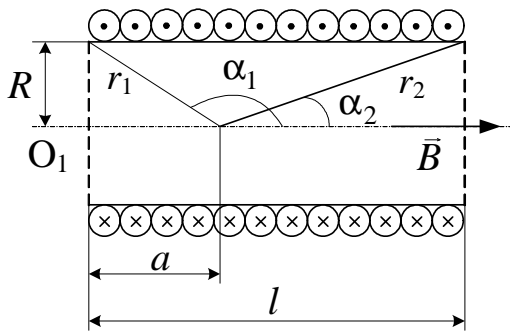


Рис. 16

Вектор  $\vec{B}$  в точке А (рис. 14) направлен за чертеж перпендикулярно к его плоскости (по правилу правого винта).

Индукция  $|\vec{B}|$  магнитного поля в центре (точка О) дуги АС окружности длиной  $l$ , радиусом  $R$ , с током  $I$  (рис. 15)

$$B = \frac{\mu\mu_0 I l}{4\pi R^2}.$$

Магнитная индукция поля, создаваемого длинным соленоидом (рис. 16) в средней его части,

$$B = \mu\mu_0 n I,$$

где  $n = \frac{N}{l}$  – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида;  $N$  – число витков соленоида;  $l$  – длина соленоида;  $I$  – сила тока в соленоиде.

Индукция магнитного поля на оси соленоида конечной длины (см. рис. 16)

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} In(\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1),$$

где  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  – углы между осью соленоида и радиус-вектором, проведенным из рассматриваемой точки к концам соленоида.

Магнитная индукция поля внутри тороида

$$B = \mu\mu_0 \frac{NI}{2\pi r},$$

где  $N$  – число витков тороида;  $I$  – сила тока;  $r$  – средний радиус тороида.

Магнитная индукция на оси кругового витка радиусом  $R$  с током  $I$  на расстоянии  $a$  от его плоскости (рис. 17)

$$B = \frac{\mu\mu_0 IR^2}{2(R^2 + a^2)^{3/2}},$$

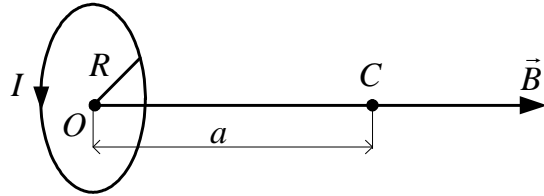


Рис. 17

направление вектора  $\vec{B}$  определяется правилом правого винта.

Принцип суперпозиции магнитных полей:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_n = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i,$$

где  $\vec{B}$  – магнитная индукция результирующего поля;  $\vec{B}_i$  – магнитная индукция поля с индексом  $i$ .

**Закон Ампера:** сила, действующая на элемент проводника  $d\vec{l}$  с током  $I$  в магнитном поле, равна

$$d\vec{F} = [d\vec{l}, \vec{B}] I,$$

где  $[d\vec{l}, \vec{B}]$  – векторное произведение элемента длины проводника  $d\vec{l}$  и магнитной индукции поля  $\vec{B}$ .

Модуль силы Ампера

$$dF = IBdl \sin \alpha,$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $d\vec{l}$  и  $\vec{B}$ .

Для определения направления силы применяется **правило левой руки**: если левую руку расположить так, чтобы линии магнитной индукции входили в ладонь, а вытянутые четыре пальца совпадали с направлением тока в проводнике, то отогнутый большой палец указывает направление силы.

Сила взаимодействия двух прямых бесконечных параллельных проводников с токами  $I_1$  и  $I_2$ , приходящаяся на единицу длины каждого из проводников,

$$F = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d},$$

где  $d$  – расстояние между проводниками.

Сила Лоренца – сила, действующая на заряд  $q$ , движущийся в магнитном поле со скоростью  $\vec{v}$ :

$$\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}].$$

Модуль силы Лоренца

$$F = qvB \sin \alpha,$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ .

Сила Лоренца перпендикулярна к векторам  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ . Ее направление определяется согласно **правилу левой руки**: если пальцы направить вдоль вектора скорости положительного заряда, а вектор  $\vec{B}$  входит в ладонь, то отогнутый большой палец показывает направление силы. С изменением знака заряда направление силы изменяется на противоположное.

При движении частицы с зарядом  $q$  и массой  $m$  в магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$ :

- если скорость частицы равна нулю ( $v = 0$ ), то  $F_L = 0$ , т.е. магнитное поле не действует на неподвижную заряженную частицу;
- если  $\alpha = 0^\circ$  ( $\sin \alpha = 0$ ), то  $F_L = 0$ , т.е. если частица движется так, что вектор скорости  $\vec{v}$  частицы параллелен вектору магнитной индукции  $\vec{B}$ , то магнитное поле на движение заряда не влияет;
- если  $\alpha = 90^\circ$  ( $\vec{F}_L \perp \vec{v}$ ), то траектория частицы представляет собой окружность радиусом  $R$ ,

$$R = \frac{mv}{qB};$$



– если частица движется под углом  $\beta$  к линиям  $\vec{B}$ , то траекторией ее движения является винтовая линия (спираль) (рис. 18). Радиус  $R$  спирали определяется в этом случае компонентой скорости  $v_{\perp}$ , перпендикулярной к вектору  $\vec{B}$ , т.е.

$$R = \frac{mv_{\perp}}{qB} = \frac{mv \sin \beta}{qB}.$$

Шаг  $h$  спирали определяется составляющей скорости  $v_{\parallel}$  частицы, совпадающей по направлению с вектором  $\vec{B}$ , как расстояние, которое проходит частица в направлении вектора  $\vec{B}$  за время одного оборота  $T$ :

$$h = v_{\parallel} T = v T \cos \beta,$$

где  $T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi R}{v \sin \beta}$  – период обращения (время одного оборота частицы).

Результирующая сила, действующая на заряженную частицу с электрическим зарядом  $q$ , находящуюся в электрическом и магнитном полях,

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}],$$

где  $\vec{E}$  – вектор напряженности электрического поля.

Поток вектора магнитной индукции (магнитный поток)  $\Phi$  через произвольную поверхность  $S$  в случае однородного магнитного поля

$$\Phi = BS \cos \alpha = B_n S,$$

где  $\alpha$  – угол между вектором магнитной индукции  $\vec{B}$  и нормалью  $\vec{n}$  к поверхности;  $B_n = B \cos \alpha$  – проекция вектора  $\vec{B}$  на нормаль  $\vec{n}$ .

В случае неоднородного поля поток  $\Phi$  вектора  $\vec{B}$

$$\Phi = \int_S B_n dS,$$

где  $B_n$  – проекция вектора  $\vec{B}$  на направление нормали к элементу площади  $dS$ .

Работа  $dA$  перемещения замкнутого контура с током силой  $I$  в магнитном поле определяется соотношением

$$dA = -Id\Phi,$$

где  $d\Phi$  – изменение магнитного потока, пронизывающего поверхность, ограниченную контуром.

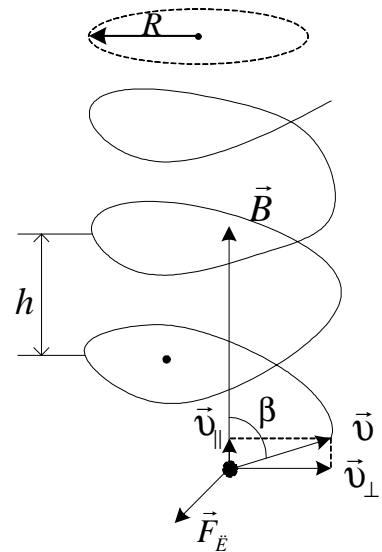


Рис. 18

Холловская поперечная разность потенциалов

$$\Delta\varphi = R \frac{IB}{d},$$

где  $B$  – магнитная индукция;  $I$  – сила тока;  $d$  – толщина пластинки;  $R = \frac{1}{en}$  – постоянная Холла ( $n$  – концентрация электронов,  $e$  – заряд электрона).

Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора  $\vec{B}$ ):

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \oint_l B_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k,$$

где  $d\vec{l}$  – вектор элементарной длины контура, направленный вдоль обхода контура;  $B_l = B \cos \alpha$  – составляющая вектора  $\vec{B}$  в направлении касательной контура  $l$  произвольной формы (с учетом выбранного направления обхода);  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{B}$  и  $d\vec{l}$ ;  $\sum_{k=1}^n I_k$  – алгебраическая сумма  $n$  токов, охватываемых контуром.

Теорема о циркуляции вектора напряженности  $\vec{H}$  магнитного поля:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = I,$$

где  $I$  – алгебраическая сумма токов проводимости, охватываемых контуром  $l$ .

Намагниченность

$$\vec{j} = \frac{\vec{P}_m}{V} = \frac{\sum \vec{P}}{V},$$

где  $\vec{P}_m = \sum \vec{P}$  – магнитный момент магнетика, равный векторной сумме магнитных моментов отдельных молекул.

Связь между намагниченностью и напряженностью магнитного поля:

$$\vec{j} = \chi \vec{H},$$

где  $\chi$  – магнитная восприимчивость вещества.

Связь между векторами  $\vec{B}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{j}$ :

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{j}) = \mu_0 (\vec{H} + \chi \vec{H}) = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H}.$$

Связь между магнитной проницаемостью и магнитной восприимчивостью вещества:

$$\mu = 1 + \chi.$$

Закон полного тока для магнитного поля в веществе (теорема о циркуляции вектора  $\vec{B}$ ):

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 (I + I'),$$

где  $d\vec{l}$  – вектор элементарной длины контура, направленный вдоль обхода контура;  $B_l$  – составляющая вектора  $\vec{B}$  в направлении касательной к контуру  $L$  произвольной формы;  $I$  и  $I'$  – соответственно алгебраические суммы макротоков (токов проводимости) и микротоков (молекулярных токов), охватываемых заданным вектором.

### 3.4. Электромагнитная индукция

Основной закон электромагнитной индукции (**закон Фарадея**):

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt},$$

где  $\varepsilon_i$  – мгновенное значение ЭДС индукции;  $\frac{d\Phi}{dt}$  – скорость изменения магнитного потока.

Знак «минус» говорит о том, что индукционный ток имеет такое направление, чтобы противодействовать причине, его вызывающей (правило Ленца).

Если контур состоит не из одного, а из  $N$  одинаковых витков, то

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt},$$

где  $d\Psi = N\Phi$  – потокосцепление (полный магнитный поток).

Индукционный ток

$$I_i = \frac{\varepsilon_i}{R} = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt},$$

где  $R$  – сопротивление контура.

Направление индукционного тока определяется по **правилу Ленца**: *индукционный ток всегда направлен так, что магнитное поле, формируемое им, стремится препятствовать всякому изменению магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную контуром, в котором возникает ЭДС электромагнитной индукции.*

Разность потенциалов  $U$  на концах проводника длиной  $l$ , движущегося со скоростью  $v$  в однородном магнитном поле,

$$U = Blv \sin \alpha,$$

где  $\alpha$  – угол между направлениями векторов скорости  $\vec{v}$  и магнитной индукции  $\vec{B}$ .

Электродвижущая сила индукции  $\varepsilon_i$ , возникающая в рамке, содержащей  $N$  витков, площадью  $S$ , при вращении рамки с угловой скоростью  $\omega$  в однородном магнитном поле с индукцией  $B$ ,

$$\varepsilon_i = BNS\omega \sin \omega t,$$

где  $\omega t = \alpha$  – мгновенное значение угла между вектором  $\vec{B}$  и нормалью  $\vec{n}$  к плоскости рамки.

Магнитный поток, создаваемый током  $I$  в контуре с индуктивностью  $L$ ,

$$\Phi = LI.$$

Индуктивность  $L$  соленоида зависит от геометрических размеров контура и заполняющей его среды:

$$L = \mu\mu_0 n^2 V = \mu\mu_0 n^2 l S = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l},$$

где  $N$  – число витков соленоида;  $l$  – его длина;  $S$  – площадь витков соленоида (площадь поперечного сечения соленоида);  $n = \frac{N}{l}$  – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида;  $V = Sl$  – объем соленоида.

Формула для ЭДС самоиндукции:

$$\varepsilon_c = -L \frac{dI}{dt},$$

где  $L$  – индуктивность контура;  $\frac{dI}{dt}$  – скорость изменения силы тока.

Мгновенное значение силы тока  $I$  в цепи, обладающей активным сопротивлением  $R$  и индуктивностью  $L$ :

*после замыкания цепи*

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \left(1 - e^{-(R/L)t}\right) = I_0 \left(1 - e^{-t/\tau}\right),$$

где  $\varepsilon$  – ЭДС источника;  $r$  – внутреннее сопротивление источника;  $t$  – время, прошедшее после замыкания цепи;  $\tau = L/R$  – постоянная времени цепи;  $I_0$  – сила тока в цепи при  $t = 0$  (амплитудное значение силы тока);

после размыкания цепи

$$I = I_0 e^{-(R/L)t} = I_0 e^{-t/\tau},$$

где  $I_0$  – сила тока в цепи при  $t = 0$ ;  $t$  – время, прошедшее после размыкания цепи.

Коэффициент трансформации  $K$  (в режиме холостого хода) для идеального трансформатора

$$K = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{N_2}{N_1},$$

где  $\varepsilon$ ,  $N$  – соответственно ЭДС и число витков в обмотках трансформатора.

Энергия  $W$  магнитного поля, созданного контуром индуктивности  $L$ , по которому течет ток  $I$ ,

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Объемная плотность  $\omega$  энергии  $W$  магнитного поля в объеме поля  $V$

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{BH}{2}.$$

### 3.5. Электромагнитные колебания и волны

#### 3.5.1. Свободные и вынужденные колебания

Колебательный контур в общем случае имеет вид, приведенный на рис. 19.

Уравнение колебаний в контуре **без активного сопротивления** (свободные незатухающие колебания,  $\varepsilon = 0$ ,  $R = 0$ ):

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0,$$

где  $q$  – электрический заряд;  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  – собственная частота колебаний контура;  $L$  – индуктивность контура (катушки);  $C$  – емкость контура (конденсатора).

Решением уравнения колебаний в контуре без активного сопротивления является функция

$$q = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где  $q_0$  – амплитуда колебаний заряда на конденсаторе;  $\varphi_0$  – начальная фаза колебаний.

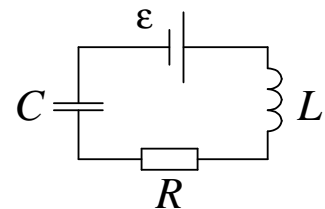


Рис. 19

Формула Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

где  $T$  – период незатухающих электрических колебаний в контуре.

Законы изменения силы тока  $I$  и напряжения  $U$  для контура без активного сопротивления:

$$I = \frac{dq}{dt} = I_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0); \quad U = \frac{q}{C} = U_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где  $I_0 = q_0 \omega_0 = \frac{q_0}{\sqrt{LC}}$  – амплитуда силы тока в контуре;  $U_0 = \frac{q_0}{C}$  – амплитуда напряжения на конденсаторе.

Величины  $I_0$  и  $U_0$  связаны между собой соотношением

$$I_0 = \frac{U_0 C}{\sqrt{LC}} = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}}.$$

Так как  $\frac{U_0}{I_0} = \sqrt{\frac{L}{C}}$ , то из физических соображений (закон Ома) величину  $\sqrt{\frac{L}{C}}$  можно считать сопротивлением. Оно называется *волновым сопротивлением LC-контура*.

Для *контура, содержащего активное сопротивление*, уравнение затухающих колебаний ( $\varepsilon = 0$ ,  $R \neq 0$ ):

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\delta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0,$$

где  $\delta = \frac{R}{2L}$  – коэффициент затухания.

При условии, что  $\delta^2 < \omega_0^2$ , т.е.  $\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC}$ , решение уравнения затухающих колебаний имеет вид:

$$q = q_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$  – частота затухающих колебаний.

Логарифмический декремент затухания

$$\Theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta t = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e},$$

где  $A(t)$  и  $A(t+T)$  – амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующие моментам времени, отличающимся на период, где период колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}; N_e - \text{число колебаний за время } \tau; \tau - \text{ время релаксации.}$$

Добротность колебательного контура

$$Q = \frac{\pi}{\delta} = \pi N_e \tau = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{4}}.$$

При слабом затухании ( $\omega_0^2 \approx \delta^2$ )

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = 2\pi \frac{W}{\Delta W},$$

где  $W$  – энергия, запасенная в контуре;  $\Delta W$  – убыль этой энергии за один период колебаний.

Дифференциальное уравнение вынужденных электромагнитных колебаний и его решение:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\delta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{U_m}{L} \cos \omega t; \quad q = q_m \cos(\omega t - \varphi),$$

где  $q_m = \frac{U_m}{\omega \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$ ;  $\varphi$  – сдвиг по фазе между зарядом и приложенным напряжением  $U = U_0 \cos \omega t$ ;  $R$ ,  $L$  и  $C$  – соответственно активное сопротивление, индуктивность и емкость колебательного контура.

Резонансная частота и резонансная амплитуда заряда в случае электрического резонанса

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}; \quad (q_m)_{рез} = \frac{U_m/L}{2\delta \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}},$$

где  $\omega_0$  – собственная частота контура;  $\delta$  – коэффициент затухания;  $R$ ,  $L$  и  $C$  – соответственно активное сопротивление, индуктивность и емкость колебательного контура;  $U_m$  – амплитуда внешнего приложенного напряжения.

Резонансная частота и резонансная амплитуда силы тока в случае электрического резонанса

$$\omega_{рез} = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad (I_m)_{рез} = \frac{U_m}{R},$$

где  $\omega_0$  – собственная частота контура,  $R$ ,  $L$  и  $C$  – соответственно активное сопротивление, индуктивность и емкость колебательного контура;  $U_m$  – амплитуда внешнего приложенного напряжения.

### 3.5.2. Переменный ток

Переменным током (ЭДС) в электрических цепях называют такой ток (ЭДС), который изменяет свое значение и направление во времени.

Действующие (эффективные) значения силы тока и напряжения

$$I_{\partial} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}; \quad U_{\partial} = \frac{U_m}{\sqrt{2}},$$

где  $I_m$  и  $U_m$  – амплитудные значения силы тока и напряжения.

При последовательном соединении активного, индуктивного и емкостного сопротивлений общее напряжение

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{(RI)^2 + (X_L I - X_C I)^2} = I \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

или

$$U = I \sqrt{R^2 + X^2} = IZ,$$

где  $X = X_L - X_C$  – реактивное сопротивление.

Полное сопротивление цепи

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2},$$

где  $X_L = \omega L$  – реактивное индуктивное сопротивление;  $X_C = \frac{1}{\omega C}$  – реактивное емкостное сопротивление.

Активная мощность цепи

$$P = U_R I = R \cdot I \cdot I = I^2 R;$$

Реактивная мощность

$$Q = U_p I = X \cdot I \cdot I = I^2 X.$$

Полная мощность

$$S = UI = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}.$$

Коэффициент мощности

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{R}{Z},$$

где  $R$  – активное сопротивление цепи;  $\omega L$  – реактивное индуктивное сопротивление;  $\frac{1}{\omega C}$  – реактивное емкостное сопротивление;  $Z$  – полное сопротивление цепи.

При параллельном соединении активного, индуктивного и емкостного сопротивлений модуль общего тока в неразветвленной части цепи равен



$$I = \sqrt{(I_{R_1} + I_{R_2})^2 + (I_{L_1} + I_{C_2})^2} = \sqrt{I_R^2 + I_P^2},$$

где  $I_{R_1} + I_{R_2}$  – арифметическая сумма, а  $I_{L_1} - I_{C_2}$  – алгебраическая сумма.

Ниже приведена таблица формул для полного сопротивления цепи  $Z$  и сдвига фаз  $\text{tg}\varphi$  между напряжением и током при различных способах включения активного сопротивления  $R$ , емкости  $C$  и индуктивности  $L$ , где  $X_L = \omega L$  – реактивное индуктивное сопротивление;  $X_C = \frac{1}{\omega C}$  – реактивное емкостное сопротивление;  $\omega$  – частота переменного напряжения, подаваемого на концы цепи;  $L$  – индуктивность;  $C$  – емкость.

Тип соединения	Полное сопротивление цепи $Z$	Сдвиг фаз $\text{tg}\varphi$ между напряжением и током
Последовательно включены активное сопротивление $R$ и емкость $C$	$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}} = \sqrt{R^2 + X_C^2}$	$\text{tg}\varphi = \frac{1}{R\omega C}$
Параллельно включены активное сопротивление $R$ и емкость $C$	$Z = \frac{R}{\sqrt{R^2\omega^2 C^2 + 1}}$	$\text{tg}\varphi = -R\omega C$
Последовательно включены активное сопротивление $R$ и индуктивность $L$	$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{R^2 + X_L^2}$	$\text{tg}\varphi = \frac{\omega L}{R}$
Параллельно включены активное сопротивление $R$ и индуктивность $L$	$Z = \frac{R\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{RX_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$	$\text{tg}\varphi = \frac{R}{\omega L}$
Последовательно включены активное сопротивление $R$ , индуктивность $L$ и емкость $C$	$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$	$\text{tg}\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$

Период  $T$  электромагнитных колебаний в контуре, состоящем из емкости  $C$ , индуктивности  $L$  и активного сопротивления  $R$ ,

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}.$$

### 3.5.3. Электромагнитные волны

Электромагнитными волнами называется возмущения электромагнитного поля (т.е. переменное электромагнитное поле), распространяющиеся в пространстве.

Связь между длиной электромагнитной волны, скоростью ее распространения  $c$  и ее частотой:  $c = \lambda \nu$ .

Фазовая скорость распространения электромагнитных волн в среде

$$\nu = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}},$$

где  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$  – скорость распространения света в вакууме;  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная;  $\mu_0$  – магнитная постоянная;  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды;  $\mu$  – магнитная проницаемость среды.

Связь между мгновенными значениями  $E$  и  $H$ :

$$\sqrt{\epsilon\epsilon_0}E = \sqrt{\mu\mu_0}H,$$

где  $E$ ,  $H$  – модули напряженности электрического и магнитного полей в электромагнитной волне.

Уравнение плоской электромагнитной волны:

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

где  $E_0$  – амплитуда напряженности электромагнитного поля волны;  $\omega$  – циклическая частота;  $k = \frac{\omega}{\nu}$  – волновое число;  $\varphi_0$  – начальная фаза;  $\nu$  – фазовая скорость распространения волны.

Объемная плотность энергии электромагнитного поля

$$\omega = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}.$$

Плотность потока энергии электромагнитных волн – вектор Умова – Пойтинга

$$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}],$$

где  $\vec{S}$  – плотность потока электромагнитной энергии;  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  – векторы напряженности электрического и магнитного полей в электромагнитной волне.

Модуль плотности потока энергии

$$S = \omega \nu = EH,$$

где  $\omega$  – объемная плотность энергии электромагнитной волны;  $\nu$  – скорость распространения волны в среде;  $E$  – напряженность электрического поля волны;  $H$  – напряженность магнитного поля волны.

Интенсивность электромагнитной волны

$$I = \langle S \rangle = \frac{1}{2} E_0 H_0.$$

## 4. ОПТИКА. ФИЗИКА АТОМА И АТОМНОГО ЯДРА

### 4.1. Геометрическая оптика

Отношение скорости света в вакууме к скорости света  $v$  в данной среде:

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon\mu},$$

где  $n$  называется *абсолютным показателем преломления* этой среды.

Здесь  $\epsilon$  и  $\mu$  – относительная диэлектрическая и магнитная проницаемость среды,  $\mu \approx 1$  для неферромагнитных сред. Для любой среды, кроме вакуума,  $n > 1$ . Величина  $n$  зависит от частоты света и состояния среды (ее плотности и температуры). Для газов при нормальных условиях  $n \approx 1$ . В анизотропных средах  $n$  зависит от направления распространения света и его поляризации.

*Относительным показателем преломления*  $n_{21}$  второй среды относительно первой называется соотношение скоростей света  $v_1$  и  $v_2$  соответственно в первой и второй средах:

$$n_{21} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1},$$

где  $n_1$  и  $n_2$  – абсолютные показатели преломления первой и второй сред.

Если  $n_{21} > 1$ , то вторая среда называется *оптически более плотной*, чем первая среда.

При падении световых лучей на идеально плоскую границу раздела двух сред, размеры которой значительно превышают длину волны, происходят явления преломления и отражения света. Направление распространения света изменяется при переходе его во вторую среду, за исключением случая перпендикулярного падения лучей на границу раздела.

*Углом падения*  $i$  называется угол между падающим лучом и перпендикуляром к границе раздела, восстановленным в точке падения. *Углом отражения*  $i'$  называется угол между отраженным лучом и тем же перпендикуляром (рис. 20). *Углом преломления*  $r$  называется угол между преломленным лучом и тем же перпендикуляром.

#### ***Законы отражения света***

*Падающий луч, отраженный луч и перпендикуляр к границе раздела двух сред, восстановленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости.*

*Угол падения равен углу отражения:  $i = i'$  (см. рис. 20, а).*

Законы отражения справедливы при обратном направлении хода световых лучей. Луч, распространяющийся по пути отраженного, отражается по пути падающего луча (*обратимость хода световых лучей*).

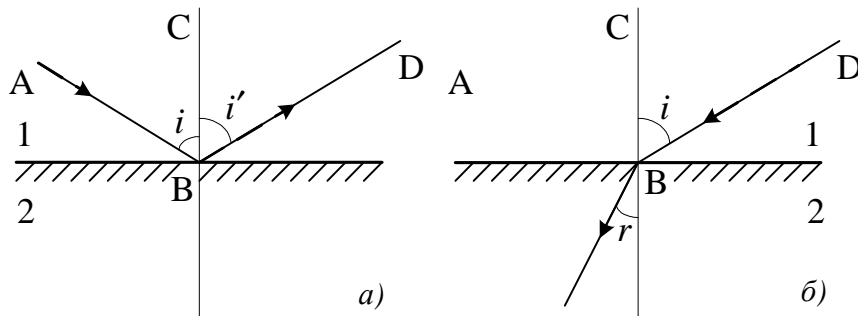


Рис. 20

Отражение света, происходящее по этим законам, называется *зеркальным*. Если условие зеркальности отражения не выполняется, то законы отражения несправедливы и отражение света называется *диффузным*.

### **Законы преломления света**

*Падающий луч, преломленный луч и перпендикуляр к границе раздела двух сред, восстановленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости* (см. рис. 20, б).

*Отношение синусов углов падения и преломления – постоянная величина, равная отношению показателю преломления двух данных сред:*

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}.$$

Падающий и преломленный лучи *взаимно обратимы*: если падающий луч пущен по линии преломленного луча, то луч преломленный пойдет по линии падающего.

Законы отражения и преломления света справедливы для однородных изотропных сред в отсутствие поглощения света.

Если световые лучи из оптически более плотной среды 2 падают на границу раздела с оптически менее плотной средой 1, например, из стекла в воду, то при углах падения  $i \geq i_{np}$ , где  $\sin i_{np} = n_{21}$ , преломленный луч в среде с показателем преломления  $n_2 > n_1$  отсутствует (рис. 21).

При условии  $i = i_{np}$  угол преломления  $r = \pi/2$ ,  $\sin r = 1$  и луч скользит вдоль границы раздела сред. Это явление называется **полным внутренним отражением**. Угол  $i_{np}$  называется *предельным углом полного отражения*;

$$\sin i_{np} = \frac{n_2}{n_1},$$

где  $i_{np}$  – предельный угол полного отражения.

Все лучи, падающие на границу двух сред под углом  $i > i_{np}$ , полностью отражаются.

Для призмы из материала с показателем преломления  $n$  и преломляющим углом  $A$  (рис. 22):

для первой преломляющей грани

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = n;$$

для второй преломляющей грани

$$\frac{\sin \alpha_2}{\sin \beta_2} = \frac{1}{n};$$

преломляющий угол

$$A = \alpha_2 + \beta_1.$$

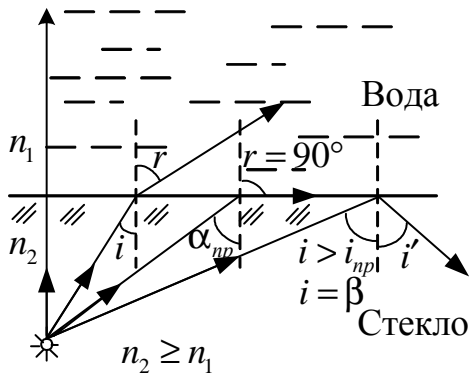


Рис. 21

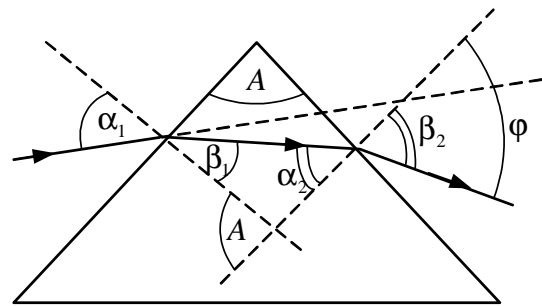


Рис. 22

Связь угла  $\varphi$  отклонения лучей и преломляющего угла  $A$  призмы:

$$\varphi = A(n - 1) = \alpha_1 + \beta_2 - A.$$

Формула сферического зеркала (для параксиальных световых лучей):

$$\frac{1}{F} = \frac{2}{R} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f},$$

где  $F$  – главное фокусное расстояние;  $R$  – радиус кривизны сферического зеркала;  $d$  – расстояние от зеркала до светящейся точки;  $f$  – расстояние от зеркала до изображения.

Оптическая сила сферического зеркала

$$D = \frac{1}{F} = \frac{2}{R},$$

где  $F$  – главное фокусное расстояние;  $R$  – радиус кривизны сферического зеркала.

### Оптическая сила тонкой линзы

$$D = \frac{1}{F} = \left( \frac{n_l}{n_{cp}} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где  $F$  – главное фокусное расстояние линзы;  $n_l$  – абсолютный показатель преломления вещества линзы;  $n_{cp}$  – абсолютный показатель преломления окружающей среды (одинаковой с обеих сторон линзы).

В этой формуле радиусы выпуклых поверхностей ( $R_1$  и  $R_2$ ) берутся со знаком «плюс», вогнутых – со знаком «минус».

Формула тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f},$$

где  $d$  – расстояние от оптического центра линзы до предмета;  $f$  – расстояние от оптического центра линзы до изображения.

Для собирающих линз величина  $F$  положительная, для рассеивающих линз величина  $F$  отрицательная. Если изображение мнимое, то величина  $f$  отрицательная.

Увеличение в линзе

$$\Gamma = \frac{h}{h_0} = \frac{f}{d},$$

где  $h$  и  $h_0$  – соответственно линейные размеры изображения и предмета.

Построение изображения в линзах осуществляется с помощью следующих лучей:

- луч, проходящий через оптический центр линзы, – не изменяет своего направления и является побочной оптической осью;
- луч, идущий параллельно главной оптической оси, – после преломления в линзе (этот луч или его продолжение) проходит через один из фокусов линзы;
- луч (или его продолжение), проходящий через первый фокус линзы, – после преломления в ней выходит из линзы параллельно ее главной оптической оси.

При построении изображений в тонкой линзе следует также учитывать свойства побочных фокусов. Напомним, что побочной оптической осью называется любая прямая, проходящая через оптический центр линзы под углом к главной оптической оси. Плоскость, проходящая через фокус перпендикулярно к главной оптической оси, называется главной фокальной плоскостью.

Точка пересечения побочной оптической оси с фокальной плоскостью называется побочным фокусом  $F'$ . Любой луч (или его продолжение), параллельный побочной оптической оси, проходит через соответствующий побочный фокус (рис. 23,  $F'$  – побочный фокус).

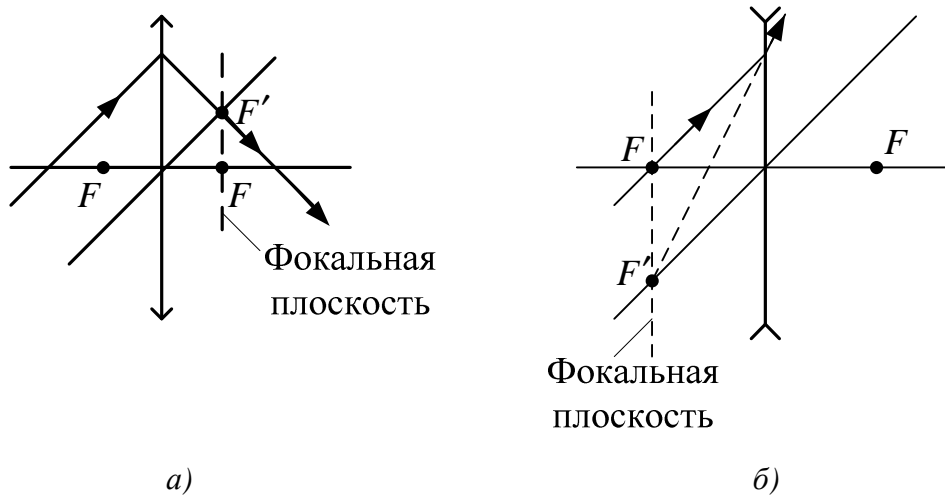


Рис. 23

Увеличение лупы

$$N = \frac{L}{F}, \quad L = 0,25 \text{ м (расстояние наилучшего зрения).}$$

Увеличение микроскопа

$$N = \frac{\delta L}{F_1 F_2},$$

где  $\delta$  – расстояние между фокусами объектива и окуляра;  $F_1$  и  $F_2$  – фокусные расстояния объектива и окуляра.

Световой поток  $\Phi$ , испускаемый изотропным источником в пределах телесного угла  $\omega$ , в вершине которого находится источник, пропорционален силе света  $I$  источника и величине телесного угла  $\omega$ :

$$\Phi = I\omega.$$

Полный световой поток изотропного точечного источника

$$\Phi_0 = 4\pi I.$$

Поток излучения

$$\Phi = \frac{W}{t},$$

где  $W$  – энергия излучения;  $t$  – время излучения.

Светимость  $R$  равномерно светящейся поверхности численно равна световому потоку, испускаемому с единицы площади поверхности:

$$R = \frac{\Phi}{S}.$$

Энергетическая яркость (светимость)

$$B = \frac{\Delta I_e}{\Delta S},$$

где  $\Delta I_e$  – энергетическая сила света элемента излучающей поверхности;  $\Delta S$  – площадь проекции элемента излучающей поверхности на плоскость, перпендикулярную к направлению наблюдения.

Освещенность  $E$  поверхности численно равна световому потоку, падающему на единицу площади:

$$E = \frac{\Phi}{S}.$$

Освещенность, создаваемая изотропным точечным источником на расстоянии  $r$  от него,

$$E = \frac{I \cos \alpha}{r^2},$$

где  $\alpha$  – угол падения луча.

## 4.2. Волновая оптика

### 4.2.1. Интерференция света

*Когерентность* – согласованное протекание нескольких колебательных или волновых процессов. Волны называются когерентными, если разность их фаз остается постоянной во времени (т.е. они имеют одинаковую частоту).

*Монохроматические волны* – неограниченные в пространстве волны одной определенной и строго постоянной частоты. Немонохроматический свет можно представить в виде совокупности сменяющих друг друга независимых гармонических цугов. Средняя продолжительность одного цуга  $\tau_{\text{ког}}$  называется *временем когерентности* (время когерентности не может превышать время излучения  $\tau$ , т.е.  $\tau_{\text{ког}} < \tau$ ). Если волна распространяется в однородной среде, то фаза колебаний в определенной точке пространства сохраняется только в течение времени когерентности  $\tau_{\text{ког}}$ . За это время волна распространяется в вакууме на расстояние  $l_{\text{ког}} = c\tau_{\text{ког}}$ , называемое *длиной когерентности* (или длиной цуга).



Скорость света в среде  $v = \frac{c}{n}$ , где  $c$  – скорость распространения света в вакууме;  $n$  – абсолютный показатель преломления среды.

Оптическая длина пути, проходимого световым лучом в однородной среде с показателем преломления  $n$ , равна  $L = nl$ , где  $l$  – геометрическая длина пути луча.

Если один луч проходит путь длиной  $l_1$  в среде с показателем преломления  $n_1$ , а другой луч – путь  $l_2$  с показателем преломления  $n_2$ , то оптическая разность хода этих лучей

$$\Delta = n_2 l_2 - n_1 l_1 = L_2 - L_1,$$

где  $L_1$  и  $L_2$  – соответственно оптические длины проходимых волнами путей.

Разность фаз двух когерентных волн

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta,$$

где  $\lambda_0$  – длина волны (световой) в вакууме;  $\Delta$  – оптическая разность хода двух световых волн.

Условие максимального усиления света при интерференции (интерференционный максимум):

$$\Delta = \pm m \lambda_0,$$

где  $\lambda_0$  – длина световой волны в вакууме;  $m = 0, 1, 2, \dots$  – порядок интерференционного максимума.

Условие максимального ослабления света при интерференции (интерференционный минимум):

$$\Delta = \pm (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2},$$

где  $m$  – порядок интерференционного минимума.

Расстояние  $\Delta x$  между интерференционными полосами на экране, полученными от двух когерентных источников света (ширина интерференционной полосы),

$$\Delta x = \frac{l \lambda_0}{d},$$

где  $l$  – расстояние от экрана до источника света;  $d$  – расстояние между источниками ( $d \approx l$ ).

Условия максимумов и минимумов при интерференции света, отраженного от верхней и нижней поверхностей тонкой плоскопараллельной пленки, находящейся в воздухе ( $n_0 = 1$ ),

$$\text{максимум: } 2dn \cos \beta \pm \frac{\lambda_0}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \pm \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0;$$

$$\text{минимум: } 2dn \cos \beta \pm \frac{\lambda_0}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \pm \frac{\lambda_0}{2} = (2m + 1)\frac{\lambda_0}{2},$$

где  $d$  – толщина пленки;  $n$  – показатель ее преломления;  $\alpha$  – угол падения;  $\beta$  – угол преломления;  $m = 0, 1, 2, \dots$

В общем случае слагаемое  $\pm \frac{\lambda_0}{2}$  обусловлено потерей полуволны при отражении света от границы раздела: если  $n < n_0$  – знак «минус», если  $n > n_0$ , то необходимо употреблять знак «плюс».

Радиус колец Ньютона:

– темных в отраженном свете (или светлых в проходящем свете)

$$r_m = \sqrt{\frac{m\lambda R}{n}};$$

– светлых в отраженном свете (или темных в проходящем свете)

$$r_m = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda R}{n}},$$

где  $R$  – радиус кривизны поверхности линзы, соприкасающейся с плоскопараллельной пластинкой;  $\lambda$  – длина световой волны в среде между линзой и пластинкой;  $m$  – порядковый номер кольца,  $m = 0$  соответствует центральному пятну;  $n$  – показатель преломления среды между линзой и пластиной.

Оптическая разность хода световых лучей  $\Delta$ , отраженных от двух поверхностей тонкой пластинки, по обе стороны которых находятся одинаковые среды:

$$\text{в проходящем свете} \quad \Delta = 2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha};$$

$$\text{в отраженном свете} \quad \Delta = 2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda_0}{2},$$

где  $d$  – толщина пластинки;  $n$  – показатель преломления вещества пластинки;  $n_1$  – показатель преломления среды;  $\alpha$  – угол падения луча;  $\lambda_0$  – длина световой волны в вакууме.

Добавочная разность хода  $\frac{\lambda}{2}$  учитывает изменение фазы волны на  $\pi$  при отражении ее от оптически более плотной среды.

В случае «просветления оптики» интерферирующие лучи в отраженном свете гасят друг друга при условии

$$n_{nl} = \sqrt{n_{cm}n_0}.$$

Так как показатель преломления стекла  $n_{cm}$ , показатель преломления пленки  $n_{nl}$  и показатель преломления окружающей среды  $n_0$  удовлетворяют условию  $n_{cm} > n_{nl} > n_0$ , то потеря полуволны происходит на обеих поверхностях. Поэтому условие интерференционного максимума (при нормальном падении света)

$$2n_{nl}d = (2m + 1)\frac{\lambda_0}{2},$$

где  $n_{nl}d$  – оптическая толщина пленки;  $\lambda_0$  – длина волны в вакууме.

Для минимальной толщины наносимой пленки  $m = 0$ , тогда минимальная толщина наносимой пленки

$$d_{\min} = \frac{\lambda_0}{4n_{nl}}.$$

#### 4.2.2. Дифракция света

Радиусы зон Френеля (рис. 23):

– для *плоской* волны

$$r_m = \sqrt{mb\lambda},$$

где  $r$  – радиус зоны;  $m$  – номер зоны Френеля;  $b$  – расстояние от круглого отверстия в непрозрачном экране до точки наблюдения, расположенной на оси отверстия;  $\lambda$  – длина световой волны;

– для *сферической* волны (радиус внешней границы  $m$ -ной зоны Френеля

$$r_m = \sqrt{\frac{abm\lambda}{(a+b)}},$$

где  $SO = a$ ;  $OP = b$ ;  $m$  – номер зоны Френеля;  $\lambda$  – длина волны (т.е.  $a$  и  $b$  – соответственно расстояния диафрагмы с круглым отверстием от точечного источника и от экрана, на котором наблюдается дифракционная картина).

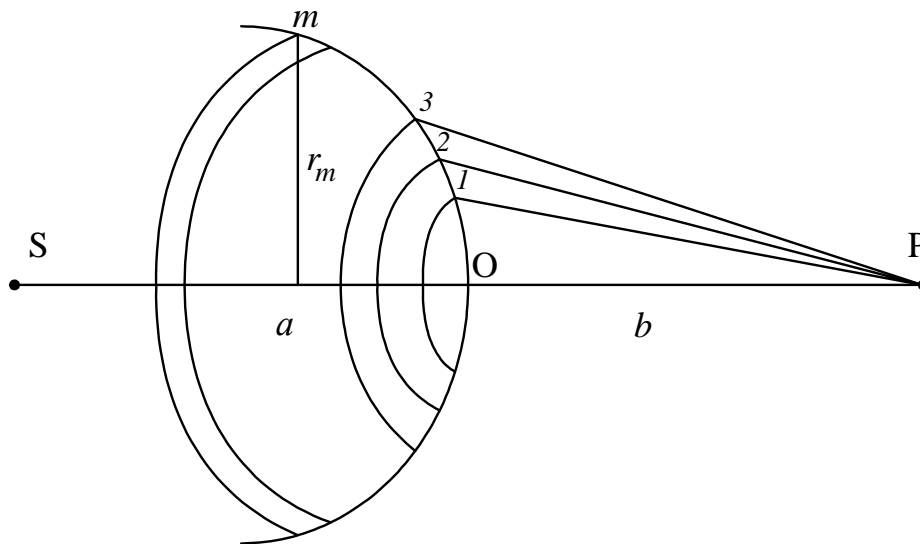


Рис. 23

В случае дифракции в параллельных лучах от одной щели шириной  $a$  при нормальном падении света положение минимумов и максимумов освещенности на экране определяется углом  $\varphi$ , отсчитанным от нормали к поверхности щели и удовлетворяющим условию:

$$\begin{aligned}
 - \text{ минимум} & \quad a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}; \\
 - \text{ максимум} & \quad a \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2},
 \end{aligned}$$

где  $\varphi$  – угол дифракции;  $m$  – порядок спектра ( $m=0, 1, 2, \dots$ );  $\lambda$  – длина волны.

Постоянная (период) дифракционной решетки  $d$ :

$$d = a + b; \quad d = \frac{l}{N_0}; \quad d = \frac{l}{N},$$

где  $a$  – ширина каждой щели решетки;  $b$  – ширина непрозрачных участков между щелями;  $N_0$  – число щелей, приходящихся на единицу длины дифракционной решетки;  $l$  – длина дифракционной решетки;  $N$  – общее количество щелей дифракционной решетки.

Условия главных максимумов и дополнительных минимумов дифракционной решетки, на которую свет падает нормально:

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad (m = 0, 1, 2, \dots);$$

$$d \sin \varphi = \pm m' \frac{\lambda}{N}, \quad (m' = 1, 2, 3, \dots), \text{ кроме } m' = 0, N, 2N, \dots,$$

где  $d$  – постоянная (период) дифракционной решетки;  $\varphi$  – угол между нормалью к поверхности дифракционной решетки и направлением дифрагирующих лучей;  $N$  – число штрихов решетки;  $m$  – порядок дифракционного спектра.

*Формула Вульфа – Брэггов* (условие дифракционных максимумов от пространственной дифракционной решетки):

$$2d \sin \theta = m\lambda, \quad (m = 1, 2, 3, \dots),$$

где  $d$  – расстояние между атомными плоскостями кристалла;  $\theta$  – угол скольжения;  $\lambda$  – длина волны рентгеновского излучения.

Угловая дисперсия дифракционной решетки

$$D_{\varphi} = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi},$$

где  $\varphi$  – угол дифракции;  $m$  – порядок спектра;  $d$  – период решетки.

Линейная дисперсия дифракционной решетки

$$D = F \frac{d\varphi}{d\lambda},$$

где  $F$  – фокусное расстояние линзы, проектирующей спектр на экран;  $d\varphi$  – разница в углах, соответствующая двум линиям, отличающимся по длине волны на  $d\lambda$ .

Разрешающая способность спектрального прибора

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda},$$

где  $\delta\lambda$  – минимальная разность длин волн двух соседних спектральных линий, при которой эти линии регистрируются отдельно.

Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = mN,$$

где  $m$  – порядок спектра;  $N$  – общее число штрихов решетки.

Разрешающая способность призмы

$$R = \frac{\lambda}{(\lambda + \Delta\lambda)} = (a - b) \left( \frac{dn}{d\lambda} \right),$$

где  $\lambda$ ,  $(\lambda + \Delta\lambda)$  – длины волн двух соседних спектральных линий, разрешаемых решеткой;  $a$  и  $b$  – пути, проходимые в призме крайними лучами пучка.

При полном использовании разрешающей способности падающий пучок покрывает всю боковую поверхность призмы. В этом случае  $b = 0$  и

$$R_{\max} = a \left( \frac{dn}{d\lambda} \right).$$

Разрешающая способность объектива

$$R \approx \frac{1}{\varphi} = \frac{D}{1,22\lambda},$$

где  $D$  – диаметр объектива;  $\varphi$  – минимальное разрешаемое угловое расстояние.

Разрешающая способность глаза

$$R \approx \frac{1}{\varphi_{\min}} = \frac{d}{1,22\lambda},$$

где  $d$  – диаметр зрачка.

**Закон Бугера:**

$$W = W_0 e^{-\mu x},$$

где коэффициент  $\mu$  учитывает *поглощательную способность среды*;  $W_0$  – начальная энергия волны;  $W$  – энергия волны при прохождении среды поглощения толщиной  $x$ .

### 4.2.3. Поляризация света

Отражение полностью линейно поляризованного света от поверхности диэлектрика называется **явлением Брюстера**, а соответствующий угол падения – *углом Брюстера*.

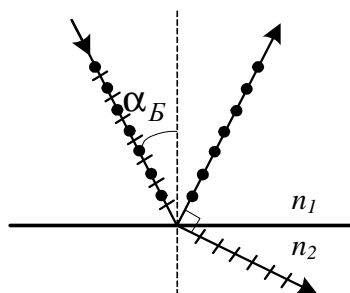


Рис. 24

Математическая формулировка **закона Брюстера**, утверждающего, что для каждого диэлектрика найдется такой угол падения света, что отраженный луч оказывается плоскополяризованным:

$$\operatorname{tg} \alpha_B = \frac{n_2}{n_1} = n_{21},$$

где  $\alpha_B$  – угол падения луча на границу раздела двух прозрачных диэлектриков, при котором отраженный луч является плоскополяризованным;  $n_1$  и  $n_2$  – абсолютные показатели преломления диэлектриков;  $n_{21}$  – показатель преломления второй среды относительно первой (рис. 24).

Интенсивность света, прошедшего через первый николю  $N_1$  (поляризатор  $\Pi$ ), с учетом поглощения,

$$I_1 = \frac{I_0}{2}(1 - k_1),$$

где  $I_0$  – интенсивность естественного света, падающего на первый николю;  $k_1$  – коэффициент поглощения света в поляризаторе (рис. 25).

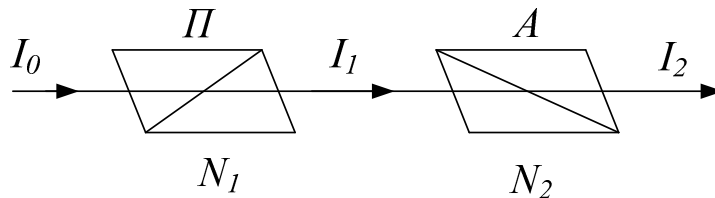


Рис. 25

Уменьшение интенсивности света после второго николя  $N_2$  (анализатора  $A$ ) определяется *законом Малюса*:

$$I_2 = I_1 \cos^2 \varphi.$$

С учетом потери интенсивности света в анализаторе

$$I_2 = \frac{I_0}{2}(1 - k_1)(1 - k_2) \cos^2 \varphi,$$

где  $k_1$  – коэффициент поглощения света в анализаторе;  $\varphi$  – угол между плоскостями поляризации поляризатора и анализатора.

Степень поляризации света

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где  $I_{\max}$  и  $I_{\min}$  – соответственно максимальная и минимальная интенсивность частично поляризованного света, пропускаемого анализатором. Падающий свет – естественный.

Двойное лучепреломление – способность веществ, в частности, кристаллов расщеплять падающий световой луч на два луча – обыкновенный ( $o$ ) и необыкновенный ( $e$ ), которые распространяются в различных направлениях с разными фазовыми скоростями. Если показатель преломления необыкновенного луча  $n_e$  больше показателя преломления обыкновенного луча  $n_o$ , то такие кристаллы называются оптически положительными. Если  $n_o$  больше  $n_e$ , то такие кристаллы называются оптически отрицательными.

Оптическая разность хода для кристаллической пластинки:

- в четверть длины волны  $(n_o - n_e)d = \pm \left(m + \frac{1}{4}\right)\lambda$ ,  $(m = 0, 1, 2, \dots)$ ;
- в полдлины волны  $(n_o - n_e)d = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$ ,  $(m = 0, 1, 2, \dots)$ ;
- в целую длину волны  $(n_o - n_e)d = \pm m\lambda$ ,  $(m = 0, 1, 2, \dots)$ ,

где знак «+» соответствует отрицательным одноосным кристаллам, знак «-» – положительным;  $\lambda$  – длина волны;  $d$  – толщина пластинки;  $n_o$ ,  $n_e$  – соответственно показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей в направлении, перпендикулярном к оптической оси.

Угол поворота плоскости поляризации

*для оптически активных кристаллов и чистых жидкостей*

$$\varphi = \alpha d ;$$

*для оптически активных растворов*

$$\varphi = [\alpha] C d ,$$

где  $d$  – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;  $\alpha$  ( $[\alpha]$ ) – удельное вращение;  $C$  – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

Фазовая скорость света

$$v = \frac{c}{n} ,$$

где  $c$  – скорость света в вакууме;  $n$  – абсолютный показатель преломления среды.

Дисперсия вещества

$$D = \frac{dn}{d\lambda} .$$

Групповая скорость света

$$u = \frac{c}{n} \left( 1 + \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \right) .$$

Направление излучения Вавилова – Черенкова

$$\cos \theta = \frac{c}{nv} ,$$

где  $v$  – скорость заряженной частицы.



## 4.3. Квантовая природа излучения

### 4.3.1. Тепловое излучение

Основные *характеристики теплового излучения нагретого тела*

*Энергетическая светимость*  $r_T$  – энергия, испускаемая единицей поверхности излучающего тела в единицу времени. Размерность  $[r_T] = \text{Вт/м}^2$ .

*Испускательная способность тела*  $r_{\nu,T}$  – количество энергии, испускаемое единицей поверхности тела в единицу времени в единичном интервале частот. Размерность  $[r_{\nu,T}] = \text{Дж/м}^2$ , связь с энергетической светимостью:

$$r_T = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu.$$

*Испускательная способность тела*  $r_{\lambda,T}$  – количество энергии, испускаемое единицей поверхности тела в единицу времени в единичном интервале длин волн:  $r_{\lambda,T} = r_{\nu,T} \frac{2\pi c}{\lambda^2} d\lambda$ , размерность  $[r_{\lambda,T}] = \text{Вт/м}^3$ , связь с интегральной характеристикой:

$$r_T = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} d\lambda.$$

*Поглощательная способность тела*  $a_{\nu,T}$  – отношение потока энергии, поглощенной телом в единичном интервале частот, к падающему потоку энергии. Это безразмерная величина, не превышающая единицы.

Тело, которое при любой температуре поглощает всю энергию падающего на него электромагнитного излучения, называется **абсолютно черным телом**; для него  $a_{\nu,T} = 1$ .

*Энергетическая светимость тела*

$$r_{\nu} = \frac{\Phi_{\nu}}{S} = \frac{1}{S} \frac{dW_{\nu}}{dt} = \frac{N}{S},$$

где  $\Phi_{\nu}$  – поток излучения;  $S$  – площадь излучающей поверхности;  $dW_{\nu}$  – энергия, излучаемая поверхностью  $S$  за время  $dt$ ;  $N$  – мощность излучения с поверхности  $S$ .

Энергетическая светимость абсолютно черного тела определяется формулой Стефана – Больцмана

$$R_{\nu} = \sigma T^4,$$

где  $T$  – термодинамическая температура,  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2\text{К}^4$  – постоянная Стефана – Больцмана.

Энергетическая светимость серого тела

$$r_{\vartheta} = a_T \sigma T^4,$$

где  $a_T$  – поглотительная способность серого тела;  $\sigma$  – постоянная Стефана – Больцмана;  $T$  – термодинамическая температура.

Закон смещения Вина: длина волны  $\lambda_{\max}$ , на которую приходится максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости в спектре абсолютно черного тела, обратно пропорциональна абсолютной температуре:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \quad \nu_{\max} = aT,$$

где  $\nu_{\max}$  и  $\lambda_{\max}$  – частота и длина волны, соответствующие максимальному значению спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела;  $a = 5,9 \cdot 10^{11}$  Гц/К;  $b = 2,9 \cdot 10^{-3}$  мК – постоянные Вина.

Максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости  $R_{\nu,T}$  и  $R_{\lambda,T}$  абсолютно черного тела пропорционально третьей и соответственно пятой степени абсолютной температуры:

$$\begin{aligned} R_{\nu,T} &= a_1 T^3; & a_1 &= 0,6 \cdot 10^{-14} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \text{К}^3); \\ R_{\lambda,T} &= b_1 T^5; & b_1 &= 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \text{К}^5). \end{aligned}$$

Формула Рэля – Джинса для спектральной плотности энергетической светимости черного тела:

$$R_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT,$$

где  $kT$  – средняя энергия осциллятора с собственной частотой  $\nu$  ( $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – термодинамическая температура);  $c$  – скорость света в вакууме.

Формула Планка:

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}; \quad r_{\lambda,T} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1},$$

где  $r_{\nu,T}$ ,  $r_{\lambda,T}$  – спектральная плотность энергетической светимости черного тела соответственно как функция частоты  $\nu$  и длины волны  $\lambda$ ;  $kT$  – средняя энергия осциллятора с собственной частотой  $\nu$  ( $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – термодинамическая температура);  $c$  – скорость света в вакууме;  $h$  – постоянная Планка.

Радиационная температура абсолютно черного тела

$$T_p = \sqrt[4]{\frac{R_\varepsilon}{\sigma}},$$

где  $R_\varepsilon$  – энергетическая светимость абсолютно черного тела;  $\sigma$  – постоянная Стефана – Больцмана.

Радиационная температура серого тела

$$T_p = T \sqrt[4]{a_T},$$

где  $T$  – истинная температура;  $a_T$  – поглощательная способность серого тела.

**Закон Кирхгофа:**

$$\frac{r_{\nu,T}}{a_{\nu,T}} = R_{\nu,T},$$

где  $r_{\nu,T}$  – спектральная плотность энергетической светимости тела;  $a_{\nu,T}$  – спектральная поглощательная способность тела;  $R_{\nu,T}$  – спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела.

### 4.3.2. Квантово-оптические явления

Энергия кванта (фотона)

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda},$$

где  $\nu$  – частота света;  $\lambda$  – длина световой волны;  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – постоянная Планка;  $c$  – скорость света в вакууме.

Масса фотона

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h}{c\lambda},$$

где  $\varepsilon$  – энергия фотона;  $\lambda$  – длина световой волны;  $c$  – скорость света в вакууме;  $h$  – постоянная Планка.

Импульс фотона

$$p = \frac{h\nu}{c},$$

где  $h\nu$  – энергия фотона.

**Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:**

$$h\nu = A + \frac{m\nu_{\max}^2}{2},$$

где  $h\nu$  – энергия фотона, падающего на поверхность металла ( $\nu$  – частота падающего фотона,  $h$  – постоянная Планка);  $A$  – работа выхода электрона из металла;  $\frac{m\nu_{\max}^2}{2}$  – максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона.

Максимальную скорость электронов можно определить также по величине тормозящей разности потенциалов, при которой фототок обращается в нуль:

$$\frac{m\nu_{\max}^2}{2} = eU_0.$$

Работа выхода электронов из материала  $A$  не зависит от частоты падающего света и может быть определена по таблицам, если известен материал, из которого выбиваются электроны, либо по частоте излучения, соответствующей красной границе фотоэффекта  $\nu_k$ :

$$A = h\nu_k = \frac{hc}{\lambda_k}.$$

Тогда уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:

$$h\nu = h\nu_k + eU_0,$$

где  $U_0$  – задерживающее напряжение (напряжение запирающего фотона);  $\nu_k$  – красная граница фотоэффекта;  $\lambda_k$  – длина волны, соответствующая красной границе фотоэффекта.

Давление, производимое светом при нормальном падении на поверхность,

$$P = \frac{E_e}{c}(1 + \rho) = \omega(1 + \rho),$$

где  $E_e = \frac{Nh\nu}{St}$  – облученность поверхности;  $\rho$  – коэффициент отражения;

$c$  – скорость света в вакууме;  $\omega$  – объемная плотность энергии излучения.

При падении света на поверхность под некоторым углом  $i$  к нормали к поверхности давление света

$$P = \frac{E_e}{c}(1 + \rho)\cos^2 i = \omega(1 + \rho)\cos^2 i.$$

Закон сохранения энергии при комптоновском рассеивании (**эффекте Комптона**) (рис 26, а):

$$E_{\Phi} + E_{e0} = E'_{\Phi} + E_e \quad \text{или} \quad h\nu + m_{e0}c^2 = h\nu' + m_e c^2,$$

где  $E_{\Phi} = h\nu$  и  $E_e = h\nu'$  – соответственно энергия падающего и рассеянного фотона;  $E_{e0} = m_{e0}c^2$  и  $E_e = m_e c^2$  – полная энергия электрона соответственно до и после столкновения с фотоном;  $\nu$  – частота падающего фотона;  $h$  – постоянная Планка;  $c$  – скорость света в вакууме.

Масса электрона  $m_e$  связана с массой покоя электрона  $m_{e0}$  соотношением  $m_e = \frac{m_{e0}}{\sqrt{1 - \frac{\nu^2}{c^2}}}$ .

Закон сохранения импульса при эффекте Комптона (см. рис 26, б):

– в векторной форме

$$\vec{P}_{\Phi} = \vec{P}'_{\Phi} + \vec{P}_e \quad \text{или} \quad \vec{P}_{\Phi} - \vec{P}'_{\Phi} = \vec{P}_e;$$

– в скалярном виде

$$P_{\Phi}^2 + P_{\Phi}'^2 - 2P_{\Phi}P_{\Phi}' \cos \varphi = P_e^2, \quad \text{или}$$

$$\left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\left(\frac{h\nu}{c}\right)\left(\frac{h\nu'}{c}\right) \cos \varphi = (m_e \nu)^2,$$

где  $P_{\Phi} = \frac{h\nu}{c}$  – импульс падающего фотона;

$P'_{\Phi} = \frac{h\nu'}{c}$  – импульс рассеянного фотона;

$P_e = m_e \nu$  – импульс электрона отдачи;  $\varphi$  – угол рассеяния;  $\nu$  – частота падающего фотона;  $h$  – постоянная Планка;  $c$  – скорость света в вакууме;  $m_e$  – масса электрона.

Изменение длины волны излучения при комптоновском рассеивании (эффекте Комптона)

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos \varphi) = \frac{2h}{mc} \sin^2 \frac{\varphi}{2} = 2\lambda_{\kappa} \sin^2 \frac{\varphi}{2},$$

где  $\lambda$  и  $\lambda'$  – длина волны падающего и рассеянного излучения;  $m$  – масса электрона;  $c$  – скорость света;  $\varphi$  – угол рассеяния;  $\lambda_{\kappa} = \frac{h}{mc} = 0,242 \cdot 10^{-11}$  м – комптоновская длина волны.

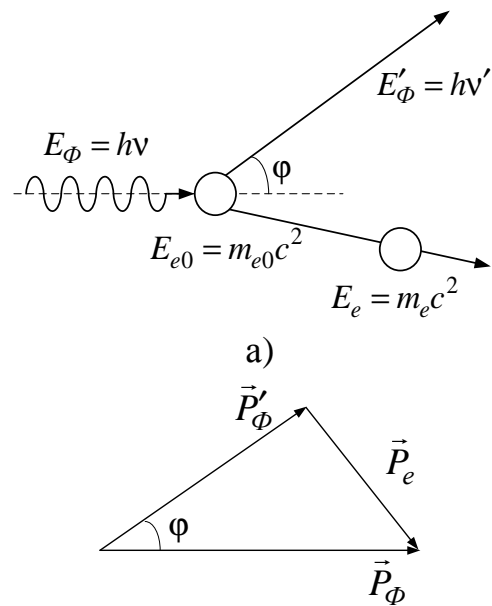


Рис. 26

## 4.4. Элементы квантовой механики, атомной и ядерной физики

### 4.4.1. Электронные оболочки атома. Теория Бора

Согласно теории Бора существуют стационарные состояния атома, в которых он не излучает энергию. При этом электрон движется по круговой стационарной орбите.

По второму закону Ньютона для электрона  $\vec{F}_{эл} = m\vec{a}_n$ ,

$$m \frac{v_n^2}{r_n} = \frac{kZe^2}{r_n^2}.$$

Согласно правилу квантования орбит момент импульса электрона кратен  $\hbar$ :

$$mv_n r_n = n\hbar = n \frac{h}{2\pi},$$

где  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – постоянная Планка;  $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34}$  Дж·с;

$Z$  – заряд ядра;  $m$  – масса электрона;  $e$  – заряд электрона;  $r_n$  – радиус  $n$ -ной орбиты электрона;  $v_n$  – его скорость на этой орбите;  $n = 1, 2, 3 \dots$  – число, соответствующее номеру орбиты.

Обобщенная формула Бальмера, описывающая серии в спектре атома водорода (спектр излучения):

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = R c Z^2 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right) \quad \text{или} \quad \nu = R' \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right),$$

где  $\nu$  – частота спектральных линий в спектре атома водорода;

$R = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2 c} = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$  – постоянная Ридберга;  $R' = R \cdot c = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$  –

также постоянная Ридберга;  $c$  – скорость света в вакууме;  $Z$  – заряд ядра;

$\frac{1}{\lambda}$  – волновое число;  $\lambda$  – длина волны излучения;  $n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) – номер орбиты, на которую происходит переход электронов (определяет серию);  $k$  – номер орбиты, с которой осуществляется переход электронов (определяет отдельные линии соответствующей серии,  $k = n + 1, n + 2, \dots$ );  $n = 1$  (серия Лаймана),  $n = 2$  (серия Бальмера),  $n = 3$  (серия Пашена),  $n = 4$  (серия Брэкета),  $n = 5$  (серия Пфунда),  $n = 6$  (серия Хэмфри).

Спектральные линии характеристического рентгеновского излучения:

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z - a)^2 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right),$$

где  $a$  – постоянная экранирования;  $R$  – постоянная Ридберга;  $n, k$  – целые,  $k > n$ ;  $\lambda$  – длина волны излучения;  $Z$  – заряд ядра.

*Первый постулат Бора:* в атоме существуют стационарные орбиты, на которых электрон не излучает и не поглощает энергию.

*Второй постулат Бора:* излучение или поглощение в виде кванта с энергией  $h\nu$  происходит при переходе электрона из одного стационарного состояния в другое. Величина энергии кванта равна разности энергий тех стационарных состояний, между которыми совершается переход:

$$h\nu = \hbar\omega = E_n - E_k,$$

где  $h$  – постоянная Планка;  $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34}$ ;  $\omega = 2\pi\nu$  – круговая частота;

$E_n, E_k$  – энергетические уровни с квантовыми числами  $n$  и  $k$  (т.е. энергии стационарных состояний атома соответственно до и после излучения (поглощения));  $\nu$  – частота излучения.

Радиус  $n$ -ной стационарной орбиты в боровской модели атома

$$r_n = \frac{\hbar^2 4\pi\epsilon_0}{Z^2 m_e e^2} n^2 = \frac{r_1 n^2}{Z^2} \quad (n = 1, 2, 3 \dots),$$

где  $\hbar$  – постоянная Планка;  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная;  $m_e$  – масса электрона;  $e$  – элементарный заряд;  $r_1$  – первый боровский радиус;  $Z$  – заряд ядра.

Первый боровский радиус

$$r_1 = a = \frac{\hbar^2 4\pi\epsilon_0}{m_e e^2} = 52,8 \text{ пм.}$$

Энергия электрона на  $n$ -ной стационарной орбите для водородоподобного атома

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z m_e e^4}{8 h^2 \epsilon_0^2} = -\frac{13,6}{n^2} \text{ эВ} \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

где  $Z$  – заряд ядра;  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная;  $m_e$  – масса электрона;  $e$  – заряд электрона.

#### 4.4.2. Элементы квантовой механики

Формула де Бройля связывает длину волны  $\lambda$ , соответствующую микрочастице, с ее импульсом  $\vec{p} = m\vec{v}$ :

$$\lambda = \frac{h}{p}.$$

Для *нерелятивистской* частицы ( $v \ll c$ )

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad \text{или} \quad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}},$$

где  $m$  – масса частицы;  $v$  – ее скорость;  $E_k$  – кинетическая энергия частицы.

Для *релятивистской* частицы ( $v \approx c$ )

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$$

$$\lambda = \frac{h}{m_0 v \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{или} \quad \lambda = \frac{hc}{\sqrt{E_k (E_k + 2m_0 c^2)}},$$

где  $m_0$  – масса покоя частицы;  $c$  – скорость света в вакууме;  $E_k$  – кинетическая энергия частицы.

Иногда импульс частицы удобно выражать через ее кинетическую энергию  $E_k$ :

для *нерелятивистской* частицы ( $v \ll c$ )

$$p = \sqrt{2m_0 E_k};$$

для *релятивистской* частицы ( $v \approx c$ )

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{E_k (E_k + 2E_0)},$$

где  $E_0 = m_0 c^2$  – энергия покоя частицы;  $c$  – скорость света в вакууме.

В случае *релятивистской* частицы, когда  $pc \approx E_0 = m_0 c^2$ , связь импульса  $p$  с полной энергией  $E$  частицы и длиной волны:

$$E = \sqrt{E_0^2 + p^2 c^2}; \quad \lambda = \frac{hc}{\sqrt{E^2 - E_0^2}}.$$



Полная энергия релятивистской частицы

$$E = E_k + E_0,$$

где  $E_k$  – кинетическая энергия частицы;  $E_0$  – энергия покоя частицы.

В случае, когда  $E \ll E_0$ ,

$$E = pc \quad \text{или} \quad \lambda = \frac{hc}{E}.$$

Соотношение неопределенностей Гейзенберга, сопряженных величин для координаты  $x$  и проекции импульса  $p_x$  на ось  $x$ :

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar,$$

где  $\Delta x$  – неопределенность координаты  $x$  частицы;  $\Delta p_x$  – неопределенность проекции импульса частицы на ось  $x$ .

Соотношение неопределенностей Гейзенберга для энергии  $\Delta E$  и времени жизни состояния  $\Delta t$ :

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar,$$

где  $\Delta E$  – неопределенность энергии;  $\Delta t$  – время жизни квантовой системы в данном энергетическом состоянии.

Энергия свободно движущейся частицы массой  $m$

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{p_x^2}{2m},$$

где  $p_x = \hbar k$  – импульс частицы;  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – квантовое число;  $\lambda$  – длина волны де Бройля.

Собственные значения энергии  $E_n$  частицы, находящейся на  $n$ -ом энергетическом уровне в одномерной прямоугольной бесконечно глубокой потенциальной яме,

$$E_n = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2},$$

где  $l$  – ширина ямы;  $m$  – масса частицы.

Плотность вероятности нахождения частицы в соответствующей области пространства

$$\omega = |\Psi|^2,$$

где  $\Psi$  – волновая функция частицы.

Волновая функция, описывающая состояние частицы в одномерной прямоугольной бесконечно глубокой потенциальной яме:

$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x,$$

где  $l$  – ширина ямы;  $x$  – координата частицы в яме ( $0 < x < l$ );  $n$  – квантовое число ( $n = 1, 2, 3 \dots$ ).

Вероятность нахождения частицы в объеме  $dV$  (для стационарных состояний)

$$dW = |\Psi^2| dV.$$

Вероятность обнаружения частицы в объеме  $V$

$$W = \int_V dW = \int_V |\Psi^2| dV.$$

Условие нормировки вероятностей:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 dV = 1.$$

Вероятность обнаружения частицы в интервале от  $x_1$  до  $x_2$

$$P(x) = \int_{x_1}^{x_2} |\Psi|^2 dx.$$

Уравнение Шредингера для стационарных состояний:

$$\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\Psi = 0,$$

где  $\Psi$  – волновая функция, описывающая состояние частицы;  $m$  – масса частицы;  $\Delta$  – оператор Лапласа;  $U$  – потенциальная энергия частицы в данной точке поля;  $E$  – энергия частицы.

#### 4.4.3. Элементы физики атомного ядра

Радиус ядра атома

$$R = R_0 M^{1/3},$$

где  $R_0 = (1,3 - 1,7)$  Фм;  $M$  – массовое число.

Массовое число ядра (число нуклонов)

$$M = Z + N,$$

где  $Z$  – зарядовое число (число протонов);  $N$  – число нейтронов.

Энергия связи ядра атома

$$E_{св} = [Zm_p + (M - Z)m_n - m_я]c^2 = [Zm_H + (M - Z)m_n - m_a]c^2,$$

где  $m_p, m_n, m_я$  – соответственно массы протона, нейтрона и ядра;  $Z$  – зарядовое число;  $M$  – массовое число;  $m_H = m_p + m_e$  – масса атома водорода ( ${}^1_1H$ );  $m_a$  – масса атома.

Дефект массы ядра

$$\Delta m = Zm_p + (M - Z)m_n - m_я$$

или

$$\Delta m = Zm_H + (M - Z)m_n - m_a.$$

Энергия связи нуклонов в ядре

$$\Delta E_{св} = \Delta mc^2, \text{ Дж} \quad \text{или} \quad \Delta E_{св} = 931,5\Delta m, \text{ МэВ},$$

где  $\Delta m$  – дефект массы ядра, измеренный в атомных единицах массы (а.е.м.);  $c$  – скорость света в вакууме.

Энергия, выделяемая или поглощаемая в ядерной реакции,

$$\Delta E = c^2 (\sum m_i - \sum m_k), \text{ Дж};$$

$$\Delta E = 931(\sum m_i - \sum m_k), \text{ МэВ},$$

где  $\sum m_i$  – сумма масс исходных частиц;  $\sum m_k$  – сумма масс образовавшихся частиц.

Ядерный магнетон

$$\mu_я = \frac{e\hbar}{2m_p},$$

где  $e$  – заряд электрона;  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  – постоянная Планка;  $m_p$  – масса протона.

Закон радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где  $N$  – число нераспавшихся ядер радиоактивного элемента к моменту времени  $t$ ;  $N_0$  – исходное число ядер;  $\lambda$  – постоянная распада.

Число атомов, распавшихся за время  $t$ ,

$$\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t}).$$

Период полураспада (время, за которое распадается половина исходных ядер элемента)

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda} = 0,693\tau,$$

где  $\tau = \frac{1}{\lambda}$  – среднее время жизни радиоактивного элемента; при этом исходное число ядер уменьшается в  $e$  раз ( $e \approx 2,718$ ).

Активность радиоактивного элемента (число ядер, распадающихся в единицу времени)

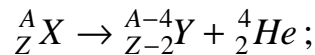
$$A = \frac{dN}{dt} = \lambda N \quad \text{или} \quad A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}.$$

Считая  $A_0 = \lambda N_0$  – активность радиоактивного вещества в начальный период времени  $t = 0$ ,

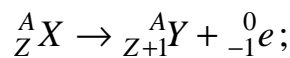
$$A = A_0 e^{-\lambda t}.$$

Правила смещения:

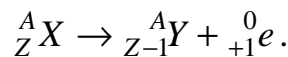
для  $\alpha$ -распада



для  $\beta^-$ -распада



для  $\beta^+$ -распада



Закон поглощения ионизирующего излучения веществом:

$$I = I_0 e^{-\mu x},$$

где  $I_0$  – интенсивность падающего на вещество излучения;  $I$  – интенсивность излучения после прохождения поглощающего слоя вещества толщиной  $x$ ;  $\mu$  – линейный коэффициент поглощения.

## ЧАСТЬ 2. ТАБЛИЦЫ И ГРАФИКИ

Таблица 1

**Множители и приставки СИ для образования десятичных и дольных единиц**

Множитель	Приставка	Обозначение приставки	Множитель	Приставка	Обозначение приставки
$10^{18}$	экса	Э	$10^{-1}$	деци	д
$10^{15}$	пета	П	$10^{-2}$	санتي	с
$10^{12}$	тера	Т	$10^{-3}$	мили	м
$10^9$	гига	Г	$10^{-6}$	микро	мк
$10^6$	мега	М	$10^{-9}$	нано	н
$10^3$	кило	к	$10^{-12}$	пико	п
$10^2$	гекто	г	$10^{-15}$	фемто	ф
$10^1$	дека	да	$10^{-18}$	атто	а

Таблица 2

**Единицы СИ, имеющие специальные наименования**

Величина	Размерность	Обозначение	Выражение через основные и дополнительные единицы системы СИ
1	2	3	4
<i>Основные единицы системы СИ</i>			
Длина	метр	м	
Масса	килограмм	кг	
Время	секунда	с	
Сила электрического тока	ампер	А	
Термодинамическая температура	кельвин	К	
Количество вещества	моль	моль	
Сила света	кандела	кд	
<i>Дополнительные единицы системы СИ</i>			
Плоский угол	радиан	рд	
Телесный угол	стерадиан	ср	
<i>Производные единицы системы СИ</i>			
Частота	Герц	Гц	$c^{-1}$
Сила, вес	Ньютон	Н	$м \cdot кг \cdot c^{-2}$
Давление, механическое напряжение	Паскаль	Па	$м^{-1} \cdot кг \cdot c^{-2}$
Энергия, работа, количество теплоты	Джоуль	Дж	$м^2 \cdot кг \cdot c^{-2}$
Мощность, поток энергии	Ватт	Вт	$м^2 \cdot кг \cdot c^{-3}$
Количество электричества (электрический заряд)	Кулон	Кл	$с \cdot А$
Электрическое напряжение, электрический потенциал, разность электрических потенциалов, электродвижущая сила	Вольт	В	$м^2 \cdot кг \cdot c^{-3} \cdot А^{-1}$

Окончание табл. 2

1	2	3	4
Электрическая емкость	Фарад	Ф	$\text{м}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^4 \cdot \text{А}^2$
Электрическое сопротивление	Ом	Ом	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-2}$
Электрическая проводимость	Сименс	См	$\text{м}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^3 \cdot \text{А}^2$
Магнитный поток	Вебер	Вб	$\text{м}^{-2} \cdot \text{кг}^1 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$
Магнитная индукция	Тесла	Тл	$\text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$
Индуктивность, взаимная индуктивность	Генри	Гн	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}$
Световой поток	Люмен	лм	кд·ср
Освещенность	Люкс	лк	$\text{м}^{-2} \cdot \text{кд} \cdot \text{ср}$
Активность радионуклида (изотопа)	Беккерель	Бк	$\text{с}^{-1}$
Поглощенная доза излучения	Грей	Гр	$\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$

Таблица 3

### Перевод некоторых единиц в СИ

1 Å (ангстрем) = $10^{-10}$ м	1 ат (техническая атмосфера) = $9,8 \cdot 10^4$ Па
1 га = $10^4$ м <sup>2</sup>	1 кгс/см <sup>2</sup> = $9,8 \cdot 10^4$ Па
1 мм <sup>2</sup> = $10^{-6}$ м <sup>2</sup>	1 м/мин = 1/60 м/с
1 см <sup>2</sup> = $10^{-4}$ м <sup>2</sup>	1 км/ч = 1000/3600 м/с = 5/18 м/с
1 дм <sup>2</sup> = $10^{-2}$ м <sup>2</sup>	1 Кл/см <sup>2</sup> = $10^4$ Кл/м <sup>2</sup>
1 мм <sup>3</sup> = $10^{-9}$ м <sup>3</sup>	1 об/мин = 1/60 об/с
1 см <sup>3</sup> = $10^{-6}$ м <sup>3</sup>	1 км/с = $10^3$ м/с
1 дм <sup>3</sup> = 1 л = $10^{-3}$ м <sup>3</sup>	1 В/см = 100 В/м
1 ч = 3600 с	1 кВ/см = $10^5$ В/м
1 мин = 60 с	1 Ом·мм <sup>2</sup> /м = $10^{-6}$ Ом·м
1 мг = $10^{-6}$ кг	1 Вт·ч = $3,6 \cdot 10^3$ Дж
1 г = $10^{-3}$ кг	1 гВт·ч = $3,6 \cdot 10^5$ Дж
1 т = $10^3$ кг	1 кВт·ч = $3,6 \cdot 10^6$ Дж
1 л.с. = 736 Вт	1 МВт·ч = $3,6 \cdot 10^9$ Дж
T К = t °С + 273	1 г/см <sup>3</sup> = $10^3$ кг/м <sup>3</sup>
0 °С = 273 К	1 бар = $10^5$ Па
1 а.е. (астрономическая единица) = = $1,496 \cdot 10^{11}$ м	1 кал = 4,186 Дж
1 световой год = $9,46 \cdot 10^{15}$ м	1 ккал = 4186 Дж
1 пк (парсек) = $3,086 \cdot 10^{16}$ м	1 год = 365,25 сут = $3,16 \cdot 10^7$ с
1 эВ = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж	1 сут = 86400 с
1 а.е.м. = $1,66 \cdot 10^{-27}$ кг	1° = $1,75 \cdot 10^{-2}$ рад
1 мм рт.ст. = 133 Па	1' = $2,91 \cdot 10^{-4}$ рад
1 атм = 760 мм рт. ст. = $1,01 \cdot 10^5$ Па	1" = $4,85 \cdot 10^{-6}$ рад

## Основные физические постоянные

Абсолютный ноль температуры	$t = -273,15 \text{ }^\circ\text{C} = 0 \text{ К}$
Атомная единица массы	$1 \text{ а.е.м.} = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 931,494 \text{ МэВ}/c^2$
Гравитационная постоянная	$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$
Заряд $\alpha$ -частицы	$q_\alpha = 2e = 3,204 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Комптоновская длина волны электрона	$\lambda_c = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн}/\text{м} = 12,57 \cdot 10^{-7} \text{ Гн}/\text{м}$
Магнитный момент протона	$\mu_p = 1,4106 \cdot 10^{-26} \text{ Дж}/\text{Тл}$
Магнитный момент электрона	$\mu_e = 9,2848 \cdot 10^{-24} \text{ Дж}/\text{Тл}$
Магнетон Бора	$\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Дж}/\text{Тл}$
Масса $\alpha$ -частицы	$m_\alpha = 6,644 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса изотопа $^1_1\text{H}$	$m_H = 1,6736 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1,674928 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 939,56563 \text{ МэВ}/c^2 = 1,008665 \text{ а.е.м.}$
Масса покоя протона	$m_p = 1,672623 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 938,2723 \text{ МэВ}/c^2 = 1,0072765 \text{ а.е.м.} = 1836,1527 m_e$
Масса покоя электрона	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг} = 0,511 \text{ МэВ}/c^2$
Молярный объем идеального газа при нормальных условиях	$V_0 = 22,414 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$
Нормальное ускорение свободного падения	$g = 9,81 \text{ м}/c^2$
Нормальные условия: давление газа температура	$p_0 = 101325 \text{ Н}/\text{м}^2$ $T = 273 \text{ К}$
Постоянная Авогадро	$N_A = 6,02214 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Постоянная Больцмана	$k = 1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ Дж}/\text{К} (8,6174 \cdot 10^{-5} \text{ эВ}/\text{К})$
Постоянная Вина в первом законе (смещения)	$C' = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Постоянная Вина во втором законе	$C'' = 1,30 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^3)$
Постоянная Планка	$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} = 6,582 \cdot 10^{-16} \text{ эВ} \cdot \text{с}$
Постоянная Ридберга	$R' = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}; R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Постоянная Стефана – Больцмана	$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Постоянная Фарадея	$F = 9,65 \cdot 10^4 \text{ Кл}/\text{моль}$
Радиус первой боровской орбиты	$a_1 = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м}$
Скорость света в вакууме	$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ м}/\text{с}$
Удельный заряд электрона	$e/m_e = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл}/\text{кг}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,314 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{моль})$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}/\text{м} (\text{Кл}^2/\text{Н} \cdot \text{м})$
Элементарный заряд	$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Энергия ионизации атома водорода	$E_i = 2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 13,6 \text{ эВ}$
Энергия, соответствующая 1 а.е.м.	$931,50 \text{ МэВ}$
Ядерный магнетон	$\mu_\mu = 5,05 \cdot 10^{-27} \text{ Дж}/\text{Тл} (\text{Ф}/\text{м})$

Таблица 5

## Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли	$6,381 \cdot 10^6$ м
Средняя плотность Земли	$5,518 \cdot 10^3$ кг/м <sup>3</sup>
Масса Земли	$5,976 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6,961 \cdot 10^8$ м
Средняя плотность Солнца	$1,410 \cdot 10^3$ кг/м <sup>3</sup>
Масса Солнца	$1,989 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1,737 \cdot 10^6$ м
Масса Луны	$7,351 \cdot 10^{22}$ кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1,496 \cdot 10^{11}$ м
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3,844 \cdot 10^8$ м
Период обращения Луны вокруг Земли	27,3 сут = $2,36 \cdot 10^6$ с
Период обращения Земли вокруг оси (сутки)	24 ч 3 мин 56,6 с или $8,664 \cdot 10^3$ с
Большая полуось орбиты Земли	$1,496 \cdot 10^{11}$ м
Средняя орбитальная скорость Земли	29,765 км/с
Период обращения Земли вокруг Солнца (год)	$3,156 \cdot 10^7$ с
Светимость Солнца	$3,826 \cdot 10^{26}$ Дж/с

Таблица 6

Плотность  $\rho$  некоторых твердых веществ

Вещество	$\rho, 10^3$ кг/м <sup>3</sup>	Вещество	$\rho, 10^3$ кг/м <sup>3</sup>	Вещество	$\rho, 10^3$ кг/м <sup>3</sup>
Алмаз	3,50	Железо (сталь)	7,87	Олово	7,30
Алюминий	2,70	Золото	19,3	Опал	2,20
Барий	3,50	Инвар	7,90	Платина	21,5
Бериллий	1,85	Иридий	22,4	Плутоний	19,8
Бетон	2,20	Калий	0,86	Пробка	0,24
Бор	2,34	Каменная соль	2,18	Рубидий	1,53
Бронза	8,30	Кирпич	1,80	Свинец	11,3
Ванадий	6,02	Кобальт	8,90	Серебро	10,5
Висмут	9,78	Латунь	8,50	Стекло	2,60
Вольфрам	19,35	Лед	0,95	Тантал	16,6
Германий	5,32	Литий	0,53	Титан	4,50
Гранит	2,60	Магний	1,74	Топаз	3,60
Графит	1,60	Марганец	7,30	Уголь (антрацит)	1,60
Дерево		Медь	8,96	Уран	19,1
дуб	0,80	Мрамор	2,70	Хром	7,19
береза	0,60	Молибден	10,2	Цезий	1,87
сосна	0,50	Натрий	0,97	Цинк	7,13
Дюралюминий	2,80	Никель	8,91	Фарфор	2,30



Таблица 7

**Плотность  $\rho$  некоторых газов при нормальных условиях ( $p = 1,013 \cdot 10^5$  Па,  $T = 273$  К)**

Газы	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Газы	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>
Азот	1,25	Криптон	3,73
Аммиак	0,77	Ксенон	5,89
Аргон	1,78	Метан	0,72
Водород	0,09	Неон	0,90
Воздух	1,29	Углекислый газ	1,98
Гелий	0,18	Фтор	1,69
Кислород	1,43	Хлор	3,21

Таблица 8

**Плотность  $\rho$  некоторых жидких веществ**

Жидкости	$\rho$ , 10 <sup>3</sup> кг/м <sup>3</sup>	Жидкости	$\rho$ , 10 <sup>3</sup> кг/м <sup>3</sup>
Азотная кислота	1,50	Масло трансформаторное	0,87
Ацетон	0,80	Молоко	1,03
Бензин	0,70	Нефть	0,84
Бензол	0,88	Олифа	0,94
Вода	1,00	Ртуть	13,6
Глицерин	1,26	Серная кислота	1,83
Дизельное топливо	0,86	Сероуглерод	1,26
Масло касторовое	0,90	Скипидар	0,87
Керосин	0,80	Соляная кислота	1,10
Мазут	0,95	Спирт	0,79
Масло (смазочное)	0,90	Тяжелая вода	1,10
Масло растительное	0,94	Эфир	0,72

Таблица 9

**Моменты инерции некоторых однородных тел**

Тело	Относительно оси	Момент инерции $J$
Тонкий стержень длиной $l$	перпендикулярной к стержню и проходящей через его середину	$\frac{ml^2}{12}$
Тонкий стержень длиной $l$	перпендикулярной к стержню и проходящей через его конец	$\frac{ml^2}{3}$
Круглый диск или цилиндр радиусом $R$	перпендикулярной к плоскости диска и проходящей через его центр	$\frac{mR^2}{2}$
Шар радиусом $R$	совпадающей с диаметром	$0,4mR^2$
Тонкая труба или кольцо радиусом $R$	совпадающей с осью трубы	$mR^2$
Круглый цилиндр длиной $l$ и радиусом $R$	перпендикулярной к оси цилиндра и проходящей через его середину	$m \left( \frac{l^2}{12} + \frac{R^2}{4} \right)$
Прямоугольный параллелепипед размерами $2a, 2b, 2c$	проходящей через центр и параллельной ребру длиной $2a$	$m \frac{b^2 + c^2}{3}$

Таблица 10

## Упругие свойства некоторых твердых тел

Вещество	Модуль Юнга $E$ , ГПа	Модуль сдвига $G$ , ГПа	Предел прочности $\sigma$ , МПа	Коэффициент Пуассона, $\nu$
Алюминий	63 – 70	25 – 26	50 – 110	0,31 – 0,36
Вольфрам	380	140	1000	0,3
Гранит	35 – 50	14 – 44		0,1 – 0,15
Железо	196	76	170 – 294	0,28
Золото	81	28,5	140	0,4
Кварц	73	31		0,17
Кобальт	206	78,5	240	0,32
Константан	160	61	290	0,33
Латунь	89 – 97	34 – 36	100 – 400	0,32 – 0,42
Медь	98	44	245	0,35
Никель	210	78	20	0,28
Свинец	16	6	290	0,44
Серебро	74	27	785	0,37
Сталь	216	76	380 – 470	0,25 – 0,3
Стекло	49 – 78	18 – 30	60 – 120	0,2 – 0,3
Титан	116	44	250	0,32
Чугун	100 – 150	44	250 – 550	0,23 – 0,27

Таблица 11

Удельная теплоемкость и удельная теплота парообразования  
некоторых жидкостей

Жидкость	Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К)	Удельная теплота паро- образования, кДж/кг
Ацетон	2180	524
Бензин	2090	230 – 310
Бензол	1705	396
Вода	4200	2300
Глицерин	2400	825
Керосин	2140	209 – 230
Масло:		
касторовое	1800	215
трансформаторное	2090	211
Нефть	1670 – 2090	209 – 230
Скипидар	1760	560
Спирт	2500	900
Ртуть	138	293
Эфир этиловый	2340	356

Таблица 12

**Удельная теплота плавления, удельная теплоемкость и температурный коэффициент линейного расширения некоторых твердых веществ**

<b>Вещество</b>	<b>Удельная теплота плавления, кДж/кг</b>	<b>Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К)</b>	<b>Температурный коэффициент линейного расширения, <math>10^{-5} \text{ К}^{-1}</math></b>
Алюминий	393	896	2,3
Вольфрам	185	130	4,5
Железо	270	450	1,2
Золото	67	130	1,4
Калий	61	763	7,96
Латунь	270	380	1,7 – 1,9
Лед	335	2100	1,2
Литий	628	4400	4,71
Магний	373	1300	0,58
Медь	213	395	1,6
Натрий	113	883	7,15
Никель	175	460	1,4
Нихром	175	500	1,4
Олово	58,6	230	2,7
Платина	113	117	0,89
Серебро	87,3	234	1,9
Свинец	22,6	126	2,9
Сталь	205	460	1,06
Стекло	84	670 – 830	1
Цинк	117	391	2,9
Чугун	110	500	0,9 – 1,1

Таблица 13

**Удельная теплота сгорания твердых и жидких веществ**

<b>Твердые тела</b>	<b>Удельная теплота сгорания, <math>q</math>, МДж/кг</b>	<b>Жидкости</b>	<b>Удельная теплота сгорания, <math>q</math>, МДж/кг</b>
Антрацит	31	Бензин	42
Бурый уголь (брикеты)	21	Бензол	40
Дерево свежее	8	Дизельное топливо	43
Дерево сухое	15	Керосин	41
Древесный уголь	31	Мазут	41
Кокс	31	Нефть	41
Торф	15	Спирт	27

Таблица 14

**Теплотворная способность газов**

Газ	Теплотворная способность, $q$ , МДж/м <sup>3</sup>	Газ	Теплотворная способность, $q$ , МДж/м <sup>3</sup>
Аммиак	14,2	Метан	35,9
Ацетилен	56,9	Пропан	93,4
Бутан	124	Сероводород	23,7
Бытовой газ	15,9	Этан	64,5
Водород	10,8	Этилен	60,0

Таблица 15

**Удельная теплоемкость газов**

Газы	Удельная теплоемкость, кДж/(кг·К)	Газы	Удельная теплоемкость, кДж/(кг·К)
Азот	1,04	Кислород	0,91
Водяной пар	2,13	Метан	2,48
Водород	14,27	Окись углерода	1,04
Воздух	1,01	Пары спирта	1,2
Гелий	5,20	Хлор	0,5
Двуокись углерода	0,88		

Таблица 16

**Скорость звука в различных средах**

Вещество	Скорость, м/с	Вещество	Скорость, м/с
Вода	1485	Пробка	500
Водород	1286	Резина	54
Воздух	332	Свинец	1300
Гранит	3950	Сталь	5100
Дерево	4000	Стекло	5000
Кирпич	3480	Углекислый газ	258

**Температура кипения и молярная теплота парообразования  
некоторых веществ**

<b>Вещество</b>	<b>Температура кипения, <math>t_{кип}, ^\circ\text{C}</math></b>	<b>Молярная теплота парообразования, <math>r_m, \text{кДж/моль}</math></b>
Азот	-196	5,59
Алюминий	2520	293
Аргон	-186	6,5
Ацетон	56,2	29,09
Бензол	80	30,76
Висмут	1552	177
Вода	100	40,683
Водород	-253	0,916
Вольфрам	5680	770
Гелий	-268	0,0837
Железо	2872	350
Золото	2877	331
Йод	184	41,8
Калий	761	77
Кислород	-183	6,833
Криптон	-153	9,1
Медь	2543	1302
Натрий	886	90,1
Никель	2800	370
Платина	3827	511
Ртуть	357	59
Свинец	1745	178
Серебро	2167	251
Соль поваренная	1490	138
Спирт	79	39
Титан	3287	410
Уран	4030	494
Хлор	-34,1	20,41
Цинк	906,2	115,3

**Температура плавления и молярная теплота плавления  
некоторых веществ**

<b>Вещество</b>	<b>Температура плавления, <math>t_{пл}</math>, °С</b>	<b>Молярная теплота плавления, <math>\lambda_m</math>, кДж/моль</b>
Азот	-210,012	0,7207
Алюминий	660,24	10,8
Аргон	-189,30	1,190
Ацетон	-95,4	5,72
Бензол	5,51	9,837
Висмут	217,4	11,0
Вода	0,00	6,013
Водород	-259,19	0,117
Вольфрам	3420	35,1
Гелий	-271,4	0,007
Глицерин	20	18,47
Железо	1538	13,8
Золото	1063,4	12,6
Йод	113,6	15,77
Калий	63,5	2,33
Кислород	-218,79	0,4459
Криптон	-157,37	1,64
Медь	1083	13,0
Натрий	97,9	2,60
Никель	1455	17,6
Платина	1772	20
Ртуть	-38,89	2,30
Свинец	327,44	4,77
Серебро	960,5	11,3
Соль поваренная	801	28,2
Спирт	-113,3	5,02
Титан	1608	15,1
Уран	1134	9,2
Хлор	-101,03	6,61
Цинк	419,5	7,2

Таблица 19

## Теплопроводность некоторых твердых тел

Вещество	Теплопроводность, $\lambda$ , Вт/м·К	Вещество	Теплопроводность, $\lambda$ , Вт/м·К
Алюминий	210	Песок сухой	0,325
Войлок	0,046	Пробка	0,050
Железо	58,7	Серебро	460
Кварц плавленный	1,37	Сталь	46,3
Медь	390	Эбонит	0,174

Таблица 20

## Эффективный диаметр молекул, динамическая вязкость и теплопроводность газов в нормальных условиях

Газ	Эффективный диаметр, $d$ , Нм	Динамическая вязкость, $\eta$ , мкПа·с	Теплопроводность, $\lambda$ , мВт/м·К
Азот	0,38	16,6	24,3
Аммиак	0,30	9,8	24,4
Аргон	0,35	21,5	16,2
Водород	0,28	8,66	168
Водяной пар	0,46	8,3 – 9,2	15,8
Воздух	0,29	17,2	24,1
Гелий	0,22	19,9	152
Кислород	0,36	19,8	24,4
Криптон	0,31	25,5	9,6
Метан	0,44	10,4	30,7
Углекислый газ	0,45	14,1	16,6
Хлор	0,54	13,7	8,8

Таблица 21

## Молярная масса некоторых металлов, у которых на каждый атом приходится в среднем по одному свободному электрону

Металл	Молярная масса, $M$ , кг/моль
Литий	0,0069
Калий	0,0391
Рубидий	0,0855
Цезий	0,1329
Медь	0,0635
Серебро	0,1079
Золото	0,1970

Таблица 22

**Давление водяного пара, насыщающего пространство  
при разных температурах**

Температура, $t, ^\circ\text{C}$	Давление, $P_n, \text{Па}$	Температура, $t, ^\circ\text{C}$	Давление, $P_n, \text{Па}$	Температура, $t, ^\circ\text{C}$	Давление, $P_n, \text{Па}$
-5	400	8	1070	40	7335
0	609	9	1145	50	12302
1	656	10	1225	60	19807
2	704	12	1396	70	31122
3	757	14	1596	80	47215
4	811	16	1809	90	69958
5	870	20	2328	100	101080
6	932	25	3165	150	486240
7	1025	30	4229	200	1549890

Таблица 23

**Удельная теплота парообразования воды при разных температурах**

Температура, $t, ^\circ\text{C}$	Удельная теплота парообразования, $r, 10^5 \text{ Дж/кг}$	Температура, $t, ^\circ\text{C}$	Удельная теплота парообразования, $r, 10^5 \text{ Дж/кг}$
0	25,0	180	20,1
10	24,7	200	19,4
20	24,5	220	18,6
30	24,0	250	17,0
50	23,8	300	14,0
70	23,2	350	8,92
90	22,8	370	4,40
100	22,6	374	1,1
120	22,0	374,15	0

Таблица 24

**Коэффициент поверхностного натяжения и динамическая вязкость  
жидкостей при 20 °С**

Жидкость	Коэффициент поверхностного натяжения, $\sigma, \text{мН/м}$	Динамическая вязкость, $\eta, \text{мПа}\cdot\text{с}$
Анилин	42,9	0,46
Ацетон	23,70	0,322
Бензол	28,88	0,648
Вода	72,88	1,002
Глицерин	59,40	1480
Касторовое масло	35,00	987
Керосин	28,90	1,50
Ртуть	465	1,554
Спирт	22,80	1,20
Эфир	17,00	0,24



Таблица 25

## Критические параметры и постоянные Ван-дер-Ваальса

Газ	$T_{кр}$ , К	$P_{кр}$ , МПа	$V_{кр}$ , $10^6$ м <sup>3</sup> /моль	$a$ , Н·м <sup>4</sup> /моль <sup>2</sup>	$b$ , $10^{-6}$ м <sup>3</sup> /моль
Азот	126,25	3,399	92,1	0,1368	38,607
Аммиак	405,45	11,283	73,1	0,4249	37,347
Аргон	150,65	4,86	75,2	0,1361	32,191
Водород	33,240	1,297	65,5	0,0248	26,635
Водяной пар	647,30	22,12	56,3	0,5524	30,413
Воздух	413,80	3,77	63,2	1,3247	144,09
Гелий	5,20	0,229	57,5	0,0034	23,599
Кислород	154,78	5,081	78,1	0,1375	31,662
Криптон	209,38	5,50	92,3	0,2324	39,549
Неон	44,4	2,72	76,3	0,2090	0,170
Озон	261,05	5,53	89,4	0,3592	49,038
Ртуть	1763	153,5	36,5	0,5905	11,936
Углекислый газ	304,15	7,387	94,1	0,3652	42,792
Фтор	144	5,6	66,2	0,1085	26,854
Хлор	417	7,71	124	0,6576	56,202

Таблица 26

## Подвижность ионов в электролитах

Анионы	Подвижность, $u$ , $10^{-8}$ м <sup>2</sup> /(В·с)	Катионы	Подвижность, $u$ , $10^{-8}$ м <sup>2</sup> /(В·с)
$\text{NO}_3^-$	6,4	$\text{H}^+$	32,6
$\text{Cl}^-$	6,8	$\text{K}^+$	6,7
$\text{O}^{2-}$	7,3	$\text{Ag}^+$	5,6

Таблица 27

## Подвижность ионов в газах

Газ	Положительные ионы, $u$ , м <sup>2</sup> /(В·с)	Отрицательные ионы, $u$ , м <sup>2</sup> /(В·с)
Азот	$1,27 \cdot 10^{-4}$	$1,81 \cdot 10^{-4}$
Водород	$5,4 \cdot 10^{-4}$	$7,4 \cdot 10^{-4}$
Воздух	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-4}$

Таблица 28

## Электрохимический эквивалент веществ

Анионы	Электрохимический эквивалент, $10^{-6}$ кг/Кл	Катионы	Электрохимический эквивалент, $10^{-6}$ кг/Кл
$\text{Cl}^-$	0,367	$\text{Ag}^+$	1,118
$\text{NO}_3^-$	0,643	$\text{Al}^{3+}$	0,093
$\text{O}^{2-}$	0,083	$\text{Au}^{3+}$	0,681
$\text{OH}^-$	0,177	$\text{Cu}^{2+}$	0,329
$\text{S}^{2-}$	0,167	$\text{Fe}^{3+}$	0,193
$\text{SO}_4^{2-}$	0,499	$\text{H}^+$	0,105
$\text{CO}_3^{2-}$	0,311	$\text{Na}^+$	0,238
		$\text{Ni}^{2+}$	0,304
		$\text{Zn}^{2+}$	0,339

Таблица 29

## Удельное сопротивление и температурный коэффициент сопротивления некоторых проводников при температуре 20 °С

Проводник	Удельное сопротивление, $\rho$ , $10^{-9}$ Ом·м	Температурный коэффициент, $\alpha$ , $10^{-3}$ К $^{-1}$	Проводник	Удельное сопротивление, $\rho$ , $10^{-9}$ Ом·м	Температурный коэффициент, $\alpha$ , $10^{-3}$ К $^{-1}$
Алюминий	26	3,6	Никель	973	6,2
Висмут	1065	4,0	Ниобий	161	3,43
Вольфрам	55	4,8	Нихром	1120	0,4
Графит	3900	$-0,8 \cdot 10^3$	Олово	120	4,2
Железо	98	6,2	Платина	105	3,8
Золото	20	4,0	Ртуть	958	0,9
Индий	90	4,7	Свинец	205	4,2
Кадмий	76	4,2	Серебро	16	4,1
Кобальт	62	6,6	Сталь	100	1 – 4
Константан	500	0,05	Тантал	135	3,5
Манганин	430	0,01	Титан	420	5,46
Медь	17	4,2	Хром	140	3,0
Молибден	57	4,3	Цинк	59	3,7
Никелин	400	0,1	Чугун	500 – 800	1,0

Таблица 30

## Удельное сопротивление некоторых диэлектриков

Изолятор	Удельное сопротивление, $\rho$ , Ом·м
Вода	$10^3 - 10^4$
Воздух	$10^{15} - 10^{18}$
Гетинакс	$10^9 - 10^{12}$
Древесина сухая	$10^9 - 10^{10}$
Кварц	$10^9$
Масло трансформаторное	$10^{10} - 10^{13}$
Мрамор	$10^8$
Парафин	$10^{14}$
Пенопласт	$10^{11}$
Резина	$10^{11} - 10^{12}$
Слюда	$10^{11} - 10^{15}$
Стекло	$10^9 - 10^{13}$
Стеклотекстолит	$10^{11} - 10^{12}$
Фарфор	$10^{12}$
Шифер	$10^6$
Эбонит	$10^{16}$
Янтарь	$10^{11}$

Таблица 31

## Относительная диэлектрическая проницаемость

Диэлектрик	$\epsilon$	Диэлектрик	$\epsilon$
Бензин	2,0	Мрамор	8 – 10
Бумага	3,5	Парафин	2,0
Вода	81	Парафинированная бумага	2,0
Воск	7,8	Плексиглас	3,5
Винипласт	3,5	Полиэтилен	2,3
Гетинакс	5 – 7,5	Полихлорвинил	5,0
Глицерин	43	Скипидар	2,3
Дерево	4,3	Слюда	7,5
Керосин	2,0	Спирт	27
Канифоль	3,5	Стекло	7,0
Масло		Фарфор	5,0
касторовое	4,5	Эбонит	2,6
трансформаторное	5,0	Янтарь	2,7 – 2,9

Таблица 32

## Относительная магнитная проницаемость

Парамагнетик	Относительная магнитная проницаемость, $\mu$	Диаманетик	Относительная магнитная проницаемость, $\mu$	Ферромагнетик	Относительная магнитная проницаемость, $\mu$
Алюминий	1,000023	Висмут	0,999824	Железо	8000
Ванадий	1,000343	Вода	0,999991	Кобальт	175
Вольфрам	1,000176	Водород	0,9999988	Никель	1100
Кислород	1,0000019	Золото	0,999961	Пермаллой	250000
Магний	1,0000174	Медь	0,9999897	Чугун	600-800
Марганец	1,00100	Свинец	0,9999841		
Олово	1,0000022	Серебро	0,999981		
Платина	1,000250	Цинк	0,999988		

Таблица 33

## Магнитные восприимчивости пара- и диамагнетиков

Парамагнетики	Магнитная восприимчивость, $\chi, 10^{-6}$	Диаманетики	Магнитная восприимчивость, $\chi, 10^{-6}$
Азот	0,013	Водород	-0,063
Алюминий	23	Бензол	-7,5
Воздух	0,38	Висмут	-176
Вольфрам	176	Вода	-9,0
Жидкий кислород	3400	Каменная соль	-12,6
Кислород	1,9	Кварц	-15,1
Марганец	121	Медь	-10,3
Платина	360	Стекло	-12,3
Эбонит	14		

Таблица 34

## Температура Кюри некоторых веществ

Вещество	Температура Кюри, $t, ^\circ\text{C}$	Вещество	Температура Кюри, $t, ^\circ\text{C}$
Железо	770	Сульфид хрома	30
Кобальт	1330	Гадолиний	20
Никель	360	Тербий	-50

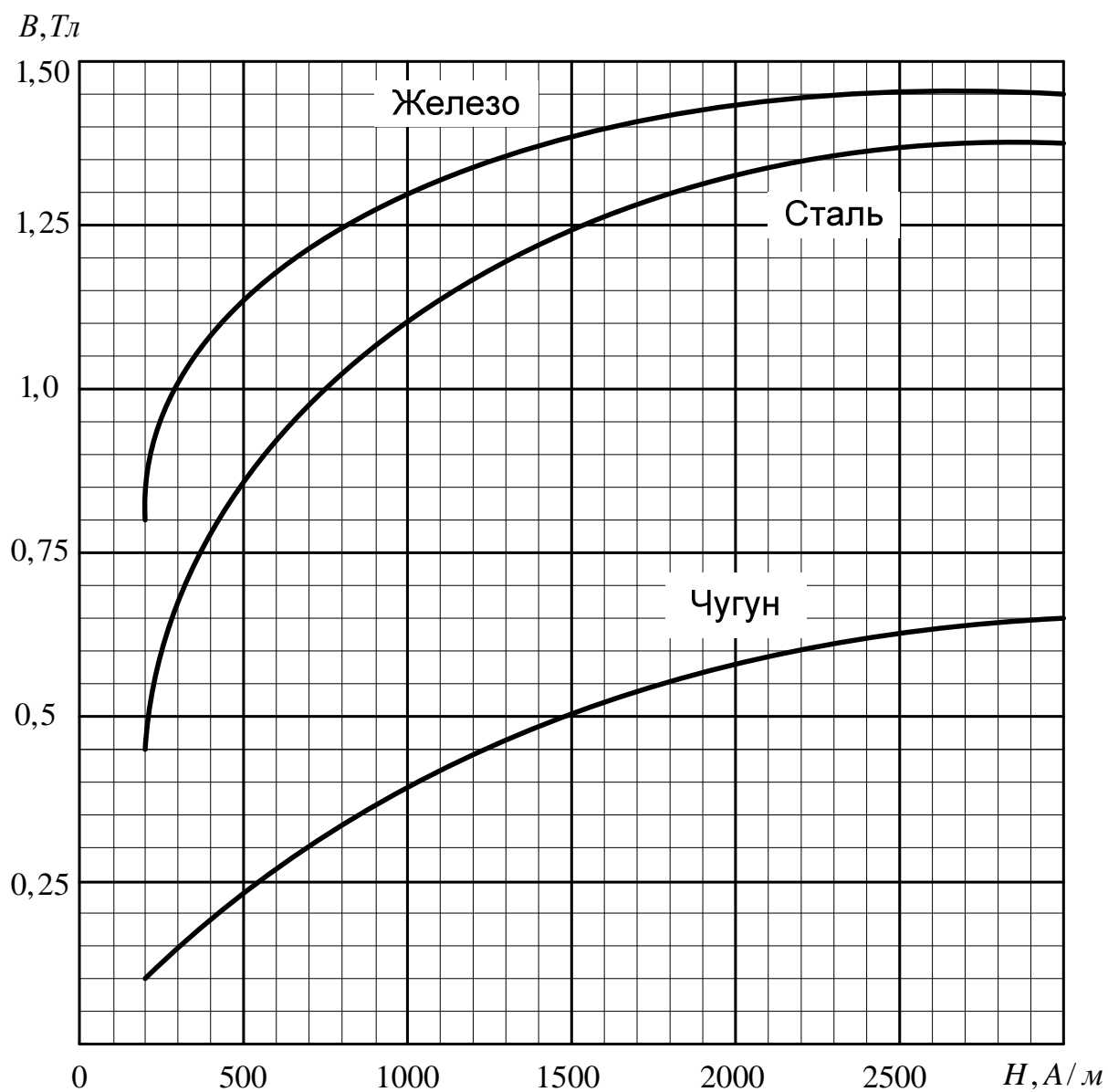


График зависимости магнитной индукции  $B$  от напряженности  $H$  магнитного поля для некоторых веществ

Таблица 35

**Работа выхода электронов из металлов**

Металл	Работа выхода, эВ	Металл	Работа выхода, эВ
Алюминий	4,25	Натрий	2,50
Барий	2,29	Никель	4,50
Вольфрам	4,5	Платина	5,32
Железо	4,36	Рубидий	2,10
Золото	5,10	Серебро	4,30
Калий	2,20	Титан	3,95
Литий	2,38	Цезий	1,81
Медь	4,40	Цинк	4,24

Таблица 36

**Показатель преломления некоторых жидкостей и твердых веществ для желтой линии натрия ( $\lambda = 589,3$  нм) при температуре 20 °С**

Жидкость	Показатель преломления, $n$	Твердое вещество	Показатель преломления, $n$
Бензол	1,50	Алмаз	2,42
Вода	1,33	Кварц	1,54
Глицерин	1,47	Корунд	1,77
Масло льняное	1,60	Лед	1,31
Скипидар	1,46	Слюда	1,60
Спирт	1,33	Стекло	1,5 – 1,9
Толуол	1,49	Янтарь	1,55

Таблица 37

**Предельные углы полного отражения некоторых веществ**

Вещество	Предельный угол полного отражения	Вещество	Предельный угол полного отражения
Алмаз	24°	Спирт	47°
Бензин	45°	Стекло	(30-42)°
Вода	49°	Эфир	47°
Глицерин	43°		

Таблица 38

**Энергия ионизации**

Вещество	Энергия ионизации, $E_i$ , Дж	Энергия ионизации, $E_i$ , эВ
Водород	$2,18 \cdot 10^{-18}$	13,6
Гелий	$3,94 \cdot 10^{-18}$	24,6
Литий	$1,21 \cdot 10^{-17}$	75,6
Ртуть	$1,66 \cdot 10^{-18}$	10,4

Таблица 39

## Излучение оптического диапазона

Вид излучения	Диапазон длин волн, м	Диапазон частот, Гц
Инфракрасное излучение	$10^{-3} - 7,6 \cdot 10^{-7}$	$3 \cdot 10^{11} - 4 \cdot 10^{14}$
Видимое излучение	$7,6 \cdot 10^{-7} - 3,8 \cdot 10^{-7}$	$4 \cdot 10^{14} - 8 \cdot 10^{14}$
Красные волны	$7,6 \cdot 10^{-7} - 6,2 \cdot 10^{-7}$	$4 \cdot 10^{14} - 4,8 \cdot 10^{14}$
Оранжевые волны	$6,2 \cdot 10^{-7} - 5,9 \cdot 10^{-7}$	$4,8 \cdot 10^{14} - 5,1 \cdot 10^{14}$
Желтые волны	$5,9 \cdot 10^{-7} - 5,6 \cdot 10^{-7}$	$5,1 \cdot 10^{14} - 5,4 \cdot 10^{14}$
Зеленые волны	$5,6 \cdot 10^{-7} - 5,0 \cdot 10^{-7}$	$5,4 \cdot 10^{14} - 6,0 \cdot 10^{14}$
Голубые волны	$5,0 \cdot 10^{-7} - 4,8 \cdot 10^{-7}$	$6,0 \cdot 10^{14} - 6,2 \cdot 10^{14}$
Синие волны	$4,8 \cdot 10^{-7} - 4,5 \cdot 10^{-7}$	$6,2 \cdot 10^{14} - 6,7 \cdot 10^{14}$
Фиолетовые волны	$4,5 \cdot 10^{-7} - 3,8 \cdot 10^{-7}$	$6,7 \cdot 10^{14} - 8,0 \cdot 10^{14}$
Ультрафиолетовое излучение	$3,8 \cdot 10^{-7} - 8 \cdot 10^{-8}$	$8,0 \cdot 10^{14} - 3,7 \cdot 10^{15}$
Рентгеновское излучение	$8 \cdot 10^{-8} - 10^{-11}$	$3,7 \cdot 10^{15} - 3 \cdot 10^{19}$
Гамма-излучение	$10^{-11}$ и менее	$3 \cdot 10^{19}$ и более

Таблица 40

## Масса и энергия покоя некоторых частиц и легких ядер

Частица	Масса, $m_0$		Энергия $E_0 = m_0 c^2$	
	кг	а.е.м.	Дж	МэВ
Электрон	$9,109 \cdot 10^{-31}$	0,00055	$8,16 \cdot 10^{-14}$	0,511
Протон	$1,673 \cdot 10^{-27}$	1,00728	$1,50 \cdot 10^{-10}$	938,3
Нейтрон	$1,675 \cdot 10^{-27}$	1,00867	$1,51 \cdot 10^{-10}$	939,6
Дейтрон	$3,344 \cdot 10^{-27}$	2,01355	$3,01 \cdot 10^{-10}$	1876
$\alpha$ -частица	$6,645 \cdot 10^{-27}$	4,00150	$5,97 \cdot 10^{-10}$	3727
$\pi$ -мезон, $\pi^0$ (нейтральный мезон)	$2,406 \cdot 10^{-28}$	0,14490	$2,16 \cdot 10^{-11}$	135

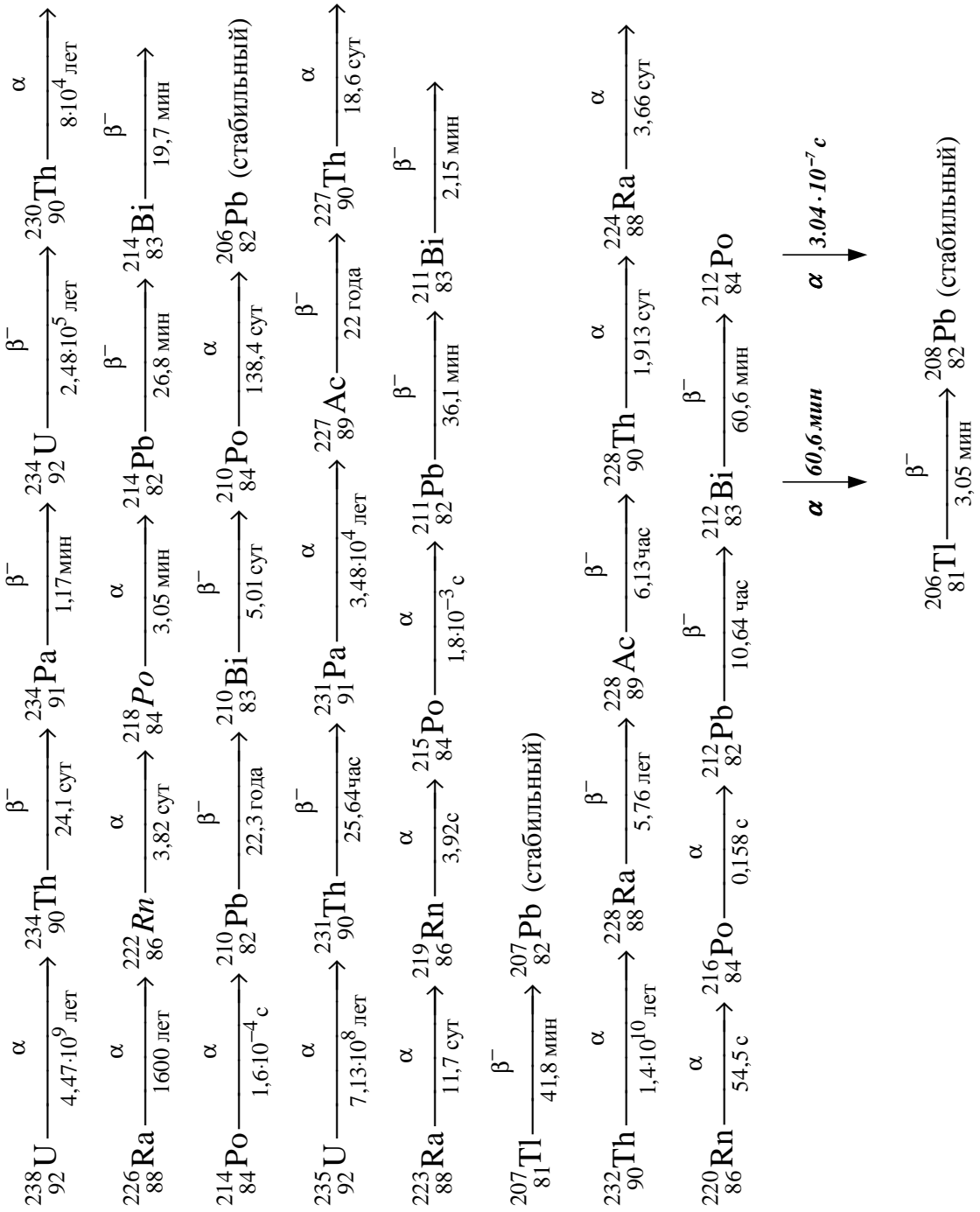
Таблица 41

## Коэффициент качества различных видов излучения

Излучение	Коэффициент качества, $k$
Рентгеновское и $\gamma$ -излучение	1
$\beta$ -излучение	1
Нейтроны $E < 10$ кэВ	5
$E = 10 - 100$ кэВ	10
$E = 100$ кэВ – 2 МэВ	20
$E = 2 - 20$ МэВ	10
$E > 20$ МэВ	5
Протоны $E > 2$ МэВ	5
$\alpha$ -излучение и другие тяжелые ядра	20

### Схемы радиоактивного распада ядер урана и тория

(на схемах указаны виды распада ядер и период полураспада  $T_{1/2}$ )





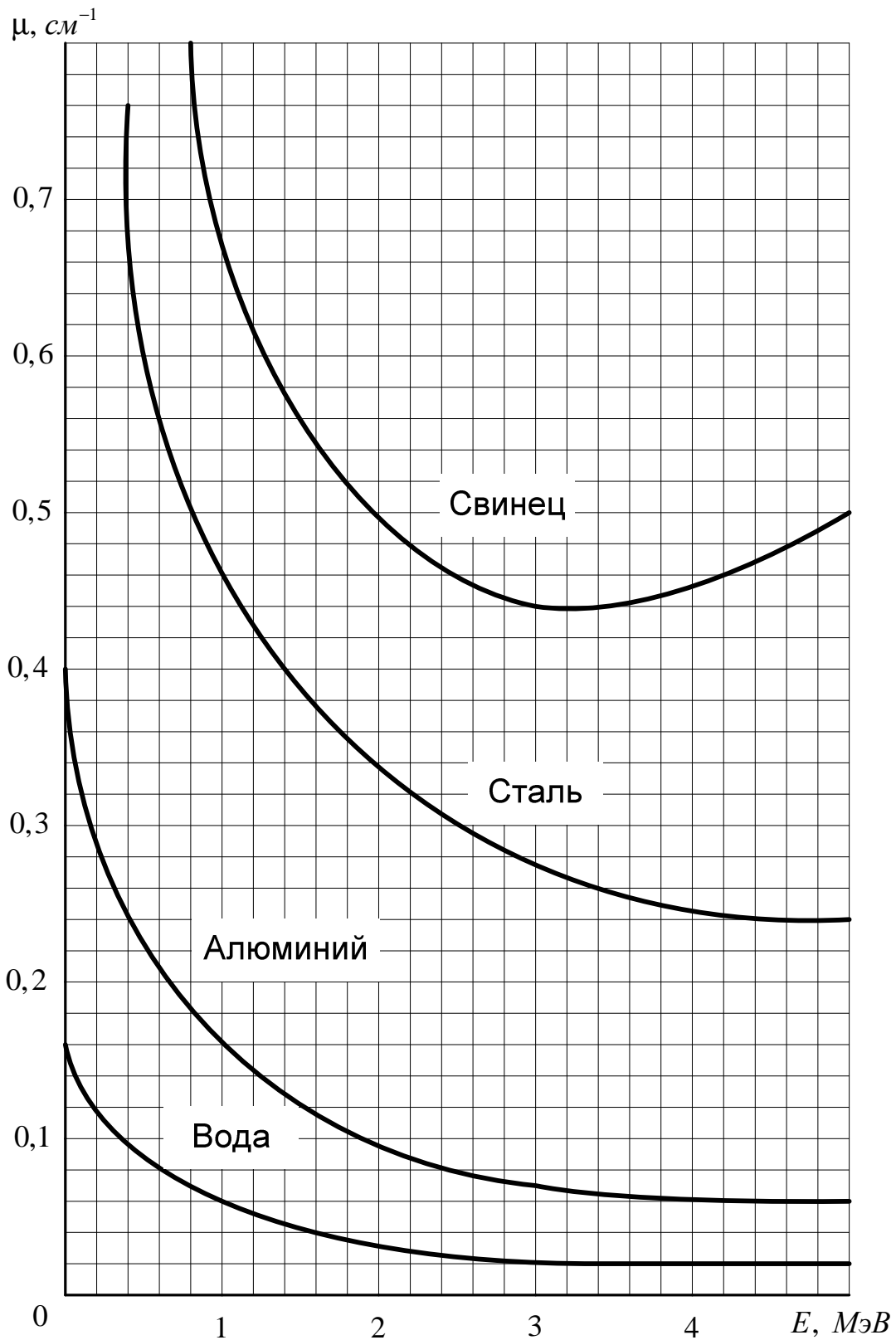


График зависимости коэффициента линейного ослабления  $\gamma$ -лучей от их энергии для различных веществ

Таблица 42

## Периоды полураспада некоторых радиоактивных изотопов

Изотоп	Символ	Тип распада	Период полураспада, $T_{1/2}$
Актиний	$^{225}_{89}\text{Ac}$	$\alpha$	10,0 сут
Йод	$^{131}_{53}\text{I}$	$\beta^-$ , $\gamma$	8,04 сут
Иридий	$^{192}_{77}\text{Ir}$	$\beta^-$ , $\gamma$	73,83 сут
Кобальт	$^{60}_{27}\text{Co}$	$\beta^-$ , $\gamma$	5,27 года
Магний	$^{27}_{12}\text{Mg}$	$\beta^-$	9,46 мин
Натрий	$^{22}_{11}\text{Na}$	$\gamma$	2,60 года
Радий	$^{220}_{88}\text{Ra}$	$\alpha$	0,023 с
Радий	$^{226}_{88}\text{Ra}$	$\alpha$ , $\gamma$	1600 лет
Радон	$^{222}_{86}\text{Rn}$	$\alpha$	3,82 сут
Стронций	$^{90}_{38}\text{Sr}$	$\beta^-$	28,6 лет
Торий	$^{229}_{90}\text{Th}$	$\alpha$ , $\gamma$	7340 лет
Уран	$^{235}_{92}\text{U}$	$\alpha$	$7,04 \cdot 10^8$ лет
Уран	$^{238}_{92}\text{U}$	$\alpha$ , $\gamma$	$4,47 \cdot 10^9$ лет
Фосфор	$^{32}_{15}\text{P}$	$\beta^-$	14,36 сут

Таблица 43

## Температура Дебая

Вещество	Температура Дебая, $\Theta_D$ , К	Вещество	Температура Дебая, $\Theta_D$ , К
Азот	81	Медь	347
Алмаз	2250	Никель	477
Алюминий	433	Ртуть	72
Аргон	92	Свинец	105
Висмут	120	Серебро	227
Вольфрам	383	Титан	420
Графит	413	Уран	248
Железо	477	Фтор	78
Золото	162	Хлор	115
Кремний	645	Цинк	329

## Масса нейтральных атомов

Элемент	Число протонов в ядре, $Z$	Изотоп	Масса, а.е.м.
1	2	3	4
Водород	1	$^1\text{H}$	1,00783
		$^2\text{H}$	2,01410
		$^3\text{H}$	3,01605
Гелий	2	$^3\text{He}$	3,01603
		$^4\text{He}$	4,00260
Литий	3	$^6\text{Li}$	6,01513
		$^7\text{Li}$	7,01601
Бериллий	4	$^7\text{Be}$	7,01693
		$^9\text{Be}$	9,01219
		$^{10}\text{Be}$	10,01354
Бор	5	$^9\text{B}$	9,01333
		$^{10}\text{B}$	10,01294
		$^{11}\text{B}$	11,00931
Углерод	6	$^{10}\text{C}$	10,00168
		$^{12}\text{C}$	12,00000
		$^{13}\text{C}$	13,00335
		$^{14}\text{C}$	14,00324
Азот	7	$^{13}\text{N}$	13,00574
		$^{14}\text{N}$	14,00307
		$^{15}\text{N}$	15,00011
Кислород	8	$^{16}\text{O}$	15,99491
		$^{17}\text{O}$	16,99913
		$^{18}\text{O}$	17,99916
Фтор	9	$^{19}\text{F}$	18,99840
Натрий	11	$^{22}\text{Na}$	21,99444
		$^{23}\text{Na}$	22,98977
Магний	12	$^{23}\text{Mg}$	22,99414
Алюминий	13	$^{30}\text{Al}$	29,99817

Окончание табл. 44

1	2	3	4
Кремний	14	$^{31}\text{Si}$	30,97535
Фосфор	15	$^{31}\text{P}$	30,97376
Сера	16	$^{32}\text{S}$	31,972074
		$^{34}\text{S}$	33,967864
		$^{35}\text{S}$	34,969030
		$^{36}\text{S}$	35,967090
Хлор	17	$^{35}\text{Cl}$	34,968851
		$^{37}\text{Cl}$	36,965898
Калий	19	$^{41}\text{K}$	40,96184
Кальций	20	$^{44}\text{Ca}$	43,95549
Марганец	25	$^{54}\text{Mn}$	53,940350
Железо	26	$^{54}\text{Fe}$	53,939617
		$^{56}\text{Fe}$	55,934936
Медь	29	$^{63}\text{Cu}$	62,929592
		$^{65}\text{Cu}$	64,927786
Цинк	30	$^{65}\text{Zn}$	64,929230
Молибден	42	$^{95}\text{Mo}$	94,905854
Технеций	43	$^{96}\text{Tc}$	95,907830
Индий	49	$^{113}\text{In}$	112,904089
		$^{115}\text{In}$	114,903871
Олово	50	$^{112}\text{Sn}$	111,904835
		$^{113}\text{Sn}$	112,905180
		$^{114}\text{Sn}$	113,902773
Свинец	82	$^{206}\text{Pb}$	205,97446
Полоний	84	$^{210}\text{Po}$	209,98297
Плутоний	94	$^{239}\text{Pu}$	239,05216

Таблица 45

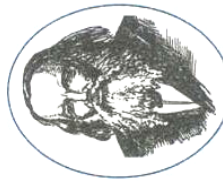
Таблица производных основных элементарных функций

$(const)' = 0$	$(ctgx)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
$(x^n)' = nx^{n-1}$	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$
$(a^x)' = a^x \ln a$	$(\operatorname{arc} ctgx)' = -\frac{1}{1+x^2}$
$(e^x)' = e^x$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$
$(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$

Таблица 46

Основная таблица неопределенных интегралов

$\int dx = x + c$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + c$
$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + c$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x  + c$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + c$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left  x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right  + c$
$\int e^x dx = e^x + c$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + c$
$\int \sin x dx = -\cos x + c$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left  \frac{x-a}{x+a} \right  + c$
$\int \cos x dx = \sin x + c$	

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ЭЛЕМЕНТОВ Д.И. МЕНДЕЛЕЕВА										
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII			
1 <b>H</b> водород 1,00794	2 <b>He</b> гелий 4,0026	3 <b>Li</b> литий 6,941	4 <b>Be</b> бериллий 9,012182	5 <b>B</b> бор 10,811	6 <b>C</b> углерод 12,011	7 <b>N</b> азот 14,00674	8 <b>O</b> кислород 15,9994	9 <b>F</b> фтор 18,998	10 <b>Ne</b> неон 20,1797	 Д.И. Менделеев 1834–1907
11 <b>Na</b> натрий 22,989768	12 <b>Mg</b> магний 24,3050	13 <b>Al</b> алюминий 26,98154	14 <b>Si</b> кремний 28,0855	15 <b>P</b> фосфор 30,973762	16 <b>S</b> сера 32,066	17 <b>Cl</b> хлор 35,4527	18 <b>Ar</b> аргон 39,948	26 <b>Fe</b> железо 55,847	27 <b>Co</b> кобальт 58,9332	
19 <b>K</b> калий 39,0983	20 <b>Ca</b> кальций 40,078	21 <b>Sc</b> скандий 44,9559	22 <b>Ti</b> титан 47,88	23 <b>V</b> ванадий 50,9415	24 <b>Cr</b> хром 51,9961	25 <b>Mn</b> марганец 54,938	36 <b>Kr</b> криптон 83,80	44 <b>Ru</b> рутений 101,07	45 <b>Rh</b> родий 102,906	46 <b>Pd</b> палладий 106,42
29 <b>Cu</b> медь 63,546	30 <b>Zn</b> цинк 65,39	31 <b>Ga</b> галлий 69,723	32 <b>Ge</b> германий 72,61	33 <b>As</b> мышьяк 74,92159	34 <b>Se</b> селен 78,96	35 <b>Br</b> бром 79,904	54 <b>Xe</b> ксенон 131,29	76 <b>Os</b> осмий 190,2	77 <b>Ir</b> иридий 178,49	78 <b>Pt</b> платина 180,9479
37 <b>Rb</b> рубидий 85,4678	38 <b>Sr</b> стронций 87,62	39 <b>Y</b> иттрий 88,606	40 <b>Zr</b> цирконий 91,224	41 <b>Nb</b> ниобий 92,90638	42 <b>Mo</b> молибден 95,94	43 <b>Tc</b> технеций 97,9072	86 <b>Rn</b> радон 222,0176			
47 <b>Ag</b> серебро 107,868	48 <b>Cd</b> кадмий 112,411	49 <b>In</b> индий 114,82	50 <b>Sn</b> олово 118,710	51 <b>Sb</b> сурьма 121,75	52 <b>Te</b> теллур 127,60	53 <b>I</b> йод 126,9045				
55 <b>Cs</b> цезий 132,90543	56 <b>Ba</b> барий 137,327	57 <b>La*</b> лантан 138,9055	72 <b>Hf</b> гафний 178,49	73 <b>Ta</b> тантал 180,9479	74 <b>W</b> вольфрам 183,85	75 <b>Re</b> рений 186,207				
79 <b>Au</b> золото 196,96654	80 <b>Hg</b> ртуть 200,059	81 <b>Tl</b> галлий 204,3833	82 <b>Pb</b> свинец 207,2	83 <b>Bi</b> висмут 208,98037	84 <b>Po</b> полоний 208,9824	85 <b>At</b> астат 209,9871				
87 <b>Fr</b> франций 223,0197	88 <b>Ra</b> радий 226,0254	89 <b>Ac***</b> актиний 227,0278	104 <b>Ku</b> курчатовий 261,11	105 <b>Ns</b> нильсборорий 262,114	106 <b>U</b> уран 238,03	107 <b>Uu</b> унгвейгий 264,12				

Л А Н Т А Н О И Д Ы

58 <b>Ce</b> церий 140,12	59 <b>Pr</b> празеодим 140,97	60 <b>Nd</b> неодим 144,24	61 <b>Pm</b> прометий 145,02	62 <b>Sm</b> самарий 150,35	63 <b>Eu</b> европий 151,96	64 <b>Gd</b> гадолиний 157,25	65 <b>Tb</b> тербий 158,92	66 <b>Dy</b> диспрозий 162,51	67 <b>Ho</b> гольмий 164,93	68 <b>Er</b> эрбий 167,26	69 <b>Tm</b> тулий 168,93	70 <b>Yb</b> иттербий 173,04	71 <b>Lu</b> лютеций 174,97
------------------------------------	--	-------------------------------------	---------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	--	-------------------------------------	--	--------------------------------------	------------------------------------	------------------------------------	---------------------------------------	--------------------------------------

А К Т И Н И Д Ы

90 <b>Th</b> торий 232,04	91 <b>Pa</b> проактиний 231,02	92 <b>U</b> уран 238,03	93 <b>Np</b> нептуний 237,12	94 <b>Pu</b> плутоний 243,12	95 <b>Am</b> амерций 247,15	96 <b>Cm</b> кюрий 247,25	97 <b>Bk</b> берклий 249,02	98 <b>Cf</b> калifornий 254,12	99 <b>Es</b> эйштейний 255,02	100 <b>Fm</b> фермий 257,02	101 <b>Md</b> менделеевский 258,22	102 <b>No</b> нобелий 259,1	103 <b>Lr</b> лоуренсий 260,1054
------------------------------------	---	----------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	--------------------------------------	------------------------------------	--------------------------------------	---	--	--------------------------------------	---	--------------------------------------	---

## ЛИТЕРАТУРА

1. Геворкян, Р.Г. Курс общей физики / Р.Г.Геворкян, В.В. Шепель. – М.: Высш. шк., 1972. – 600 с.
2. Енохович, А.С. Справочник по физике и технике / А.С. Енохович. – М.: Просвещение, 1989. – 224 с.
3. Зиновьев, В.А. Краткий физико-технический справочник. Т. 2 / В.А. Зиновьев, Г.Н. Свешников, И.К. Снитко. – М.: Физматгиз, 1960. – 411 с.
4. Карякин, Н.И. Краткий справочник по физике / Н.И. Карякин, К.Н. Быстров, П.С. Киреев. – М.: Высш. шк., 1963. – 559 с.
5. Кошкин, Н.И. Справочник по элементарной физике / Н.И. Кошкин, М.Г. Ширкевич. – М.: Физматгиз, 1960. – 208 с.
6. Кужир, П.Г. Радиационная безопасность / П.Г. Кужир, И.А. Сатиков, Е.Е. Трофименко. – Минск: Пион, 1999.
7. Курс физики: учебник для вузов. В 2 т. / под ред. В.Н. Лозовского. – СПб.: Изд-во «Лань», 2001.
8. Леденев, А.Н. Физика. В 5 кн. / А.Н. Леденев. – М.: Физматлит, 2005.
9. Лунц, Г.Л. Краткий физико-технический справочник Т. 1. М.: Физматгиз, 1960. – 446 с.
10. Макаренко, Г.М. Курс общей физики / Г.М. Макаренко. – Минск: Дизайн ПРО, 2003. – 640 с.
11. Наркевич, И.И. Физика: учебник / И.И. Наркевич, Э.И. Волмянский, С.И. Лобко. – Минск: Новое знание, 2004. – 680 с.
12. Савельев, И. В. Курс общей физики / И. В. Савельев. Т. 1-5. – М.: Астрель АСТ, 2003-2004.
13. Трофимова, Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимова. – М.: Высш. шк., 1990. – 478 с.
14. Физика. Учебное пособие. В 2-х частях / В.А. Груздев [и др.]; под ред. В.А. Груздева // Минск: РИВШ, 2009.
15. Физические величины: справочник / А.П. Бабичев [и др.]; под. ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с.
16. Фирганг, Е.В. Руководство к решению задач по курсу общей физики / Е.В. Фирганг. – СПб.: Изд-во «Лань», 2007. – 368 с.
17. Яворский, Б.М. Справочник по физике / Б.М. Яворский, А.А. Детлаф. – М.: Наука; Главная редакция физико-математической литературы, 1985. – 512 с.

*Справочное издание*

МАКАРЕНКО Геннадий Макарович  
АНТОНОВИЧ Дмитрий Анатольевич  
ВАБИЩЕВИЧ Наталья Вячеславовна

КРАТКИЙ СПРАВОЧНИК  
по общей физике

Редактор *Т. В. Булах*

Дизайн обложки *В. А. Виноградовой*

---

Подписано в печать 25.03.2010. Формат 60×84 1/16. Гарнитура Таймс. Бумага офсетная.  
Ризография. Усл. печ. л. 11,6. Уч.-изд. л. 10,7. Тираж экз. Заказ 2126.

---

Издатель и полиграфическое исполнение –  
учреждение образования «Полоцкий государственный университет»

ЛИ № 02330/0548568 от 26.06.2009 ЛП № 02330/0494256 от 27.05.2009

211440 г. Новополоцк, ул. Блохина, 29